Матеріали І регіональної науково-практичної конференції
"Внесок молодих учених у розвиток науки регіону"

Міністерство освіти і науки України

Луганський національний педагогічний
університет імені Тараса Шевченка

НАУКОВА МОЛОДЬ

Збірник праць молодих учених

Луганський національний педагогічний університет імені Тараса Шевченка
Рада молодих учених

Том III
Природничо-географічні, математичні та технічні науки

Міністерство освіти і науки України
Луганський національний педагогічний університет
імені Тараса Шевченка

НАУКОВА МОЛОДЬ

Збірник праць молодих учених

*Матеріали I регіональної
науково-практичної конференції
"Внесок молодих учених
у розвиток науки регіону"*

**III том
Природничо-географічні,
математичні та технічні науки**

Луганськ
Знання
2005

ББК 20+30
Н 34

Н 34 **Наукова молодь:** Збірник праць молодих учених. Матер. I регіональної наук.-практ. конф. "Внесок молодих учених у розвиток науки регіону". — Луганськ: Знання, 2005. — Т.3. Природничо-географічні, математичні та технічні науки. — 144 с.

ISBN 966-8151-05-4

МАТЕРІАЛИ ДРУКУЮТЬСЯ МОВОЮ ОРИГІНАЛУ

Рекомендовано до друку на засіданні вченої ради Луганського національного педагогічного університету імені Тараса Шевченка (протокол №9 від 25.03.05)

ISBN 966-8151-05-4

ЗМІСТ

встречаются многосвязные данные. Если хранить информацию в реляционной базе данных, то запросы будут выполняться недостаточно быстро. Объектные базы имеют отличные перспективы в прикладных задачах САПР, CASE, геодезии, финансах, телекоммуникациях, оборонной промышленности.

Однако, для ведения делопроизводства необходимо использовать в базах данных поля строго определённого типа, кроме этого тех стандартных типов данных, используемых в реляционных базах данных достаточно для описания вводимой информации, а также исходя из того, что СУБД данного типа достаточно развиты и хорошо себя зарекомендовали на рынке ПО, поэтому для проектирования и создания программ удобнее использовать реляционные или объектно-реляционные базы данных.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Кузнецов С.Д.** Объектно-ориентированные базы данных — основные концепции, организация и управление (http://www.citforum.ru/database/articles); 2. **Кузнецов С.** Что было, то и теперь есть, и что будет, то уже было ... (http://www.inteltec.ru/publish/articles/objtech/kuznetsd.shtml); 3. **Харрингтон Дж.** Проектирование объектно-ориентированных баз данных. — М.: ДМК Пресс, 2001; 4. **Андреев А.М., Берёзкин Д.В., Кантонистов Ю.А.** Объектно-ориентированные базы данных: среда разработки программ плюс хранилище объектов; 5. **Рынок** систем документооборота и делопроизводства (http://www.cnews.ru).

УДК 519.21

О.Н. Ие

ЗАДАЧА РАЗЛИЧЕНИЯ АСИМПТОТИЧЕСКИ КРИТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОЙ АВТОРЕГРЕССИИ

Доказаны предельные теоремы для интеграла Хеллингера в задаче различения двух асимптотически критических процессов экспоненциальной авторегрессии. На основании этих теорем получены теоремы о больших уклонениях для логарифма соответствующего отношения правдоподобия. Доказаны теоремы об асимптотическом поведении вероятностей ошибок критериев Неймана-Пирсона.

Предельные теоремы о больших уклонениях играют важную роль в математической статистике, теории информации, теории массового обслуживания, статистической механике и других областях. Различают два типа теорем о больших уклонениях. Первый тип — это теоремы, дающие асимптотику логарифма вероятности уклонения, так называемые, "грубые" теоремы о больших уклонениях. Второй тип — это теоремы, дающие асимптотику самих вероятностей, так называемые, "точные" теоремы о больших уклонениях. Настоящая работа посвящена "грубым" теоремам о больших уклонениях для логарифма отношения правдоподобия и их применению к исследованию асимптотического поведения показателей качества критериев при различении простых гипотез для семейств статистических экспериментов. В данном случае мы имеем дело с семейством расширенных случайных величин, являющихся логарифмами отношения правдоподобия.

