Министерство образования и науки ДНР
Донецкий национальный технический университет

Кафедра "Высшая математика им. В.В. Пака"

Сборник научно-методических работ

Выпуск 12

Столетию ДонНТУ посвящается

Донецк - 2021

УДК 51-7, 332.1: 330.4, 372.851, 378.016, 378.016:51, 378.1, 378.016: 378.147.091-027.31, 378.147, 378.4:519.2, 378.14, 517.1, 517.5, 517.6, 517.9. (072), 519.242: 519.25, 531.38, 536.7, 536+539.196.3, 538.4, 621.923

Рекомендовано к печати Советом Донецкого Национального технического университета
Протокол № 6 от 25.06.2021 г.

Сборник научно-методических работ.- Вып. 12.-Донецк: ДонНТУ, 2021.–269 с.

Настоящий сборник посвящен знаменательной дате нашего университета – столетию его образования. В сборнике содержатся работы преподавателей кафедры и сотрудников других вузов, в которых рассматриваются проблемы и аспекты преподавания высшей математики в техническом вузе, а также различные направления использования математических методов при решении инженерных задач, а именно, задач механики твердого тела, прикладных задач физики и экономики.
Научно-методические работы являются обобщением опыта преподавателей кафедры по усовершенствованию математической подготовки специалистов.

Издание рассчитано на широкий круг научных работников, а также аспирантов и студентов старших курсов технических университетов.

Адрес редакционной коллегии : ДНР, 83050, г. Донецк, ул. Артема, 96, ДонНТУ, 3-й учебный корпус, кафедра "Высшая математика", тел. (062) 3010901.

УДК 372.851

ПРОФИЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА КАК ФОРМА ЭВРИСТИЧЕСКОГО ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В ШКОЛЕ

Тищенко А.А.

ГОУ ВО «Луганский государственный педагогический университет»

alexandr.ti2019@gmail.com

В статье рассматривается проблема использования потенциала олимпиадных задач и олимпиады как эвристической формы изучения школьного курса математики. Автор, анализируя содержание понятия эвристика, подчеркивает творческий характер подобного рода работы. Приведенные примеры показывают возможности олимпиадных заданий по активизации творческого мышления школьников.

Ключевые слова*: эвристика, эвристические формы работы, школьный курс математики, олимпиадная задача, творческое мышление.*

Математическим дисциплинам в рамках школьного обучения уделяется достаточно много внимания: дети учат математику на протяжении всей школы, велика насыщенность программы как по алгебре, так и по геометрии, именно математика является одной из приоритетных дисциплин ЕГЭ и именно математику как профильный предмет сдают затем абитуриенты на внутренних экзаменах вузов, поступая на довольно широкий спектр специальностей – от специальности «ПО. Математика» до специальности «Таможенное дело».

При этом надо сказать, что математика в школе - это довольно сложный предмет, и многие учащиеся испытывают трудности при его изучении. Поэтому одной из задач школьной дидактики является поиск путей (форм, средств и методов) преподавания математики, которые бы не только позволяли учащимся наиболее успешно овладевать знаниями по предметам математического цикла, но и стимулировали бы познавательный интерес детей, углубляли бы их математическое мышление, повышали математическую грамотность путем использования нестандартных подходов подачи и обработки учебного материала.

Одним из таких подходов к преподаванию математики в школе является широкое применение различных эвристических приемов и методов.

Существуют различные подходы к толкованию термина «эвристика».

В Энциклопедическом словаре [4] отмечается, что эвристика – это специальные методы решения задач (эвристические методы), которые обычно противопоставляются формальным методам решения, опирающимся на точные математические модели.

Психологический словарь трактует понятие «эвристика» следующим образом:

1) система обучения путем наводящих вопросов;

2) совокупность логических приемов и методических правил теоретического исследования и отыскания истины; метод обучения, способствующий развитию находчивости, активности;

3) в узком, более современном смысле — теория и практика организации избирательного поиска при решении сложных интеллектуальных задач [5, с. 768-769].

