

НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК УКРАИНЫ

ИНСТИТУТ ГЕОТЕХНИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ  
ИМ. Н.С. ПОЛЯКОВА

**ГЕ**  **ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА**  
**GE** **TECHNICAL MECHANICS**

МЕЖВЕДОМСТВЕННЫЙ СБОРНИК

НАУЧНЫХ ТРУДОВ

ВЫПУСК 106

Днепропетровск  
2012

УДК 622.002.5-762:678.001.04

Геотехнічна механіка: Міжвід. зб. наук. праць / Ін-т геотехнічної механіки ім. М.С. Полякова НАН України. – Дніпропетровськ, 2012. – Вип. 106. – 212 с.

У збірнику представлені результати наукових досліджень в галузі динаміки та міцності, механіки еластомерів, безпеки складних технічних систем та проблем стійкого розвитку.

Для наукових працівників, аспірантів і студентів старших курсів.

Редакционная коллегия:

А.Ф. Булат – академик НАН Украины, д-р техн. наук, проф. (ответственный редактор); Э.И. Ефремов – чл.-корр. НАН Украины, д-р техн. наук, проф. (зам. ответственного редактора); В.В. Виноградов – д-р техн. наук (зам. ответственного редактора); В.А. Баранов – д-р геол. наук; Б.А. Блюсс – д-р техн. наук, проф.; Л.М. Васильев – д-р техн. наук, проф.; А.И. Волошин – чл.-корр. НАН Украины, д-р техн. наук, проф.; В.И. Дырда – д-р техн. наук, проф.; Ю.И. Кияшко – д-р техн. наук; В.П. Надутый – д-р техн. наук, проф.; Л.И. Пимоненко – д-р геол. наук; В.Ф. Приходченко – д-р геол. наук, проф.; К.К. Софийский – д-р техн. наук, проф.; М.С. Четверик – д-р техн. наук, проф.

Рецензенты: д-р техн. наук, проф. Франчук В.П.  
д-р техн. наук, проф. Виноградов В.В.

Ответственный за выпуск д-р техн. наук, проф. Дырда В.И.

Адрес редколлегии:

49005, ГСП, Днепропетровск-5, ул. Симферопольская, 2а  
Институт геотехнической механики им. Н.С. Полякова НАН Украины

Утверждено к печати Учёным Советом  
Института геотехнической механики им. Н.С. Полякова НАН Украины  
(протокол № 12 от 04 сентября 2012 г.)

ISSN 1607-4556

© ИГТМ НАН Украины, 2012

Дырда В.И. Тимошенко Степан Прокофьевич .....	3
Булат Е.А., Дырда В.И. Научные открытия в превратностях постмодерна .....	6
Дырда В.И., Калашников В.А., Евенко С.Л., Маркелов А.Е., Хмель И.В., Стойко А. Динамическая модель волнового абразивно-усталостного разрушения резиновой футеровки в барабанных мельницах.....	15
Дырда В.И., Калашников В.А., Евенко С.Л., Маркелов А.Е., Стойко А., Хмель И.В. Энергосберегающая ES-технология дезинтеграции руд в шаровых мельницах с резиновой футеровкой.....	24
Булат А.Ф., Дырда В.И., Лисица Н.И., Новикова А.В., Лисица Н.Н., Немчинов Ю.И., Хавкин А.К., Марьенков Н.Г., Жарко Л.А. Экспериментальные исследования систем сейсмоизоляции зданий на основе резино-металлических сейсмозащитных блоков .....	30
Булат А.Ф., Дырда В.И., Лисица Н.И., Новикова А.В., Козуб Ю.Г., Гребенюк С.Н. Расчёт резиновых вибро-сейсмоблоков для защиты тяжелых машин и сооружений .....	38
Кобець А.С., Грицан Ю.І., Дирда В.І., Мареніченко В.В. Становлення та функціонування сучасних наукових шкіл.....	44
Агальцов Г.Н. Программно-целевой подход к обеспечению безопасности горных машин, работающих при динамических нагрузках .....	47
Агальцов Г.Н. Вибробезопасность тяжелых горных машин в контексте охраны труда.....	59
Кобець А.С., Дырда В.И., Калганков Е.В., Цаниди И.Н. Энергетическая оценка износа антифрикционных материалов .....	78
Дырда В.И., Твердохлеб Т.Е., Костандов Ю.А., Колбасин В.А. Расчёт резино-металлических элементов с использованием универсального конструктивно-деформационного параметра $\beta$ .....	90
Дырда В.И., Гребенюк С.Н., Лисица Н.И., Решевская Е.С., Тархова В.М., Новикова А.В., Заболотная Е.Ю. Расчёт напряженно-деформированного состояния виброизоляторов сложной формы .....	105
Науменко А.П. Прогнозирование условий нагружения протектора поврежденной шины при качении колесного движителя с аварийной опорой.....	111
Козуб Ю.Г. Анализ деформирования и долговечности виброизоляторов.....	115
Новикова А.В. Виброизоляция тяжелых окомкователей-смесителей с помощью резиновых элементов .....	121
Науменко М.О. Прогнозування рельєфу поверхні полімерного волокнистого наповнювача за конструкційними властивостями при стисненні термопластичних полімерних композитів .....	128
Кирия Р.В., Максютенко В.Ю., Мищенко Т.Ф. Определение коэффициента сопротивления движению ленты по роликоопорам конвейера, обусловленного изгибом ленты.....	140
Решевская Е.С. Исследование параметров контактного взаимодействия элементов	

конструкций сложной геометрической формы.....	146
Кобець А.С., Кобець О.М., Пугач А.М. Дослідження процесу обтікання робочих органів потоком ґрунту.....	150
Васильев Л.М., Васильев Д.Л., Ангеловский А.А. Метод расчёта давления гидрорасчленения угольного пласта при его гидрорыхлении .....	154
Демидов А.А., Кобець А.С., Узбек И.Х., Волох П.В., Грицан Ю.И., Дырда В.И. Некоторые проблемы восстановления техногенных ландшафтов, нарушенных при открытой добыче полезных ископаемых.....	161
Дирда В.І., Мельянцов П.Т., Калганков Е.В., Кириленко О.І., Мельянцов А.П. Конструктивне забезпечення надійності агрегатів гідравлічних трансмісій .....	166
Мельянцов П.Т., Кириленко О.І. Обґрунтування структурних параметрів технічного стану спряження «розподільник – приставне дно» качаючого вузла агрегатів об'ємного гідроприводу трансмісії .....	170
Бондаренко Л.Н., Овчаренко Ю.Н., Черний А.А. Анализ влияния конструкции подшипников качения на их параметры.....	175
Калганков Е.В. Обґрунтування напрямків діагностування агрегатів об'ємних гідроприводів трансмісії мобільних машин.....	178
Пугач А.М. Обґрунтування кута нахилу направляючої поверхні культиваторної лапи з елементами локального зміцнення .....	183
Сокол С.П., Науменко М.М. Визначення кута нахилу лемеша копача коренеплодів типу «скоба» .....	187
Толстенко А.В., Карпов В.Ю. Взаимодействие водорода с порошками железа.....	191
Шматовский Л.Д., Коломиец А.Н., Ананьева О.И. Напряженное состояние призабойной части массива при проведении горных выработок с конической формой забоя.....	194

Національна Академія Наук України  
Інститут геотехнічної механіки ім. М.С. Полякова

Наукове видання  
**ГЕОТЕХНІЧНА МЕХАНІКА**  
Міжвідомчий збірник наукових праць  
Заснований у 1993 р.  
Випуск 106 (російською мовою)

Відповідальний за випуск **В.І. Дирда**  
Комп'ютерна верстка та підготовка макету ТОВ «Елвіта»  
Підписано до друку 12.11.12 р.  
Формат 60×84/16. Умовн. друк. арк. 12,5  
Тираж 300 примірників. Віддруковано ПП Шевелев Е.О.  
52005, с. Ювілейне, вул. Фрунзе, 8/11

Булат А.Ф., Дырда В.И., Лисица Н.И., Новикова А.В.,  
Козуб Ю.Г., Гребенюк С.Н.