Пусть $\xi^n=(\xi_1,\xi_2,\dots,\xi_n)$, $n\ge 2$ — наблюдения процесса авторегрессии вида

$$\xi_i=\theta\xi_{i-1}+\varepsilon_i,\quad i=1,2,\dots,\tag{1}$$

где $\xi_0=0,\quad \theta\in(0,\infty)$ — неизвестный параметр, а $\varepsilon_1,\varepsilon_2,\dots,$ — независимые одинаково распределенные случайные величины, имеющие показательное распределение с плотностью $p(x)=e^{-x}$ при $x\ge 0$ и $p(x)=0$ при $x<0$. Обозначим через $\mathbf{P}_\theta^n$ меру, задающую распределение вектора ξ^n. Рассмотрим задачу проверки двух простых гипотез H^n и $\tilde{H}^n$ по наблюдению ξ^n, состоящих в том, что распределение наблюдения ξ^n задается мерами $\mathbf{P}_\theta^n$ и $\mathbf{P}_{\tilde\theta}^n$ соответственно, где $\theta\ne\tilde\theta$.

Логарифм плотности меры $\mathbf{P}_{\tilde\theta}^n$ относительно меры $\mathbf{P}_\theta^n$ имеет вид

$$\Lambda_n=\begin{cases}\left(\tilde\theta-\theta\right)\sum\limits_{i=1}^{n}\xi_{i-1}, & \textit{если}\ \ \xi_i>(\tilde\theta\vee\theta)\,\xi_{i-1}\ \textit{для всех}\ i=1,\dots,n.\\ -\infty, & \textit{если}\ \ \xi_i<(\tilde\theta\wedge\theta)\,\xi_{i-1}\ \textit{для всех}\ i=1,\dots,n\\ & \textit{или}\ \ \xi_i<\tilde\theta\xi_{i-1},\ \tilde\theta>\theta,\quad i=1,\dots,n\\ \infty, & \textit{если}\ \ \tilde\theta\,\xi_{i-1}<\xi_i<\theta\xi_{i-1},\ \tilde\theta<\theta,\ \textit{для всех}\ i=1,\dots,n\end{cases}$$

Пусть δ_n — критерий Неймана-Пирсона уровня $\alpha_n\in(0,1)$ для различения гипотез H^n и $\tilde{H}^n$ по наблюдениям ξ^n. Тогда [2]

$$\delta_n=\mathrm{I}(\Lambda_n>d_n)+q_n\mathrm{I}(\Lambda_n=d_n)\,,\tag{2}$$

где $\mathrm{I}(A)$ — индикатор множества A, а $d_n \in (-\infty, \infty)$ и $q_n \in [0, 1]$ — параметры критерия δ_n, определяемые из условия $\mathrm{E}_\theta^n \delta_n = \alpha_n$ (здесь E_θ^n — математическое ожидание по мере $\mathbf{P}_\theta^n$). Обозначим через β_n вероятность ошибки 2-го рода критерия δ_n.

Цель данной работы — установить зависимость между скоростями убывания вероятностей ошибок α_n и β_n при $n \to \infty$ для критерия Неймана-Пирсона в условиях справедливости теоремы о больших уклонениях для Λ_n как при гипотезе H^n, так и при гипотезе $\tilde{H}^n$. При этом будем использовать общую методику решения этой задачи, развитую в [4—7]. Ранее эта задача рассматривалась в случае, когда θ и $\tilde{\theta}$ не зависят от n [1]. Кроме того, в работе [1] рассмотрен случай, когда θ не зависит от n, а $\tilde{\theta} = \tilde{\theta}_n$ зависит от n, причем $\tilde{\theta}_n \to \theta$ при $n \to \infty$. В данной работе предполагаем, что $\theta = \theta_n$ и $\tilde{\theta} = \tilde{\theta}_n$ зависят от n, причем $\theta_n \to 1$ и $\tilde{\theta}_n \to 1$ при $n \to \infty$. Случай, когда для процесса экспоненциальной авторегрессии в (1) модуль параметра θ равен 1, является критическим, так как при $|\theta| < 1$ процесс является устойчивым (эргодическим), а при $|\theta| > 1$ — неустойчивым. Поэтому исследуемый в данной работе случай можно рассматривать как случай приближенно (асимптотически) критических процессов экспоненциальной авторегрессии.

В работе используются предельные теоремы теории вероятностей, методы общих статистических экспериментов и методы выпуклого анализа.

