

Міністерство освіти і науки України
Державний заклад
„Луганський національний університет
імені Тараса Шевченка”

А. В. Жучок

ВЕКТОРНІ ПРОСТОРИ

*Навчально-методичний посібник
для студентів фізико-математичних
факультетів вищих навчальних закладів*

Луганськ
ДЗ „ЛНУ імені Тараса Шевченка”
2014

УДК 512.642(076)

ББК 22.143р3

Ж94

Рецензенти :

Бондаренко В. М. – доктор фізико-математичних наук, професор, провідний науковий співробітник відділу алгебри Інституту математики НАН України.

Кириченко В. В. – доктор фізико-математичних наук, професор, в. о. завідувача кафедри геометрії Київського національного університету імені Тараса Шевченка.

Семко М. М. – доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри вищої математики Національного університету податкової служби України, м. Ірпінь.

Жучок А. В.

Ж94 Векторні простори : навч.-метод. посіб. / А. В. Жучок ; Держ. закл. „Луган. нац. ун-т імені Тараса Шевченка”. – Луганськ : Вид-во ДЗ „ЛНУ імені Тараса Шевченка”, 2014. – 172 с.

У посібнику викладається навчальний матеріал з дисципліни „Лінійна алгебра” за модулем „Векторні простори”. Посібник складається з дев’яти тем, кожна з яких містить необхідний теоретичний матеріал, приклади розв’язування типових задач та задачі для самостійної роботи. Наприкінці кожного змістовного модуля наводяться теоретичні питання та практичні завдання до модульної контрольної роботи.

Для студентів фізико-математичних факультетів вищих навчальних закладів.

УДК 512.642(076)

ББК 22.143р3

*Рекомендовано до друку Вченою радою
Луганського національного університету імені Тараса Шевченка
(протокол № 5 від 27 грудня 2013 року)*

© Жучок А. В., 2014

© ДЗ „ЛНУ імені Тараса Шевченка”, 2014

ЗМІСТ

Вступ	4
Структура курсу за темами	6
Змістовний модуль 1	8
Тема 1. Векторні простори. Підпростори	8
Тема 2. Розмірність і базис	26
Тема 3. Координати. Ізоморфізм векторних просторів	40
Тема 4. Перетин і сума підпросторів	61
Теоретичні запитання та практичні завдання до змістовного модуля 1	75
Змістовний модуль 2	77
Тема 5. Лінійні відображення векторних просторів	77
Тема 6. Інваріантні підпростори та власні вектори	98
Тема 7. Лінійний многовид	111
Тема 8. Евклідові векторні простори	127
Тема 9. Ортогональні доповнення підпростору	150
Теоретичні запитання та практичні завдання до змістовного модуля 2	160
Список використаної літератури	163
Предметний покажчик	165

Жучок А. В. Векторні простори. – Навчально-методичний посібник.

Посібник адресований студентам вищих навчальних закладів спеціальності „Математика” для вивчення у I семестрі модуля „Векторні простори” з навчальної дисципліни „Лінійна алгебра”, яка є складовою циклу професійної підготовки фахівців освітньо-кваліфікаційного рівня „бакалавр”.

Мета посібника – ознайомити студентів із сучасними методами теорії векторних просторів, її теоретичними положеннями та основними застосуваннями в різних задачах математики й суміжних дисциплін; навчити студентів самостійно розв’язувати задачі заданого напрямку.

При вивченні модуля „Векторні простори” студент повинен оволодіти основними поняттями теорії векторних просторів, зокрема такими, як векторний простір, лінійна залежність та незалежність векторів, розмірність та базис векторного простору, ізоморфізм, перетин, сума, пряма сума просторів, лінійні відображення векторних просторів, інваріантні підпростори та власні вектори, евклідові векторні простори, ортогональні доповнення підпростору. Студент повинен уміти перевіряти, чи буде множина з заданими операціями утворювати векторний простір, знаходити розмірність та базис векторного простору, доводити ізоморфізм векторних просторів, перевіряти лінійність відображень векторних просторів тощо.

Навчальний посібник складається з дев’яти тем. Кожна тема містить основні поняття і твердження, які використовуються при розв’язуванні завдань. Далі розгляда-

ються приклади розв'язання типових задач та пропонуються задачі для самостійної роботи. У кінці кожного змістовного модуля наведено перелік теоретичних питань та практичних завдань до контрольної модульної роботи. Посібник містить посилання на літературні джерела, у яких можна знайти потрібний теоретичний матеріал.