## РАСЧЁТ РЕЗИНОВЫХ ВИБРО-СЕЙСМОБЛОКОВ ДЛЯ ЗАЩИТЫ ТЯЖЕЛЫХ МАШИН И СООРУЖЕНИЙ

Розглянуто метод розрахунку суцільного гумового сейсмоізолятора на стиск при великих деформаціях. Нелінійність при великих деформаціях враховано за допомогою оригінального пружного потенціалу. Проведене порівняння результатів розрахунку, отриманих наближеними аналітичними методами, методом скінченних елементів, з експериментальними даними для зразків сейсмічних опор.

### CALCULATION OF RUBBER VIBRO-SEISMOBLOCKS FOR DEFENCE OF HEAVY MACHINES AND CONSTRUCTIONS

The method for calculating the solid rubber seismoisolator compression at large strains is considered in the paper. The nonlinearity at large strains is taken in account by the original elastic potential. The comparison is made between calculation results, obtained by analytical methods, finite elements method, and experimental data for seismic support specimens.

**Постановка проблемы и её связь с важными научными и практическими задачами.** Ниже рассматривается расчёт резиновых виброизоляторов, предназначенных в качестве элементов вибро-сейсмозащиты тяжёлых машин и сооружений. Вибро-сейсмоизоляторы такого типа отличаются большими геометрическими размерами (например, диаметр сейсмоблока для жилых зданий 400 мм, высота – 70-120 мм) и большими деформациями (для массивных резиновых изделий большими считаются деформации: сжатия –  $\varepsilon_s > 0,1$ , сдвига –  $\gamma_s = 0,2 \div 0,25$ ).



Рис. 1 – Общий вид (а) и расчётная схема (б) амортизатора

Анализ исследований и публикаций. Задача определения осадки резиновых элементов, работающих на сжатие, решалась в разное время такими авторами, как Э.Э. Лавендел [2], С.И. Дымников [3], В.Л. Бидерман, Н.А. Сухова [4, 5] и др. Также ранее рассматривались различные конструкции, позволяющие снизить риск от разрушения при вибрационных и сейсмических воздействиях [6-8]. Наиболее прогрессивным оказался метод использования в качестве вибро-сейсмоизоляторов резинометаллических блоков. Одной из нерешённых проблем этой сложной задачи является расчёт резинового элемента при действии длительных статических нагрузок. Этому вопросу и посвящена настоящая статья.

**Цель статьи** – решить задачу о сжатии цилиндрического резинового элемента при больших деформациях (рис. 1).  
**Изложение основного материала.** Авторы данной статьи предлагают использовать для удельной потенциальной энергии деформации (упругого потенциала) следующее выражение:

$$W = C_1 J_1 + C_2 J_2 + F(J_2), \quad (1)$$

где  $J_1, J_2$  – первый и второй инварианты тензора конечной деформации, в нашем случае равные

$$J_1 = \varepsilon_r + \varepsilon_\theta + \varepsilon_z; \quad J_2 = \varepsilon_r \varepsilon_\theta + \varepsilon_r \varepsilon_z + \varepsilon_\theta \varepsilon_z - \varepsilon_{rz}^2, \quad (2)$$

$C_1, C_2$  – константы материала;

$F(J_2)$  – функция, принимающая различный вид для разных материалов.

Примем, что функция  $F(J_2)$  линейна, т.е.

$$F(J_2) = C_3 J_2, \quad (3)$$

где  $C_3$  – постоянная материала.

Примем, что сечения остаются плоскими и осевые перемещения являются функциями только координаты  $z$ . Радиальные перемещения представим в виде

$$u_r = r f(z). \quad (4)$$

Соотношения Коши для случая конечных деформаций записываются так:

$$\varepsilon_z = \frac{\partial u_z}{\partial z} + \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial u_z}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial u_r}{\partial z} \right)^2 \right]; \quad \varepsilon_r = \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_r}{\partial r} \right)^2;$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{u_r}{r} + \frac{1}{2} \left( \frac{u_r}{r} \right)^2; \quad \varepsilon_{rz} = \frac{\partial u_r}{\partial z} \left( 1 + \frac{\partial u_r}{\partial r} \right)$$

или, после преобразований,

$$\varepsilon_z = \frac{1}{2} \left[ \left( 1 + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right)^2 - 1 \right] + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_r}{\partial z} \right)^2; \quad \varepsilon_r = \frac{1}{2} \left[ \left( 1 + \frac{\partial u_r}{\partial r} \right)^2 - 1 \right];$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{1}{2} \left[ \left( 1 + \frac{u_r}{r} \right)^2 - 1 \right]; \quad \varepsilon_{rz} = \frac{\partial u_r}{\partial z} \left( 1 + \frac{\partial u_r}{\partial r} \right).$$

Подставляя в последние соотношения выражение (4), имеем

$$\varepsilon_r = \varepsilon_\theta = \frac{1}{2} \left[ (1 + f(z))^2 - 1 \right]; \quad \varepsilon_{rz} = r f'(z) [1 + f(z)];$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{2} \left[ \left( 1 + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right)^2 - 1 \right] + \frac{1}{2} [f'(z)]^2.$$

Условие несжимаемости для конечных деформаций

$$(1 + 2\varepsilon_z)(1 + 2\varepsilon_r)(1 + 2\varepsilon_\theta) - \varepsilon_{rz}^2 (1 + 2\varepsilon_\theta) = 1$$

после подстановки (4) принимает вид:

$$(1 + f)^2 (1 + f)^2 \left[ \left( 1 + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right)^2 + (f')^2 \right] - r^2 f'^2 (1 + f)^2 (1 + f)^2 = 1,$$

или, после упрощения,

$$(1 + f)^2 \left( 1 + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) = 1,$$

откуда получаем

$$\frac{\partial u_z}{\partial z} = \frac{1}{(1 + f)^2} - 1. \quad (5)$$

Потенциальная энергия деформации резинового элемента равна

$$W = 2\pi \int_h^r \int_r W r dr dz, \quad (6)$$

где  $W$  – удельная потенциальная энергия деформации, которую вычисляют по формуле (1).