Введем интеграл Хеллингера $H_n(\varepsilon)$ порядка $\varepsilon \in (-\infty, \infty)$ для мер $\mathbf{P}_{\tilde{\theta}}^n$ и $\mathbf{P}_\theta^n$, полагая [2]

$$H_n(\varepsilon) = H(\varepsilon; \mathbf{P}_{\tilde{\theta}}^n, \mathbf{P}_\theta^n) = \int_0^\infty \ldots \int_0^\infty p_{\tilde{\theta}}^\varepsilon(x_1, \ldots, x_n)\, p_\theta^{1-\varepsilon}(x_1, \ldots, x_n)\, dx_1 \ldots dx_n. \tag{3}$$

Справедливо следующее представление для интеграла Хеллингера $H_n(\varepsilon)$ [1].

При $\tilde{\theta} > \theta$

$$H_n(\varepsilon) = \begin{cases} \prod_{i=0}^{n-2} \left\{ 1 + (1-\varepsilon)(\tilde{\theta} - \theta) \sum_{j=0}^{i} \tilde{\theta}^j \right\}^{-1}, & \text{если } 0 \le \varepsilon < \varepsilon_+^{(n)}, \\ \infty, & \text{если } \varepsilon \notin [0, \varepsilon_+^{(n)}), \end{cases} \tag{4}$$

а при $\tilde{\theta} < \theta$

$$H_n(\varepsilon) = \begin{cases} \prod_{i=0}^{n-2} \left\{ 1 + \varepsilon(\theta - \tilde{\theta}) \sum_{j=0}^{i} \theta^j \right\}^{-1}, & \text{если } \varepsilon_-^{(n)} < \varepsilon \le 1, \\ \infty, & \text{если } \varepsilon \notin (\varepsilon_-^{(n)}, 1]. \end{cases} \tag{5}$$

где

$$\varepsilon_-^{(n)} = -\left((\theta - \tilde{\theta}) \sum_{j=0}^{n-2} \theta^j \right)^{-1}, \qquad \varepsilon_+^{(n)} = 1 + \left((\tilde{\theta} - \theta) \sum_{j=0}^{n-2} \tilde{\theta}^j \right)^{-1}. \tag{6}$$

Считаем, что $\theta = \theta_n \to 1$ и $\tilde{\theta} = \tilde{\theta}_n \to 1$ при $n \to \infty$. Следующие теоремы дают условия существования предела

$$\lim_{n \to \infty} \psi_n^{-1} \ln \mathrm{H}_n(\varepsilon) = \kappa(\varepsilon) \tag{7}$$

при различных способах стремления $\theta_n \to 1$ и $\tilde{\theta}_n \to 1$ и дают вид функции $\kappa(\varepsilon)$ и нормировки ψ_n.

Теорема 1. Пусть $\theta_n = 1 - \Delta_n$, $\Delta_n > 0$ и $\tilde{\theta}_n = 1 - \tilde{\Delta}_n$, $\tilde{\Delta}_n > 0$.

1) Если θ_n и $\tilde{\theta}_n$ зависят от n так, чтобы $\tilde{\Delta}_n = c\Delta_n$, $0 < c < 1$, $\Delta_n \to 0$ и $n\Delta_n \to \infty$ при $n \to \infty$. Тогда для всех $\varepsilon \in (-\infty, +\infty)$ существует предел (7), где $\psi_n = n$ и $\kappa(\varepsilon) = -\ln\left(1 + (1-\varepsilon)\frac{(1-c)}{c}\right)$ при $\varepsilon \in \left[0, \frac{1}{1-c}\right)$ и $\kappa(\varepsilon) = \infty$ при $\varepsilon \notin \left[0, \frac{1}{1-c}\right)$.

2) Если θ_n и $\tilde{\theta}_n$ зависят от n так, чтобы $\Delta_n = c\tilde{\Delta}_n$, $0 < c < 1$, $\tilde{\Delta}_n \to 0$ и $n\tilde{\Delta}_n \to \infty$ при $n \to \infty$. Тогда для всех $\varepsilon \in (-\infty, +\infty)$ существует предел (7), где функция $\kappa(\varepsilon) = -\ln\left(1 + \varepsilon\frac{1-c}{c}\right)$ при $\varepsilon \in \left(-\frac{c}{1-c}, 1\right]$ и $\kappa(\varepsilon) = \infty$ при $\varepsilon \notin \left(-\frac{c}{1-c}, 1\right]$, а $\psi_n = n$.