В рамках нашей статьи интересным является толкование эвристики как методики обучения, основанной на открытии или догадке. Изучение эвристических методов обнаруживает определенное сходство исследовательских процедур и деятельности, по крайней мере, в той их части, которая связана с творческим обобщением наличного материала и выдвижением гипотез.

О потенциале развития креативности учащихся путем применения эвристических методов говорит Лопухов, определяя эвристику как искусство изобретения; методология нахождения всего нового. В эвристике широко используются гипотезы, фантазийные образы, примеры и контрпримеры, сочетания «несочетаемого» (т. е. принципы кентавристики), наводящие вопросы, алогизмы, коллективные решения проблем («мозговые штурмы»), интуитивно-дискурсивный и интуитивно-художественный поиск и т. д. [1, с. 459].

В. Кузнецов также утверждает, что эвристика совокупность порождающих процедур, направленных на решение творческих задач, проблемных ситуаций, устранение противоречий, разработку механизмов принятия решений в условиях неопределенности; организация процесса продуктивного творческого мышления или специальные (индуктивные, сократические, «мозговой штурм») методы решения задач, противостоящие формальным методам [2, с. 687].

Исходя из приведенных определений можно сделать логический вывод, что применение эвристики в математике не просто целесообразно, а необходимо, так как не только повышает интерес учащихся к предмету, а стимулирует развитие нестандартного мышления – одного из важнейших условий при изучении дисциплины.

Эвристические методы, отмечает Фролов, позволяют ускорить процесс решения задания, их назначением является построение моделей процесса решения какой-либо новой задачи [3, с. 530.].

Т.к., как уже отмечалось, эвристика – это теория и практика организации избирательного поиска при решении сложных интеллектуальных задач, логично, что одной из эвристических форм деятельности в рамках учебного процесса является предметная олимпиада, т.к. она непосредственно нацелена на раскрытие творческого потенциала учащегося. Так, например, на олимпиаде верный ответ, найденный путем подбора, будет меньше оценен, чем нестандартный и творческий подход к решению даже не доведенный до конца.

Олимпиадные (повышенной сложности с нестандартным подходом к решению) задачи активизируют у учащихся процесс самостоятельного решения научной проблемы опытным путем всестороннего анализа данной задачи, путем экспериментов с алгоритмом ее решения.

Для развития математической культуры школьников, повышения качества их математического образования уже мало знать методы и подходы к решению типовых заданий из различных разделов математики. Необходимо приобщать детей к задачам, требующим нестандартного мышления, что будет стимулировать поисковый интерес и развивать и творческое мышление детей в целом. Следовательно, и олимпиадные задачи, и олимпиада как эвристическая форма работы в рамках школьного курса математики – это действенный инструмент в руках учителя по повышению качества обучения математике в школе.

Олимпиады по профильным предметам начинаются еще со школ, активно вовлекая детей в самостоятельную поисковую деятельность, расширяя их знания по предмету и в целом развивая их интеллект, и продолжаются в вузах.

Рассмотрим на примере олимпиадных заданий по математике как при помощи такой эвристической формы работы можно развивать математическое мышление учащихся.

Рассмотрим такую актуальную тему для любого старшеклассника, как «Решение уравнений».

Пример 1. Решить уравнение: $3\sqrt{x+3}+2\sqrt{x-2}=5-(x-1)^2$

Стандартным подходом будет посмотреть ОДЗ или сделать замену, но в данном случае это не даст результата. Тогда можно попробовать избавится от иррациональности, но и в этом случае ничего не сократится, и школьник получит уравнение восьмой степени, которое поставит его в тупик.

Применив нестандартный подход, найдем область определения данного уравнения:

$$\begin{cases} x+3\geq 0 \\ x-2\geq 0 \end{cases} \quad x\geq 2$$

Оценим правую и левую части уравнений:

$x+3\geq 5;\ \sqrt{x+3}>2;\ 3\sqrt{x+3}>6.$ т.е.

$3\sqrt{x+3}+2\sqrt{x-2}>6$, а $5-(x-1)^2\leq 4$.

Левая часть уравнения больше правой, значит, данное уравнение не имеет корней.

Также в олимпиадных движениях иногда рассматривают теоремы, которые не проходят в общеобразовательной школе, но школьник, проанализировав задание, логическим путем может сам прийти к верному решению.