Подставляя в (1) выражения для компонент деформации, с учётом (5) получаем:

$$W = \psi^2 \left( C_1 - 3C_2 - \frac{3}{4}C_3 \right) - \frac{3}{2}C_1 + \frac{9}{4}C_2 + \frac{1}{2}C_3 + \frac{1}{4}C_2 \frac{1}{\psi^8} + \frac{1}{2}C_2 r^2 \frac{\psi'^2}{\psi^4} + \frac{1}{\psi^4} \left( \frac{1}{2}C_1 - \frac{3}{2}C_2 - \frac{1}{4}C_3 \right) + \psi^4 \left( C_2 + \frac{1}{4}C_3 \right) + \frac{1}{\psi^2} \left( C_2 + \frac{1}{4}C_3 \right) + r^2 \psi'^2 \left( \frac{1}{2}C_1 - \frac{3}{2}C_2 - \frac{1}{4}C_3 \right) + \frac{1}{4}C_2 r^4 \psi'^4 + r^2 \psi^2 \psi'^2 \left( C_2 + \frac{1}{4}C_3 \right), \quad (7)$$

где введено обозначение

$$\psi = 1 + f.$$

Формула для энергии деформации всего резинового элемента (6) после подстановки выражения (7) может быть приведена к виду

$$\begin{aligned} \Pi = \pi R^2 \int_0^h \left[ \psi^2 \left( C_1 - 3C_2 - \frac{3}{4}C_3 \right) - \frac{3}{2}C_1 + \frac{9}{4}C_2 + \frac{1}{2}C_3 \right] dz + \frac{\pi R^6}{12} \int_0^h C_2 \psi'^4 dz + \\ + \frac{\pi R^2}{2} \int_0^h \left[ \frac{1}{\psi^4} \left( C_1 - 3C_2 - \frac{1}{2}C_3 \right) \right] dz + \frac{\pi R^4}{4} \int_0^h \left[ C_2 \frac{\psi'^2}{\psi^4} + \frac{R^2}{3} C_2 \psi'^4 \right] dz + \\ + \frac{\pi R^2}{4} \int_0^h \left[ C_2 \frac{1}{\psi^8} + \psi^4 (4C_2 + C_3) + \frac{1}{\psi^2} (4C_2 + C_3) \right] dz + \\ + \frac{\pi R^4}{4} \int_0^h \left[ \psi'^2 \left( C_1 - 3C_2 - \frac{1}{2}C_3 \right) + \psi^2 \psi'^2 \left( 2C_2 + \frac{1}{2}C_3 \right) \right] dz. \end{aligned} \quad (8)$$

Потенциал внешней сжимающей силы равен

$$V = -P\Delta = P \int_0^h \frac{\partial u_z}{\partial z} dz$$

или, с учётом (5),

$$V = P \int_0^h \left( \frac{1}{\psi^2} - 1 \right) dz.$$

Для полной энергии системы имеем выражение вида

$$U = \Pi + V = \int_0^h \Phi(\psi; \psi'; z) dz, \quad (9)$$

где

$$\begin{aligned} \Phi(\psi; \psi'; z) = \pi R^2 \left\{ \psi \left( C_1 - 3C_2 - \frac{3}{4}C_3 \right) - \frac{3}{2}C_1 + \frac{9}{4}C_2 + \frac{1}{2}C_3 + \frac{1}{4}C_2 \frac{1}{\psi^8} + \right. \\ \left. + \frac{1}{\psi^4} \left( \frac{1}{2}C_1 - \frac{3}{2}C_2 - \frac{1}{4}C_3 \right) + \psi^4 \left( C_2 + \frac{1}{4}C_3 \right) \right\} + \frac{\pi R^4}{2} \left\{ \psi^2 \psi'^2 \left( C_2 + \frac{1}{4}C_3 \right) + \right. \\ \left. + \psi'^2 \left( \frac{1}{2}C_1 - \frac{3}{2}C_2 - \frac{1}{4}C_3 \right) + \frac{1}{2}C_2 \frac{\psi'^2}{\psi^4} \right\} + \frac{\pi R^6}{12} C_2 \psi'^4 + P \left( \frac{1}{\psi^2} - 1 \right). \end{aligned} \quad (10)$$

Условие минимума полной энергии системы (9) запишется в виде

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \psi} - \frac{d}{dz} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial \psi'} \right) = 0.$$

После несложных преобразований приходим к дифференциальному уравнению второго порядка

$$\begin{aligned} \psi'' = \frac{\frac{4}{R^2} \left[ \psi \left( C_1 - 3C_2 - \frac{3}{4}C_3 \right) - \frac{1}{\psi^5} \left( C_1 - 3C_2 - \frac{1}{2}C_3 \right) \right] + \frac{4P}{\pi R^4 \psi^3}}{C_1 - 3C_2 - \frac{1}{2}C_3 + 2\psi^2 \left( C_2 + \frac{1}{4}C_3 \right) + C_2 \frac{1}{\psi^4} + 2R^2 C_2 \psi'^2} - \\ - \frac{2\psi'^2 \left\{ \psi \left( C_2 + \frac{1}{4}C_3 \right) - C_2 \frac{1}{\psi^5} \right\} - 2\psi^3 \left( C_2 + \frac{1}{4}C_3 \right) - C_2 \frac{1}{\psi^9}}{C_1 - 3C_2 - \frac{1}{2}C_3 + 2\psi^2 \left( C_2 + \frac{1}{4}C_3 \right) + C_2 \frac{1}{\psi^4} + 2R^2 C_2 \psi'^2}. \end{aligned} \quad (11)$$

Итак, приходим к задаче Коши для уравнения (11) с начальными условиями: при  $z=0$   $\psi=1, \psi'=1$ . (12)

После решения задачи Коши осадка сейсмоизолятора определяется по формуле

$$\Delta = - \int_0^h \frac{\partial u_z}{\partial z} dz = - \int_0^h \left( \frac{1}{\psi^2} - 1 \right) dz.$$

Приведенный метод расчёта был применён для вычисления осадки сейсмоизолятора диаметром  $d = 400$  мм, высотой  $h = 240$  мм и модулем упругости  $G = 6,3$  кгс/см<sup>2</sup> от действия нагрузки  $P = 50$  кН [6]. Полученное значение осадки хорошо согласуется с данными экспериментов, проведенных для натуральных вибро-сейсмоблоков [9].

Для представленных выше сейсмоопор в ходе статических испытаний была определена жёсткость на сжатие при различной величине нагрузки [10]. В результате несложных пересчётов можно определить зависимость между осадкой опоры и прикладываемой нагрузкой (весом строительной конструкции), используя формулу:

$$\Delta = \frac{P}{C_{см.с}},$$

где  $\Delta$  – осадка сейсмоопоры;

$P$  – сжимающая нагрузка;

$C_{см.с}$  – вертикальная жёсткость сейсмоопоры.

В работе [4] для малых деформаций ( $\varepsilon < 0,1$ ) методом Ритца получена аналитическая зависимость между осадкой цилиндрического резинового слоя со свободными торцами и прикладываемой нагрузкой:

$$\Delta = \frac{P_0 h}{3\pi R^2 G} \left[ 1 - \frac{R}{h\sqrt{6}} \operatorname{th} \frac{h\sqrt{6}}{R} \right], \quad (13)$$

где  $P_0$  – сжимающая нагрузка для резинового слоя со свободными торцами;

$h$  – высота резинового слоя;

$R$  – радиус резинового слоя;

$G$  – модуль сдвига резины.