Ключові слова: векторний простір, лінійна залежність, розмірність, базис, ізоморфізм, лінійні відображення, інваріантні підпростори, власні вектори, евклідові векторні простори, ортогональні доповнення підпростору.

Жучок А. В. Векторные пространства. – Учебно-методическое пособие.

Пособие адресовано студентам высших учебных заведений специальности „Математика” для изучения в I семестре модуля „Векторные пространства” по дисциплине „Линейная алгебра”, которая является составной цикла профессиональной подготовки специалистов образовательно-квалификационного уровня „бакалавр”.

Цель пособия – ознакомить студентов с современными методами теории векторных пространств, ее теоретическими положениями и основными приложениями в различных задачах математики и смежных дисциплин; научить студентов самостоятельно решать задачи заданного направления.

При изучении модуля „Векторные пространства” студент должен овладеть основными понятиями теории векторных пространств, в частности такими, как векторное пространство, линейная зависимость и независимость векторов, размерность и базис векторного пространства,

изоморфизм, пересечение, сумма, прямая сумма пространств, линейные отображения векторных пространств, инвариантные подпространства и собственные векторы, евклидовы векторные пространства, ортогональные дополнения подпространства. Студент должен уметь проверять: будет ли множество с заданными операциями образовывать векторное пространство, находить размерность и базис векторного пространства, доказывать изоморфизм векторных пространств, проверять линейность отображений векторных пространств и т.д.

Учебное пособие состоит из девяти тем. Каждая тема содержит основные понятия и утверждения, которые используются при решении задач. Далее рассматриваются примеры решения типовых задач и предлагаются задачи для самостоятельной работы. В конце каждого содержательного модуля приведен перечень теоретических вопросов и практических задач для контрольной модульной работы. Пособие содержит ссылки на литературные источники, в которых можно найти нужный теоретический материал.

Ключевые слова: векторное пространство, линейная зависимость, размерность, базис, изоморфизм, линейные отображения, инвариантные подпространства, собственные векторы, евклидовы векторные пространства, ортогональные дополнения подпространства.

Zhuchok A. V. Vector spaces. – Teaching manual.

The manual is addressed to university students of the specialty „Mathematics” for the study in the 1st semester a module „Vector spaces” of the course „Linear Algebra” that is a constituent of professional training of Bachelors.

The aim of the teaching manual is to acquaint students

with modern methods of vector spaces theory, its theoretical principles and the main applications in various problems of mathematics and related disciplines; to teach students to solve problems on the given direction.

During the study of the module „Vector spaces” students have to acquire the basic concepts of vector spaces theory, in particular such as a vector space, linear dependence and independence of vectors, basis and dimension of a vector space, isomorphism, intersection, sum, direct sum of spaces, linear transformations of vector spaces, invariant subspaces and eigenvectors, Euclidean vector spaces, orthogonal complements of a subspace. The students have to be able to check whether the set with the set operations forms a vector space, to find a dimension and a basis of the vector space, to prove the isomorphism between vector spaces, to verify the linearity of mappings of vector spaces, etc.

The manual consists of nine chapters. Each chapter contains the basic concepts and statements that are used for solving problems. Further, we consider examples of typical problems and suggest tasks for independent work. At the end of each meaningful module, there is a list of theoretical questions and practical tasks for a module test. The manual contains references to literary sources, where one can find the necessary theoretical material.

Key words: vector space, linear dependence, dimension, basis, isomorphism, linear mappings, invariant subspaces, eigenvectors, Euclidean vector spaces, orthogonal complements of a subspace.

Навчально-методичне видання

ЖУЧОК Анатолій Володимирович

ВЕКТОРНІ ПРОСТОРИ

*Навчально-методичний посібник
для студентів фізико-математичних
факультетів вищих навчальних закладів*

За редакцією автора
Коректор – Г. В. Скринникова

Здано до склад. 27.11.2013 р. Підп. до друку 27.12.2013 р.
Формат 60×84 1/16. Папір офсет. Гарнітура Times New Roman.
Друк ризографічний. Ум. друк. арк. 10,00. Наклад 300 прим. Зам. № 18.

Видавець і виготовлювач
Видавництво Державного закладу
„Луганський національний університет імені Тараса Шевченка”
вул. Оборонна, 2, м. Луганськ, 91011. Тел./факс: (0642) 58-03-20.
e-mail: alma-mater@list.ru
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 3459 від 09.04.2009 р.