Доказательство. Рассмотрим сначала случай, когда $\tilde{\Delta}_n = c\Delta_n$, $0 < c < 1$. Тогда для всех

$$\varepsilon \in \left[0,\ 1 + \left((\tilde{\theta}_n - \theta_n) \sum_{j=0}^{n-2} \tilde{\theta}_n^{\,j} \right)^{-1} \right) \text{ из (4)}$$

$$\ln H_n(\varepsilon) = -\sum_{i=0}^{n-2} \ln\left(1 + (1-\varepsilon)(1-c)\Delta_n \sum_{j=0}^{i} (1 - c\Delta_n)^j \right). \tag{8}$$

Так как

$$\sum_{j=0}^{i}(1-c\Delta_n)^j = \frac{1-(1-c\Delta_n)^{i+1}}{c\Delta_n},$$

тогда

$$\ln H_n(\varepsilon) = -\sum_{i=0}^{n-2}\ln\left(1+(1-\varepsilon)\frac{1-c}{c}\left(1-(1-c\Delta_n)^{i+1}\right)\right). \qquad (9)$$

Заметим, что для любого $\delta>0$ существует номер $n_0=n_0(\delta)$, такой что

$$e^{-c}(1-\delta) < (1-c\Delta_n)^{\frac{1}{\Delta_n}} < e^{-c}(1+\delta), \text{ для всех } n\ge n_0. \qquad (10)$$

Найдем оценку снизу и сверху для (9). Получаем

$$\sum_{i=1}^{n+1}\ln\left(1+(1-\varepsilon)\frac{1-c}{c}\left(1-(1-c\Delta_n)^i\right)\right) \ge$$
$$\ge \int_0^n \ln\left(1+(1-\varepsilon)\frac{1-c}{c}\left(1-(1-c\Delta_n)^x\right)\right)dx, \qquad (11)$$

$$\sum_{i=0}^{n}\ln\left(1+(1-\varepsilon)\frac{1-c}{c}\left(1-(1-c\Delta_n)^i\right)\right) \le \le \int_1^{n+1}\ln\left(1+(1-\varepsilon)\frac{1-c}{c}\left(1-(1-c\Delta_n)^x\right)\right)dx \qquad (12)$$

Обозначим через $A=(1-\varepsilon)\frac{1-c}{c}$. Используя (10), из (11) получаем

$$\int_0^n \ln\left(1+A-A(1-c\Delta_n)^x\right)dx > \int_0^n \ln\left(1+A-A(e^{-c}(1+\delta))^{x\Delta_n}\right)dx$$

Произведем замену $x\Delta_n=y$, тогда имеем

$$\int_0^n \ln\left(1+A-A(e^{-c}(1+\delta))^{x\Delta_n}\right)dx = \frac{1}{\Delta_n}\int_0^{n\Delta_n}\ln\left(1+A-A(e^{-c}(1+\delta))^y\right)dy.$$

Так как при $n\Delta_n\to\infty$ для каждого фиксированного $\varepsilon\in\left[0,\frac{1}{1-c}\right)$

$$\frac{1}{\Delta_n}\int_0^{n\Delta_n}\ln\left(1+A-A(e^{-c}(1+\delta))^y\right)dy =$$
$$= \frac{1+o(1)}{\Delta_n}n\Delta_n\ln(1+A) = n(1+o(1))\ln(1+A). \qquad (13)$$

Аналогичным образом получаем оценку сверху для (12)

$$\sum_{i=0}^{n}\ln\left(1+A-A(1-c\Delta_n)^i\right) \le \frac{1}{\Delta_n}\int_{\Delta_n}^{(n+1)\Delta_n}\ln\left(1+A-A(e^{-c}(1-\delta))^y\right)dy =$$
$$= n(1+o(1))\ln(1+A). \qquad (14)$$

Таким образом, из (13), (14), учитывая, что $\varepsilon_+^{(n)}\to\frac{1}{1-c}$ при $n\Delta_n\to\infty$, для всех $\varepsilon\in\left[0,\frac{1}{1-c}\right)$ получаем

$$\lim_{n\to\infty} n^{-1}\ln H_n(\varepsilon) = -\ln\left(1+(1-\varepsilon)\frac{(1-c)}{c}\right).$$

Случай, когда $\Delta_n=c\tilde{\Delta}_n$, $0<c<1$ рассматривается аналогично.

Доказательство следующей теоремы аналогично доказательству теоремы 1, поэтому приведем лишь формулировку теоремы.

Теорема 2. Пусть $\theta_n=1+\Delta_n$, $\tilde{\theta}_n=1+\tilde{\Delta}_n$.

1) Если $\tilde{\Delta}_n=c\Delta_n$, $\Delta_n>0$, $-1<c<1$ и $\Delta_n\to0$, $n\Delta_n\to\infty$ при $n\to\infty$. Тогда для всех $\varepsilon\in(-\infty,+\infty)$ существует предел (7), где $\psi_n=n$ и $\kappa(\varepsilon)=-\ln\left(1-\varepsilon(1-|c|)\right)$ при $\varepsilon\in(0,1]$ и $\kappa(\varepsilon)=\infty$ при $\varepsilon\notin(0,1]$.

2) Если $\Delta_n=c\tilde{\Delta}_n$, $\tilde{\Delta}_n>0$, $-1<c<1$ и $\tilde{\Delta}_n\to0$, $n\tilde{\Delta}_n\to\infty$ при $n\to\infty$. Тогда для всех $\varepsilon\in(-\infty,+\infty)$ существует предел (7), где функция $\kappa(\varepsilon)=-\ln\left(1-(1-\varepsilon)(1-|c|)\right)$ при $\varepsilon\in[0,1)$ и $\kappa(\varepsilon)=\infty$ при $\varepsilon\notin[0,1)$, а $\psi_n=n$.

Из теорем 1, 2 вытекает, что при всех $\varepsilon\in(-\infty,+\infty)$ существует предел (7), в котором функция $\kappa(\varepsilon)$ строго выпукла и дифференцируема на интервале $(\varepsilon_-,\varepsilon_+)$. Для формулировки следующих теорем введем обозначения

$$\gamma_-=\kappa'(\varepsilon_-+),\ \gamma_0=\kappa'(0),\ \gamma_1=\kappa'(1),\ \gamma_+=\kappa'(\varepsilon_+-),$$

где γ_0 определено лишь при $\tilde{\theta}_n<\theta_n$, а γ_1 — лишь при $\tilde{\theta}_n>\theta_n$.
$\Gamma_0=\gamma_0\mathrm{I}(\varepsilon_-<0)+\gamma_-\mathrm{I}(\varepsilon_-=0)$, $\Gamma_1=\gamma_1\mathrm{I}(\varepsilon_+>1)+\gamma_+\mathrm{I}(\varepsilon_+=1)$.

Определим через $I(\gamma)=\sup_{\varepsilon}(\varepsilon\gamma-\kappa(\varepsilon))$ преобразование Лежандра-Фенхеля функции $\kappa(\varepsilon)$ [3].

Учитывая результаты теоремы 1, получаем, что для каждого $\gamma\in(\gamma_-,\gamma_+)$ имеет место равенство

$$I(\gamma)=\gamma\varepsilon(\gamma)-\kappa(\varepsilon(\gamma)),$$

где $\varepsilon(\gamma)$ — единственное решение уравнения $\kappa'(\varepsilon)=\gamma$.

Теорема 3. Справедливы следующие соотношения:

1) для любого $\gamma\in(\Gamma_0,\gamma_+)$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\ln \mathrm{P}_\theta^n\left(\frac{\Lambda_n}{n}>\gamma\right)=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\ln \mathrm{P}_\theta^n\left(\frac{\Lambda_n}{n}\ge\gamma\right)=-I(\gamma);$$

2) если $\varepsilon_- < 0$, то для любого $\gamma \in (\gamma_-, \gamma_0)$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \ln \mathrm{P}_\theta^n\left(\frac{\Lambda_n}{n} < \gamma\right) = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \ln \mathrm{P}_\theta^n\left(\frac{\Lambda_n}{n} \le \gamma\right) = -I(\gamma).$$

Доказательство. Для доказательства достаточно заметить, что в силу теоремы 1 выполняется условие *(H)* из [7] и применить теорему 4.1 [7], где $\psi_n = n$.□

Пусть δ_n — критерий Неймана-Пирсона уровня $\alpha_n \in (0,1)$ для различения гипотез H^n и $\widetilde{H}^n$ по наблюдениям ξ^n процесса авторегрессии, определяемый равенством (2).

Следующая теорема устанавливает взаимосвязь между скоростями убывания уровня α_n и вероятностью ошибки 2-го рода критерия δ_n.

Теорема 4. Верны следующие утверждения:

для любого $a \in \big(I(\Gamma_0),\ I(\Gamma_1)\big)$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \ln \alpha_n = -a \iff \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \ln \beta_n = -b(a),$$

где $b(a) = a - \gamma(a) \in \big(I(\Gamma_1) - \Gamma_1,\ I(\Gamma_0) - \Gamma_0\big)$, а $\gamma(a)$ — единственное решение уравнения $I(\gamma) = a$ относительно $\gamma \in (\Gamma_0, \Gamma_1)$;

для любого $a \in [0,\ I(\Gamma_0)]$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \ln \alpha_n = -a \quad \Longrightarrow \quad \limsup_{n\to\infty} \frac{1}{n} \ln \beta_n \le \Gamma_0 - I(\Gamma_0),$$

а для любого $a \in [I(\Gamma_1),\ \infty)$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \ln \alpha_n = -a \quad \Longrightarrow \quad \liminf_{n\to\infty} \frac{1}{n} \ln \beta_n \ge \Gamma_1 - I(\Gamma_1);$$

для любого $b \in [0,\ I(\Gamma_1) - \Gamma_1]$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \ln \beta_n = -b \quad \Longrightarrow \quad \limsup_{n\to\infty} \frac{1}{n} \ln \alpha_n \le -I(\Gamma_1),$$

для любого $b \in [I(\Gamma_0) - \Gamma_0,\ \infty)$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \ln \beta_n = -b \quad \Longrightarrow \quad \liminf_{n\to\infty} \frac{1}{n} \ln \alpha_n \ge -I(\Gamma_0).$$

Доказательство этой теоремы аналогично доказательству теоремы 3.2 [3] и поэтому опускается.

Таким образом, в данной работе введен интеграл Хеллингера порядка ε для распределений $\mathrm{P}_{\tilde\theta}^n$ и P_θ^n, даны формулы для вычисления $H_n(\varepsilon)$ в случаях $\tilde\theta > \theta$ и $\tilde\theta < \theta$, полученные в работе [1]. Доказаны теоремы о поведении интеграла Хеллингера $H_n(\varepsilon)$ при $n \to \infty$ для различных способов стремления θ_n и $\tilde\theta_n$ к 1, на основании этих теорем по-

лучена теорема о больших уклонениях для Λ_n в задаче различения асимптотически критических процессов экспоненциальной авторегрессии. На основании теоремы о больших уклонениях доказана теорема о зависимости между скоростями убывания вероятностей ошибок α_n и β_n критерия Неймана-Пирсона.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ие О.Н., Линьков Ю.Н. Теоремы о больших уклонениях в задаче различения процессов экспоненциальной авторегрессии // Прикладна статистика. Актуарна та фінансова математика. — 2001. — №2. — С.68—79; **2. Линьков Ю.Н.** Асимптотические методы статистики случайных процессов. — К.: Наук. думка, 1993. — С.256; **3. Ліньков Ю.М.** Теореми про великі відхилення та їх застосування // Теорія ймовірностей та математична статистика. — 1997. — №57. — С.96—102; **4. Lin'kov Yu.N.** Large deviation theorems in the hypotheses testing problems // Exploring Stochastic Laws: Festschrift in Honour of the 70th Birthday of Academician V.S. Korolyuk (A.V. Skorokhod and Yu.V. Borovskikh, eds.), VSP, Utrecht. — 1995b. — P.263—273; **5. Lin'kov Yu.N.** Large deviation theorems for extended random variables and some applications // J. Math. Sci. — 1999. — 93, no.4. — P.563—573; **6. Lin'kov Yu.N.** Large deviation theorems for extended random variables in the hypotheses testing problems // Theory of Stochastic Processes. — 1999. — 5(21), no.3—4. — P.137—151; **7. Lin'kov Yu.N.** Large deviation theorems in asymptotical statistics // Theory of Stochastic Processes. — 1997. — 3(19), no.1—2. — P.259—269; **8. Рокафеллар Р.** Выпуклый анализ. — М.: Мир. — 1973.

УДК 621.919:621.98.011: 512.55(076)

А.В. Грушко, В.В. Кухарь,
О.А. Лаврентик, В.Н. Возненко

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ТРУБНОЙ ЗАГОТОВКИ ПРИ ПРОДОЛЬНОМ ИЗГИБЕ

На основе законов механики пластического деформирования с использованием феноменологических подходов предложена математическая модель, описывающая напряженно-деформированное состояние и формоизменение трубной заготовки при получении обводных патрубков продольным изгибом. При расчетах толщины стенки деформированной заготовки расхождение с экспериментальными данными составило 6%.