При одноосном сжатии для малых деформаций ( $\varepsilon < 0,1$ ) зависимость между осадкой резинового слоя и прикладываемой нагрузкой определяется формулой:

$$\Delta = \frac{P_0 h}{3\pi R^2 G} \quad (14)$$

При расчёте сейсмоопор необходимо учитывать, что торцы резинового слоя привулканизированы к металлическим пластинам, тогда в формулы (13) и (14) вместо нагрузки  $P_0$  необходимо подставить скорректированное значение реальной нагрузки  $P$ , которое учитывает увеличение жёсткости за счёт закрепления торцов:

$$P_0 = \frac{P}{\beta}, \quad (15)$$

где  $\beta = 1 + 0,413\rho^2$  – по Пейну;

$\beta = 0,92 + 0,5\rho^2$  – по Лавенделу.

В работе [6] предложено вычислять  $\beta$  по формуле:

$$\beta = 1 + 0,83\rho^2, \quad (16)$$

где  $\rho = \frac{R}{h}$ ;

$\beta$  – коэффициент увеличения жёсткости за счёт закрепления торцов.

Универсальным численным методом расчёта резиновых вибросейсмоизоляторов, который позволяет учитывать несимметричность нагрузок и закреплений, а также получать полную картину напряжённо-деформированного состояния является метод конечных элементов (МКЭ). При этом традиционный МКЭ не позволяет учесть такое свойство резины как слабая сжимаемость материала, поэтому воспользуемся специально разработанной схемой МКЭ – моментной схемой конечного элемента (МСКЭ) для слабосжимаемых материалов [11]. Данная схема заключается в тройной аппроксимации компонент вектора перемещений, компонент тензора деформаций и функции изменения объёма, и удержании ряда слагаемых согласно определённым правилам. Для призматического конечного элемента треугольной формы эти аппроксимации принимают вид [12]:

$$u_{k'} = \sum_{pqr} \omega_{k'}^{(pqr)} \psi^{(pqr)} = \omega_{k'}^{(000)} + \omega_{k'}^{(100)} \psi^{(100)} + \omega_{k'}^{(010)} \psi^{(010)} + \omega_{k'}^{(110)} \psi^{(110)} + \omega_{k'}^{(001)} \psi^{(001)} + \omega_{k'}^{(101)} \psi^{(101)};$$

$$\varepsilon_{11} = e_{11}^{(000)} + e_{11}^{(010)} \psi^{(010)} + e_{11}^{(001)} \psi^{(001)}; \varepsilon_{22} = e_{22}^{(000)} + e_{22}^{(100)} \psi^{(100)};$$

$$\varepsilon_{33} = e_{33}^{(000)} + e_{33}^{(100)} \psi^{(100)}; \varepsilon_{12} = e_{12}^{(000)};$$

$$\varepsilon_{13} = e_{13}^{(000)}; \varepsilon_{23} = e_{23}^{(000)} + e_{23}^{(100)} \psi^{(100)}; \theta = e_{11}^{(000)} g^{11} + e_{22}^{(000)} g^{22} + e_{33}^{(000)} g^{33},$$

где  $u_{k'}$  – компоненты вектора перемещений по направлению оси  $k'$  базисной системы координат;

$\varepsilon_{ij}$  – компоненты тензора деформаций;

$\theta$  – функция изменения объёма;

$l, m, n$  – максимальные степени аппроксимирующих полиномов относительно осей местной системы координат  $x_1, x_2, x_3$ ;

$g^{ij}$  – компоненты метрического тензора;

$\omega_{k'}^{(pqr)}$  – коэффициенты разложения перемещений;

$e_{ij}^{(pqr)}$  – коэффициенты разложения деформаций;

$\psi^{(pqr)}$  – набор степенных координатных функций вида:

$$\psi^{(pqr)} = \frac{(x_1)^p (x_2)^q (x_3)^r}{p! q! r!}.$$

Для повышения точности расчётов используют уточнённые схемы МСКЭ [13]. Найдём осадку  $\Delta$  для двухслойной сейсмоопоры диаметром  $d = 400$  мм, высотой резинового слоя  $h = 240$  мм и модулем упругости  $G = 0,63$  МПа от действия нагрузки  $P = 50$  кН.

В работе [6] решение нелинейной задачи осадки сплошного цилиндра с учётом особенностей ужесточения на торцах было найдено численно методом Рунге-Кутты четвёртого порядка точности. Для этого необходимо было решить задачу Коши при определённых граничных условиях. В результате расчётов было получено значение осадки сейсмоизолятора  $\Delta = 0,0127$  м, что хорошо совпадает с экспериментальными исследованиями [9].

Поставленная задача также была численно реализована на основе моментной схемы конечных элементов в рамках вычислительного комплекса «МИРЕЛА+».

На рис. 2 приведено распределение компонент тензора напряжений в сейсмоопоре.

Проведём расчёт осадки, используя формулы (13) и (14), с коэффициентом ужесточения  $\beta$ , определяемым по формуле (16). В рассматриваемом случае

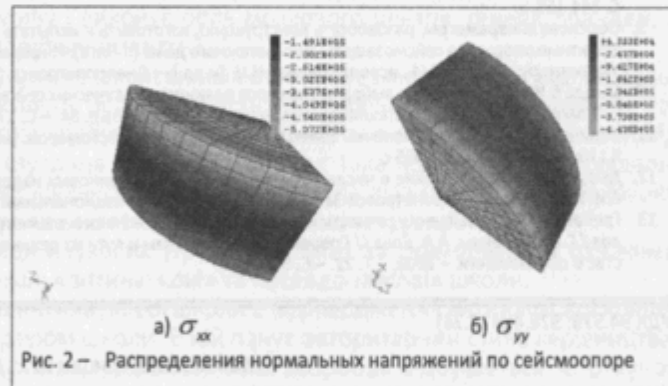


Рис. 2 – Распределения нормальных напряжений по сейсмоопоре

$$\beta = 1 + 0,83 \left( \frac{R}{h} \right)^2 = 1 + 0,83 \cdot \left( \frac{200 \cdot 10^{-3}}{120 \cdot 10^{-3}} \right)^2 \approx 2,38.$$

Подставим полученное значение в формулу (15):

$$P_0 = \frac{P}{\beta} = \frac{50 \cdot 10^3}{2,38} \approx 21 \text{ кН.}$$

Найдём осадку одного слоя сейсмоопоры по формуле (13):

$$\Delta = \frac{21 \cdot 10^3 \cdot 0,12}{3 \cdot 3,14 \cdot (0,2)^2 \cdot 6,3 \cdot 10^5} \cdot \left[ 1 - \frac{0,2}{0,12\sqrt{6}} \operatorname{th} \frac{0,12\sqrt{6}}{0,2} \right] \approx 0,0042 \text{ м.}$$

Далее рассчитаем осадку одного слоя сейсмоопоры по формуле (14):

$$\Delta = \frac{P_0 h}{3\pi R^2 G} \approx \frac{0,0126 \cdot (120 \cdot 10^{-3})}{3 \cdot 3,14 \cdot (200 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 6,3} \approx 0,0064 \text{ м.}$$

Все полученные результаты расчёта осадки рассматриваемого виброизолятора приведены в табл. 1.