Например, при решении уравнений вида f(f(x)) = x полезна бывает следующая теорема: Если y=f(x) – монотонно возрастающая функция, то уравнения f(x)=x и f(f(x))=x эквивалентны.

Приведем пример ее использования в олимпиадном задании.

Пример 2. Решить уравнение $x^3 + 1 = 2\sqrt[3]{2x-1}$.

Аналогично предыдущему примеру, к этому стандартными способами не подойти.

Тут не только необходимо понять, что можно сделать, но и еще преобразовать к нужному виду.

Преобразуем уравнение $\dfrac{1+\left(\dfrac{1+x^3}{2}\right)^3}{2} = x$.

Данное уравнение имеет вид: f(f(x))=x, где f(x)= $\dfrac{1+x^3}{2}$, эта функция монотонно возрастает. Согласно теореме имеем эквивалентное уравнение:

$$\frac{1+x^3}{2} = x$$

$$x^3 - 2x + 1 = 0$$

$$(x-1)(x^2 + x - 1) = 0$$

$$x_1 = 1 \quad \text{или} \quad x^2 + x - 1 = 0$$

$$x_{2,3} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

Ответ: $x_1=1$, $x_2=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$, $x_3=\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}$.

Пример 3. Докажите, что уравнение $5^x + 5^{-x} = ax^4 + 4x^2 + 2$ имеет нечетное число корней при всех значениях параметра a.

Опять же подход к решению данного задания не сразу понятен.

Тут необходимо заметить определенное свойство.

Рассмотрим функцию f(x)= $5^x + 5^{-x} - ax^4 - 4x^2 - 2$.

Она определена при всех действительных x, является четной, т.к.f(x)=f(-x) и область определения симметрична относительно нуля. График функции f(x) симметричен относительно оси ординат, то есть для любого x из области определения, существует -x из области определения и только x=0 симметричен сам себе. Тогда, если исходное уравнение имеет нечетное число корней, то x=0 корень исходного уравнения.

Проверим: $5^0+5^0=2$, $0+0+2=2$, $2=2$. x=0 является корнем уравнения, значит, исходное уравнение имеет нечетное число корней.

Итак, как видим использование олимпиадных задач в школьном курсе математики (задачи со звездочкой) и в целом предметная олимпиала как форма эвристического обучения математике имеет большой потенциал в рамках развития творческого мышления учащихся и их математической культуры, что будет сказываться и на качестве математического образования школьников. Так интеллектуально сложные задачи будут подталкивать школьников к самостоятельному поиску и собственному открытию верного решения, что будет делать их полноценными субъектами образовательного процесса современной школы.

Литература

1. Словарь терминов и понятий по обществознанию/Автор-составитель А.М. Лопухов. – Москва, 2013. – 512 с.
2. Словарь философских терминов/ Научная редакция профессора В.Г. Кузнецова. – Москва: ИНФРА-М, 2007. – 730 с.
3. Философский словарь/ Под ред. И.Т. Фролова. – Москва, 1991. – 719 с.
4. Философский энциклопедический словарь/ под ред. Л. Ф. Ильичёва, П. Н. Федосеева, С. М. Ковалёва, В. Г. Панова. – Москва: Советская энциклопедия. 1983. – 840 с.
5. Шапарь В.Б. Новейший психологический словарь / В.Б. Шапарь, В.Е. Рассоха, О.В. Шапарь; под. общ. ред. В.Б. Шапаря. – Ростов н/Д. Феникс, 2009. – 806 с.

Tishchenko A.A.

PROFILE OLYMPIAD AS A FORM OF HEURISTIC TEACHING MATHEMATICS AT SCHOOL

Annotation. *The article deals with the problem of using the potential of the Olympiad problems and the Olympiad as a heuristic form of studying the school course of mathematics. The author, analyzing the content of the concept of heuristic, emphasizes the creative nature of this kind of work. The examples given show the possibilities of the Olympiad tasks to activate the creative thinking of schoolchildren.*

Key words: *heuristics, heuristic forms of work, school mathematics course, Olympiad problem, creative thinking.*