Таблиця 1 – Результати розрахуку осадки сейсмоопори

Показатель	Способ расчёта осадки			
	экспериментальные исследования	формулы		численная реализация
		(13)	(14)	
Осадка (максимальный прогиб резинового элемента), м	0,0127	0,0084	0,0128	0,01128

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Немчинов Ю.И. Сейсмостойкость зданий и сооружений: в двух частях. – Киев, 2008. – 480 с.
2. Лавендел Э.Э. Расчёт резинотехнических изделий. – М.: Машиностроение, 1976. – 232 с.
3. Дымников С.И. Расчёт резино-технических деталей при средних деформациях // Механика полимеров. 1968. – № 2. – С. 271-275.
4. Сухова Н.А., Бидерман В.Л. К расчёту резиновых амортизаторов, работающих на сжатие // Расчёты на прочность. – 1962. – № 8. – С. 200-211.
5. Бидерман В.Л., Сухова Н.А. Расчёт цилиндрических и прямоугольных длинных резиновых амортизаторов сжатия // Расчёты на прочность. – 1968. – № 13. – С. 55-72.
6. Решение задачи о сжатии вязкоупругого цилиндра методом Ритца / Дырда В.И., Гончаренко А.В., Жарко Л.И. // Геотехническая механика: Межвед. сб. научн. тр. – 2010. – Вып. 86. – С. 113-124.
7. Вибросейсмозащита машин и сооружений с помощью резиновых блоков / А.Ф. Булат, В.И. Дырда, Ю.И. Немчинов, Н.И. Лисица, Н.Н. Лисица, Н.В. Тымко // Геотехническая механика: Межвед. сб. научн. тр. / ИГТМ НАН Украины. – Днепропетровск, 2010. – Вып. 85. – С. 128-132.
8. Применение β-метода для расчёта резинометаллических виброемблотов / Дырда В.И., Твердохлеб Т.Е., Лисица Н.И., Лисица Н.Н. // Геотехническая механика: Межвед. сб. научн. тр. – 2010. – Вып. 86. – С. 144-158.
9. Обосновать параметры, разработать конструкцию, изготовить и испытать в лабораторных условиях виброзащитные опоры для сейсмозащиты многоэтажного дома (г. Ялта): Информационный отчет о НИР ИГТМ НАН Украины; рук. Дырда В.И., исполн. Лисица Н.И. [и др.]. – Днепропетровск, 2008. – 44 с. – Инв. № 6875.
10. Дырда В.И. Обоснование и выбор параметров резинометаллических сейсмоопор / В.И. Дырда, Н.И. Лисица, Н.Г. Марьянков и др. // Геотехническая механика. – 2009. – Вып. 84. – С. 17-23.
11. Киричевский В.В. Метод конечных элементов в механике эластомеров: [монография] / В.В. Киричевский. К.: Наук. думка, 2002. – 655 с.
12. Дырда В.И. Аналитические и численные методы расчёта резиновых изделий / В.И. Дырда, С.Н. Гребенюк, С.И. Гоменюк. – Днепропетровск-Запорожье: Запорожский национальный университет, 2012. – 370 с.
13. Гребенюк С.Н. Повышение точности моментной схемы конечного элемента для слабосжимаемых материалов / С.Н. Гребенюк, А.А. Бова // Современные проблемы и пути их решения в науке, транспорте, производстве и образовании. – 2009. – Т. 22. – С. 55-64.

УДК 94.579: 378.4 (477.74)

Кобець А.С., Грицан Ю.І., Дирда В.І., Мареніченко В.І.

## СТАНОВЛЕННЯ ТА ФУНКЦІОНУВАННЯ СУЧАСНИХ НАУКОВИХ ШКІЛ

Організаційні форми наукових досліджень при переході від індивідуальних протягом ХІХ ст. до переважно групових протягом ХХ ст. привели до формування науково-дослідних груп та поняттю «наукова школа», яке стало структурно-функціональною одиницею науки та забезпечує отримання нового знання, виробляє за собою відновлення і розвитку пізнавального процесу, здійснює перевірку, систематизацію і розповсюдження його результатів.

Однак і на сьогодні це мало вивчене явище зі складним визначенням і привіділені школи слід дотримуватись визначених критеріїв. Незаперечно, що для наукової школи необхідна наявність лідера з творчим потенціалом, певними особистісними якостями, а також учнями та послідовниками, що беруть участь в реалізації ідей.

Авторитет лідера визначається внеском у науку, досвідом, культурою, ерудицією, здатністю прийняти оптимальне рішення у визначенні напрямку досліджень людськими якостями, оскільки останній є мотиватором діяльності вчених наукової школи.



## АНАЛИЗ ДЕФОРМИРОВАНИЯ И ДОЛГОВЕЧНОСТИ ВИБРОИЗОЛЯТОРОВ

У статті розглянуті питання прогнозування довговічності еластомерних елементів конструкцій з урахуванням їх слабкої стисливості та в'язкопружності. Запропонований метод дозволяє отримати рішення циклічного деформування конструкцій і прогнозувати їх довговічність.

### DEFORMATION AND DURABILITY ANALYSIS OF VIBROINSULATORS

The problems of durability prediction of elastomeric elements of constructions with regard to their weak compressibility and viscoelasticity. The proposed method allows to obtain solutions of problems of cyclic deformation of constructions and predict their durability.

В настоящее время в машиностроении и строительстве достаточно часто возникают проблемы виброизоляции и сейсмоизоляции. Одним из наиболее перспективных методов демпфирования колебаний является использование виброизоляторов на основе эластомерных или композитных материалов. Исследованию вязкоупругих свойств резины, анализу деформирования и разрушения эластомерных элементов конструкций посвящено достаточно большое количество работ отечественных и зарубежных авторов [1-7]. Одной из особенностей деформирования эластомеров является их слабая сжимаемость [3]. В расчётах динамического деформирования следует учитывать эффекты демпфирования резиновых элементов конструкций. Наиболее эффективным для описания вязкоупругих свойств является применение уравнений Вольтерра. Аналитические решения таких уравнений в задачах о циклическом нагружении получены лишь для одномерного случая, что значительно ограничивает возможности получить надёжное решение для элементов конструкций, имеющих сложную форму. В этом случае наиболее приемлемым является применение численных методов решения задач в трёхмерной постановке, одним из которых является метод конечных элементов.

Целью работы является разработка метода решения задач динамического деформирования и определения долговечности вязкоупругих элементов конструкций.

Для анализа динамического деформирования эластомерных элементов конструкций в этих условиях следует учесть, что величина статической деформации значительно превышает амплитудные значения динамического деформирования. Для численного анализа напряжённо-деформированного состояния в этом случае можно использовать теорию деформации предварительно нагруженных тел [16, 17].

Вариационная формулировка задачи динамического нагружения упругого тела в этом случае имеет вид

$$\int_{t_1}^{t_2} \left\{ \iiint_V (\sigma_{ij}^0 + \sigma_{(0)ij}^0) \delta \varepsilon_{ij} dV - \delta \iiint_V \frac{1}{2} \rho \dot{u}_i \dot{u}_i dV - \right. \\ \left. - \iiint_V (P_{(0)j}^1 + P_j^1) \delta u_j dV - \iint_S (Q_{(0)j}^1 + Q_j^1) \delta u_j \right\} dt = 0 \quad (1)$$

$\sigma_{(0)ij}^0$  — начальные напряжения;

$P_{(0)j}^1, Q_{(0)j}^1$  — начальные значения массовых и поверхностных сил соответственно;

$P^i, Q^j$  – текущие значения массовых и поверхностных сил;

$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i} + u_{k,j}u_{k,i})$  – тензор деформаций.

При этом материал проявляет ярко выраженные вязкоупругие свойства, которые можно описать уравнениями Вольтерра

$$\sigma = E_0 \left[ \varepsilon - \int_0^t R(t-\tau) \varepsilon(\tau) d\tau \right], \quad (2)$$

где  $R(t-\tau)$  – ядро релаксации.

Для эластомеров чаще всего используется ядро Работнова.

Для учёта слабой сжимаемости эластомеров используются различные подходы. В качестве моделей поведения эластомера могут использоваться модифицированный материал Гука [3]

$$\sigma^y = \int_0^{\dot{\varepsilon}_y} 2\mu \left( G^{mi} \dot{G}^{nj} - \frac{1}{3} G^{mn} G^y d\varepsilon_{mn} - \int_0^{\dot{\varepsilon}_y} B(\sqrt{I_3(\dot{G}^x)} - 1) d\dot{G}^y \right), \quad (3)$$

материал Пенга-Ландела [12, 13]

$$\sigma^y = \sqrt{I_3} \left\{ \mu \left[ I_3^{4/3} g^y + \left[ -I_3^{-1/3} + \frac{4}{9}(I_3 - 1)(I_3 - 2) + \frac{2}{9}(I_3 - 1) \right] G^y \right] \frac{1}{2} B(I_3 - 1) G^y \right\}, \quad (4)$$

материал Линдли [13]

$$\sigma^y = I_3^{-1/2} \left[ \mu (g^y - I_3 G^y) + \frac{Bc}{2} I_3 (I_3 - 1) G^y \right]. \quad (5)$$

Заменяем объёмный модуль и модуль сдвига интегральными операторами Вольтерра [3]

$$\mu\varphi = \mu \left[ \varphi(t) - \int_{-\infty}^t R_\mu(t-\tau) \varphi(\tau) d\tau \right], \quad B\varphi = B \left[ \varphi(t) - \int_{-\infty}^t R_b(t-\tau) \varphi(\tau) d\tau \right], \quad (6)$$

где  $R_\mu, R_b$  – разностные ядра сдвиговой и объёмной релаксации.

После подстановки (6) в (3)-(5) и получаем физически и геометрически нелинейные законы состояния эластомеров. Причём во всех случаях можно выделить линейную составляющую, совпадающую с обобщённым законом Гука.

Построение разрешающих уравнений метода конечных элементов для трёхмерной задачи строится на основе использования интерполяционных функций формы для описания полей перемещений, скоростей и ускорений

$$(u : \dot{u} : \ddot{u})_k = \sum_{s=1}^8 N_{(s)} (u : \dot{u} : \ddot{u})_k^{(s)}, \quad (7)$$

где  $N_{(s)}$  – степенные функции формы для  $s$ -го узла конечного элемента;

$(u : \dot{u} : \ddot{u})_k^{(s)}$  – векторы перемещений, скоростей и ускорений  $s$ -го узла конечного элемента по  $k$  направлению в базисной системе координат.

Для обеспечения высокой точности и эффективности процесса решения широкого класса задач иногда целесообразно повысить степень аппроксимирующих функций.

В линейном случае уравнение движения можно записать в виде системы дифференциальных уравнений

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = f(t), \quad (8)$$

где  $M$  – матрица масс;  
 $C$  – матрица демпфирования;  
 $K$  – матрица жёсткости;  
 $f(t)$  – вектор узловых сил.

Для определения компонента матрицы жёсткости вариацию потенциальной энергии деформации можно записать в виде

$$\delta\Pi = \int_V \sigma^y \varepsilon_y dv, \quad (9)$$

где  $\sigma^y = 2\mu g^k g^k \varepsilon_y + \lambda \theta g^y$ .

Используя тройную аппроксимацию полей перемещений, деформаций и функции изменения объёма [3] получаем матрицу жёсткости конечного элемента, моделирующего процесс деформирования слабосжимаемого эластомера

$$\delta\Pi = \delta\{u_s\}^T \{N\} [D_y^T]^T [C^{(y)}] [D_y^T] \{N\}^T \{u_t\} + \delta\{u_s\}^T \{N\} [D_\theta^T]^T [C^\theta] [D_\theta^T] \{N\}^T \{u_t\} = \delta\{u_s\}^T [K] \{u_t\}, \quad (10)$$

где  $[C^{(y)}], [C^\theta]$  – матрицы упругих констант;

$[D]$  – оператор дифференцирования;

$\{u_t\}$  – вектор узловых перемещений.

Матрицу масс вычисляем по формуле

$$M = \int_V \{N\} \rho \{N\}^T dv. \quad (11)$$

Определение матрицы демпфирования с помощью матриц, описывающих свойства конечных элементов не представляется возможным. Поэтому чаще всего её приближённо вычисляют в виде линейной комбинации матриц жёсткости и масс.

Для системы конечных элементов при отсутствии демпфирования решение можно представить в виде разложения по собственным векторам. Из решения общей проблемы собственных значений необходимо определить частоты и формы собственных колебаний

$$K\varphi = \omega^2 M\varphi. \quad (12)$$

Поскольку собственные векторы  $M$  – ортогональны после умножения на матрицу  $\Phi$ , составленную из собственных векторов-столбцов получаем систему уравнений равновесия

$$\ddot{u} + \Phi^T C \Phi \dot{u} + \Omega^2 u = \Phi^T f(t), \quad (13)$$

где  $\Omega^2$  – диагональная матрица, состоящая из  $\omega^2$ .

Полагая, что демпфирование пропорционально скорости получаем

$$\varphi_i^T C \varphi_j = 2\omega_i h_i \delta_{ij}, \quad (14)$$

где  $h_i$  – коэффициент демпфирования соответствующей формы колебаний;

$\delta_{ij}$  – символ Кронекера.

Если известны  $n$  коэффициентов демпфирования соответствующих форм собственных колебаний, матрицу демпфирования можно приближённо вычислить по формуле [8]

$$C = M \sum_{i=0}^{n-1} a_i (M^{-1}K)^i, \quad (15)$$

где коэффициенты  $a_i$  определяются из решения уравнений

$$h_i = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (a_{k-1} \omega_i^{2k-3}). \quad (16)$$

Для  $n=2$  выражение (15) приводится к формуле релейевского демпфирования.

Для прямого интегрирования уравнений динамического деформирования чаще всего используется метод Ньюмарка, согласно которому векторы перемещений, скоростей и ускорений на концах временного отрезка  $[t; t + \Delta t]$  связаны соотношениями

$$\begin{aligned} \dot{u}_{t+\Delta t} &= \dot{u}_t + [(1-\delta)\ddot{u}_t + \delta\ddot{u}_{t+\Delta t}] \Delta t, \\ u_{t+\Delta t} &= u_t + \dot{u}_t \Delta t + \left[ \left( \frac{1}{2} - \alpha \right) \ddot{u}_t + \alpha \ddot{u}_{t+\Delta t} \right] \Delta t^2, \end{aligned} \quad (17)$$

где  $\delta \geq 0,5$ ,  $\alpha \geq 0,25(0,5 + \delta)^2$  – условия, при которых рассматриваемая схема интегрирования устойчива.

Выражая из (17) скорость и ускорение в конечный момент времени  $t + \Delta t$  получаем рекуррентное соотношение относительно перемещений в этот момент времени

$$\begin{aligned} Mb_1 u_{t+\Delta t} + Cb_2 u_{t+\Delta t} + Gu_{t+\Delta t} &= f(t + \Delta t) + M(b_1 u_t + b_2 \dot{u}_t + b_3 \ddot{u}_t) + \\ &+ C(b_4 b_5 u_t + (b_2 b_5 - 1) \dot{u}_t + (b_3 b_5 - b_4) \ddot{u}_t), \end{aligned} \quad (18)$$

$$\text{где } b_1 = \frac{1}{\alpha \Delta t^2}, b_2 = \frac{1}{\alpha \Delta t}, b_3 = \frac{1}{2\alpha} - 1, b_4 = \Delta t(1 - \delta), b_5 = \delta \Delta t.$$

Определив перемещения на конце временного интервала можно определить скорости и ускорения в этот же момент времени

$$\begin{aligned} \ddot{u}_{t+\Delta t} &= b_1(u_{t+\Delta t} - u_t) - b_2 \dot{u}_t - b_3 \ddot{u}_t, \\ \dot{u}_{t+\Delta t} &= \dot{u}_t + b_4 \ddot{u}_t + b_5 \ddot{u}_{t+\Delta t}. \end{aligned} \quad (19)$$

Рассмотрим деформирование цилиндрического сплошного резинометаллического амортизатора. Условия нагружения:  $u_2 = u_0 \sin \omega t$ . Параметры амортизатора:  $R = 0,1$  м,  $H = 0,8R$ ,  $\rho = 1200$  кг/м<sup>3</sup>,  $G = 0,78$  МПа. Реологические параметры материала  $\alpha = -0,6$ ,  $\beta = 0,91$ ,  $\lambda = 0,35$ . Результаты расчёта в безразмерных величинах приведены в табл. 1.

Таблица 1 – Зависимость амплитуды перемещений среднего слоя от частоты нагружения

$\Omega = \omega R \sqrt{\rho/G}$	6,324	7,115	10,276	12,648
$u/H$	0,031	0,125	0,028	0,034

Одним из подходов при прогнозировании долговечности эластомерных элементов конструкций является использование энергетического критерия [21]

$$\Delta U_p^* = \int_0^{\dot{\epsilon}} (\sigma^0 \dot{\epsilon}_0 + \dot{\chi} - \dot{q}) dt, \quad (20)$$

где  $\Delta U_p^*$  – предельное (критическое) значение плотности энергии, идущей на разрушение резины;  
 $\dot{q}$  – тепловой поток;  
 $\dot{\chi}$  – энергия внешней агрессивной среды;

$t^* = \frac{2\pi}{\omega} N^*$  – время до локального разрушения;

$N^*$  – число циклов до локального разрушения.

При циклических колебаниях температура диссипативного разогрева является установившейся. Пренебрегая действием агрессивной среды, получим соотношения для локальной долговечности

$$N^* = \frac{\Delta U_p^*}{\frac{1}{2} \sigma^0 \epsilon_0 \psi \eta_p}, \quad (21)$$

где  $\psi$  – коэффициент диссипации энергии;

$\eta_p$  – коэффициент расхода диссипированной энергии на разрушение.

Если параметры материала зависят от времени нагружения, т.е. материалу присуще существенное старение, то выражение (4) имеет вид

$$N^* = \frac{\Delta U_p^*}{\int_0^{\dot{\epsilon}} \frac{1}{2} C^{(0)}(t) \epsilon_0 \epsilon_0 \psi(t) \eta_p dt} \quad (22)$$

На основании экспериментальных данных [6] функциональная зависимость от времени для условно-равновесного и динамического модулей упругости, определяющих вид упругих констант  $C^{(0)}$ , а также коэффициента поглощения имеют вид

$$E_\infty = E_\infty^k + (E_\infty^0 - E_\infty^k) e^{(-k, t)}, \quad (23)$$

$$E_0 = E_0^k + (E_0^0 - E_0^k) e^{(-k, t)}, \quad (24)$$

$$\psi = \psi_0 - k_\psi t. \quad (25)$$

После интегрирования получаем соотношения для локальной долговечности для линейного растяжения

$$E_0^k \psi_0 t^* - 0,5 E_0^k k_\psi t^{*2} = \frac{4\pi}{\epsilon^2 \omega \eta_p} \Delta U_p^*. \quad (26)$$

В общем случае решение уравнения (22) для локальной области виброизолятора сопряжено с трудоёмкой процедурой, что, в свою очередь, требует привлечения численных методов решения, например, метода конечных элементов.

Циклическое деформирование слабосжимаемых эластомеров при наличии диссипативного разогрева можно описать в квазистатической постановке в виде уравнения Био и уравнения теплопроводности

$$\iiint_V \delta F dv - \iiint_V \bar{P} \delta \bar{u} dv - \iint_S \bar{Q} \delta \bar{u} ds = 0, \quad (27)$$

$$\iiint_V c_\epsilon (T - T_0) \delta T dv + \iiint_V \beta_{ij} (T - T_0) \delta \epsilon_{ij} dv = \iiint_V \lambda_{ij} T \delta T_j dv + \iiint_V w_0 \delta T dv + \iint_S [q + h(T - \theta)] \delta T ds, \quad (28)$$

где  $F$  – свободная энергия;

$\bar{P}$ ,  $\bar{Q}$  – векторы объёмных и поверхностных нагрузок;

$\bar{u}$  – вектор перемещений;

$c_\epsilon$  – теплоёмкость при постоянной деформации;

$\beta_{ij}$  – компоненты тензора изотермических упругих постоянных, определяющих взаимное влияние температурного поля и поля деформаций;

$\lambda_{ij}$  – компоненты тензора теплопроводности;

$w_0$  – плотность внутренних источников теплообразования;  
 $h$  – коэффициент теплообмена;  
 $\theta$  – температура окружающей среды.

Заменим модуль  $B$  и модуль сдвига операторами Вольтерра для материала Гука и запишем вариацию свободной энергии для слабосжимаемого вязкоупругого материала Гука

$$\begin{aligned} \delta F = & \iiint_V \left\{ 2\mu \left[ \varepsilon_{mn} g^{mj} g^{nj} - \frac{1}{3} \theta g^j \right] - \int_{-\infty}^t R_a(t-\tau) \left( \varepsilon_{mn} g^{mj} g^{nj} - \frac{1}{3} \theta g^j \right) d\tau \right\} + \\ & + B \left[ (\sqrt{I_3} - 1) g^j - \int_{-\infty}^t R_b(t-\tau) (\sqrt{I_3} - 1) g^j d\tau \right] \delta \varepsilon_j - B [3\alpha_T (T - T_0) - \\ & - 3 \int_{-\infty}^t R_b(T - T_0) \alpha_T (T - T_0) d\tau] \delta \varepsilon_j \} dv. \end{aligned} \quad (29)$$

Аналогично можно записать вариацию свободной энергии для материалов Пенга-Ландела и Линдли.

В конечноэлементной формулировке задача определения напряженно-деформированного состояния сводится к нелинейной системе уравнений, для решения которой используется модифицированный метод Ньютона - Канторовича

$$Ku^{i+1} = -N(u^i) - P_k,$$

где  $K$  – матрица жёсткости конструкции;  
 $N(u^i)$  – оператор нелинейных добавок, обусловленных геометрической и физической нелинейностью материала;  
 $P_k$  – вектор нагрузок на  $k$ -м шаге нагружения.

**Пример.** Рассмотрим прогнозирование долговечности цилиндрического виброизолятора типа ВРМ903М из резины 2959 при следующих параметрах:  $\psi_0 = 0,31$ ;  $\eta_0 = 0,52$ ;  $E_a^* = 8,16$  МПа;  $E_b^* = 4,8$  МПа;  $k_{\psi} = 0,083 \cdot 10^{-8} \text{ с}^{-1}$ ;  $\Delta U_p^* = 0,6 \cdot 10^{12} \text{ Дж/м}^3$ ;  $\varepsilon = 0,3 \cdot 10^{-6}$  м, параметры ядра Работнова  $\alpha = -0,6$ ,  $\beta = 1,06$ . Размеры эластомерного элемента:  $D = 180$  мм,  $H = 100$  мм. Частота нагружения – 14 Гц.

Долговечность составила  $N^* = 9,1 \cdot 10^3$  циклов.

Такая долговечность не противоречит ранее полученным экспериментальным данным для резины 2959 [11].

**Выводы.** Получены соотношения для анализа напряженно-деформированного состояния нелинейных слабосжимаемых вязкоупругих эластомерных элементов конструкции в условиях длительного циклического нагружения.

Разработан метод определения долговечности эластомерных виброизоляторов с учётом нелинейности их деформирования и физико-механических свойств.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Потураев В.Н. Прикладная механика резины / В.Н. Потураев, В.И. Дырда, И.И. Круш. – К.: Наук. думка, 1980. – 260 с.
2. Дырда В.И. Прочность и разрушение эластомерных конструкций / В.И. Дырда. – К.: Наук. думка, 1988. – 232 с.
3. Киричевский В.В. Нелинейные задачи термомеханики конструкций из слабосжимаемых эластомеров / В.В. Киричевский, А.С. Сахаров. – К.: Будівельник, 1992. – 216 с.
4. Бартенев Г.М. Прочность и разрушение высокоэластичных материалов / Г.М. Бартенев, Ю.С. Зуев. – М.: ХИМия, 1964. – 387 с.
5. Mooney M.A. Theory of Large Elastic Deformation / M.A. Mooney // J. Appl. Phys. – 1940. – N 11. – Pp. 582-592.
6. Дырда В.И. Определение реологических параметров эластомерных материалов / В.И. Дырда, Ю.Г. Козуб, А.С. Кобец, А.П. Науменко, Т.Е. Твердохлеб, А.А. Яценко // Геотехническая механика: Межвед. сб. научн. тр. – 2007. – Вып. 70. – С. 56-88.

7. Лавендел Э.Э. Прикладные методы расчёта изделий из высокоэластичных материалов / Э.Э. Лавендел. – Рига: Зинатне, 1980. – 238 с.
8. Бате К. Численные методы анализа и метод конечных элементов / К. Бате, Е. Вилсон. – М.: Стройиздат, 1982. – 470 с.
9. Васидзу К. Вариационные методы в теории упругости и пластичности / К. Васидзу. – М.: Мир, 1987. – 542 с.
10. Дожняк Б.М. Расчёт предварительно напряженных конструкций из эластомеров / Б.М. Дожняк, Ю.Г. Козуб // Материалы XIII Симпозиума «Проблемы шин и резинокордных композитов». – 14-18 октября 2002 г. – М.: НИИ шинной промышленности, 2002. – С. 119-123.
11. Дырда В.И. Механика деформирования и разрушения упруго-наследственных сред / В.И. Дырда, А.С. Кобец, А.А. Демидов. – Днепрпетровск: Герда, 2009. – 584 с.
12. Peng R.W. Stored energy function and compressibility of compressible rubber-like materials under large strains / R.W. Peng, R.F. Landel // J. Appl. Phys. – 1975. – V. 46, N 6. – Pp. 2599-2604.
13. Адамов А.А. К выбору функционала для описания поведения вязкоупругого материала при конечных деформациях / А.А. Адамов // Научн. тр. Кубан. гос. ун-та. – 1980. – Т. 3: Механика эластомеров. – С. 13-25.

УДК 628.517.4:621.752

Новикова А.В.

## ВИБРОИЗОЛЯЦИЯ ТЯЖЕЛЫХ ОКОМКОВАТЕЛЕЙ-СМЕСИТЕЛЕЙ С ПОМОЩЬЮ РЕЗИНОВЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Розглядається віброізоляція важких технологічних машин за допомогою гумових елементів.

### VIBROINSULATION OF HEAVY PELLETIZER-MIXERS BY RUBBER ELEMENTS

Vibroinsulation of heavy technological machines by rubber elements is considered.

#### 1 Введение

Барабанные смесители и окомкователи – широко распространённые машины, применяемые для смешивания и окомкования руд черных и цветных металлов, в химической промышленности, а также в других областях. Их преимущества перед другими конструкциями заключается в более высокой производительности, относительной простоте и высоком качестве смешивания и окомкования.

Работа барабанных смесителей и окомкователей аглофабрик приводит к значительным вибрациям, источниками которых являются процесс перемешивания шихты, а также неравномерный износ и неуравновешенность узлов и деталей. Это способствует разрушению перекрытий и стен зданий аглокорпусов; снижает качество смешивания и окомкования, ограничивает интенсификацию технологического процесса. Вибрации сопровождаются также шумом, превышающим санитарные нормы и вредно действующим на обслуживающий персонал.

Ниже предлагается следующая система виброизоляции: предполагается установить барабан с приводом, кроме очистного устройства и установки для увлажнения шихты, на общую раму. Между рамой и перекрытием устанавливаются опорные виброизоляторы. Такая конструкция отличается простотой и экономичностью; она будет иметь достаточный срок службы, позволит снизить параметры вибраций до допустимых норм и параметры шума до санитарных норм; будет создана возможность замены виброизоляторов при кратковременных остановках.

Целью данной статьи является исследование динамики таких машин и разработка системы виброизоляции для уменьшения производственной вибрации.

#### 2 Основная часть и метод решения

##### 2.1 Математическая модель на основе интегральных соотношений Вольтерра

Применительно к рассматриваемой схеме окомкователя (одномассная система) уравнение колебаний записывается как [1]: