МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
ЛУГАНСКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ ЛУГАНСКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
ДОНЕЦКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ
«ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ТОЛЬЯТТИНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ТЕОРЕТИКО–МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ В СОВРЕМЕННЫХ УСЛОВИЯХ

Сборник материалов

IV Международной научно–практической конференции

(4-5 мая 2021 г., г. Луганск)

КНИТА
Луганск
2021

УДК 37.016:51(06)
ББК 22.1р3+74.262.21я5
Т 33

Рецензенты:

Малый В.В. – заведующий кафедрой прикладной математики Государственного образовательного учреждения высшего образования Луганской Народной Республики «Луганский государственный университет имени Владимира Даля», кандидат технических наук, доцент

Твердохлеб Л.В. – директор Государственного образовательного учреждения Луганской Народной Республики «Луганский экономико-правовой лицей-интернат» имени героев «Молодой гвардии», кандидат педагогических наук, доцент

Швыров В.В. – доцент кафедры информационных образовательных технологий и систем Государственного образовательного учреждения высшего образования Луганской Народной Республики «Луганский государственный педагогический университет», кандидат физико-математических наук, доцент

Т 33 **Теоретико-методологические аспекты преподавания математики в современных условиях :** сборник материалов IV Международной научно–практической конференции, 4-5 мая 2021 г., г. Луганск / Под общ. ред. С.В. Темниковой, О.В. Давыскибы; ГОУ ВО ЛНР «Луганский государственный педагогический университет». – Луганск : Книта, 2021. – 236 с.

В сборнике представлены статьи работников высших учебных заведений, академических и отраслевых научных организаций, сотрудников государственных и региональных организаций, ученых, педагогов, методистов, магистрантов и студентов, посвященные актуальным научным проблемам в сфере математического и педагогического образования в современных условиях.

Сборник трудов коллектива авторов предназначен для научного педагогического сообщества.

УДК 37.016:51(06)
ББК 22.1р3+74.262.21я5

Печатается по решению Научной комиссии
Луганского государственного педагогического университета
(протокол № 10 от 15.06.2021 г.)

СЕКЦИЯ 1
АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ПОДГОТОВКИ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ

СЕКЦИЯ 2
РОЛЬ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ В СИСТЕМЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

СЕКЦИЯ 3
АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ НАУКИ НА СОВРЕМЕННОМ ЭТАПЕ

СЕКЦИЯ 4
АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ МЕТОДИКИ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ В ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ УЧРЕЖДЕНИЯХ I–III УРОВНЕЙ АККРЕДИТАЦИИ

СЕКЦИЯ 5
НЕСТАНДАРТНЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

СЕКЦИЯ 6
ИННОВАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ПРЕПОДАВАНИИ МАТЕМАТИКИ

СЕКЦИЯ 1

АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ПОДГОТОВКИ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ

УДК 378.016:514.116

МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ПРЕПОДАВАНИЯ ТРИГОНОМЕТРИИ В ПРОЦЕССЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ

Жовтан Людмила Васильевна
кандидат педагогических наук, доцент,
доцент кафедры высшей математики и
методики преподавания математики
ГОУ ВО ЛНР «ЛГПУ»
e-mail: ludmila_zh@mail.ru

Аннотация. Статья посвящена преподаванию одного из наиболее сложных разделов математики – тригонометрии. Проанализировано состояние данной проблемы в школе, доказано негативное влияние данного процесса на профессиональную подготовку будущих учителей математики, определены пути решения данной проблемы, описаны методические аспекты преподавания данного раздела при реализации высшего педагогического образования.

Ключевые слова: тригонометрия, профессиональная подготовка, будущие учителя математики, методические аспекты.

Актуальность и постановка проблемы. Система математической подготовки будущих учителей математики включает множество различных курсов – как современных, так и классических. Одной из важнейших вех в процессе подготовки к профессиональной деятельности является изучение тригонометрии. Поскольку ее понятия отражают довольно широкую область человеческого бытия, разнообразные причинно-следственные связи, то изучение данного раздела математики не ограничивается рамками одного школьного предмета. Именно прочные знания по тригонометрии являются звеном огромной цепи понятий и имеют большое значение в реализации межпредметных связей [1].

К сожалению, тригонометрия уже несколько десятилетий не изучается в общеобразовательной школе как самостоятельный учебный предмет. И это – при том, что данный раздел содержит в себе темы, считающиеся «трудными» с точки зрения объективных признаков, закономерностей формирования и уровня сформированности знаний в системе математической подготовки школьников.

Данное противоречие приводит к декларативному усвоению знаний многими учащимися, а впоследствии и студентами. Именно формальный характер знаний, свойственный значительной части студентов, требует осмысливание ситуации и пересмотра методики преподавания тригонометрии. Особенно востребована данная проблема при подготовке будущих учителей математики, ведь для данной категории студентов ставится задача не только переформатирования и совершенствования знаний по тригонометрии, но и формирования у студентов устойчивых навыков преподавания данного раздела математики в школе.

Изложение основного материала. В настоящее время тригонометрию в школе изучают все меньше и меньше, в то время как задачи, содержащие тригонометрический материал, являются неотъемлемой частью ЕГЭ по математике, а также традиционно популярны на всевозможных олимпиадах и конкурсах. Также тригонометрия имеет широкое применение на практике, но в школьных учебниках об этом практически ничего не говорится. Ко всему этому курс переполнен формулами, которые учащиеся не запоминают, ввиду, как они считают, отсутствия надобности. Нынешнее отношение учащихся к тригонометрии вызвано непониманием ее роли в общечеловеческой культуре. Первичные тригонометрические знания их зачастую представлены фрагментарно, материал теряет свое общеобразовательное значение.

В связи с этим представляется интересным проанализировать существующее состояние преподавания тригонометрии в школе и вузе, вскрыть проблемы, возникающие в процессе ее изучения и наметить ориентиры их решения.

Отметим, что вопросу изучения тригонометрического материала в школе в научных публикациях уделено достаточно внимания. Различным аспектам проблемы посвящены работы А. Азевича, Н. Бескина, Б. Богачева, Н. Виленкина, Л. Домогацких, Г. Дорофеева, А. Дорофеевой, О. Захаровой, С. Игольниковой, Ю. Колягина, О. Кузьменко, В. Литвиненко, М. Лурье, Ю. Макарычева, А. Мордковича, С. Никольского, В. Опанасенко, А. Панчишкина, В. Пикана, В. Репьева, Н. Рыбкина, С. Сухановой, Н. Терешина и др. ученых и методистов. И это – при ограниченном количестве исследований, направленных на совершенствование методики преподавания тригонометрии в вузе.

Проведенный анализ современных школьных учебников, учебных пособий и программ по математике выявил, что тригонометрия как раздел математики, имеющий древнейшие корни, множественные внутрипредметные и межпредметные связи, имеющий достаточно обширный круг теории, не имеет единообразия в изучении и отличается недостаточной полнотой в рассмотрении. Выявлена диспропорция между большим объемом материала и относительно небольшим количеством часов, выделенных на его изучение. Кроме того, характерной особенностью при изучении тригонометрии является большая доля формализма, т.к. усвоение данного раздела базируется, в основном, на запоминании.

Разумеется, требуется переосмысливание программы по математике, а также корректировка материала, представленного в действующих учебниках. Но не меньшее значение имеет и изменение подходов к преподаванию тригонометрии как в школе, так и в вузе, в процессе профессиональной подготовки будущих учителей математики.

Ныне в литературе предлагается немало методик преподавания тригонометрии в школе:

– на основе деятельностного подхода и технологии дистантного обучения как способа развития математических способностей (С. Суханова);

– в условиях профильного обучения математике (О. Захарова) и др.

Но еще больший интерес, по нашему мнению, представляют методики преподавания тригонометрии будущим учителям математики.

Так, Н. Поповым [2] разработана методика на основе когнитивно-визуального подхода. По мнению автора, уже в процессе вузовской подготовки необходимо формировать у будущих учителей мыслительные схемы, которые бы стали основой профессионального педагогического мышления.

Интересен мультидисциплинарный подход при изучении тригонометрии, предложенный Г. Ельчаниновой и Р. Мельниковым [3]. Суть его состоит во включении на протяжении всего периода подготовки будущих учителей тригонометрического материала в различные математические дисциплины как базовой, так и вариативной частей учебного плана.

Проведенный анализ публикаций авторов по поводу преподавания тригонометрии в педагогических вузах, а также собственный опыт по данному вопросу позволяет утверждать, что возникающие у студентов проблемы имеют глубокие корни, зародившиеся еще в школе. Ведь то, что нынешние студенты не усвоили (или не в достаточной мере усвоили) еще на школьной скамье, в вузе только укрепится, дополнившись новыми проблемами. А если этому вопросу не уделить должного внимания, то это пагубно повлияет на изучение других дисциплин, в той или иной мере связанных с тригонометрией.

Так, будущие учителя математики при изучении различных учебных дисциплин регулярно встречаются со сведениями из тригонометрии.

1. Алгебра. Для перевода комплексного числа, записанного в алгебраической форме, в тригонометрическую необходимо достаточно продвинутое умение работать с тригонометрической окружностью и знание таблицы значений тригонометрических функций.

2. Математический анализ. Это, прежде всего, первый замечательный предел и умение выделить подходящее для его использования выражение. Изучение интегрального исчисления функций одной или нескольких действительных переменных подразумевает систематическое обращение к тригонометрическому материалу, главным образом, к тождественным преобразованиям тригонометрических выражений. Умение осуществлять рационализацию иррациональной функции при помощи тригонометрических подстановок предполагает знание обширного класса тригонометрических формул и аспектов, связанных с дифференцированием тригонометрических функций. При изучении темы «Степенные ряды» студенты сталкиваются с разложением тригонометрических функций в ряды Маклорена и Тейлора, что в дальнейшем позволяет решать задачи, связанные с приближенными вычислениями.

3. Теория функций комплексного переменного. Здесь студенты впервые узнают о связи тригонометрических функций с другой трансцендентной функцией – экспонентой комплексного аргумента (формулы Эйлера).

4. Элементарная математика / Школьный курс математики. Изучение тригонометрии как раздела в целом.

5. Практикум по решению задач повышенной сложности по элементарной математике. Решение нестандартных тригонометрических задач. Тригонометрические функции как практическое приложение различных исследований (например, связь их с полиномами Чебышева).

6. Методика преподавания математики. Знакомство с существующими школьными учебниками, их сравнительный анализ, в том числе по тригонометрическому материалу (последовательность подачи, наличие или отсутствие тех или иных фактов, глубина изложения). Знакомство с методикой изложения материала, связанного с тригонометрическими и обратными им функциями.

Кроме того, студент как будущий учитель, до конца не разобравшись с материалом, не сможет в должной мере обучить школьников, т.е. получится цепная реакция.

Именно поэтому главенствующую роль в перечисленном наборе дисциплин мы отводим двум дисциплинам: «Элементарная математика» / «Школьный курс математики» и «Методика преподавания математики», изучение которых направлено на совершенствование математической и методической подготовки будущих учителей математики.

Как считает большинство исследователей, основными методическими проблемами, связанными с изучением тригонометрии в школе, являются следующие:

1) существенное сокращение часов на ее изучение при большом объеме получаемой информации, что приводит к перегрузке учащихся;

2) отсутствие практических моделей изучаемых объектов из реальной жизни и опыта учащихся, взаимосвязи с другими предметами;

3) отсутствие мотивации учащихся к изучению тригонометрии.

На наш взгляд, существующие проблемы в школе, а затем в вузе можно решить, учитывая следующие факторы:

– усиление мотивации обучающихся при изучении тригонометрии. Это можно осуществить следующим образом:

а) через синтез тригонометрии с другими школьными предметами: геометрия, физика, химия, география, биология, экономика, история и др. Так, например, тригонометрические вычисления применяются практически во всех областях геометрии, физики и инженерного дела, позволяют измерять расстояния до звезд в астрономии, расстояния между ориентирами в географии, контролировать системы навигации спутников, проводить анализ финансовых рынков, ультразвуковое исследование (УЗИ) и компьютерную томографию в медицине, а также в таких областях, как техника навигации, акустика, оптика, электроника, теория музыки, статистика, биология, фармацевтика и т.д.;

б) через рассмотрение задач из практической области, приводящих к необходимости изучения тригонометрических функций любого действительного аргумента:

в) выделив время на ознакомление с историей возникновения и развития тригонометрии как науки;

– наличие целей, а также связи с функциональной линией для многочисленных тождественных преобразований; обоснование введения той или иной тригонометрической формулы для ее дальнейшего использования;

– использование «фокус-примеров» и других когнитивных схем для хранения и переработки информации при запоминании тригонометрических формул;

– постоянное (на протяжении всего курса обучения) включение в систему упражнений с координатной прямой и координатной плоскостью упражнений на координаты точек с иррациональными координатами, в частности, координатами, содержащими число π, для формирования навыков действий с радианной мерой угла, понимания и умения использовать число π;

– расширение представления о тригонометрических функциях углов: от определения их из прямоугольного треугольника (для острых углов) и расширения за счет некоторых формул приведения для тупых углов до введения за счет тригонометрического круга тригонометрических функций любого угла;

– усиление пропедевтики основных понятий тригонометрии (в частности, таких, как «поворот», «угол поворота» ввиду исключения темы «Геометрические преобразования» из школьного курса), т.к. без пропедевтики основных понятий поворота нет оснований для понимания;

– дополнительная работа по применению терминов «абсцисса» и «ордината», по определению координат точек на оси, и обратная задача ввиду позднего включения в систему знаний понятий функции, графика функции, что чревато крайне поверхностными знаниями учащихся по этому разделу, а фрагментарное изучение теории не обеспечивает подвижность знаний;

– выделение дополнительного времени для обучения работе с тригонометрическим кругом и графиками тригонометрических функций для формирования отчетливых геометрических представлений. Следует отметить, что затраченное время окупится при изучении обратных тригонометрических функций;

– использование во взаимосвязи различных видов и способов кодирования и переработки информации: словесно-сиволический, визуальный, предметно-практический (в частности, изготовление модели тригонометрического круга со всеми необходимыми элементами, что позволяет постоянно выполнять практические действия по определению точек поворота и их координат).

Очевидно, в процессе профессиональной подготовки студентов устранение сложностей в усвоении тригонометрического материала сможет произойти лишь системно: начиная с дисциплин, связанных со школьным программным материалом, параллельно перенеся это в дисциплины по формированию математической культуры будущего учителя и завершив дисциплинами методического направления. К их изучению студент должен подходить с достаточно полным багажом знаний по тригонометрии по сравнению с изучением школьных учебников, чтобы, наряду с методическими тонкостями в преподавании тригонометрии для разных категорий учащихся (с разными уровнями предыдущей математической подготовки и мотивации) познакомиться с обилием различных методических схем и подходов к изучению тригонометрии.

Выводы и перспективы дальнейших исследований. Рассмотренная проблема может быть решена только при изменении подходов к преподаванию тригонометрии на уровне государственных стандартов и осуществлении междисциплинарного подхода в ее преподавании на разных уровнях образования. В нынешней ситуации для направлений, осуществляющих подготовку учителей математики, требуется усиление пропедевтической направленности математических курсов.

Список литературы

1. *Захарова О.В.* Методические особенности обучения тригонометрии учащихся профильных классов: автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / О.В. Захарова // Астрахан. гос. ун-т. – Астрахань, 2010. – 20 с.

2. *Попов Н.И.* Методика обучения тригонометрии на основе когнитивно-визуального подхода [Электронный ресурс] / Н.И. Попов. – Режим доступа: https://cyberleninka.ru/article/n/metodika-obucheniya-trigonometrii-na-osnove-kognitivno-vizualnogo-podhoda

3. *Ельчанинова Г.Г.* Мультидисциплинарный подход к изучению тригонометрии будущими учителями математики [Электронный ресурс] / Г.Г. Ельчанинова, Р.А. Мельников. – Режим доступа: https://cyberleninka.ru/article/n/multidistsiplinarnyy-podhod-k-izucheniyu-trigonometrii-buduschimi-uchitelyami-matematiki

УДК 378.4

ОСОБЕННОСТИ ПРЕПОДАВАНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ БУДУЩИМ УЧИТЕЛЯМ МАТЕМАТИКИ

Калайдо Юлия Николаевна
ассистент кафедры высшей математики и
методики преподавания математики
ГОУ ВО ЛНР «ЛГПУ»
e-mail: kalaydo28@yandex.ua

Аннотация. В статье рассматриваются особенности преподавания дифференциальной геометрии для будущих учителей математики. Обоснована необходимость включения данного курса в систему педагогического образования. Перечислены ряд трудностей, с которыми сталкивается преподаватель при изложении данного курса и указаны пути их решения.

Ключевые слова: дифференциальная геометрия, гуманитаризация, фундаментализация, информатизация.

Актуальность и постановка проблемы. На современном этапе развития общество нуждается в специалистах, которые обладают фундаментальными знаниями в своей профессиональной области, но в то же время способны реализовывать творческие решения, постоянно повышать свою квалификацию. Только в этом случае можно успешно реализоваться в своей профессии в условиях стремительных изменений практически в любой научной отрасли. Педагогическая наука обновляется на качественном уровне. Основное внимание сконцентрировано на развитии личности, ее мировоззрения и сознания. Внедряются парадигмы личностно-ориентированного обучения, информатизации, гуманитаризации, фундаментализации.

При изучении дифференциальной геометрии будущими учителями математики у студентов формируется целостная картина мира, ими постигаются глубинные связи различных процессов. Специалист, который уже в ближайшее время придет работать в школу, должен владеть фундаментальными теоретическими и прикладными знаниями, отличаться широким кругозором и демонстрировать всестороннее развитие. Именно поэтому вопрос о содержании данного курса, об основных аспектах преподавания и о его месте в общей математической подготовке будущих преподавателей математики является актуальным [1].

Изложение основного материала. Дифференциальная геометрия – раздел геометрии, в котором геометрические образы исследуются с использованием средств математического анализа. В ходе освоения данного курса студенты изучают свойства линий и поверхностей с точки зрения их строения в общем виде, рассматривают топологические свойства, которые характеризуют большинство линий и поверхностей.

Для выпускников технических направлений подготовки знания, полученные при изучении данного курса, часто применяется при решении практических задач в механике, квантовой физике, геодезии и картографии, при проектировании газотранспортных систем и др. И прикладная направленность данного курса не вызывает обычно у студентов дополнительных вопросов. Но и студенты педагогических вузов физико-математического направления подготовки должны обязательно изучать данную дисциплину. Современный учитель математики должен свободно ориентироваться в основных разделах математики. Знания по дифференциальной геометрии позволят ему «увидеть» курс геометрии средней школы с точки зрения современной науки в целом. Будущий педагог должен иметь современное представление о тех элементарных понятиях, с которыми он столкнется в ходе преподавания. Например, знания об особых точках, кривизне, кручении, с которыми будет знаком учитель математики, будут способствовать его более осознанному и глубокому изложению темы построения графиков функции в средней школе. Но выпускник педагогического вуза физико-математического направления подготовки должен сам владеть современными геометрическими знаниями, геометрическим аппаратом, который применяется не только в математике, но и в других областях науки и техники (физики, механики и т.п.). Так как часть работы будущего учителя математики связана непосредственно с руководством научно-исследовательской работой школьников, при решении соответствующих прикладных задач [2].

При изложении курса дифференциальной геометрии преподаватель сталкивается с рядом противоречий. Безусловно, это классический курс, который включает в себя следующие разделы: гладкие линии на плоскости, гладкие линии в пространстве, гладкие поверхности, внутренняя геометрия поверхностей. Обязательно в данных разделах должны присутствовать темы: вторая квадратичная форма поверхности и связанные с ней вопросы теории поверхностей (кривизна кривой на поверхности, асимптотические и сопряженные сети, линии кривизны); вопросы внутренней геометрии поверхности (геодезические линии, кратчайшие). В дальнейшем при изложении школьного курса геометрии, теории кривых и поверхностей учитель математики уже будет иметь фундаментальные знания по геометрии. На сегодняшний день существует тенденция исключения некоторых тем из курса классической дифференциальной геометрии «в малом» для студентов педагогическим вузов. Сторонники данного подхода предлагают рассматривать только те темы, которые будут использоваться учителями математики в их дальнейшей профессиональной деятельности. Данный подход лишает возможности студентов получить фундаментальные знания по дифференциальной геометрии, что может в последствие негативно сказаться на усвоении ими последующих курсов математики [3].

Существует еще одна проблема, которая возникает в ходе преподавания данной дисциплины, – это распределение учебных дисциплин по семестрам в учебном плане. Для успешного освоения курса необходимо, чтобы студенты уже обладали необходимым багажом знаний по дифференциальному исчислению, то есть хорошо ориентировались в задачах математического анализа. Поэтому целесообразно начинать знакомство с этим разделом геометрии не на первом курсе, а начиная со второго или даже с третьего.

В соответствии с учебным планом по программе бакалавриата для направления подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки). Профили: Математика и информатика» курс «Дифференциальной геометрии» является частью курса «Геометрия». На изучение отводится 108 часов (3 з.е.), запланировано 24 часа на лекции и 24 часа на практические занятия.

Проведем анализ основных аспектов преподавания дифференциальной геометрии. Традиционными формами проведения занятий являются лекции и практические занятия.

На современном этапе лекция выступает и как организационная форма обучения – специфический способ взаимодействия преподавателя и студента, в ходе которого реализуются различные методы обучения, и как метод обучения – изложение учебного материала в систематической и последовательной форме. Использование компьютерных технологий, внедрение технических средств в образовательный процесс – один из основополагающих принципов модернизации высшего образования. Лекции с применением информационных технологий являются более наглядными и доступными, так как воспринимается зрительная, звуковая, а иногда и сенсорная информация. Обязательно нужно включать демонстрации, построенные в математических пакетах, кривых и поверхностей в динамике на основе гомеоморфных преобразований, метода подвижного репера в процессе динамического преобразования трехгранника Френе; визуализации понятий кривизны поверхности и индикатрисы Дюпена, координатных линий на поверхности, линии на поверхности, основных видов линий на поверхности: геодезических линий, линий кривизны, асимптотических линий. При чтении лекций необходимо приводить примеры использования математических пакетов (Maple, Mathcad и т.п.) для решения поставленных задач, указывать причины выбора того или иного пакета. Именно использование данного подхода в обучении прививает будущим учителям культуру использования информационных технологий в их дальнейшей профессиональной деятельности.

Лекции в форме презентаций позволяют более эффективно, с достаточной скоростью излагать материал. Но на лекциях по дифференциальной геометрии значительная скорость это скорее минус. Лектор начинает с чистой доски и постепенно, по ходу изложения выводится формула или строится график. Появление слайда с готовым выводом формулы может вызвать затруднения в понимании логики вывода. В случае использование презентации обязательно наличие анимации, когда материал появляется по частям и позволяет студенту быть вовлеченным в процессы построения кривых и поверхностей, вывода формул.

К достоинствам традиционных лекций по дифференциальной геометрии можно отнести формирование у обучающихся умения слушать, осознавать увиденное и услышанное, осуществлять такие операции как анализ, синтез, сравнение и т.п. Существенными недостатками такой формы изложения материала является усреднение сложности подачи темы, невозможность непосредственного контакта с отдельными студентами, что превращает их пассивных слушателей. Применение презентаций частично решает эту проблему – лектор все время находится лицом к аудитории и у него есть время на дополнительные вопросы. Но есть риск, что и сам лектор перестанет участвовать в процессе с должным вниманием, формально переключая слайды.

Еще одна форма традиционного проведения занятий, которая используется в ходе преподавания дифференциальной геометрии, – практические занятия. На них происходит углубленное изучение студентами дисциплины, детализация полученных на лекциях знаний, овладение умениями и навыками решения задач по дифференциальной геометрии. Несмотря на то, что практические занятия по данной дисциплине могут проводиться в различных формах, но основное место все же занимают занятия, посвященные решению задач. В ходе данных занятий студент закрепляет лекционный материал, усваивает основные понятия.

Нельзя отказываться от этой традиционной формы проведения, так как она способствует развитию логического мышления и творческих способностей студентов. На занятиях кроме типовых задач с большим количеством расчетов, предназначенных для приобретения студентом практических навыков решения, необходимо давать проблемные задачи, связанные с теоретическим материалом, а также задачи прикладного характера. Все представленные задачи должны строго соответствовать программному материалу.

Выводы и перспективы дальнейших исследований. Курс дифференциальной геометрии должен обязательно присутствовать в учебном плане подготовки будущих учителей математики, а также в нем должны сохраняться структура классического курса. Ни в коем случае нельзя отказываться от фундаментальных принципов классического образования при изложении основ дифференциальной геометрии. Но на современном этапе целесообразно их сочетание с применением информационных технологий в учебной работе. Необходимо внедрять использование математических пакетов в процесс обучения студентов.

Список литературы

1. *Игнатушина И.В.* Преподавание дифференциальной геометрии в отечественных университетах первой половины XX столетия / И.В. Игнатушина // Прикладная физика и математика. – М.: Научтехлитиздат, 2014. – №6.– С. 78-85.

2. *Атанасян Л.С.* Геометрия. Ч.2 / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – М.: КНОРУС, 2015.– 424 с.

3. *Глизбург В.И.* Методическая система обучения топологии и дифференциальной геометрии при подготовке учителя математики в аспекте гуманитаризации непрерывного математического образования : дис. … д-ра пед. наук: 13.00.02 / В.И. Глизбург. – М., 2009. – 437 с.

СЕКЦИЯ 2

РОЛЬ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ В СИСТЕМЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

УДК 378.147

ФОРМИРОВАНИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ КОМПЕТЕНТНОСТИ СТУДЕНТОВ В ПРОЦЕССЕ УЧАСТИЯ В НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКИХ КОНФЕРЕНЦИЯХ ПО МАТЕМАТИЧЕСКИМ ДИСЦИПЛИНАМ

Евсеева Елена Геннадиевна
доктор педагогических наук, профессор,
профессор кафедры высшей математики и
методики преподавания математики
ГОУ ВПО ДНР «ДонНУ»
e-mail: e.evseeva@donnu.ru

Аннотация. Статья посвящена проблеме формирования научно-исследовательских компетенций студентов и учащихся средней школы. Рассматривается понятие научно-исследовательской компетентности студента, формируемой в процессе обучения математике. Рассматривается опыт проведения научно-практической конференции «Математика в профессиональной деятельности», а также задачи, решаемые участниками конференции при подготовке докладов.

Ключевые слова: исследовательская компетентность, научно-практическая студенческая конференция, обучение математическим дисциплинам.

Актуальность и постановка проблемы. Одной из составляющих профессиональной компетентности специалистов в различных областях человеческой деятельности является компетентность в область научно-исследовательской деятельности. В настоящее время проблема формирования исследовательской компетентности бакалавров приобретает глубокий общественно значимый смысл для обеспечения подготовки высококвалифицированных специалистов.

Анализ современной научной литературы показывает, что вопросы формирования компетенций в области научно-исследовательской деятельности студентов различных направлений подготовки в последние годы рассматривались многими учеными: Л.Ф. Авдеевой, С.П. Арсеновой, В.И. Горовой, Е.Н. Лекомцевой [1], В.М. Намазовой, Л.М. Скворцовой, Е.Н. Фуртовой [3], Т.А. Ярковой [4] и другими.

Научно-исследовательские компетенции бакалавра и пути их формирования рассмотрены в работе Е.Н. Лекомцевой [1], которая трактует исследовательскую компетентность студентов бакалавриата как интегративное личностное образование, отличающееся устойчивой мотивацией и выражающееся в наличии у студентов знаний об организации исследовательской деятельности, во владении специальными умениями и навыками, опытом творческой деятельности, обогащении субъектного опыта личности в целом, что является необходимым условием для их личностно-профессионального развития.

Формами формирования исследовательской деятельности бакалавров во внеаудиторной самостоятельной работе, по мнению Е.Н. Лекомцевой, являются различные виды практик, учебные проекты, олимпиады и конкурсы, научное общество студентов, научно-практические конференции и дни науки в вузе [1].

Е.Н. Фуртова [3] к видам научно-исследовательской работы студентов (НИРС), в процессе которой формируются их исследовательские компетенции, относит анализ научной литературы, подготовку научных сообщений, рефератов, обзоров по теме исследования, систематизацию материалов обработки литературных источников, подготовку научных докладов, тезисов докладов, научных статей; методические разработки по актуальным вопросам профессиональной деятельности; подготовку расчетно-графических, курсовых и выпускных квалификационных работ. По мнению Е.Н. Фуртовой, в процессе выполнения вышеуказанных видов НИРС можно достичь следующих результатов: повысить качество профессиональных теоретических знаний обучающихся по предмету; привить студентам навыки постановки и проведения самостоятельных научных исследований; сформировать положительную мотивацию к изучению дисциплины и профессиональные компетенции; развить интеллектуальные и творческие способности обучающихся; повысить интерес к новому виду деятельности по проведению исследовательской работы [3].

Вопросам организации научо-исследовательской деятельности студентов в педагогическом вузе посвящена работа Т.А. Ярковой [4], которая указывает на необходимость привлечение студентов к научным исследованиям с обязательным участием в научно-практических и научно-методических семинарах, конференциях, а также к выступлению в открытой печати с результатами научных исследований. По мнению ученой, наличие в системе студенческой научно-исследовательской деятельности таких форм её организации, как массовые научно-технические мероприятия (научно-практические конференции, семинары, круглые столы, дискуссии, диспуты), позволяет формировать у будущих педагогов исследовательские компетенции [4].

В большинстве научных работ, посвященных формированию научно-исследовательской компетентности студентов, рассматриваются возможности такого формирования в процессе профессиональной подготовки студентов на старших курсах обучения. Однако, некоторые ученые обосновывают целесообразность формирования компетенций в области научно-исследовательской деятельности уже на младших курсах при обучении математическим дисциплинам.

Так, в работе О.А. Остыловской [5] рассматривается формирование научно-исследовательской компетентности (НИК) будущих бакалавров направления подготовки «Прикладная информатика» в процессе обучения математике. Ученой предложено средство формирования НИК студента в виде комплекса «задач-конструкторов», направленного на освоение математических методов научного исследования прикладной области и является. «Задача-конструктор» представляет собой специально разработанную учебную междисциплинарную задачу, обладающую потенциалом трансформации, при которой вариация условий задачи приводит к качественно иному результату [5].

На основании определения, данного О.А. Остыловской [5], уточним понятие научно-исследовательской компетентности студента, формируемой в процессе обучения математике, как интегративного динамического качества личности, характеризующегося освоенностью совокупности научно-исследовательских компетенций, представляющих собой проекцию предусмотренного ФГОС ВО профессионального стандарта на предметную область математики, и проявляющегося в готовности применить математические методы в научных исследованиях и разработках в профессиональной деятельности.

Как отмечается многими учеными, одной из организационных форм формирования научно-исследовательской компетентности студента, являются студенческая научно-практическая конференция по математическим дисциплинам. Такие конференции, как правило, организуются кафедрами, обеспечивающими преподавание математики, практическими во всех учебных заведениях Российской Федерация и стран СНГ и имеют целью привлечение к научным исследованиям студентов, аспирантов и молодых ученых. Лишь небольшое количество таких конференций привлекает к участию в них обучающихся средних школ, будущих абитуриентов, в то время как такая работа необходима старшеклассникам не только для пропедевтики научно-исследовательской деятельности, но и может помочь в выборе будущей профессии, формировании профессиональной направленности их личности.

Изложение основного материала. Остановимся на формировании научно-исследовательской компетентности студентов и абитуриентов процессе участия в Республиканской научно-практической конференции «Математика в профессиональной деятельности», которая ежегодно проводится в ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет» кафедрой высшей математики и методики преподавания математики.

Конференция представляет собой обмен мнениями, идеями и направлена на обеспечение преемственности профессионально-ориентированного обучения математике между основным средним и высшим профессиональным образованием, повышение мотивации школьников и студентов при изучении математики, выявление интеллектуальных и творческих способностей студентов и школьников, формирование у них интереса к изучению применения математики в различных областях знаний, научно-исследовательской работе, составлению математических моделей в различных сферах жизни и их исследованию, формирование научно-исследовательской компетентности студентов.

Целью конференции является консолидация работы образовательных структур высшего профессионального образования с целью реализации механизма обеспечения преемственности профессионально-ориентированного обучения математике, содействие развитию творческой активности и популяризации научных исследований, посвященных использованию математики в различных сферах профессиональной деятельности, привлечение школьников и студентов к научной деятельности, приобретение ими исследовательских навыков, формирование научно-исследовательской компетентности студентов.

Основные задачи конференции «Математика в профессиональной деятельности»:

– обмен опытом и обсуждение студентами различных высших учебных заведений вопроса использования математики в их будущей профессиональной деятельности;

– формирование у школьников и студентов компетенций в области научно-исследовательской деятельности;

– создание связей между средним и высшим профессиональным образованием для обеспечения преемственности в профессионально-ориентированном обучении математике;

– привлечение школьников к выбору будущей профессии через исследование вопроса об использовании математики в профессиональной деятельности различных специалистов.

Работа конференции традиционно проводится по таким направлениям:

1. Приложения математики в физике и технике.
2. Экономико-математическое моделирование.
3. Математические методы в биологии и медицине.
4. Математическое моделирование в химии.
5. Математика в гуманитарных профессиях.

Направления работы конференции выбирались таким образом, чтобы охватить все виды профессиональной деятельности, по которым ведется подготовка в классическом университете. Участниками конференции являются не только студенты бакалавриата, изучающие математические дисциплины на первых курсах обучения в университете, но и студенты старших курсов, а также студенты магистратуры. Если в докладах студентов младших курсов рассматриваются профессионально-ориентированные, межпредметные задачи, для решения которых требуется применение методов математического моделирования, то в докладах студентов старших курсов рассматриваются задачи, решаемые в рамках курсовых и выпускных квалификационных работ. Эти задачи отличаются практической направленностью, сложностью математических моделей, применяемых для их решения, актуальностью и наличием научной новизны. Учащиеся средней школы, принимающие участие в конференции, часто представляют доклады реферативного характера, однако есть работы, в которых обсуждаются результаты, полученные в рамках Малой академии наук учащейся молодежи. Эти доклады, как правило, являются глубокими учебно-научными исследованиями, имеющими практическую ценность.

Рассмотрим задачи, решаемые в докладах по каждому из тематических направлений работы конференции. Приложения математики в физике и технике, как правило, рассматриваются на примере задач, возникающих в профессиональной деятельности инженеров различных специальностей:

1) *деятельность инженера пожарной безопасности*: расчет необходимого времени эвакуации в производственном помещении; расчёт температурного режима внутреннего пожара с учётом начальной стадии;

2) *деятельность инженера-механика*: расчет объема жидкости в горизонтальной цилиндрической емкости; расчет режимов в системах измерения и регулирования температуры; математическое моделирование процесса конвейерного транспортирования как объекта управления;

3) *деятельность инженера-строителя*: использование переходных кривых при проектировании автомобильных дорог; расчет геометрического вектора разрушения пород взрывом; изучение условий прохождения телом «мёртвой петли»;

4) *деятельность инженера-электротехника*: расчет электрической цепи с помощью рядов Фурье; расчет электрической цепи с помощью методов линейной алгебры;

5) *деятельность физика-исследователя*: применение производной, интегрального исчисления и дифференциальных уравнений для расчета физических величин; моделирование удара боксёра; расчет траектории, снаряда, параболы безопасности.

Экономико-математическое моделирование рассматривалось участниками конференции на примерах таких задач: исследование модели рынка с прогнозируемыми ценами; использование функции полезности в анализе экономического риска; применение регрессионного анализа для выявления зависимости депозитных вкладов в Bank of America от уровня безработицы в Америке; применение математических приемов для оценки эффективности стратегических альтернатив инновационного проекта на уровне производственных предприятий; исследование эффективности рекламных кампаний и др.

Математические методы в биологии и медицине применялись в докладах участников конференции для решения таких задач:

– *в биологии*: исследование влияния наночастиц на работу корневой системы кукурузы сахарной; исследование влияния инвазивных видов насекомых на биоразнообразие местной фауны; моделирование динамики популяций; расчеты и методы дозирования ветеринарных препаратов; оценка влияния частоты переменного магнитного поля на жизнеспособность дрожжевых клеток; исследование механической устойчивости растений в условиях ветровых нагрузок;

– *в медицине:* прогнозирование риска нарушений проводящей системы сердца по данным анализа временных характеристик интервала электрокардиограммы; применение математической методологии в исследовании рака; компьютерное прогнозирование биологического возраста человека; применение кластерного анализа в оценке функционального состояния сердца; анализ термограмм молочных желез; применение методов теории вероятностей в генетике для определения наследственности, изменчивости и генетических вариаций организма; моделирование мутаций вирусов с помощью многогранников;

– *в экологии:* биологические эффекты шумового загрязнения в условиях города Донецка; биотестирование водоемов города Донецка с применением метода флуориметрии; флуктуирующая асимметрия липы сердцевидной для оценки экологического состояния городской среды; использование методов математической обработки экспериментальных данных при изучении влияния ионов свинца на ростовые показатели проростков декоративных травянистых растений в условиях контролируемого загрязнения; оценка токсичности поверхностных природных вод методом биотестирования на клетках фитопланктона и др.

Математическое моделирование в химии рассматривалось на разнообразных задачах: построение графических интерпретаций химических процессов; расчет рассеивания выбросов оксида серы в атмосферном воздухе; математическое моделирование процессов гетерогенной каталитической реакции окисления водорода; математическое моделирование фармакокинетических процессов; применение теории графов для создания топологических индексов при разработке лекарственных препаратов; применение методов математического моделирования для оптимизации условий синтеза жидких комплексных хелатных удобрений; статистическая оценка погрешности измерений в химической метрологии; моделирование процессов получения и изучения свойств биоразлагаемых полимеров на основе крахмала; применение метода исключения грубых выбросов в решении задач химических технологий.

Применение математики в гуманитарных профессиях в основном рассматривалось в докладах на примере профессиональной деятельности учителя:

1) *деятельность учителя математики и информатики:* особенности методики обучения математике школьников с нарушением интеллекта; использование STEAM-технологий в деятельности учителя математики; методика применения информационно-коммуникационных технологий при обучении математике школьников; особенности развития мышления на уроках математики в школе; формирование культуры мышления школьников при работе с ребусами; применение метода проектов при обучении математике; формирование эвристических приемов на уроках математики; активизация познавательной деятельности обучающихся на уроках математики средствами

ИКТ; управление качеством математической подготовки в основной школе; конструирование математических задач на краеведческом материале; профилактика формализма в усвоении знаний и способов деятельности по математике; формирование универсальных учебных действий школьников на уроках математики; использование межпредметных связей при обучении информатике в средней школе; формирование морально-волевых качеств обучающихся на уроках математики и информатики;

2) *деятельность учителя начальных классов и воспитателя дошкольного учреждения:* дидактические игры на уроках математики как средство активизации познавательной деятельности младших школьников; инновационные технологии формирования логического мышления у детей старшего дошкольного возраста; использование логических блоков Дьенеша как ступень к овладению базовыми математическими и логическими навыками детьми дошкольного возраста; решение задач на движение в начальной школе;

3) *профессиональная подготовка учителя:* профессиональная мотивация при обучении будущих учителей математики и информатики; особенности обучения курсу «теория чисел» будущих учителей математики и информатики; подготовка будущих учителей биологии к применению математического аппарата в будущей профессиональной деятельности; метапредметный подход в профессиональной подготовке будущих учителей математики и информатики; учебно-методическое пособие как средство обучения числовым системам будущих учителей математики; использование информационных технологий обучения на занятиях по математическим дисциплинам.

При подготовке докладов на студенческую научно-практическую конференцию «Математика в профессиональной деятельности» формирование научно-исследовательских компетенций происходит за счет освоения студентами способов действий научно-исследовательской деятельности, описанных в таблице 1.

Таблица 1 – Способы действий, входящие в состав научно-исследовательских компетенций студентов

	Наименование способов действий	Содержание способов действий
1.	Проектировочно-исследовательские	планировать исследование; выявлять противоречия, порождающие проблему исследования; ставить проблему исследования; описывать, систематизировать научные факты, интерпретировать их; формулировать гипотезы и т.д.
2.	Конструктивно-исследовательские	предусматривать затруднения; определять наиболее рациональные виды деятельности; выбирать наиболее эффективные методы и методологию исследования и др.

3.	Исследовательско-организационные	планировать эксперимент; проводить наблюдение; организовывать сбор и обработку результатов эксперимента; осуществлять самоконтроль и взаимный контроль; производить обмен научной информацией и др.
4.	Коммуникативно-исследовательские	устанавливать контакт; воспринимать и учитывать критику; предотвращать конфликты; осуществлять коммуникацию в письменной и устной форме и др.
5.	Собственно-исследовательские	формулировать познавательную задачу; анализировать конкретные явления и процессы; сравнивать явления и объекты между собой; классифицировать явления, объекты и процессы профессиональной деятельности; синтезировать новое знание на основе имеющихся фактов
6.	По математическому моделированию	Вводить переменные величины, описывающие характеристики объектов и процессов профессиональной деятельности, устанавливать зависимости между ними; владеть математическими методами моделирования, оптимизации, прогнозирования, умением анализировать и корректно интерпретировать результаты расчетов, полученные с использованием пакетов прикладных программ

Для оказания помощи учащимся средних школ в выборе будущей профессии, а также в написании докладов на конференцию, нами разрабатывается сайт «Математика в профессиональной деятельности» [2]. На страницах сайта рассматривается применение математических методов и моделей в различных профессиях, подготовка специалистов по которым ведется в классическом университете. Это такие профессии как биолог, физик, программист, документовед, юрист, учитель, экономист, менеджер, психолог и другие. Для каждой профессии предусмотрено краткое описание сфер деятельности, а также приводятся прикладные и профессионально-ориентированные математические задачи, демонстрирующие применение математики для решения профессиональных задач.

Выводы и перспективы дальнейших исследований. Таким образом, можно утверждать, что участие студентов в научно-практической студенческой конференции способствует формированию у них исследовательской компетентности, проявляющейся в способности к применению методов математического моделирования для решения профессионально-направленных задач, повышению мотивации к обучению математике, а также профессиональной мотивации. Для учащихся школ работа над докладами является своего рода исследованием, способствующим не только развитию у них навыков по решению математических задач, но и пропедевтикой формирования исследовательской компетентности.

Список литературы

1. *Лекомцева Е.Н.* Научно-исследовательские компетенции бакалавра / Е.Н. Лекомцева // Ярославский педагогический вестник. – 2009. – № 3(60). – С. 92-96.

2. Математика в профессиональной деятельности. – Режим доступа: https://sites.google.com/view/mathinprofession (дата обращения: 08.04.2021).

3. *Фуртова Е.Н.* Формирование компетенций студентов при выполнении научно-исследовательской работы / Е.Н. Фуртова // Ученые записки: электронный научный журнал Курского государственного университета. – 2015. – № 4 (36). [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://cyberleninka.ru/article/n/formirovanie-kompetentsiy-studentov-pri-vypolnenii-nauchno-issledovatelskoy-raboty (дата обращения: 12.04.2021).

4. *Яркова Т.А.* Научные основы организации научо-исследовательской деятельности студентов в педагогическом вузе / Т.А. Яркова // Вестник Южно-Уральского государственного гуманитарно-педагогического университета. – 2013. – №3. – С. 215–228.

5. *Остыловская О.А*. Формирование научно-исследовательской компетентности будущих бакалавров направления подготовки «Прикладная информатика» в процессе обучения математике : дис. … канд. пед. наук : 13.00.02 / О.А. Остыловская [Место защиты : Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева]. – Красноярск, 2017. – 270 с.

УДК 372.851

МОТИВАЦИЯ ВВЕДЕНИЯ СТОХАСТИЧЕСКОЙ ЛИНИИ В ВУЗЕ

Котова Марина Алексеевна
студентка 2 курса магистратуры
направления подготовки 01.04.01 «Математика»
ГОУ ВО ЛНР «ЛГПУ»
e-mail: enjoykin1998@gmail.com

Научный руководитель:
Савельев Валерий Михайлович
кандидат физико-математических наук,
доцент кафедры фундаментальной математики
ГОУ ВО ЛНР «ЛГПУ»

Аннотация. Статья посвящена отечественному и зарубежному опыту изучения элементов стохастической математике в вузах. Проведен анализ трудов многих авторов, специализирующихся на данной проблеме и выведены основные причины изучения стохастики в высших учебных заведениях.

Ключевые слова: стохастическая математика, методика обучения математике, комбинаторика, теория вероятностей, математическая статистика.

Актуальность и постановка проблемы. Проблема значимости стохастической культуры в формировании мышления и осознанного восприятия окружающего мира была отражена в трудах таких известных ученых, как А.Н. Колмогоров, Б.В. Гнеденко, А.Я. Хинчин и др. Из работ данных авторов становится ясно, что «математическую культуру» можно рассматривать с двух различных точек зрения – узкой (специальной) и широкой (массовой). С одной стороны речь ведется о формировании специализированной профессиональной культуры профессионалов математических направлений подготовки, которые, естественно, должны иметь глубокие познания во всех основополагающих теоретических и практических аспектах математической науки. С другой стороны мы имеем те области человеческой деятельности, которые не связаны с математикой напрямую, из-за чего их знания в области математической науки весьма скромны, однако являются необходимыми для каждого без исключения гражданина современной цивилизации. Преподаватель математики в этой связке находится между этими аспектами, являясь с одной стороны профессионалом в своей области, а с другой – проповедником массовой математической культуры в молодежной среде.

Наконец, можно сказать, что в структурном отношении понятие о математической культуре должно складываться из четырех основных составляющих: 1) математической картины мира; 2) математического мышления; 3) методов математики; 4) языка математики. Эти компоненты имеют равную важность и для специалистов-математиков и для среднестатистических жителей страны, а основным их различием является, прежде всего, глубина изложения материала – большей в первом случае и меньшей во втором.

Изложение основного материала. Математическая и современная дидактическая литература объединение элементов теории вероятностей и математической статистики называет стохастической математикой.

Также известно, что стохастика основывается на элементах теории множеств, математической логики и комбинаторики.

Составляющие стохастической культуры студентов будут определяться по каждому элементу стохастики. Это означает, что каждый компонент, входящий в курс стохастической математики будет состоять из тех элементов, изучение которых наиболее целесообразно для студентов.

На данном этапе развития науки математическая и методическая литература все чаще стала освещать проблему формирования вероятностного мышления, стохастических представлений и т.д., что в общем можно охарактеризовать как стохастическую культуру, но строгого определения не было выведено. В связи с чем будем считать определением стохастической культуры следующее утверждение: стохастическая культура – это не только уровень знаний, умений и навыков, полученных в процессе обучения элементам стохастики, но и необходимость их применения в реальной жизни.

Стохастическую культуру будем понимать как сложную систему личностных и профессиональных качеств, отражающих отношение человека к присутствию случайности в мире, и объединяющую:

– мировоззренчески-ценностный компонент, который включает личностные интересы и ценности, личностное мировоззрение, сформулированные в процессе деятельности в условиях неопределенности и случайности;

– стохастический опыт личности – компонент, включающий в себя два аспекта: информационно-знаниевый, включающий как предметные, так и методологические, мировоззренческие знания в области стохастики, и операционно-деятельностный аспект, включающий различные виды умений в ситуациях, имеющих вероятностную природу;

– развитие психологических процессов, опосредованное вероятностными идеями – компонент, включающий интеллектуальный блок (вероятностное мышление, язык и символика, рефлексия) и эмоциональный блок.

Каждому человеку приходилось в течение жизни преодолевать проблемные ситуации, анализируя влияние случайных фактов, и требующие принятия решений в ситуациях, имеющих вероятностную основу. Благодаря этому осуществление творческой деятельности во многих областях человеческой работы стало возможным при наличии стохастических знаний и представлений.

Говоря о значении изучения теории вероятностей А. Реньи [4] отмечал, что при выбирая основные цели любого курса теории вероятностей следует руководствоваться следующими мотивами.

А. Знания о вероятностных процессах необходимо преподавать потому, что они играют важную роль в формировании мышления учащихся.

Б. Знания о вероятностных процессах необходимо преподавать потому, что они находят свое применение в повседневной жизни, науке, технике и других областях жизни.

В. Знания о вероятностных процессах необходимо преподавать потому, что они имеет важное, ни с чем не сравнимое значение для математического образования.

Стохастическая грамотность является необходимой частью общеобразовательной и общекультурной подготовки современного человека. Поэтому речь ведется не об ознакомлении с некоторыми определениями и фактами, а о формировании нового, ни на что не похожего типа мышления. И не случайно, что в странах с развитой системой образования знакомство с стохастической математикой происходит с первых лет обучения в школах и на протяжении всего обучения применяются вероятностно – статистические методы во время анализа явлений, которые часто встречаются в повседневной жизни.

Во-первых, изучение стохастики необходимо для подготовки современного специалиста, способного эффективно решать возникающие в профессиональной деятельности задачи, имеющие вероятностную основу, ибо присутствие случайностей в природных процессах, технике, экономике и других отраслях человеческой деятельности, развитие производства, информатизация общества поставили перед человеком ряд задач и проблем, решить которые под силу только специалисту, имеющему основательную стохастическую подготовку. Как справедливо отметил Б.В. Гнеденко: «Создалось такое положение, что масса людей, в том числе далеких от научных исследований, нуждается в элементах статистических знаний, в развитии более широких взглядов на закономерности природы, общественных явлений и технологических процессов, чем те, которые были выработаны человечеством на протяжении тысячелетий и нашли свое яркое отражение в механическом детерминизме» [1].

Во-вторых, изучение стохастики необходимо вследствие того, что вероятностные идеи и методы играют важную роль в формировании общечеловеческой культуры будущего специалиста, обладают громадным гуманитарным мировоззренческим потенциалом, раскрыть который невозможно без осознания их философских аспектов, роли и места в научном познании, в культуре, системе человеческих ценностей. Так А. Реньи писал: «Мой опыт преподавания теории вероятностей … и мои попытки применить ее на практике позволили мне сделать следующий вывод. Для углубления в математическую теорию вероятностей и ее применения недостаточно (но, безусловно, необходимо) просто постичь ее суть; необходимо разобраться и самостоятельно продумать принципиальные вопросы, связанные с самим понятие вероятности» [4, с. 191].

Учитывая характерные особенности нового этапа общественного развития и новые требования, предъявляемое к личности, можно сделать вывод о том, что курс стохастики в структуре профессиональной подготовки реализует следующие аксиологические функции:

– функции, в большей мере соотносимые с развитием профессионализма деятельности: когнитивную (формирует знания о случайности, необходимые как в повседневной жизни, так и для успешной профессиональной реализации); операционную (формирует владение вероятностными методами анализа и решения проблем, а также умения и навыки принятия решений в условиях определенности);

– функции, в большей мере соотносимые с развитием профессионализма личности: креативную (расширяет возможности реализации творческого потенциала, так как вероятностная идея связана с магистральными направлениями современной науки); развивающую (формирует системное видение мира и особый тип мышления – вероятностное мышление); адаптирующую (дает возможность приспосабливаться к постоянно меняющимся условиям жизни информационного общества, принимать взвешенные решения в условиях неопределённости и риска, является связующим звеном между естественнонаучным и гуманитарным знанием); мировоззренческую (формирует картину мира, наиболее адекватно отражающую реалии информационного общества); воспитывающую (формирует гуманистически направленную личность, обладающую такими качествами, как например, толерантность и смелость (А. Реньи)); функцию культурного наследования (понятия вероятности, случайности, необходимости, свободы являются частью общечеловеческой культуры).

Курс стохастической математики (теория вероятностей и математическая статистика) является частью фундаментального блока дисциплин, освоение которого является обязательным для обучающихся по математическим, техническим, естественным, экономическим и другим специальностям (например, на направлениях подготовки: 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», 08.03.01 «Строительство», 09.03.03 «Прикладная информатика», 44.03.05 «Педагогическое образование»). Цель стохастического курса – обучить студентов осуществлению прогноза в области случайных процессов, ограничение области воздействия случайных процессов, принятие решений в условиях «неопределенности». Строгое логическое изложение дисциплины, развитие стохастического мышления студента является одной из наиболее значимых сторон в обучении стохастической математике, однако опыт преподавания подтверждает, что без учета психолого-педагогических аспектов и закономерностей процесса образования логика предмета практически не усваивается. Логическое изложение дисциплины напрямую не впитывается сознанием студента, так как предстается в виде законов и правил для безупречного мышления, не предлагает в явном виде условия обеспечения их разумного употребления и приложений, что в свою очередь зависит от своеобразия психики обучающихся. Эта особенность определяет сложность и нестандартность проблематики методики обучения стохастике. В статье мы исходим из того, что в теории методики обучения стохастической математике в недостаточной мере учитываются психолого-педагогические факторы обучения, в практике же обучения стохастике, как правило, не учитываются не только психологические особенности обучающихся, но и уровень их предметной подготовки.

Обучение стохастической математике лучше всего начинать с истории ее введения в курс математики, обратив внимание на следующие разделы теории вероятностей:

– стимулы возникновения: первый период становления;

– развитие до середины XIX века;

– работы Петербургской школы;

– современный период развития [3].

Стохастические понятия должны даваться преподавателем не абстрактно, а подкрепляясь примерами из реальной жизни, в особенности теми ситуациями, благодаря которым они появились. Необходимо обучить студентов видеть в них естественные составляющие, а в объектах окружающего мира различать стохастическую структуру. Для развития системы базовых понятий и интуиции необходимо на занятиях по стохастике создавать творческую атмосферу: разговаривать, размышлять, дискутировать с применение нестандартных методов.

Необходимо доказать студенту, что стохастическая теория возникает из практики и в процессе своего дальнейшего развития довольно часто ссылается на нее. Оценка вероятностей производится в самых различных областях профессиональной деятельности, как при оценке вероятности распространения эпидемии до уровня пандемии и необходимости планирования срочной массовой вакцинации, так и при принятии решения о качестве выпускаемой продукции на основании выборочных данных.

Абстрактное изложение стохастической линии дает возможность ускорить процесс приближения будущих учителей к современному состоянию науки. Однако желательно при первоначальном знакомстве со стохастикой рассматривать больше задач, способствующих развитию стохастической интуиции, которая от природы недостаточно развита. Кроме того, преподаватель не должен откладывать в сторону примеры практического использования методов стохастики для различных ситуаций окружающей действительности.

С абстрактным изложением понятий в стохастической математике приходится сталкиваться на всех этапах изложения данной области математики. Учащемуся для верного истолкования данного раздела математики необходимо видеть в ней отражение реальных жизненных ситуаций. В противном случае абстракции считаются непроизвольными, безосновательными невообразимыми. Это, в свою очередь, не позволяет сознательно усваивать получаемую информацию и вынуждает студента довольствоваться заучиванием материала, не вникая в его суть, чтобы запомнить формальный вывод. В частности, практика обучения подтверждает: изложение курса стохастической математики в соответствии со строгой логикой не позволяет осознанно воспринимать дисциплину. В преподавательской деятельности нередко происходит так, что, несмотря на безупречно сформулированный логический формальный вывод, студента он не убеждает, а нестрогий вывод оказывается более понятным и доступным для принятия. Объяснить случившийся мнимый парадокс может только психология. Вывод будет считаться весомым для учащегося только в ситуации, когда: а) он осознает его происхождение и связь с известными явлениями; б) обучающийся ощущает, что данный вывод необходим, чтобы обобщить и систематизировать весь предшествующий опыт и рассуждения, а не только опираясь на его логическую безупречность. Педагогический опыт свидетельствует: для того чтобы новые знания усваивались на необходимом уровне они должны обладать тесной связью с уже известными понятиями. Только при таком условии они будут усвоены не на формальном уровне.

Грамотно подобранная методика обучения стохастической математике содействует образованию у студентов стохастических понятий, раскрывает особенности изучения данной дисциплины, ориентирует в отыскании рациональных способов решения задач прикладного характера, гарантирует рациональное усвоение основ математической науки. Методика преподавания стохастики, прежде всего, должна реализовывать принцип сознательности изучения. Например, «с самого начала изложения стохастики необходимо показать студентам: понятие вероятности есть результат абстракции свойств частот реальных массовых событий, обладающих устойчивостью, а формулировка используемых в дальнейшем свойств этого понятия составляет систему аксиом теории вероятностей» [2, с. 381-392].

В данном направлении математической науки достаточно большое количество задач, для которых необходимо применение не только формальных знаний, но и творческого мышления. Некоторые из стохастических задач и их решения противоречат здравому смыслу настолько, что трудно поверить в их реальность даже после того, как их правильность подтверждена доказательством.

Выводы и перспективы дальнейших исследований. Многие возникающие в повседневной и профессиональной практике задачи в процессе их более глубокого исследования подводят к необходимости использовать методы стохастической математики. Следовательно, во время обучения в высшем учебном заведении необходимо формировать у студентов соответствующие стохастические знания и умения, что является одним из индикаторов успешной подготовки к профессиональной деятельности. Обращение к психологическим основам методики обучения стохастической математике позволяет осуществить решение важной задачи – обнаружить и обосновать эффективные подходы к построению и изложению учебного курса, которые помогут студентам осознать и усвоить логику данной фундаментальной науки.

Список литературы

1. *Гнеденко Б.В.* Формирование мировоззрения учащихся в процессе обучения математике [Текст] / Б.В. Гнеденко. – М.: Просвещение, 1982. – 145 с.

2. *Евдокимова Г.С.* Формирование у студентов стохастических понятий высокого уровня абстракции / Г.С. Евдокимова // Известия СмолГУ, 2015. – № 1. – С. 55–69.

3. *Майстров Л.Е.* Развитие понятия вероятностей / Л.Е. Майстров. – М.: Наука, 1980. – 320 с.

4. *Реньи А.А.* Трилогия о математике [Текст] /А.А. Реньи. – М.: Мир, 1980. – 376 с.

УДК 372.851, 371.263, 378.018

НЕТРАДИЦИОННЫЕ ФОРМЫ КОНТРОЛЯ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ В ДИСТАНЦИОННОМ ФОРМАТЕ

Панишева Ольга Викторовна
кандидат педагогических наук, доцент,
доцент кафедры высшей математики и
методики преподавания математики»
ГОУ ВО ЛНР «ЛГПУ»
e-mail: Panisheva-ov@mail.ru

Аннотация. В статье описаны некоторые нетрадиционные формы контроля знаний, актуальные при обучении в дистанционном формате. В основном это использование недавно появившихся цифровых ресурсов, возможности которых презентует автор. Кроме того, акцентируется внимание на решении проблемы самостоятельности выполнения контролирующих работ обучающимися, для чего предлагается использовать творческие задания.

Ключевые слова: дистанционное обучение, контроль знаний, функции контроля, цифровые ресурсы, тестирование, творческие задания.

Актуальность и постановка проблемы. Дистанционный формат обучения, в который вынужденно перешла система высшего образования в период пандемии коронавируса, обнажил целый ряд дидактических проблем, вызвал изменения в привычных формах и методах обучения. Состояние, в котором оказалась система образования в период массового обязательного перехода на дистанционное обучение, часто характеризуется как состояние шока или сбоя в системе. Так, в отчете ООН, составленном в августе 2020 года, отмечается, что «пандемия COVID-19 привела к крупнейшему за всю историю сбою в функционировании систем образования, который затронул почти 1,6 миллиарда учащихся в более чем 190 странах и на всех континентах» [1].

Педагоги уже спустя несколько недель работы в удаленном формате стали отмечать возникшие при этом проблемы. Обучению в дистанционном формате и связанным с этим проблемам посвящены статьи отечественных и зарубежных педагогов, среди которых И. Алешковский, О. Кузнецова, В. Ларионова, Д. Сапрыкина, Т. Сурма и др. Практически в каждой публикации можно встретить обеспокоенность тем, как проверить самостоятельность выполнения заданий школьниками и студентами. Таким образом, стоит проблема использования новых форм проверки знаний обучающихся в период дистанционного обучения, о некоторых из которых будет рассказано в статье.

Изложение основного материала. Вопросы, касающиеся контроля и оценки знаний, отражены в работах многих ученых-классиков. Среди них Ю. Бабанский, В. Гусев, А. Кузнецов, Е. Машбиц, Г. Скобелев, Н. Талызина, И. Якиманская и др. Особенности организации контроля с помощью компьютеров рассмотрены М. Бурковской, О. Зиминой, Е. Скрыльниковой, А. Слепухиным и др. Формы контроля знаний с использованием компьютеров, имеющих доступ в Интернет, стали наиболее распространенными при работе в удаленном формате.

Одна из главных функций контроля – диагностическая – заключается в получении информации об ошибках, недочетах и пробелах в знаниях и умениях обучающихся. Для ее осуществления работу студента или ученика необходимо проверить. Естественно, что «ручная» проверка выполненных заданий, которые присылаются в виде фотографий, требует значительных временных затрат, использования различных электронных редакторов, позволяющих вносить изменения в текст, для констатации и исправления ошибок. Поэтому наиболее логичным в этой ситуации стало использование компьютерного тестирования.

Большие возможности для составления тестов существуют в виртуальных классах. К примеру, в Google-классе имеется возможность создавать вопросы с одним или несколькими вариантами правильных ответов (количество вариантов ответов для выбора опрашиваемым может быть любым), вопросы на установление соответствия с единичным или множественным выбором. Открытые вопросы также могут присутствовать среди заданий, но их придется проверять вручную, ведь если составитель напишет ответ строчными буквами, а тестируемый – прописными или поставит в конце точку, то система воспримет это как неправильный ответ. В текст вопроса можно добавлять рисунки и видеоматериалы. Именно этой функцией можно воспользоваться для ввода формул, рисунков, графиков, потому что по-другому в текст вопроса их добавить не предоставляется возможным – это один из главным недостатков тестов в Google-классе.

Главное преимущество данного способа – практически автоматизированная проверка (экономит время) и сохранение всех результатов как по классу, отдельному заданию (рис.1) так и по каждому пользователю отдельно, что позволяет оценить характер часто встречающихся ошибок.

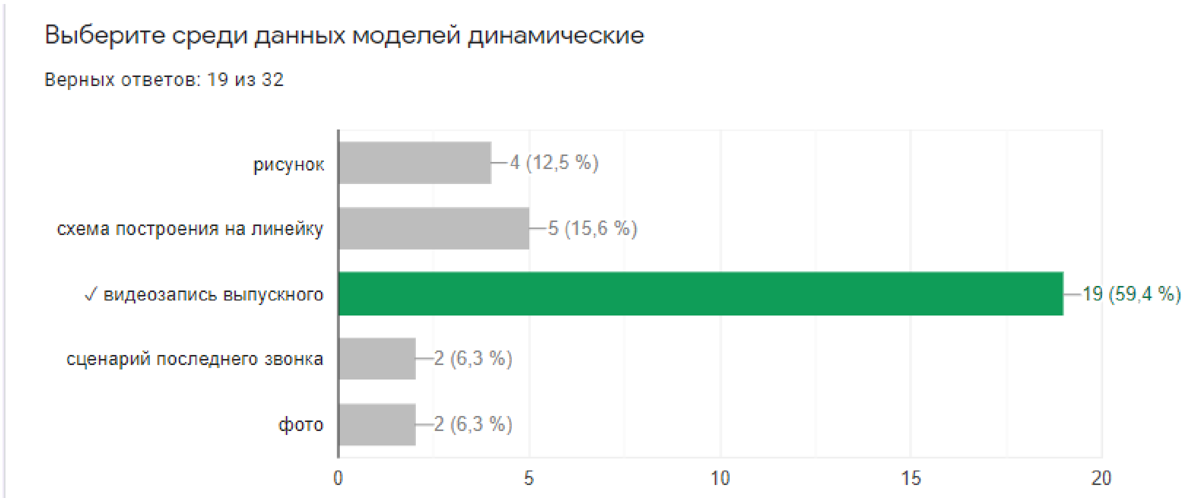


Рисунок 1 – Распределение ответов пользователей при выполнении конкретного задания

Однажды созданные тесты могут быть откорректированы и использованы при обучении других групп студентов или школьников. Кроме того, составитель тестов может проводить настройки выполнения текстовых заданий по своему усмотрению, в зависимости от целей. Если цель контроля – обучающая, то можно установить такие опции, чтобы тестируемый видел, какие задания он выполнил правильно, а какие нет, сколько баллов он получил за ответ на вопрос, предусмотреть возможность повторной отправки ответов и просмотра правильного ответа. Здесь может речь идти даже о самотестировании студентов, т.е. о самостоятельном выявлении пробелов в знаниях. При тестировании, выполняющем проверочно-оценочную функцию, эти опции можно отключить и воспользоваться функцией «перемешать вопросы», чтобы те студенты, которые прошли тест раньше, не делились с остальными правильными ответами.

Понятно, что не в каждом разделе математики целесообразно использовать компьютерное тестирование. К примеру, при изучении сходимости рядов данный способ контроля применим с большой натяжкой. В большинстве заданий этого курса важен не результат (сходится или расходится ряд), а процесс установления сходимости.

Большие возможности для обучающего контроля можно отыскать на недавно появившихся дистанционных платформах для обучения. Опишем некоторые из этих цифровых инструментов.

1. Платформа Quizlet – онлайн сервис для создания тестов, способствующих запоминанию нового материала. Для пользования сервисом нужно пройти регистрацию с компьютера или телефона. Интерфейс достаточно простой и понятен интуитивно. На платформе имеется доступ к тестам, которые были созданы другими пользователями.

Использование сервиса целесообразно при изучении тем, где присутствует большое количество определений, например, «начальные понятия теории графов». Студентам предлагается составлять карточки, где на одной стороне пишется название термина, а на второй – его определение. При необходимости можно добавлять изображения. После составления определенного количества карточек они дают ссылку друг другу на составленный материал. Студенты могут еще раз просмотреть карточки, составленные другими пользователями, а затем пройти предложенный им тест на время. Предлагаются различные варианты игровых режимов – показывается определение, нужно назвать сам термин, выбирая его из предложенных или вписывая название, можно соединять хаотически появляющиеся на экране термины и их определения, название теорем и их формулировки, после чего правильно подобранные пары будут исчезать (рис.2).

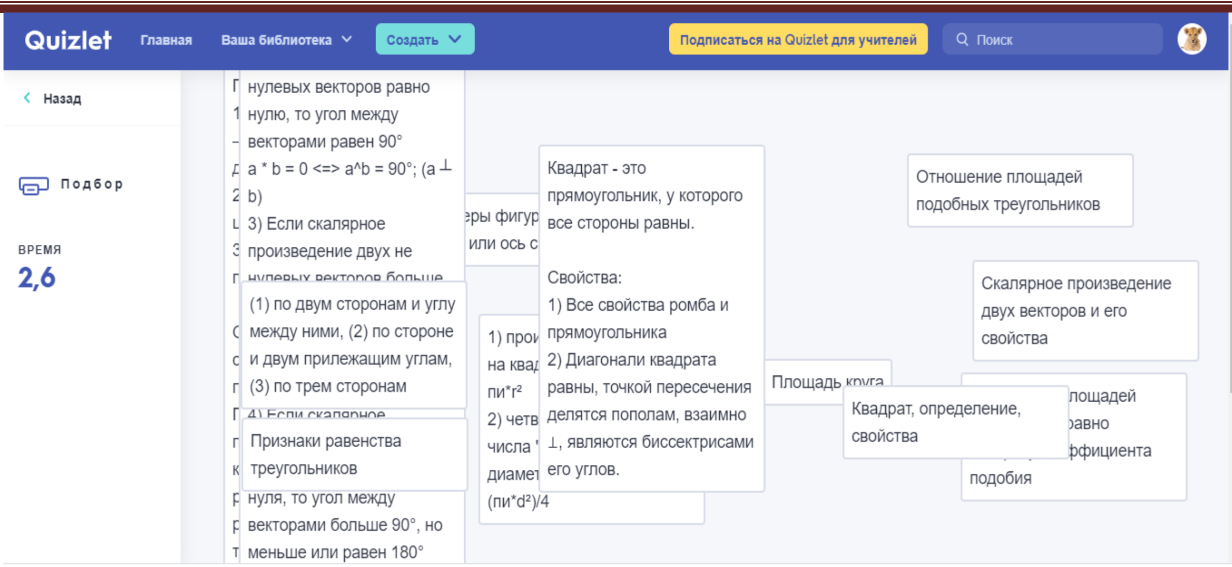


Рисунок 2 – Вариант проверки знания терминологии под названием «Подбор»

Платформа дает возможность устраивать виртуальные соревнования. Сделать это можно следующим образом: в общий чат сбрасывается ссылка с результатом – там указано время и количество правильных ответов. Таким образом, можно выбрать победителя – того, кто выполнил задания быстрее и качественнее остальных. Задания друг друга обучающиеся выполняют с большим желанием, чем те, которые предлагает им преподаватель. Второй вариант – объединить учеников в команды с помощью вкладки Quizlet Live и проходить соревнование по знанию терминов в режиме реального времени.

Платформа подходит для обучающего контроля, используется для усвоения и закрепления терминологического материала.

2. Образовательная платформа Learnis, которая позволяет создавать квесты, устраивать викторины и придумывать терминологические игры [2]. С помощью сервиса Learnis учитель может создавать веб-квесты, а в них прятать различные задания и секретные коды. Сами квест-комнаты и места, где спрятаны подсказки, уже созданы на сайте, преподавателю остается лишь создать и загрузить в комнату с квестом задания и ждать, что ученики их найдут все подсказки с заданиями и правильно ответят на все вопросы, чтобы открыть секретную комнату (рис.3).

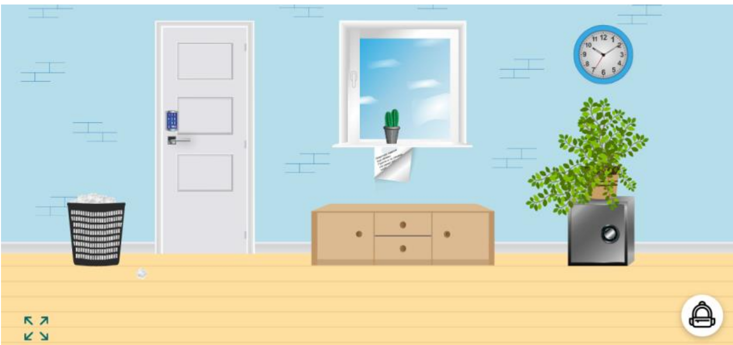


Рисунок 3 – Подсказка, появившаяся на стене после полива кактуса в квесте «Комната с окном» по теме «Дроби»

Чаще всего в квестах составляются такие задания, ответы на которые выражаются натуральными числами или словами – именно из этих ответов будет состоять код для выхода из комнаты. Для проверки выполнения задания можно попросить написать код выхода из комнаты и описания мест, где были спрятаны подсказки.

3. Wizer.me – платформа для создания интерактивных заданий, на которой имеется возможность создания листов с заданиями разных форматов – аудио, видео, анимация или фото. Тестируемый может выбирать разные варианты ответов, выполнять задания на сопоставление или разделение на группы, вставлять пропущенные слова, добавлять подписи к рисункам, сами рисунки или голосовые сообщения [2]. Несомненное преимущество сервиса – автоматическая проверка заданий. К недостаткам можно отнести англоязычный интерфейс.

4. Одной из форм нетрадиционного контроля при обычном обучении математики называют составление и разгадывание кроссвордов и ребусов, участие в викторинах. Эта форма также может быть использована и при дистанционном обучении. Например, на веб-ресурсе Kahoot есть огромная база готовых викторин и возможность создать свою всего за пару минут. После чего осуществлять тестирование с обратной связью, с баллами, с результатами для каждого ученика и рейтингом всего класса. Чем быстрее тестируемый отвечает на вопрос, тем больше баллов он может набрать. Вопросы могут быть с картинками и фрагментами видео.

Для создания кроссвордов можно воспользоваться сервисом cross.highcat.org. Здесь достаточно ввести слова, которые вы хотите зашифровать, а сервис сам соединит их в кроссворд, задачей ученика будет придумать подписи к терминам.

Все вышеперечисленные нами цифровые ресурсы содержат контрольные задания, которые выполняют не только диагностирующую и оценочную функцию, но и обучающую, развивающую, воспитывающую. Кроме того, такие платформы позволяют индивидуализировать и дифференцировать задания для контроля. Задания, выполняемые на вышеперечисленных ресурсах, больше похожи на игровые, чем на контрольные, в силу чего они предупреждают состояние тревожности, улучшают эмоциональное состояние школьника или студента, формируют положительные мотивы учения. Происходит переключение внимания и смена форм деятельности. Здесь обучающимися чаще всего движет уже не желание заработать отметку, а интерес, заключающийся, например, в поиске подсказок для выхода из комнаты или более быстром выполнении заданий викторины. В результате выполнения интерактивных заданий происходит развитие логического мышления, памяти, внимания, наблюдательности обучающихся, совершенствуются общеучебные навыки, умение анализировать и структурировать информацию, устанавливаются эмоциональные связи между участниками образовательного процесса.

Как уже отмечалось, при выполнении заданий в дистанционном формате нередки случаи манипуляции и несамостоятельности их выполнения. Обучающиеся чаще всего прибегают к помощи третьих лиц или поиску готовых решений в сети. Считаем, что вероятность самостоятельного выполнения заданий повышается, если обучающимся предлагаются задания не репродуктивного, а творческого характера, на которое гарантированно невозможно найти готовый ответ в сети Интернет. Приведем примеры таких заданий, используемых на этапе систематизации знаний.

Пример 1. Один из нетрадиционных способов контроля при изучении функций – построение рисунков из графиков функций. В условиях дистанционного обучения это построение выполняется с помощью разнообразных интернет-платформ для построения графиков, например, math.semestr, yotx.ru и др. Полученные рисунки при этом имеют более аккуратный и эстетичный вид, и хоть обучающиеся не строят график непосредственно вручную в тетради, роль заданий такого типа сохраняется. Более сложным является обратное задание – задать аналитически все функции, из которых построен график. Поэтому предлагаем выполнять задания в парах, когда обучающиеся сначала создают свой рисунок из графиков, а затем записывают уравнения для графиков партнера. Этими рисунками можно обмениваться в общем чате или в личных сообщениях. Для проверки задания учителем пары обучающиеся включают по очереди демонстрацию экрана.

Пример 2. При знакомстве с понятием матрицы одному из студентов предлагается описать элементы таким образом, чтобы каждый элемент был из разной области знаний. Например, a_{11} – количество океанов на земном шаре, a_{12} – количество законов Ньютона, a_{13} – порядковый номер кислорода в периодической системе и т.д. Каждому из студентов по этому описанию необходимо выполнить свое задание (в зависимости от уровня знаний по теме): одним предлагается сложить полученную матрицу с единичной, другим – вычислить определитель способом треугольником, третьим – разложив по элементам первой строки, четвертым – вычислить определитель в Excel, пятым – записать транспонированную матрицу, шестым – найти обратную и т.д.

Пример 3. При знакомстве с элементами теории графов на этапе контроля предлагается выполнить задания на их применение в разных отраслях. К примеру, на использование графов в лингвистике. В лингвистике выделяют несколько нетрадиционные типы граф-деревьев. В зависимости от того, какие типы связей лингвисты считают нужным отразить в дереве, выделяются дерево подчинения и дерево составляющих. Студентам для выполнения задания приходится дополнительно ознакомиться с типами этих деревьев, особенностями их построения и выбрать то, которое адекватно подходит для выполнения поставленной задачи.

Само задание состоит в том, чтобы проанализировать с помощью графической модели творчество своего любимого писателя или поэта. После построения деревьев для достаточного количества предложений из творчества писателя, необходимо сделать обобщения – правильный ли порядок слов в предложениях, какая особенность стиля речи писателя или поэта. Одно из обобщений, сделанных студентом, выглядело так: «Есенинский прозаический текст в основном состоит из предложений, в которых не более 11 слов, а рисунки их деревьев либо симметричны, либо имеют длинный правый отросток. При этом даже для длинных фраз громоздкие деревья практически не возникают. Интуитивное ощущение прозрачности есенинской фразы соответствует строгому понятию синтаксической простоты».

Особенный интерес выполнение таких творческих заданий межпредметного характера вызывает у студентов с гуманитарным складом ума. При их выполнении оценивается полнота и осознанность знаний, умение применять полученные знания в нестандартных ситуациях, умение выбирать наиболее целесообразные средства для выполнения учебной задачи, что гораздо ценнее общепринятой проверки знаний теоретического материала и решения стандартных задач.

Могут быть использованы не только индивидуальные, но и коллективные творческие задания, имеющие более долгосрочный характер. Например, создание обучающих комиксов по теме, создание образовательного веб-сайта (сайт создается преподавателем, студенты готовят его наполнение контентом) и т.д.

Выводы и перспективы дальнейших исследований. Таким образом, в условиях дистанционного обучения общепринятые способы контроля дополняются нетрадиционными, особое место среди которых занимают использование заданий с механической проверкой, применение для контроля специально созданных цифровых ресурсов сети – Kahoot, Learnis, Wizer.me, Quizlet и др. У каждого из этих ресурсов есть свои преимущества и недостатки, они способствуют выполнению разных функций контроля. Даже не прибегая к специальным цифровым ресурсам, проблему самостоятельности выполнения заданий обучающимися при работе в дистанционной формате можно частично решить с помощью повышения доли творческих заданий.

Перспективным видится изучение возможностей других цифровых ресурсов и исследование их эффективности на разных ступенях обучения математике.

Список литературы

1. Концептуальная записка: Образование в эпоху COVID-19 и в последующий период [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://www.un.org/sites/un2.un.org/files/policy_brief_-_education_during_covid-19_and_beyond_russian.pdf (дата обращения: 15.03.2021).

2. Путеводитель по цифровым инструментам для учителей [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://initiative.yandex.ru/projects/teachers/ (дата обращения: 15.03.2021).

СЕКЦИЯ 3

АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ НАУКИ НА СОВРЕМЕННОМ ЭТАПЕ

УДК 519.8

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА СВЕРТКИ НЕЧЕТКИХ ЧИСЕЛ ДЛЯ ОТБОРА СПОРТСМЕНОВ В БАСКЕТБОЛЬНУЮ КОМАНДУ

Бацманова Светлана Александровна
студентка 2 курса направления подготовки
01.03.01 «Математика,
профиль: Математика в цифровой экономике»
ГОУ ВО ЛНР «ЛГПУ»
e-mail: batsmanovas@mail.ru

Скринникова Анна Владимировна
старший преподаватель кафедры
фундаментальной математики
ГОУ ВО ЛНР «ЛГПУ»
e-mail: ann3005@rambler.ru

Аннотация. Статья посвящена принятию решений в условиях неполной и нечеткой информации. Был применен метод аддитивной свертки нечетких чисел для выбора капитана баскетбольной команды.

Ключевые слова: нечеткое треугольное число, метод свертки нечетких чисел, лингвистическая переменная, альтернатива.

Актуальность и постановка проблемы. Наиболее поразительным свойством человеческого интеллекта является способность принимать правильные решения в обстановке неполной и нечеткой информации. Человечество столкнулось с проблемами, для решения которых невозможно получить полную информацию. Поэтому средства нечеткой логики становятся все более актуальными и используются для решения многих проблем почти во всех прикладных областях, в том числе при управлении предприятием, качеством продукции и технологическими процессами, в химической технологии и в медицине, при управлении движением автотранспорта и в экономической географии, в теории надежности, в радиоэлектронике, робототехнике, при контроле качества продукции и даже в спорте [1-3].

Изложение основного материала. Пусть A – некоторое множество и подмножество B множества A характеризуется своей характеристической функцией

$$\mu_{\text{B}}(x) = \begin{cases} 1, x \in B \\ 0, x \notin B \end{cases}. \tag{1}$$

Нечеткое число определяется как нечеткое множество A на множестве действительных чисел R с функцией принадлежности $\mu_A(x) \in [0,1]$, где $\text{x} \in \text{R}$ [1].

Существуют различные методы принятия решений нечеткой логики: метод выбора альтернатив на основе пересечения нечетких множеств, метод выбора альтернатив на основе нечеткого отношения предпочтения, метод выбора альтернатив с использованием правила нечеткого вывода, метод аддитивной свертки нечетких чисел. В рассматриваемом методе экспертные предпочтения представлены с помощью нечетких чисел, имеющих функции принадлежности треугольного вида [9, 10] (рис.1).

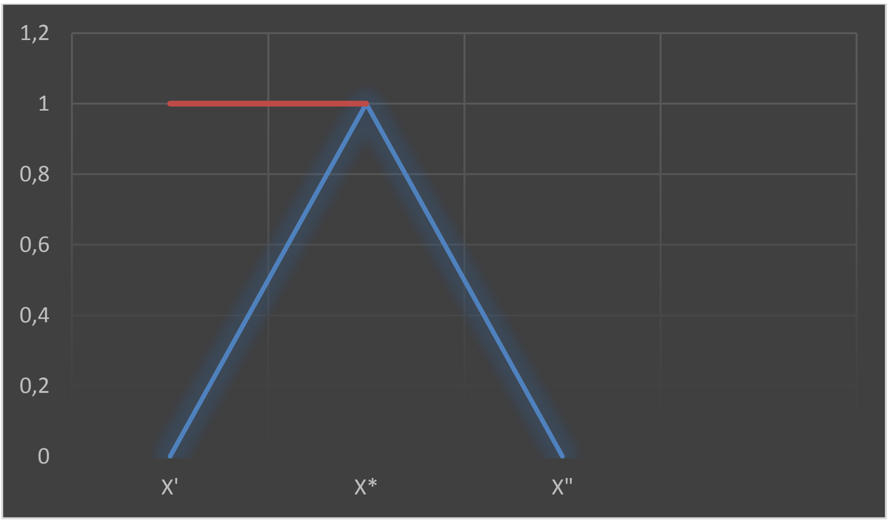


Рисунок 1 – Треугольное представление нечеткого числа

Пусть имеется множество альтернатив $A = \{a_1, a_2, ..., a_m\}$ и множество критериев $C = \{c_1, c_2, ..., c_n\}$, при этом оценка j-й альтернативы по i-му критерию представлена нечетким числом R_{ij}, а относительная важность i-го критерия задается коэффициентом $\alpha_i = 1,2 ..., n$ [8]. Если коэффициенты a, нормированы, то взвешенная оценка j-й альтернативы вычисляется по формуле:

$$R_j = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i R_{ij} \tag{2}$$

Если функции принадлежности $\mu_{Rij}(r_{ij})$ и $\mu_{\alpha i}(\alpha_i)$ имеют треугольный вид, то для них, как и для нечеткого числа X, вершина X^*, а также левая X' и правая X'' границы определяются следующими соотношениями [8]:

$$\begin{gathered} \forall\delta : \mu(X') = 0; \mu(X' - \delta) = 0; \mu(X' + \delta) \neq 0; \\ \forall\delta : \mu(X'') = 0; \mu(X'' - \delta) \neq 0; \mu(X'' + \delta) = 0; \mu(X^*) = 1. \end{gathered} \tag{3}$$

Взвешенная оценка j-й альтернативы R_j является результатом линейной комбинации нечетких чисел и, также будет иметь функцию принадлежности треугольного вида [9]. Вершину и границы нечеткого числа $Z=X\times Y$, полученного в результате операций сложения или умножения (символ $\times$ обозначает обобщенную операцию), можно вычислить следующим образом [2]:

$$Z' = X' \times Y'; Z'' = X'' \times Y''; Z^* = X^* \times У^* \tag{4}$$

Ранжирование альтернатив с использованием полученных взвешенных оценок возможно на основе их нечеткой композиции:

$$\mu_J(j) = \sup_{r_1, r_2, \ldots, r_m; r_k \geq r_j} \min_{j=1,\ldots,m} \mu_{R_j}(r_j). \quad (5)$$

Здесь $\mu_J(j)$ – нечеткое множество альтернатив, соответствующих понятию «лучшая альтернатива». Лучшей считается альтернатива, имеющая наибольшее значение $\mu_J(j)$ [4].

Приоритет каждой альтернативы вычисляется путем выбора минимума среди точек пересечения правой границы соответствующего ей нечеткого числа R_j с границами нечетких чисел, представляющих взвешенные оценки альтернатив, расположенных правее на числовой оси (удовлетворяющих условию $r_k > r_j$.). При этом предполагается, что правая граница области определения нечетких чисел соответствует самым предпочтительным оценкам, а левая – наихудшим [6].

Рассмотрим задачу выбора капитана баскетбольной команды ИФМОИОТ методом аддитивной свертки.

Команда состоит из пяти претендентов: U_1, U_2, U_3, U_4, U_5 (иначе, пусть имеется n альтернатив, которые могут оцениваться по m критериям). Претенденты оцениваются по критериям, которые описывают как физические, так и личностные качества: g_1 – ловкость; g_2– выносливость; g_3– владение техникой; g_4 – умение работать в команде; g_5 – лидерские качества.

Пусть лингвистическая переменная «оценка» (альтернатив по критериям) определена на следующих нечетких переменных «НЕУД», «УД», «ХОР» и «ОТЛ».

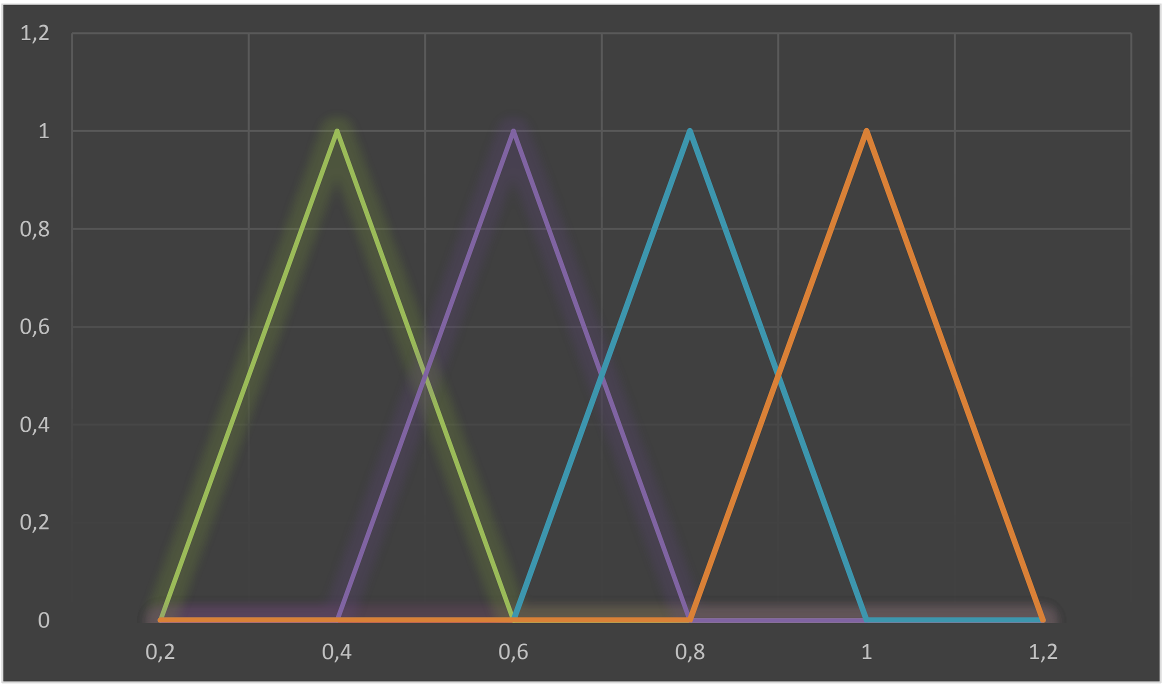


Рисунок 2 – Графическое представление множества оценок

Для нечеткой переменной «НЕУД» функция принадлежности имеет вид:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, \textit{если} \;\; x \in (-\infty;0{,}2] \cup [0{,}6;+\infty), \\ x - 0{,}2, \textit{при} \;\; 0{,}2 \le x < 0{,}4, \\ 0{,}6 - x, \textit{при} \;\; 0{,}4 < x \le 0{,}6. \end{cases} \quad (6)$$

Для нечеткой переменной «УД» функция принадлежности имеет вид:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, \textit{если} \;\; x \in (-\infty;0{,}4] \cup [0{,}8;+\infty), \\ x - 0{,}4, \textit{при} \;\; 0{,}4 \le x < 0{,}6, \\ 0{,}8 - x, \textit{при} \;\; 0{,}6 < x \le 0{,}8. \end{cases} \quad (7)$$

Для нечеткой переменной «ХОР» функция принадлежности имеет вид:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, \textit{если} \;\; x \in (-\infty;0{,}6] \cup [1;+\infty), \\ x - 0{,}6, \textit{при} \;\; 0{,}6 \le x < 0{,}8, \\ 1 - x, \textit{при} \;\; 0{,}8 < x \le 1. \end{cases} \quad (8)$$

Для нечеткой переменной «ОТЛ» функция принадлежности имеет вид:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, \textit{если} \;\; x \in (-\infty;0{,}8] \cup [1{,}2;+\infty), \\ x - 0{,}8, \textit{при} \;\; 0{,}8 \le x < 1, \\ 1{,}2 - x, \textit{при} \;\; 1 < x \le 1{,}2. \end{cases} \quad (9)$$

Совокупность оценок удобно расположить в виде матрицы $m \times n$. И уже здесь можно сделать выводы о том, насколько развит каждый игрок.

$$\tilde{G} = \begin{pmatrix} \vec{g}_1 & \textit{ОТЛ} & \textit{уд} & \textit{ОТЛ} & \textit{хор} & \textit{хор} \\ \vec{g}_2 & \textit{уд} & \textit{ОТЛ} & \textit{хор} & \textit{хор} & \textit{уд} \\ \vec{g}_3 & \textit{хор} & \textit{хор} & \textit{уд} & \textit{ОТЛ} & \textit{хор} \\ \vec{g}_4 & \textit{уд} & \textit{хор} & \textit{хор} & \textit{уд} & \textit{ОТЛ} \\ \vec{g}_5 & \textit{НЕУД} & \textit{ОТЛ} & \textit{хор} & \textit{уд} & \textit{хор} \\ \ddots & U_1 & U_2 & U_3 & U_4 & U_5 \end{pmatrix} \quad (10)$$

Названия соответствующих лингвистических переменных определены так: «несущественный», «не очень важный», «довольно важный», «очень важный», «чрезвычайно важный» (НС, НОВ, ДВ, ОВ и ЧВ, соответственно). Они имеют коэффициенты важности:

$$\omega_1 = 0{,}1, \omega_2 = 0{,}3, \omega_3 = 0{,}1, \omega_4 = 0{,}2, \omega_5 = 0{,}3.$$

Сделаем рациональный выбор методом аддитивной свертки нечетких чисел.

Оценки представим в виде треугольных нечетких чисел вида $A=(a, E_1, E_2)$, где a – среднее значение нечеткого числа, а E_1, E_2 – величина разброса от среднего значения a. Имеем:

НЕУД = «*неудовлетворительно*» = (0,4;0,2;0,2);

УД = «*удовлетворительно*» = (0,6;0,2;0,2);

ХОР = «*хорошо*» = (0,8;0,2;0,2);

ОТЛ = «*отлично*» = (1;0,2;0,2).

Пользуясь формулами имеем следующие результаты:

$$U_1 = ОТЛ \cdot \omega_1 + УД \cdot \omega_2 + ХОР \cdot \omega_3 + УД \cdot \omega_4 + НЕУД \cdot \omega_5 = (0{,}6;0{,}2;0{,}2).$$

$$U_2 = УД \cdot \omega_1 + ОТЛ \cdot \omega_2 + ХОР \cdot \omega_3 + ХОР \cdot \omega_4 + ОТЛ \cdot \omega_5 = (0{,}9;0{,}2;0{,}2).$$

$$U_3 = ОТЛ \cdot \omega_1 + ХОР \cdot \omega_2 + УД \cdot \omega_3 + ХОР \cdot \omega_4 + ХОР \cdot \omega_5 = (0{,}8;0{,}2;0{,}2).$$

$$U_4 = ХОР \cdot \omega_1 + ХОР \cdot \omega_2 + ОТЛ \cdot \omega_3 + УД \cdot \omega_4 + УД \cdot \omega_5 = (0{,}76;0{,}2;0{,}2).$$

$$U_5 = ХОР \cdot \omega_1 + УД \cdot \omega_2 + ХОР \cdot \omega_3 + ОТЛ \cdot \omega_4 + ХОР \cdot \omega_5 = (0{,}84;0{,}2;0{,}2).$$

Очевидно, $U_2 > U_5 > U_3 > U_4 > U_1$.

Исходя из результатов, которые мы получили в ходе исследования, видно, что больше всего подходит на роль капитана баскетбольной команды участник U_2, поскольку «лучшей» считается альтернатива, имеющая наибольшее значение. Таким образом, данный метод дает возможность для перехода от нечётких оценок к обычным числам, чтобы в дальнейшем ими оперировать в расчетах [7].

Выводы и перспективы дальнейших исследований. В ходе исследований мы дали теоретическое описание нечетких чисел; выбрали нечеткие лингвистические переменные и построили для них функции принадлежности; применили метод аддитивной свертки нечетких чисел для принятия решений при выборе капитана баскетбольной команды.

Перспективно применить описанный метод также для выбора полевых игроков в баскетбол, игроков других видов спорта в командные соревнования различных уровней.

Список литературы

1. *Пегат А.* Нечеткое моделирование и управление / А. Пегат ; пер. с англ. – 2-е изд. (эл.). – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013. – 798 с.: ил. (Адаптивные и интеллектуальные системы).

2. Информационные ресурсы и технологии в экономике: Учебное пособие / Под ред. Б.Е. Одинцова, А.Н. Романова. – М.: Инфра-М, 2013. – 462 с.

3. *Гетманчук А.В.* Экономико-математические методы и модели Учебное пособие для бакалавров / А.В. Гетманчук, М.М. Ермилов. – М.: Дашков и Ко, 2013. – 188 с.

4. *Усков А.А.* Связь арифметики нечётких чисел с арифметикой кватернионов и её применение при анализе систем управления / А.А. Усков, И.А. Киселев // Управление большими системами. – 2014. – Т. 48. – С. 59–70.

5. *Воронцов Я.А.* Устойчивость решения в задаче о критическом пути с нечёткими параметрами / Я.А. Воронцов, М.Г. Матвеев // Вестник ВГТУ. – 2014. – Т. 10, № 6. – С. 40–43.

6. *Борисов В.В.* Основы нечёткой арифметики: учебное пособие для вузов / В.В. Борисов, А.С. Федулов, М.М. Зернов – М.: Горячая Линия-Телеком, 2014. – 98 с.

7. *Назаров Д.М.* Интеллектуальные системы: основы теории нечетких множеств: уч. пособие для академического бакалавриата / Д.М. Назаров, Л.К. Конышева. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: Издательство Юрайт, 2018. – 207 с.

8. *Георгица И.В*. Представление знаний для системы подбора персонала на основе нечеткой логики / И.В. Георгица, А.В. Кузнецова: Современные проблемы науки и образования. – 2015. – №1-1 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.science-education.ru/ru/article/view?id=18012, свободный (дата обращения: 05.04.2021).

9. *Матвеев М.Г.* Анализ и решение задач выбора с параметрической нечеткостью / М.Г. Матвеев // Вестник Южно-Уральского государственного университета, серия «Математическое моделирование и программирование». – 2015. – № 8(4). – С. 14–29.

10. *Воронцов Я.А.* Алгебраические операции с нечеткими LR-числами с использованием преобразования L / Я.А. Воронцов, М.Г. Матвеев // Программная инженерия. – 2014. – № 8. – С. 23–29.

УДК 519.688

О НЕКОТОРЫХ МЕТОДАХ ИЗВЛЕЧЕНИЯ КОРНЕЙ В АЛГЕБРЕ КВАТЕРНИОНОВ

Бутченко Вера Александровна
студентка 3 курса направления подготовки
01.03.01 «Математика,
профиль: Математика в цифровой экономике»
ГОУ ВО ЛНР «ЛГПУ»
e-mail: dlya_menya306@mail.ru

Савельев Валерий Михайлович
кандидат физико-математических наук,
доцент кафедры фундаментальной математики
ГОУ ВО ЛНР «ЛГПУ»
e-mail: svm59@mail.ru

Аннотация. Статья посвящена вопросу извлечения корней в алгебре кватернионов. Рассмотрено понятие кватерниона, как минимального расширения множества комплексных чисел, проанализированы основные свойства и особенности данного пространства.

Ключевые слова: алгебра кватернионов, базис Грёбнера, система компьютерной алгебры **Maple.**

Актуальность и постановка проблемы. Начиная с 1840-х годов алгебра кватернионов применялась в различных ответвлениях математики и физики, однако с течением времени уступила свое место более простым методам вычисления. Сейчас кватернионы используют в программировании, программной инженерии, компьютерной графике и т.д. Как раз в последней, алгебру кватернионов называют инструментом компьютерной графики, обработки сигналов и математического обеспечения, используют для описания позиций в пространстве (перемещения), а также ориентации в пространстве (поворота).

Таким образом, основой для написания данной статьи стал вопрос о более подробном рассмотрении понятия кватерниона и его сравнение с множеством комплексных чисел; накопление и систематизирование изученной информации, углубление знаний и формирование навыков для проведения операций в алгебре кватернионов.

Изложение основного материала. Алгебра кватернионов является минимальным расширением множества комплексных чисел. Это утверждение было сформулировано Грассманом и Гамильтоном в 1840-х годах и с тех пор не изменилось. Согласно их независимому друг от друга исследованию, исчисление кватернионов, основано на концепции системы комплексных чисел, перенесенных в трёхмерное пространство с добавлением еще двух мнимых чисел. Запись кватерниона представима в виде суммы пары комплексных чисел. Пусть $q = z + wj,$ где $j^2 = -1,$ $z, w \in C,$ тогда если $j \neq \pm i,$ $ji = k,$ то $q = a + bi + cj + dk.$

То есть, кватернион можно определить как формальную сумму $a + bi + cj + dk.$, где a, b, c, d – вещественные числа, а i, j, k – мнимые числа со следующим свойством: $i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1.$

Это свойство легко проверить используя таблицу (табл. 1) умножения мнимых

Таблица 1 – Таблица умножения мнимых единиц

$*$	1	i	j	k
1	1	i	j	k
$.i$	i	-1	k	$-j$
j	j	$-k$	-1	i
k	k	j	$-i$	-1

Можно заметить, что отношения между i, j и k очень похожи на правила векторного умножения единичных декартовых векторов. Гамильтон также заметил, что мнимые числа i, j и k можно использовать для представления трёх декартовых единичных векторов i, j и k с теми же свойствами мнимых чисел, так что $i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1.$

На представленном ниже изображении (рис. 1) графически представлены взаимосвязи между декартовыми единичными векторами в виде i, j и k. На данный момент это сходство послужило использованию кватернионов в новых ответвлениях в математике.

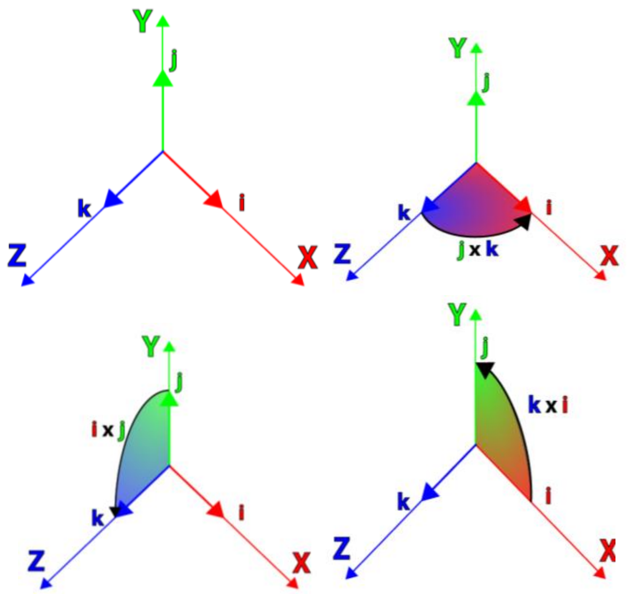


Рисунок 1 – Графическое представление свойств ij, jk, ki

Посмотрев внимательно на общий вид кватерниона, можно представить его как многочлен (выражение), где a, b, c, d – вещественные числа, а i, j, k – переменные.

Простейшие операции, например такие как сумма и произведение кватернионов представимы так же, как соответствующие операции для многочленов нескольких переменных:

$$(a_1 + b_1 i + c_1 j + d_1 k) + (a_2 + b_2 i + c_2 j + d_2 k) =$$
$$= (a_1 + a_2) + (b_1 + b_2)i + (c_1 + c_2)j + (d_1 + d_2)k.$$

Для произведения вводятся дополнительные соотношения:

$$i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1,$$
$$ij = k = -ij,$$
$$jk = 1 = -kj,$$
$$ki = j = -ik;$$
$$(a_1 + b_1 i + c_1 j + d_1 k)(a_2 + b_2 i + c_2 j + d_2 k) =$$
$$= (a_1 a_2 - b_1 b_2 - c_1 c_2 - d_1 d_2) + (a_1 b_2 + a_2 b_1 + c_1 d_2 - c_2 d_1)i +$$
$$+ (a_1 c_2 + a_2 c_1 + d_1 b_2 - b_2 d_1)j + (a_1 d_2 + a_2 d_1 + b_1 c_2 - b_2 c_1)k.$$

Учитывая, что умножение кватернионов зависит от порядка сомножителей, рассмотрим пример нахождения частного от деления двух кватернионов $q_{1,}q_2$. Для нахождения частного от деления двух кватернионов необходимо рассмотреть решение двух уравнений:

Рассмотрим два кватерниона q_1, q_2 и найдем частное от их деления.

Составим эти уравнения: $q_2 x = q_1$, (1) $xq_2 = q_1$. (2)

Умножим обе части уравнения (1) слева сначала на $\overline{(q_2)}$, а затем на $\frac{1}{|q_2|^2}$.

Получим: $x = \frac{1}{|q_2|^2}(q_2)\overline{q_1}$.

Проведем замену переменной в уравнении (1), для того что бы убедится, что это выражение действительно является решением данного выражения: $x_l = \frac{1}{|q_2|^2}(q_2)\overline{q_1}$. Аналогично находится x_p: $x_p = \frac{1}{|q_2|^2}(q_1)\overline{q_2}$.

Определение 1. *Алгебра кватернионов – четырехмерная алгебра над полем* $\mathbb{R}$ *или минимальное расширение комплексных чисел, образующее тело с не коммутативным умножением. Содержит базис* $1, i, j, k,$ *элементы которого перемножаются с помощью следующего правила:*

$$i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1, ij = k = -ij, jk = 1 = -kj, ki = j = -ik;$$

Наиболее важных свойства системы кватернионов:

1) для умножения кватернионов справедлив сочетательный закон;

2) кватернионы – четырехмерная алгебра с делением.

Рассмотрим способы извлечения корней этой алгебре. *Первый способ* основан на теореме об извлечении корней *n*-ой степени в алгебре кватернионов. При этом мы будем опираться на теорему:

Теорема 1. Следующие утверждения являются истинными:

- $\left|\sqrt[n]{q} = n\right|$, при $q \in \mathrm{H} / \mathrm{R}$;
- $\sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{a}\sqrt[n]{1}$, при $a \in \mathrm{R}, n \in \mathrm{N}$;
- $\sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{-a}\sqrt[n]{-1}$,, при $a \in \mathrm{R}, a \neq 0, a < 0; n \in 2\mathrm{N}$;
- $\sqrt[2k]{-1} = \sqrt[2k]{1}\left(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}\right)$;
- $\sqrt[n]{1} = \cos\frac{2\pi k}{n} + S_{\sin\frac{2\pi k}{n}}$, где

$$k = \overline{0, \left[\frac{\pi}{2}\right]}, S_r = \{q = \alpha i + \beta j + \gamma k \mid |q| = r\}.$$

Пример 1. Извлечем корни в алгебре кватернионов, используя теорему 1.

- $\sqrt[3]{1} = \cos\frac{2\pi k}{3} + S_{\sin\frac{2\pi k}{3}}, k = 0,1.$

$$k = 0 : 1 + S_0 = 1;$$

$$k = 1 : -\frac{1}{2} + S_{\frac{\sqrt{3}}{2}}.$$

- $\sqrt[4]{1} = \cos\frac{2\pi k}{4} + S_{\sin\frac{2\pi k}{4}}, k = 0,1,2.$

$$k = 0 : 1 + S_0 = 1;$$

$$k = 1 : 0 + S_1 = \{|q||q| = 1\};$$

$$k = 2 : -1 + S_0 = -1.$$

- $\sqrt[5]{1} = \cos\frac{2\pi k}{5} + S_{\sin\frac{2\pi k}{5}}, k = 0,1,2.$

$$k = 0 : 1 + S_0 = 1;$$

$$k = 1 : \cos\frac{2\pi}{5} + S_{\frac{2\pi}{5}} \approx 0.3 + S_{0.95};$$

$$k = 2 : \cos(144) + S_{\sin(144)} \approx -0.8 + S_{0.587}.$$

Еще один способ извлечения корней в алгебре кватернионов – извлечение корней с использованием базиса Грёбнера.

Пример 2. Извлечем корни в алгебре кватернионов, используя свойства базисов Гребнера (решение найдено с использованием системы компьютерной алгебры **Maple**).

• Вычислить корень третьей степени из единицы.

Пусть: $(a + bi + cj + dk)^3 = 1$, тогда:

$$F = [-2ab^2 - 2ac^2 - 2ad^2 + a(a^2 - b^2 - c^2 - d^2) - 1, 2^2 b + b(a^2 - b^2 - c^2 - d^2),$$
$$2a^2 c + c(a^2 - b^2 - c^2 - d^2), 2a^2 d + d(a^2 - b^2 - c^2 - d^2)].$$

Решим систему алгебраических уравнений.

Составим базис Грёбнера для уравнений из данной системы, учитывая лексикографический порядок $b > c > d > a$, и получим эквивалентную систему уравнений.

$$G = [8a^6 - 7a^3 - 1, 8a^3 d + d, 8a^3 b + b, 8a^5 - 8a^2 + 3b^2 + 3c^2 + 3d^2]$$

Найдем a из первого уравнения. Для этого рассмотрим два случая:

• если $\grave{a} = 1$, то $b = c = d = 0$;

• если $\grave{a} = -½$;

В семействе уравнений F полагаем $\grave{a} = -½$ и находим базис Гребнера полученного семейства:

$b^2+c^2+d^2-\frac{\sqrt{3}}{2}$ – связывающее соотношение для $d,c,b.$

• Вычислить корень четвертой степени из единицы.

Пусть: $(a+bi+cj+dk)^4=1,$ тогда

$$F=[a^4-6a^2(b^2+c^2+d^2)+(b^2+c^2+d^2)^2-1,$$
$$-4ab(-a^2+b^2+c^2+d^2),$$
$$-4ac(-a^2+b^2+c^2+d^2),-4ad(-a^2+b^2+c^2+d^2)].$$

Решим соответвующую систему алгебраических уравнений.

Составим базис Грёбнера для уравнений из данной системы, учитывая лексикографический порядок $b,c,d,a,$ и получим эквивалентную систему уравнений.

$$G=[4a^9-3a^5-a,4a^5d+ad,4a^5c+ac,4a^5b+ab,$$
$$4a^7-4a^3+5ab^2+5ac^2+5ad^2,$$
$$24a^8-19a^4+5b^4+10b^2c^2+10b^2d^2+5c^4+10c^2d^2+5d^4-5].$$

Найдем a из первого уравнения. Для этого рассмотрим три случая:

• если $\grave{a}=1,$то

• если $\grave{a}=-1,$ то $b=c=d=0;$

• если $\grave{a}=0,$ то b,c,d связаны соотношением:

$$(a+bi+cj+dk)^{\frac{1}{2}}=1.$$

Вычислить корень пятой степени из единицы.

Пусть: $(a+bi+cj+dk)^5=1,$ тогда

$$F=[a(a^4-10a^2(b^2+c^2+d^2)+5(b^2+c^2+d^2)^2)-1,$$
$$b(5a^4-10a^2(b^2+c^2+d^2)+(b^2+c^2+d^2)^2),$$
$$c(5a^4-10a^2(b^2+c^2+d^2)+(b^2+c^2+d^2)^2),$$
$$d(5a^4-10a^2(b^2+c^2+d^2)+(b^2+c^2+d^2)^2)].$$

Решим систему алгебраических уравнений.

Составим базис Грёбнера для уравнений из данной системы, учитывая лексикографический порядок $b>c>d>a$ и получим эквивалентную систему уравнений.

$$G=[102a^{15}-672a^{10}-353a^5+1,1024a^{10}d+352a^5d-d,$$
$$1024a^{10}c+352a^5c-c,1024a^{10}b+352a^5b-b,$$
$$7168a^{12}-4576a^7-2592a^2+275b^2+275c^2+275d^2].$$

Найдем a из первого уравнения. Для этого рассмотрим три случая:

• если $\grave{a}=1,$ то $b=c=d=0;$

• если $\grave{a}\approx 0{,}3,$ то b,c,d связаны соотношением: $b^2+c^2+d^2=0.904508;$

• если $\grave{a}\approx 0{,}8,$ то b,c,d связаны соотношением: $b^2+c^2+d^2=0.587.$

Выводы и перспективы дальнейших исследований. В данной работе рассмотрены два методы извлечения корней в алгебре кватернионов. Для первого метода применяется теорема об извлечении корней n-ой степени в алгебре кватернионов, а второй способ состоит в использовании теории базисов Грёбнера. В качестве иллюстрации применения рассмотренных методов приведено несколько примеров с использованием этих способов. Если записать произвольную матрицу в кватернионной форме, то можно применить вышеназванные методы к задаче извлечения корней в алгебре вещественных квадратных матриц второго порядка.

Список литературы

1. *Аржанцев И.В.*. Базисы Грёбнера и системы алгебраических уравнений / И.В. Аржанцев – М.: МЦНМО, 2003. – 68 с.
2. *Д. Кокс*. Идеалы, многоообразия и алгоритмы: Введение в вычислительные аспект,ы алгебраической геометрии и коммутативной алгебры / Д. Кокс, Дж. Литтл, Д. О'Ши – М.: Мир,2000. – 687 с.
3. *Кантор И.Л., Солодовников А.С.*, Гиперкомплексные числа / И.Л. Кантор., А.С. Солодовников. - М.: Наука, 1973. – 144 с.
4. *Э.Б. Винберг*, Курс алгебры / Винберг Э.Б. – М.: Московский центр непрерывного математического образования (МЦНМО), 2013. –590 с.

УДК 004.04.045.0

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ ПРИ ЭКОЛОГИЧЕСКОМ МОНИТОРИНГЕ

Высочин Андрей Дмитриевич
студент 2 курса магистратуры направления подготовки
44.04.01 «Педагогическое образование (с двумя профилями),
профили: Информатика и образовательная робототехника»
ГОУ ВО ЛНР «ЛГПУ»
e-mail: vad220022@gmail.com

Научный руководитель:
Капустин Денис Алексеевич
кандидат технических наук, доцент,
и.о. заведующего кафедрой информационных
образовательных технологий и систем
ГОУ ВО ЛНР «ЛГПУ»

Аннотация. Целью научной работы является анализ методов обработки информации при экологическом мониторинге. Взяв за основу геоинформационные системы, были рассмотрены методы математического моделирования экологических систем.

Ключевые слова: экологический мониторинг, геоинформационные системы, математические модели, принцип одномерности конечного решения, принцип рекуррентного объяснения.

Актуальность и постановка проблемы. В соответствии с каноническим определением экологический мониторинг – информационная система наблюдений, оценки и прогноза изменений в состоянии окружающей среды, созданная с целью выделения антропогенных составляющих этих изменений на фоне природных процессов [1].

Системы экологического мониторинга должны выполнять сбор, систематизацию и анализ информации:

- состояния окружающей среды и ее изменения;
- причины наблюдаемого и вероятного изменения состояния (источники и факторы воздействия);
- допустимость определенных нагрузок на окружающую среду в целом и ее отдельные компоненты;
- существующих резервов биосферы.

Учитывая разнообразие поступающей информации из различных источников в большом объеме, целесообразным является применение геоинформационных систем (ГИС), которые базируются на выше упомянутых системах экологического мониторинга. Основное отличие ГИС в том, что они имеют единую систему координат, описанную на БД с географическими данными, которые в свою очередь являются местом хранения информации об анализируемых объектах и территориях. Также ГИС используют алгоритмы, и программные модули, в основе которых лежат математические модели, выполняющие различные задачи, направленные на снижение риска возникновения экологических катастроф.

Изложение основного материала. Математическое моделирование – важнейший метод научного познания, создается модель объекта исследования, которой является условный образ. Сущность его заключается в том, что взаимосвязь исследуемых явлений и факторов передается в форме конкретных математических уравнений.

Построение математической модели включает в себя следующие этапы:

- формулирование целей моделирования;
- анализирование экосистемы;
- формулирование законов и гипотез, относящихся к структуре экосистемы, процессов ее поведения в целом или же определенных ее частей;
- идентификацию модели (определение ее параметров);
- верификацию модели (тестирование работоспособности и оценка степени адекватности к реальной экосистеме);
- исследование модели (анализ достоверности ее решений, чувствительности к изменениям параметров и прочее;

При смене законов экологического мира здесь ярко проявляется принцип несоответствия точности и сложности, который предложил Л. Заде, и который формулируется следующим образом: понятия «точности» и «сложности» при прогнозировании структуры и поведения экосистем связаны обратной зависимостью – чем глубже анализируется реальная экосистема, тем менее определенны наши суждения о ее поведении [2].

В итоге экологическая система ведет себя нетривиальным образом, которая в действительности не соответствует модели. Математические методы являются более точными, и они используют более четкие формулировки и широкий набор понятий.

В тех случаях, когда существует постоянное и удовлетворительно точное согласие между математической моделью и опытом, только тогда такая модель приобретает практическую ценность.

Важнейшим принципом математического моделирования является то, что модель должна иметь оптимальную сложность, необходимую и достаточную для решения поставленной задачи. А иначе создание математической модели затруднено.

Принцип одномерности конечного решения.

Цель моделирования заключается в получении определенного решения, в общем случае – многомерного. Например, $\{X\}$– множеством решений, полученное с помощью модели, а x – некоторое определенное решение, которое принадлежит этому множеству: $x'X$.

Только тогда считается, что для всех x может быть задана функция: $q(x)$ называющиеся критерием (критерием качества, функцией полезности и т.п.), и обладающая тем, что если решение x_1 предпочтительнее (x_2), то:

$$q(x_1) > q(x_2)$$

В этом случае выбор сводится к нахождению решения с наибольшим значением критериальной функции. Возьмем за пример наиболее популярный критерий в статистике, которой является степень отклонения расчетных значений от эмпирических данных, которая находится с помощью метода наименьших квадратов.

Однако на практике используют лишь один критерий для сравнения степени предпочтительности решений, что является неоправданным упрощением, ведь экосистемы имеют сложный характер, что приводит к необходимости проводить анализ не по одному, а одновременно по множеству критериев, имеющих различную природу и качественные отличия.

В тоже время, какова бы не была сложность моделируемой системы, конечное решение всегда можно найти в виде определенного значения на предварительно обозначенной шкале одного целевого критерия – в этом и состоит принцип одномерности конечного решения.

Принцип одномерности конечного решения тесно взаимосвязан с принципом рекуррентного объяснения, отражающий иерархическую организацию моделей экосистем: свойства и решения, получаемых для подсистем каждого уровня, исходя из постулируемых свойств элементов нижестоящего уровня иерархии [3; 4].

Необходимо помнить, что любая иерархия имеет один и только один корень. Многокритериальные задачи не имеют однозначного общего решения. Поэтому предлагается множество способов придать многокритериальной задаче частный вид, допускающий единственное общее решение. Эти методы связаны с условной максимизацией или сведением многокритериальной задачи к однокритериальной путем ввода супер критерия. Для примера, введем супер критерий $q_0(x)$, как скалярную функцию векторного аргумента в пространстве решений:

$$q_0(x) = q_0\left(q_1(x), q_2(x), ..., q_n(x)\right).$$

Супер критерий позволяет упорядочить частные решения по величине q_0, выделив наилучшие этого критерия. Вид функции q_0 определяется тем, как конкретно представлен вклад каждого критерия в супер критерий. Обычно используют аддитивные и мультипликативные функции:

$$x = \arg{}_{x \in X}^{\max} \left(q_0(q_1(x), q_2(x), ..., q_n(x))\right)$$

Конечно, для разных способов эти решения являются в общем случае различными. Поэтому едва ли не главное в решении многокритериальной задачи – обоснование данного вида ее постановки, которое делается чаще всего неформальными экспертными методами [5; 6].

Выводы и перспективы дальнейших исследований. Сложность построения геоинформационных систем состоит в обработке большого количества поступающей информации и систематизации в процессе мониторинга. Углубляясь при наблюдении в действующие экологические процессы количество факторов, которые нужно анализировать, а в дальнейшем контролировать возрастают, вследствие этого возрастает и количество нетривиальных данных.

Также если затрагивать не одну, а несколько экосистем, информацию которых нужно обрабатывать, и не стоит забывать об их редукции, значительного увеличения погрешности и малочисленных измерениях многих экологических параметров. Можно сделать выводы, что математические методы обработки информации не подходят для обработки экологической информации при мониторинге, но для построения более сложных методов глубинного анализа данных в сфере информационных технологий они вполне приемлемы.

Список литературы

1. *Израэль Ю.А.* Экология и контроль состояния природной среды / Ю.А. Израэль. – М.: Гидрометеоиздат, 1984. – 560 с.

2. *Лотфи Заде.* Основы нового подхода к анализу сложных систем и процессов принятия решений/ Лотфи Заде. - М., «Знание», 1974. – 177 с.

3. *Флейшман Б.С.* Системные методы в экологии // Статистические методы анализа почв, растительности и их связи. – Уфа: БФАН СССР, 1978. – С. 7–28.

4. *Rozenberg G.S.* Expert systems «REGION» and «RESERVOIR» as instruments of simulation of diffuse polution of large-scale ecosystems and reservoirs // Proceeding of the Second International IAWQ Specialized Conference on Diffuse Pollution. – Brno: Prague (Czech Repub.), 1995. – 72–77 с.

5. *Литвак Б.Г.* Экспертная информация. Методы получения и анализа / Б.Г. Литвак. – М.: Радио и связь, 1982. – 184 с.

6. *Сидельников* Ю.В. Теория и организация экспертного прогнозирования / Ю.В. Сидельников. – М.: ИМЭМО АН СССР, 1990. – 196 с.

УДК [510.334+510.663.3]:514

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ БУЛЕВЫХ ОПЕРАЦИЙ

Давыскиба Оксана Викторовна
кандидат педагогических наук, доцент,
доцент кафедры фундаментальной математики
ГОУ ВО ЛНР «ЛГПУ»
e-mail: davidovao@list.ru

Полянский Валентин Романович
студент 4 курса направления подготовки
01.03.01 «Математика»
ГОУ ВО ЛНР «ЛГПУ»
e-mail: applepie911@yandex.ru

Аннотация. В статье рассматриваются особенности применения булевых операций в процессе геометрического моделирования объектов. Проанализированы методы создания геометрических моделей с использованием булевых операций. Рассмотрены все булевы операции, при помощи которых появляется возможность моделирования объекта произвольной формы; разобрана суть и алгоритмы работы булевых операций.

Ключевые слова: моделирование, геометрическая модель, булевы операции, применение булевых операций, алгоритм булевых операций.

Актуальность и постановка проблемы. Актуальность исследования в области геометрического моделирования заключается в непрерывном использовании компьютерной графики в промышленно-бытовой сфере.

Проведя анализ нынешней ситуации в области компьютерной графики и рынка ее реализации, было выяснено, что изучение процесса и методов создания 3-х мерной модели при помощи булевых операций - актуальная и на сегодняшний день проблема. Также следует отметить, что геометрическое моделирование используется, иногда неявно, во многих сферах жизни человека.

Практическая значимость данного исследования заключается в том, что для задач компьютерной графики булевы операции являются неотъемлемой частью процесса создания геометрического объекта или объединения нескольких.

Изложение основного материала. Рассмотрим примеры основных и наиболее часто использующихся булевых операций в геометрическом моделировании и компьютерной графике в целом [1]. Так, широкое применение нашли следующие булевы алгоритмы взаимодействия объектов (соответственно ими называются булевы инструменты):

– Intersect (пересечение). Операция пересечения тел кратко может быть охарактеризована следующим образом: нужно найти ребра пересечения граней тел, разрезать ими пересекшиеся грани, взять части граней первого тела, которые попали внутрь второго тела, и части граней второго тела, которые попали внутрь первого тела, и построить из этих частей новое тело.

Операция пересечения тел имеет много общего с операцией объединения тел. Перед началом операции найдем пары подобных граней и среди них найдем пары перекрывающихся граней в пересекаемых телах. Так же как и в операции объединения тел, в операции пересечения тел выполнима построение новых ребер и резка ими исходных ребер тел.

Новым ребрам так же дадим направление векторного произведения нормали грани первого тела с нормалью грани второго тела: $t_e = m_1 \times m_2$. На рис. 1 приведены пересекающиеся грани тел, которые режут друг друга. В пересечение тел войдет часть грани первого тела, лежащая внутри второго тела, и часть грани второго тела, лежащая внутри первого тела, рис. 2.

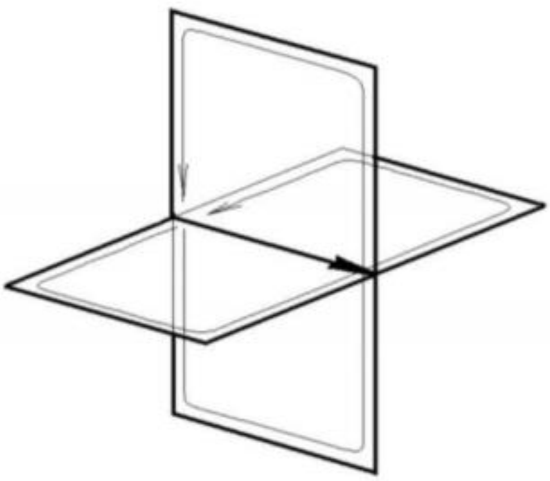


Рисунок 1 – Пересекающиеся грани тел

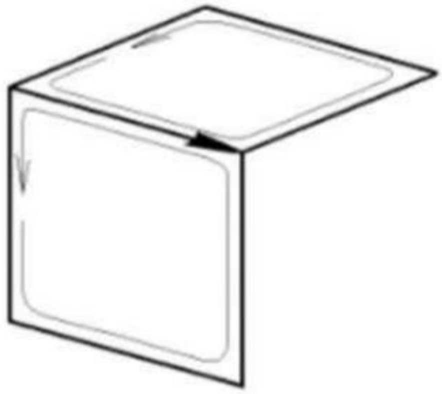


Рисунок 2 – Грани, входящие в пересечение тел

Формула операции пересечения:

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ и } x \in B\} \tag{1}$$

Лемма 1. В булевой операции пересечения двух тел новые ребра, направленные вдоль $m_1 \times m_2$, войдут в циклы граней первого тела с положительным флагом, а в циклы граней второго тела – с отрицательным флагом.

В операции пересечения тел потребуются только те новые ребра, смежные грани которых имеют продолжение внутрь одного из тел.

Для примера возьмем сферу и куб (рис. 3).

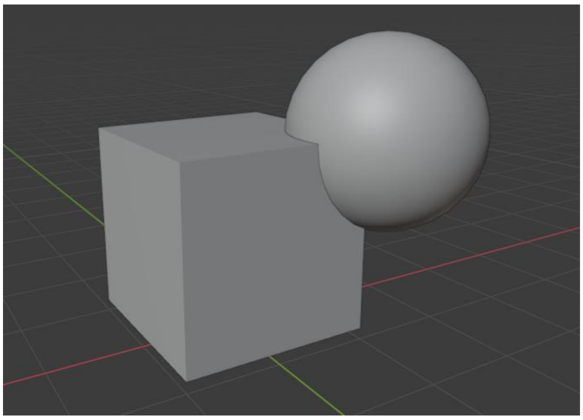


Рисунок 3 – Куб и сфера

Результатом их пересечения станет объект, изображенный на рис. 4.

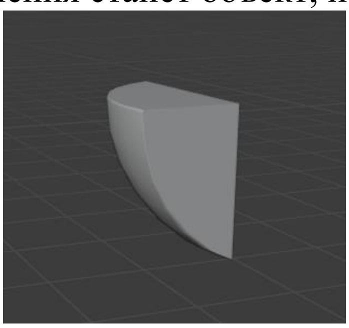


Рисунок 4 – Результат пересечения куба и сферы

– Union (объединение). Операция объединения тел кратко может быть охарактеризована следующим образом: нужно найти ребра пересечения граней тел, разрезать ими пересекшиеся грани, взять части граней первого тела, которые не попали внутрь второго тела, и части второго тела, которые не попали внутрь первого тела, и построить из этих частей новое тело.

Формула операции объединения:

$$A \bigcup B = \{x \mid x \in A \text{ или } x \in B\} \tag{2}$$

Перед началом операции найдем пары подобных граней в объединяемых телах. Каждая пара таких граней расположена на одинаковых или подобных поверхностях, но может иметь различные области определения и ориентации нормалей. Среди подобных граней выделим пары граней, имеющие одинаковые по направлению нормали в совпадающих точках. Такие грани будем называть перекрывающимися гранями. Примером перекрывающихся граней служат верхние грани тел, приведенных на рис. 5. Подобные грани не будем пересекать. Перекрывающиеся грани будем объединять. Операцию начнем с построения кривых пересечения граней первого тела с гранями второго тела. На базе кривых пересечения граней первого и второго тел построим новые ребра. Новым ребрам дадим направление векторного произведения нормали грани первого тела с нормалью грани второго тела: $t_e = m_1 \times m_2$. Вектор нормали грани первого тела m_1, и вектор нормали грани второго тела m_2, вычислены в точке пересечения граней. Направление ребра определяется признаком совпадения с направлением кривой пересечения. На рис. 6 приведены новое ребро пересечения грани первого тела с гранью второго тела.

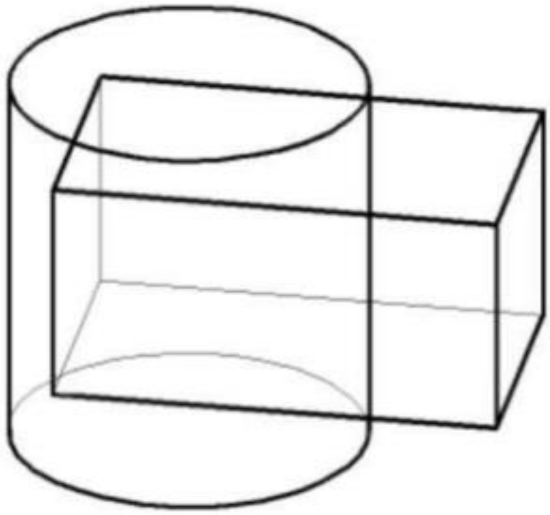


Рисунок 5 – Цилиндр и параллелепипед

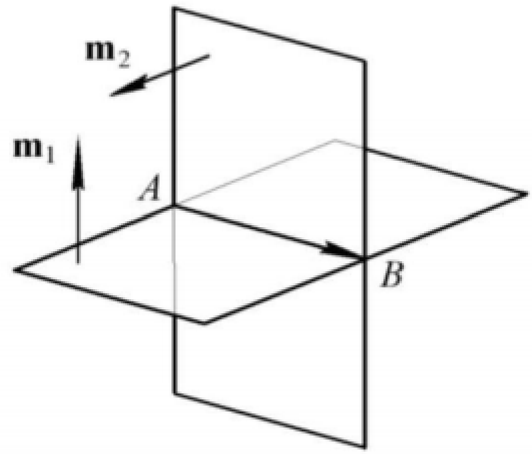


Рисунок 6 – Пересечения грани первого тела с гранью второго тела

Новые ребра построим так, чтобы они полностью лежали внутри циклов граней исходных тел. Новые ребра могут подходить к границам грани только своими вершинами. На рис. 7 показаны те части граней, которые войдут в объединение тел (тонкими линиями со стрелками показано направление циклов граней результата булевой операции).

Рисунок 7 – Части граней, которые войдут в объединение тел

Лемма 2. В булевой операции объединения двух тел новые ребра, направленные вдоль $m_1 \times m_2$,, войдут в циклы граней первого тела с отрицательным флагом, а в циклы граней второго тела – с положительным флагом.

В операции объединения тел потребуются только те новые ребра, смежные грани которых имеют продолжение вне одного из тел. Пример определения нужных новых ребер приведен на рис. 8.

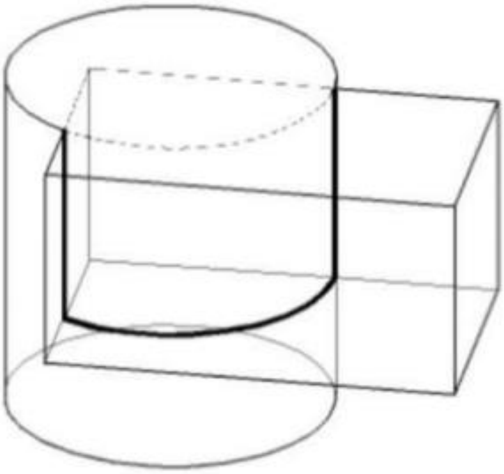


Рисунок 8 – Определение нужных ребер в объединении тел

– Difference (разность). Операция вычитания тел сводится к булевой операции пересечения первого тела и вывернутого наизнанку второго тела. Вывернутое наизнанку тело получим из исходного тела путем переориентации направлений нормалей граней и направлений циклов граней. Переориентация направления нормали грани производится изменением признака совпадения нормали поверхности и нормали ее грани. Переориентация направления цикла грани производится перестроением списка ребер (изменением на обратный порядок следования ребер в списке) и изменением значений флагов ребер в списках.

Формула операции разности:

$$C = B \setminus A = \{x \mid x \in \text{и} x \notin A\} \quad (3)$$

Пример результата операции вычитания проиллюстрирован на рис. 9.

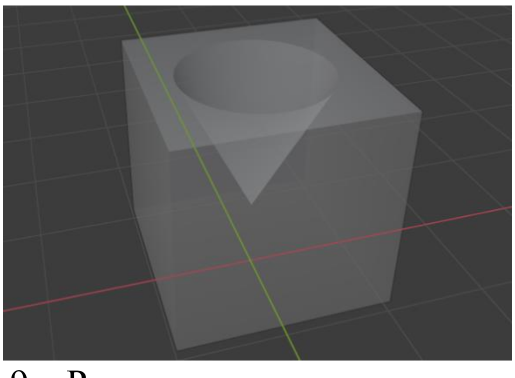


Рисунок 9 – Результат вычитания конуса из куба

Булевы операции подчинены общему алгоритму работы [2], то есть отбора необходимых граней и ребер для осуществления конкретной операции. Данный алгоритм разбивается на 5 шагов.

Шаг первый – построение новых ребер, по которым пересекаются грани тел-операндов. Шаг второй – отбор среди новых ребер действительно необходимых для выполняемой операции. Шаг третий – перестроение перекрывающихся граней. Шаг четвертый – перестроение пересекшихся граней. И шаг пятый – формирование оболочки нового тела из перестроенных граней и связанных с ними исходных граней тел-операндов.

Далее перейдем к самому процессу моделирования. Классифицируют три типа геометрических моделей относительно имеющихся данных - это каркасная модель (представляющая форму изделия в виде конечного множества линий, лежащих на поверхностях изделия); поверхностная модель (отображающая форму изделия с помощью задания ограничивающих ее поверхностей, например, в виде совокупности данных о гранях, ребрах и вершинах); и объемная модель, которая используется в данной работе, (отличающаяся тем, что в них в явной форме содержатся сведения о принадлежности элементов внутреннему или внешнему по отношению к изделию пространству).

Продемонстрируем применение булевых операций в процессе геометрического моделирования радиально-упорного шарикового подшипника.

Процесс моделирования начат с построения наружной обоймы подшипника. Для этого была использована окружность, состоящая из 32-х вершин для достаточной сглаженности будущей геометрии. Затем из нее вытянута окружность меньшего радиуса. После данной операции вершины обеих окружностей были вытянуты по вертикали. Таким образом, получен масштабированный по вертикали четырёхгранный тороид. Те же манипуляции были проведены при моделировании внутренней обоймы.

Следующий шаг – создание внутренних шариков подшипника из 9 радиально размещенных сфер.

Затем создание крышки подшипника, которая состоит, так же как обоймы, из модифицированных окружностей. При помощи манипулирования и вытягивания точек связанных окружностей, была создана необходимая геометрия, а затем крышка отражена по вертикали относительно геометрического центра внутренней обоймы подшипника.

После этого было начато моделирование наиболее сложной части изделия – сепаратора. Данная деталь состоит из частей сферы и загнутых пластин.

Поэтому сначала была создана сфера и операцией вычитания в ней обрезаны лишние полигоны. Затем была смоделирована необходимая пластина и применена операция объединения к двум объектам.

Далее имеющаяся составляющая сепаратора была продублирована и расставлена радиально в соответствии с уже готовыми шариками.

После этого смоделированы специальные дорожки качения для шариков во внешней и внутренней обоймах подшипника. Для этого из обеих частей вычли при помощи операции difference один и тот же тор, который в сечении имеет радиус немного больше радиуса шариков.

Затем были смоделированы стопорные кольца крышек подшипника. Для этого вытянута нужная геометрия из окружностей соответственно референсу. Следующий шаг – вырезаны с помощью операции вычитания нужные технологические углубления сверху и снизу внешней обоймы подшипника.

Далее четырехгранный тор, с помощью которого делались вырезы в обойме, был модифицирован в стопорное кольцо. Для этого были удалены лишние точки, ребра и полигоны.

В итоге получена готовая модель промышленного подшипника, рис. 10.

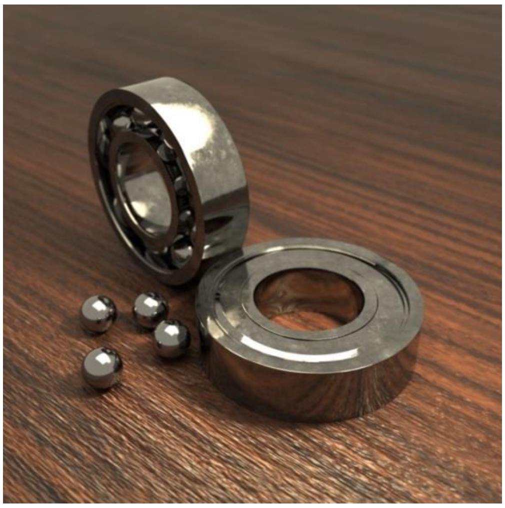


Рисунок 10 – Модель промышленного подшипника

Выводы и перспективы дальнейших исследований. Как показывают исследования, геометрическое моделирование без булевых операций невозможно, так как создание объекта произвольной геометрической формы было бы недостижимой целью. В современном мире востребованность продуктов, изготовленных при помощи компьютерной графики, довольно трудно переоценить. Прогресс не стоит на месте, и с каждым годом скорость развития технологий увеличивается. Именно этот фактор и обуславливает актуальность компьютерной графики в различных направлениях промышленно-бытовой сферы.

Список литературы

1. Boolean Operations on Non-Manifold and B-Rep Solids for Mesh Generation. [Электронный ресурс]. – Режим доступа : https://webserver2.tecgraf.puc-rio.br/~lfm/papers/ArrudaCILAMCE2006.pdf. Заглавие с экрана (дата обращения 18.02.21).

2. Boolean Operations in Solid Modeling: Boundary Evaluation and Merging Algorithms [Электронный ресурс]. – Режим доступа : https://www.semanticscholar.org/paper/Boolean-operations-in-solid-modeling%3A-Boundary-and-Requicha-Voelcker/3205703b19600586ec5c400893977b968ba84ec1. Заглавие с экрана (дата обращения 19.02.21).

УДК 519.61

ПРИМЕНЕНИЕ ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДОВ ЗЕЙДЕЛЯ И ПРОСТОЙ ИТЕРАЦИИ ПРИ РЕШЕНИИ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Жовнир Анна Анатольевна
преподаватель математики
ОП «Колледж ЛГПУ»
e-mail: ann90518@mail.ru

Скринникова Анна Владимировна
старший преподаватель кафедры
фундаментальной математики
ГОУ ВО ЛНР «ЛГПУ»
e-mail: ann3005@rambler.ru

Аннотация. Статья посвящена применению методов Зейделя и простой итерации при решении экономических задач. Рассмотрены алгоритмы методов Зейделя и простой итерации и примеры их применения при решении экономических задач.

Ключевые слова: СЛАУ, метод простой итерации, метод Зейделя, экономические задачи.

Актуальность и постановка проблемы. Актуальность исследования состоит в применении итерационных методов к решению экономических задач. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений, возникающих при постановке различных экономических задач, применяются редко, несмотря на то, что они особенно актуальны при большом числе уравнений, поскольку прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений становятся труднореализуемыми на электронно-вычислительных машинах, прежде всего из-за сложности хранения и обработки матриц большой размерности.

Изложение основного материала. Дадим краткое описание алгоритмов решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) методом простой итерации и Зейделя.

Пусть дана система из *n* линейных уравнений с *n* неизвестными – выражение (1).

Решение СЛАУ начинается с приведения системы (1) к виду (2).

$$\begin{cases} a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 + \ldots + a_{1n} \cdot x_n + a_{1(n+1)} = b_1, \\ a_{21} \cdot x_1 + a_{22} \cdot x_2 + \ldots + a_{2n} \cdot x_n + a_{2(n+1)} = b_2, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{n1} \cdot x_1 + a_{n2} \cdot x_2 + \ldots + a_{nn} \cdot x_n + a_{n(n+1)} = b_n. \end{cases} \tag{1}$$

$$\begin{cases} x_1 = F_1\left(x_1, x_2, ..., x_n\right), \\ x_2 = F_2\left(x_1, x_2, ..., x_n\right), \\ .... \\ x_n = F_n\left(x_1, x_2, ..., x_n\right). \end{cases} \qquad (2)$$

После чего осуществляется проверка условия сходимости итерационного процесса к решению системы. Для этого необходимо выбрать значения коэффициентов a_{ii} и провести проверку условия на сходимость итерационного процесса (во всех строках исходной матрицы на главной диагонали должен находиться коэффициент, по абсолютному значению превосходящий сумму модулей остальных коэффициентов) [2, с. 51]. Далее требуется задать начальные приближения и провести расчет по формуле (3). Здесь используется два вектора переменных: с предыдущими значениями x_0 и с последующими значениями x_1.

$$x_i^m = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} b_{ij} \cdot x_j^{m-1} + b_{1(n-1)}, \qquad (3)$$

где $b_{ij} = -\dfrac{a_{ij}}{a_{ii}}$ $(i = 1, ..., n,\ j = 1, ..., n+1)$.

Итерации осуществляются до получения решения с требуемой точностью, которая не превышает заданную погрешность вычислений, т.е. завершение итерационного процесса происходит при выполнении следующего неравенства (условия прекращения процесса):

$$\max\left\{\frac{\left|x_i^m - x_i^{m-1}\right|}{x_i^m}\right\} < \varepsilon \text{ при } i = 1, 2, ..., n,$$

где ε – заданная точность решения [3, с. 74].

Принципиальное отличие Метода Зейделя от метода итераций заключается в вычислительном процессе нахождения приближения на $i+1$ итерации. В отличие от метода простой итерации, где для отыскания $i+1$ приближения используется i-ое приближение неизвестных, в методе Зейделя используются уже вычисленные $i+1$ значения переменных. Рекуррентные соотношения, используемые в методе Зейделя имеют вид (4) [1, с. 51-52].

$$\begin{cases} x_1^{i+1} = F_1\left(x_1^i, x_2^i, ..., x_n^i\right), \\ x_1^{i+1} = F_2\left(x_1^{i+1}, x_2^i, ..., x_n^i\right), \\ .... \\ x_n^{i+1} = F_n\left(x_1^{i+1}, x_2^{i+1}, ..., x_n^i\right). \end{cases} \qquad (4)$$

СЛАУ, к которым сводятся постановки экономических задач, зачастую довольно непросты и требуют применения численных методов решения.

Одна из них – задача планирования выпуска продукции.

Рассмотрим решение СЛАУ на конкретном примере. Найти себестоимость единицы продукции каждого вида, если известны объемы выпуска продукции за четыре дня и денежные затраты на производство за эти четыре дня (указаны в таблице 1).

Таблица 1 – Данные задачи

День	Объем выпуска продукции (единиц)				Затраты (тыс.усл.ед)
	Футболки	Платья	Комбинезоны	Костюмы	
I	20,9	1,2	2,1	0,9	21,7
II	1,2	21,2	1,5	2,5	27,46
III	2,1	1,5	19,8	1,3	28,76
IV	0,9	2,5	1,3	32,1	49,72

При поиске приближений методом простых итераций мы прекратили процесс после шестой итерации и получили корни $x=(0,8000;0,9999;1,1997;1,3999)$. Подстановка этих значений в систему, дает систему

$$\begin{cases} 20,9\cdot 0,8+1,2\cdot 0,9999+2,1\cdot 1,1997+0,9\cdot 1,3999=21,699; \\ 1,2\cdot 0,8+21,2\cdot 0,9999+1,5\cdot 1,1997+2,5\cdot 1,3999=27,457; \\ 2,1\cdot 0,8+1,5\cdot 0,9999+19,8\cdot 1,1997+1,3\cdot 1,3999=28,754; \\ 0,9\cdot 0,8+2,5\cdot 0,9999+1,3\cdot 1,1997+32,1\cdot 1,3999=49,717. \end{cases}$$

При поиске приближений методом Зейделя мы прекратили процесс после четвертой итерации и получили корни $x=(0,8001;1;1,1998;1,4)$. Подстановка этих значений в систему, дает систему

$$\begin{cases} 20,9\cdot 0,8001+1,2\cdot 1+2,1\cdot 1,1998+0,9\cdot 1,4=21,7; \\ 1,2\cdot 0,8001+21,2\cdot 1+1,5\cdot 1,1998+2,5\cdot 1,4=27,4598; \\ 2,1\cdot 0,8001+1,5\cdot 1+19,8\cdot 1,1998+1,3\cdot 1,4=28,756; \\ 0,9\cdot 0,8001+2,5\cdot 1+1,3\cdot 1,1998+32,1\cdot 1,4=49,7198. \end{cases}$$

В данном примере метод Зейделя позволил нам получить желаемый результат уже после четвертой итерации, в то время как метод простой итерации потребовал от нас выполнения еще двух итерационных процессов. К тому же корни, полученные при решении СЛАУ методом Зейделя, больше соответствуют условиям задачи, чем корни, полученные метом простых итераций, так как при их подстановке в исходную систему мы получаем результат с меньшей на 0,002 абсолютной погрешностью.

Оба метода были применены к 20 подобным задачам.

Выводы и перспективы дальнейших исследований. Практическим путем было установлено, что в большинстве случаев метод Зейделя дает более точный результат при меньшем объеме вычислений.

Итерационные методы решения применимы также к задачам оптимального планирования, таких как задачи об использовании ресурсов, задачи о диете, транспортные задачи.

Для задач экономики применение итерационных методов дает более быстрый, менее затратный по необходимым объемам памяти электронно-вычислительных машин, но не менее точный результат, в сравнении с прямыми методами.

Список литературы

1. *Нализняк В.Е.* Численные методы. Основы научных вычислений: Учебник и практикум для академического бакалавриата / В.Е. Зализняк. – Люберцы: Юрайт, 2016. – 356 с.

2. *Изаак Д.Д.* Вычислительная математика: учебно-методическое пособие / Д.Д. Изаак, А.В. Швалева. – Орск: Издательство Орского гуманитарно-технологического института (филиала) ОГУ, 2012. – 97 с.

3. *Чивилихин С.А.* Вычислительные методы в технологиях программирования. Элементы теории и практикум: учеб. пособие / С.А. Чивилихин. – СПб: СПбГУИТМО, 2008. – 108 с.

УДК 519.23

АНАЛИЗ ИНДЕКСА ПОТРЕБИТЕЛЬСКИХ ЦЕН ЛНР И ДНР

Комар Валерия Сергеевна
студентка 2 курса направления подготовки
01.03.01 «Математика,
профиль: Математика в цифровой экономике»
ГОУ ВО ЛНР «ЛГПУ»
e-mail: kiraasadova16@gmail.com

Скринникова Анна Владимировна
старший преподаватель кафедры
фундаментальной математики
ГОУ ВО ЛНР «ЛГПУ»
e-mail: ann3005@rambler.ru

Аннотация. Статья посвящена анализу основного показателя экономической статистики: индекса потребительских цен (ИПЦ) Луганской Народной Республики и Донецкой Народной Республики, сравнению ИПЦ товаров и услуг за 2020 год по двум Республикам. Внимание сконцентрировано на оценке ИПЦ товаров Луганской Народной Республики: скомпонованы группы продовольственных товаров и обоснованы периоды для их закупки с точки зрения минимизации денежных затрат.

Ключевые слова: индекс потребительских цен, статистика, динамика цен.

Актуальность и постановка проблемы. В мире, немного явлений, которые воспринимались так остро, как рост потребительских цен. Каждый человек имеет собственное мнение относительно изменений цен, которое основано на личных наблюдениях, и чувствует повышение или снижение цен как явление, которое касается его лично, при этом субъективность усиливает это ощущение. Именно индекс потребительских цен (ИПЦ) является тем показателем, который дает возможность объективно оценить изменения цен на потребительском рынке. ИПЦ занимает центральное место в системе показателей статистики цен. Значение ИПЦ прямо или косвенно влияет на уровень жизни населения страны.

Изложение основного материала. ИПЦ – это индекс, измеряющий помесячную (поквартальную) динамику цен на потребительские товары и услуги. Регистрация цен производится в магазинах или других розничных торговых точках. Метод заключается в расчете среднего значения изменений цен на различные продукты, за один период по сравнению с предыдущим использованием в качестве весов средних сумм, затрачиваемых домашними хозяйствами на их приобретение. Индексы потребительских цен являются официальными статистическими показателями, составлением которых обычно занимаются национальные органы статистики, министерства труда или центральные банки. ИПЦ публикуются в максимально короткие сроки, как правило, в течение примерно десяти дней после окончания очередного месяца или квартала [1, с. 24].

Пользуясь ИПЦ, рассчитанным по формуле Ласпейреса (1), можно анализировать динамику экономической системы любой страны [1, с. 25].

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0}. \tag{1}$$

Ознакомившись с данными Государственного комитета статистики Луганской Народной Республики [2] и Главного управления статистики Донецкой Народной Республики [3], мы отобрали некоторые позиции отдельных групп товаров и услуг и по выражению (1) рассчитали их значения ИПЦ за год по Луганской Народной Республике и Донецкой Народной Республике:

- «Продукты питания и безалкогольные напитки»: ЛНР – 100,9 %, ДНР – 101,2 %.
- «Одежда и обувь»: ЛНР – 100,08 %, ДНР – 99,95 %.
- «Жилье, вода, электроэнергия, газ и другие виды топлива»: ЛНР – 101,6 %, ДНР –100,7 %.
- «Здравоохранение»: ЛНР – 100,8 %, ДНР – 101,14 %.

По данным [2] и [3] ИПЦ ЛНР за 2020 год составляет 104,92 %, ИПЦ ДНР 107,26 %. Помесячные данные ИПЦ из тех же источников позволили наблюдать динамику ИПЦ некоторых групп товаров на рис. 1 и 2. Анализ рис.1 дает: оптимальное время для закупок на осенне-зимний период лука репчатого, моркови, свеклы и картофеля с июня по август месяц, так как цена данных продуктов максимально понижается. Заниматься консервацией огурцов и помидор выгодней всего в июне и августе месяце, поскольку их минимальный ИПЦ в эти месяцы составляет 78,0 % и 60,4 % соответственно.

Скомпонуем группу продуктов «товары первой необходимости», в которую входят: хлеб пшеничный из муки первого сорта, хлеб пшеничный из муки высшего сорта, молоко, пастеризованное с повышенным содержанием жира, яйца, масло подсолнечное, масло сливочное, сахар, птица (тушки куриные), сало. На рис.2 видно, что динамика изменения цен на хлеб пшеничный из муки первого и высшего сорта, молоко пастеризованное с повышенным содержанием жира не велика, почти все значения находятся в приделах 100 % ИПЦ.

Совсем по-другому обстоит динамика цен на яйца. Резкий подъем ИПЦ с января месяца по март, далее идет снижение (максимальное – в мае – 89,0 %). В октябре 2020 года опять наблюдается повешение цены на 24,0 %, и к декабрю ИПЦ остановился на 112,4 %.

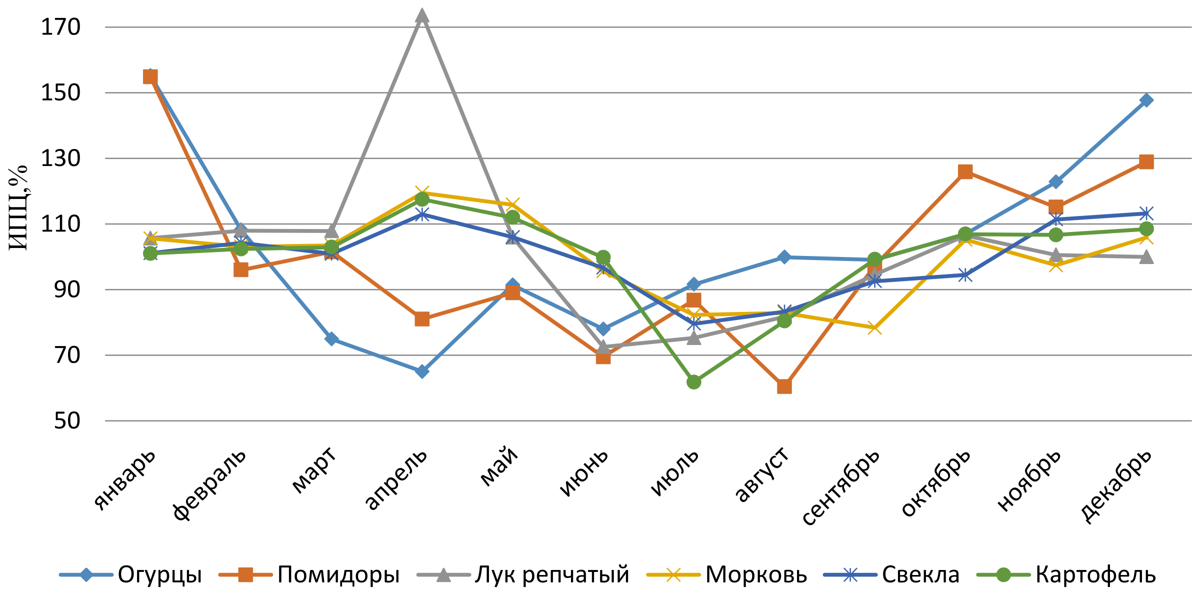


Рисунок 1 –Динамика ИПЦ продовольственных товаров в группе «овощи»

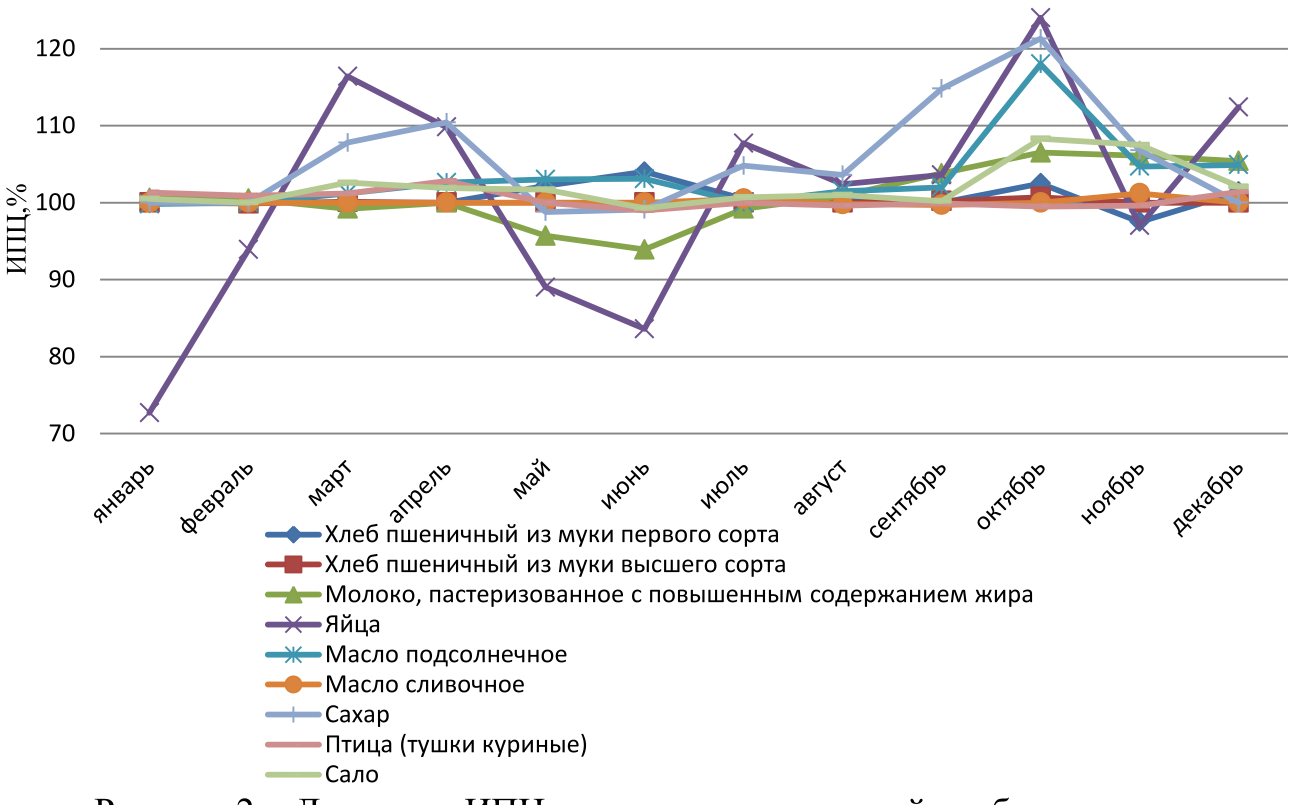


Рисунок 2 − Динамика ИПЦ группы товаров первой необходимости

Масло подсолнечное имеет незначительную динамику ИПЦ, самый низкий ИПЦ был зафиксирован в январе 2020 года – 99,8 %, и наивысшей позиции достиг в октябре 2020г. – 118,0 %. Масло сливочное, одно из самых стабильных продуктов в группе товаров первой необходимости. Его средний ИПЦ с января по декабрь 2020 года – 100,1 %.

Изменения цен на сахар имело большое влияние на кошелек потребителя. С января 2020 года по апрель наблюдался стремительный рост ИПЦ (апрель – 110,4 %). В течение последующих двух месяцев произошло снижение ИПЦ, максимальное снижение произошло в мае, ИПЦ составил 98,8 %. Однако, за понижением последовало повышение по октябрь 2020 года – 121,3 %. В декабре ИПЦ стабилизировался.

Зафиксирована стабильная динамика цен на птицу (тушки куриные). Среднее значение ИПЦ составляет 100,43 %. Последний продукт в группе товаров первой необходимости − сало. В течение года его динамика не отличалась особыми сдвигами, однако можно отметить, что в июне 2020 года зафиксировано минимальное значение ИПЦ – 99,3 %, а в октябре – максимальное значение – 108,3 %. Среднее значение ИПЦ за год на сало составляет 102,15 %.

Выбранные нами продукты в группе «товары первой необходимости» хоть и имеют небольшой рост, но на них всегда будет спрос, и эти продукты, в большей мере будут влиять на ИПЦ. Поскольку большинство семей тратят на хлеб большую долю своего бюджета, чем на рыбную икру, удельный вес расходов населения на хлеб больше удельного веса расходов на рыбную икру. Поэтому повышение цены на хлеб на 25 % имеет гораздо большее влияние на показатель ИПЦ, чем подорожание икры даже на 200 %.

Отметим, что ИПЦ товаров, цены на которых испытывают регулярные сезонные колебания, обусловленные различиями в погодных условиях, рассчитываются по следующим методам [4, с. 32]:

- метод среднесезонных цен;
- метод замены товаров;
- метод средневзвешенных цен.

Полученные результаты целесообразно использовать для эффективного управления инфляционными процессами, опираясь на следующие математические модели инфляции:

1) векторная авторегрессионная (VAR) модель[5, с. 5]:

$$AZ_t = A_0 + C(L)Z_{t-1} + e_t, \tag{2}$$

2) многофакторная модель Н. Эрикссона [6, с. 13]:

$$P = \mu \cdot (ULC^{\gamma}) \cdot (IP^{\delta}) \cdot (PET^{k}). \tag{3}$$

Выводы и перспективы дальнейших исследований. В выбранных нами группах товаров и услуг, мы определили, что среднегодовые ИПЦ по ЛНР и ДНР на «продукты питания и безалкогольные напитки» (ЛНР – 100,9 %, ДНР – 101,2 %), «одежда и обувь» (ЛНР – 100,08 %, ДНР – 99,95 %), «жилье, вода, электроэнергия, газ и другие виды топлива» (ЛНР – 101,6 %, ДНР –100,7 %), «здравоохранение» (ЛНР – 100,8 %, ДНР – 101,14 %) имеют незначительные отличия. Однако на все товары и услуги за 2020 год ИПЦ ДНР составляет 107,26 %, а ИПЦ ЛНР − 104,92 %. Это говорит о том, что уровень жизни за 2020 год в ДНР немного снизился в сравнении с ЛНР.

ИПЦ сезонной группы товаров «овощи» зависит от погодных условий и прогресса технологий производства продукции сельского хозяйства. Для экономии денежных средств потребителей нами выработаны следующие рекомендации:

1) закупка картофеля и свеклы должна начинаться с июля месяца;

2) лук репчатый лучше приобретать в июне, поскольку его ИПЦ в этом месяце минимальный;

3) для покупки моркови оптимальное время сентябрь;

4) самое выгодное время для консервации помидор – это август, для огурцов – июнь;

5) для любой консервации требуется сахар, его лучше закупать в июне.

Анализируя группу товаров первой необходимости, мы пришли к тому, что даже если товар из нее имеет резкой динамики ИПЦ, на него всегда будет спрос.

Все полученные нами данные целесообразно использовать для управления инфляционными процессами в математических моделях инфляции: векторной авторегрессионной (VAR) модели и многофакторной модели Н. Эрикссона. Однако мы не смогли это реализовать, поскольку для расчетов не имели достаточного количества данных.

Список литературы

1. Руководство по индексам потребительских цен: теория и практика. – Вашингтон: Международный валютный фонд, 2007. – 720 с.

2. Главное управление статистики Донецкой Народной Республики [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://glavstat.govdnr.ru/ (дата обращения: 12.02.2021)

3. Государственный комитет статистики Луганской Народной Республики [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://www.gkslnr.su/ (дата обращения: 12.02.2021)

4. Индекс потребительских цен: восприятие и реальность. Пособие / Государственный комитет статистики [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://www.lv.ukrstat.gov.ua/themes/13/posibnyk.pdf, свободный (дата обращения: 14.02.2021).

5. Исследования банка № 11. SVAR: анализ и прогнозирование основных макроэкономических показателей // Банковский вестник; ред. П.А. Маманович [Электронный ресурс]. − Режим доступа: http://www.nbrb.by/bv/arch/suppl_58.pdf, свободный (дата обращения: 29.01.2021).

6. Современные подходы к моделированию инфляционных процессов в экономике Беларуси // Банковский вестник; Г.А. Хацкевич, А.М. Картун [Электронный ресурс]. − Режим доступа: http://www.nbrb.by/bv/articles/1381.pdf, свободный (дата обращения: 14.02.2021).

УДК 514.752

ХАРАКТЕРИСТИКА ПОВЕРХНОСТЕЙ ЧЕНА

Савельев Валерий Михайлович
кандидат физико–математических наук,
доцент кафедры фундаментальной математики»
ГОУ ВО ЛНР «ЛГПУ»
e-mail: svm59@mail.ru

Шарова Дарья Андреевна
учитель математики
ГУ ЛНР «ЛУВК №50 имени А.В. Федорчука»
e-mail: sharovadaria2000a@gmail.com

Аннотация. Статья посвящена изучению характеристики поверхностей Чена $F^2 \subset E^N$ в терминах эллипса нормальной кривизны. Доказана теорема, которая характеризует нетривиальные поверхности Чена. Доказательство теоремы основывается на выборе специального базиса нормального пространства поверхности, связанного с эллипсом нормальной кривизны.

Ключевые слова: присоединенное поле, А-подмногообразия, эллипс нормальной кривизны

Актуальность и постановка проблемы. При изучении гауссова отображения Б.-Й. Чен в [6] определил *присоединенное векторное поле* $a(\mathbf{v})$ нормального векторного поля $\mathbf{v}$ подмногообразия $F^n \subset E^{n+m}$ следующим образом:

$$a(\mathbf{v}) = \frac{1}{n}\sum_{i=2}^{n} tr(A(\mathbf{n}_1)A(\mathbf{n}_i))\mathbf{n}_i,$$

где $\mathbf{v} = |\mathbf{v}|\mathbf{n_1}$, A – матрица оператора Вейнгартена (оператора формы). В частности присоединенное векторное поле вектора средней кривизны $\mathbf{H}$ ортогонально ему. Если $a(\mathbf{H}) = \mathbf{0}$, то подмногообразие F^n называется A-*подмногообразием* или *поверхностью Чена.* Класс подмногообразий Чена содержат все минимальные и псевдоомбилические подмногообразия, для которых размерность первого нормального пространства $N_1 \le 1$, в частности все гиперповерхности. Эти подмногообразия Чена обычно называются *тривиальными* A-подмногообразиями. В работах [7] и [8] детально рассмотрены линейчатые поверхности Чена в E^N. В работе [4] рассматриваются поверхности Аминова и доказывается, что они являются нетривиальными поверхностями Чена.

Целью работы есть характеристика двумерных поверхностей Чена в терминах параметров эллипса нормальной кривизны.

Изложение основного материала. Рассмотрим в точке $x \in F^2$ эллипс нормальной кривизны [2]. Если $\dfrac{d^2x}{ds^2}$ – вторая производная радиус-вектора точки x по геодезической на F^2, то конец этого вектора, отложенного от точки x, при смене направления геодезической описывает кривую – эллипс нормальной кривизны. Он расположен в нормальном пространстве N_xF^2. Возьмем начало декартовых координат в N_xF^2 в точке x и первые две оси направим параллельно осям эллипса, третью ось направим по кратчайшей, соединяющей x с плоскостью эллипса, остальные им ортогонально. Пусть a и b – величины полуосей эллипса, $(\alpha, \beta, \gamma, 0, \ldots, 0)$ – координаты его центра. В данном базисе вторые квадратичные формы поверхности $F^2 \subset E^{2+m}$ имеют вид [2]:

$$
\begin{aligned}
&II(\mathrm{n}_1) = (\alpha + a)Edu^2 + (\alpha - a)Gdv^2,\\
&II(\mathrm{n}_2) = \beta Edu^2 + 2\beta\sqrt{EG}dudv + \beta Gdv^2,\\
&II(\mathrm{n}_3) = \gamma Edu^2 + \gamma Gdv^2,\\
&II(\mathrm{n}_\sigma) = 0, \quad 4 \le \sigma \le m.
\end{aligned}
$$

Теорема 1. *Поверхность F^2 в E^{2+m} будет нетривиальной поверхностью Чена тогда и только тогда, когда параметры эллипса нормальной кривизны удовлетворяют системе уравнений*

$$
\begin{cases}
\beta\alpha(a^2 - b^2) = 0,\\
\gamma(2\alpha^4 + 4\alpha^2\beta^2 + \alpha^2 a^2 + 2\beta^4 + 2\gamma^2\alpha^2 + 2\gamma^2\beta^2 + \beta^2 b^2) = 0.
\end{cases}
$$

Доказательство. Ненулевые матрицы оператора Вейнгартена (оператора формы) в базисе нормального пространства, связанном с эллипсом нормальной кривизны есть

$$
A^1 = \begin{pmatrix} (\alpha + a) & 0 \\ 0 & (\alpha - a) \end{pmatrix}, A^2 = \begin{pmatrix} \beta & b\sqrt{\frac{G}{E}} \\ b\sqrt{\frac{E}{G}} & \beta \end{pmatrix}, A^3 = \begin{pmatrix} \gamma & 0 \\ 0 & \gamma \end{pmatrix}.
$$

Предположим, что поверхность F^2 есть не минимальная поверхность в E^N. Тогда мы можем построить другой ортонормированный базис нормального пространства

$$
\mathbf{n}_1 = \left(\frac{\alpha}{H}, \frac{\beta}{H}, \frac{\gamma}{H}, 0, \ldots, 0\right),
$$

$$\mathbf{n}_2 = \left(\frac{\beta}{\sqrt{\alpha^2+\beta^2}}, -\frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2+\beta^2}}, 0, 0, \ldots, 0 \right),$$

$$\mathbf{n}_3 = \left(\frac{\gamma\alpha}{H\sqrt{\alpha^2+\beta^2}}, \frac{\gamma}{H\sqrt{\alpha^2+\beta^2}}, -\frac{\sqrt{\alpha^2+\beta^2}}{H}, 0, \ldots, 0 \right).$$

По отношению к этому базису получаем следующие коэффициенты второй фундаментальной формы

$$L_{11}^1 = \frac{E(\alpha^2+\alpha a+\beta^2+\gamma^2)}{H}, L_{12}^1 = \frac{\beta b\sqrt{EG}}{H}, L_{22}^1 = \frac{G(-\alpha^2+\alpha a-\beta^2-\gamma^2)}{H},$$

$$L_{11}^2 = \frac{\beta E a}{\sqrt{\alpha^2+\beta^2}}, L_{12}^2 = -\frac{\alpha b\sqrt{EG}}{\sqrt{\alpha^2+\beta^2}}, L_{22}^2 = -\frac{\beta G a}{\sqrt{\alpha^2+\beta^2}},$$

$$L_{11}^3 = \frac{\gamma E(2\alpha^2+\alpha a+2\beta^2)}{H\sqrt{\alpha^2+\beta^2}}, L_{12}^3 = \frac{\gamma\beta b\sqrt{EG}}{H\sqrt{\alpha^2+\beta^2}}, L_{22}^3 = -\frac{\gamma G(-2\alpha^2+\alpha a-2\beta^2)}{H\sqrt{\alpha^2+\beta^2}}.$$

Итак, матрицы оператора Вейнгартена относительно построенного базиса нормального пространства, первый вектор которого направлен по вектору средней кривизны, принимают вид:

$$A^1 = \begin{pmatrix} \dfrac{\alpha^2+\alpha a+\beta^2+\gamma^2}{H} & \dfrac{\beta b\sqrt{EG}}{HG} \\ \dfrac{\beta b\sqrt{EG}}{HE} & -\dfrac{\alpha^2+\alpha a-\beta^2-\gamma^2}{H} \end{pmatrix}, A^2 = \begin{pmatrix} \dfrac{\beta a}{\sqrt{\alpha^2+\beta^2}} & -\dfrac{\alpha b\sqrt{EG}}{\sqrt{\alpha^2+\beta^2}G} \\ -\dfrac{\alpha b\sqrt{EG}}{\sqrt{\alpha^2+\beta^2}E} & -\dfrac{\beta a}{\sqrt{\alpha^2+\beta^2}} \end{pmatrix},$$

$$A^3 = \begin{pmatrix} \dfrac{\gamma(2\alpha^2+\alpha a+2\beta^2)}{H\sqrt{\alpha^2+\beta^2}} & \dfrac{\gamma\beta b\sqrt{EG}}{HE\sqrt{\alpha^2+\beta^2}} \\ \dfrac{\gamma\beta b\sqrt{EG}}{HG\sqrt{\alpha^2+\beta^2}} & -\dfrac{\gamma G(-2\alpha^2+\alpha a-2\beta^2)}{H\sqrt{\alpha^2+\beta^2}} \end{pmatrix}.$$

Вычисляя $tr(A^1A^k), k=2,3,$ получаем доказательство теоремы.

Выводы и перспективы дальнейших исследований. В данной работе была дана характеристика нетривиальных поверхностей Чена евклидова пространства в терминах эллипса нормальной кривизны. Представляется интересной задачей нахождение аналогичных характеристик поверхностей Чена в римановых пространствах.

Список литературы

1. *Аминов Ю.А.* Геометрия подмногообразий / Ю.А. Аминов. – К.: Наукова думка, 2002. – 467 с.

2. *Аминов Ю.А.* Кручение двумерных поверхностей в евклидовых пространствах / Ю.А. Аминов // Укр. геом. сб., 1975. – 314 с.

3. *Bulca B., Arslan K., Bayram B.K. and Öztürk G.* Spherical product surfaces in E^4 / B. Bulca, K. Arslan, B.K. Bayram // Analele Stiinti.ce ale Universitatii Ovidius Constanta, Seria Matematica. –2012. – P. 17–25.

4. *Bulca B., Arslan K.* Surfaces Given with The Monge Patch in E^4 / B. Bulca, K. Arslan // J.Math. Physics, Anal., Geom. (Accepted). – 2013. – P. 75–79.

5. *Dursun U.* On Product k-Chen Type Submanifolds / U. Dursun // Glasgow Math. J. – 1997. – P. 243–249.

6. *Chen B.-Y.* Geometry of Submanifolds / B.-Y. Chen // Dekker, New York. – 1973. – P. 245–248.

7. *Iyig un E., Arslan K., Ozt urk G.* A characterization of Chen Surfaces in E^4 / E. Iyig¨un, K. Arslan, *G. Ozt urk* // Bull. Malays. Math. Sci. Soc. (2). – 2008. – № 31(2). – P. 209–215.

8. *Rouxel B.* Ruled A-submanifolds in Euclidean Space E4 / *B. Rouxel* // Soochow Journal of mathematicks. – 1980. – P. 117–121.

УДК 519.8

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ С УЧЕТОМ ПРИНЦИПОВ КАМЕРНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Скринникова Анна Владимировна
старший преподаватель кафедры
фундаментальной математики
ГОУ ВО ЛНР «ЛГПУ»
e-mail: ann3005@rambler.ru

Кульчак Владимир Эдуардович
студент 2 курса магистратуры
направления подготовки 01.04.01 «Математика»
ГОУ ВО ЛНР «ЛГПУ»
e-mail: cool4ak@gmail.com

Аннотация. В работе кратко представлена историческая справка о развитии математического моделирования, изложены принципы камерного взаимодействия, дан обзор моделей функционирования фолликулярных клеток щитовидной железы.

Ключевые слова: задачи Коши, принцип парных взаимодействий.

Актуальность и постановка проблемы. Учение о подобии и моделировании начало создаваться более четырехсот лет тому назад. Уже в середине XV в. обоснованием методов моделирования занимался Леонардо да Винчи. «Говорят, что маленькие модели ни в одном своем действии не соответствуют эффекту больших. Здесь я намерен показать, что это заключение ложно...», – писал он. Автор пытался вывести общие аналитические закономерности и привел многочисленные примеры. Так, рассматривая бурение дерева, он установил соотношения между площадью, силой и количеством дерева, удаляемого буравами разных размеров [1].

Не различая достаточно механического и геометрического подобия, Леонардо в своих работах не получил общих законов подобия, но тем не менее сделал серьезные шаги в направлении их создания. Он также пользовался и аналогиями: «Напиши о плавании под водой и получишь летание птицы по воздуху», – рекомендует он, обращая внимание также на необходимость проверки: «...движется ли конец крыла птицы так же, как и рука пловца». Именно он предлагал создавать стеклянные модели глаз, стеклянную модель, позволяющую «наблюдать сквозь стекло, что делает кровь в сердце, когда она сжимает его выходы».

Одним из первых соотечественников, кто теоретически обоснованно применил статическое подобие при разработке проекта арочного моста через Неву пролетом 300 м, был известный русский изобретатель И.П. Кулибин. Свои исследования он проводил на деревянных моделях в 1/10 натуральной величины и весом свыше 5 т. Модели были построены и испытаны в 1775-1776 гг. в Петербурге. В них было впервые учтено, что изменение линейных размеров в k раз меняет собственный вес в k^3 раз, а площади поперечных сечений элементов – в k^2 раз. И.П. Кулибин установил, что 1) модели в $1/k$ натуральной величины имеют напряжения от собственного веса в k раз меньше, чем напряжения в оригинале; 2) обеспечение подобия влияния собственного веса в модели возможно при некой дополнительной нагрузке; 3) 5 действующая на мост полезная нагрузка должна быть в k^2 раз меньше. Эти положения И.П. Кулибина об условиях подобия были проверены и одобрены Л. Эйлером [1; 2].

Предложенный И.П. Кулибиным метод моделирования собственного веса конструкции соответствует современному способу «догрузки» моделей в центрифугах. В дальнейшем появление новых материалов и конструкций потребовало более точных ответов на многие вопросы, связанные с применением моделей в инженерной практике, и теория подобия получила дальнейшее развитие.

В дальнейшем моделирование стало распространяться как на величины и процессы одной физической природы, так на величины и процессы, различающиеся по своей природе, но имеющие определенную аналогию или хотя бы какое-то математическое соответствие. Особое значение приобрело моделирование биологических и физиологических процессов [2–5]. Так, созданы протезы тех или иных органов человека, управляемые биотоками. Разработаны установки, моделирующие условия, необходимые для развития живых тканей и организмов. Разработаны математические модели деятельности сердца, сердечно-сосудистой системы, электрофизиологических процессов, связанных с функциями внутренних органов и мышечного аппарата. В частности, модели, выполняющие некоторые функции различных органов, применяются во время операций.

Изложение основного материала. В результате исследований, проведенных медиками и биохимиками, выявлены основные биохимические процессы, проходящие в щитовидной железе [3–5]. На основании этого представителями технических и физико-математических наук предложены математические модели обмена йода в организме, при этом щитовидная железа рассматривается как часть единой регуляторной системы [4; 5]. Математические модели функционирования фолликулярных клеток щитовидной железы основаны на принципе парных взаимодействий и учитывают основные биохимические реакции: поступление йода в фолликул, образование тиреоглобулина и гормона тироксина. С точки зрения математики модели представляют собой задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений или краевые задачи для системы нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных. В качестве основной характеристики функционирования щитовидной железы рассматривается скорость поступления тиреоидного гормона Т4 в кровоток.

В точечных моделях распределение веществ считается гомогенным, т.е. однородным: химический состав и физические свойства во всех частях одинаковы или меняются непрерывно, в диффузионных – гетерогенным, т.е. неоднородным: состоящим из однородных частей, разделѐнных поверхностью раздела.

Камерное моделирование отражает биохимические и биофизические механизмы функционирования камеры, лежащие в основе воздействий, обуславливающих работу этих механизмов. Под камерой в камерном моделировании понимают формальный элемент биологической системы, с которым связано изменение отдельного ее компонента, обладающего численной границей.

При рассмотрении процессов функционирования живых организмов под камерой понимают определенное количество вещества, выступающее как самостоятельная единица в процессах транспортировки и обмена веществ. Это могут быть взаимодействующие друг с другом лекарственные препараты, эндогенные вещества, ферменты и т.п. Притом, камере может соответствовать некоторая область или объем в биологическом объекте. Камерная модель, как правило, имеет некоторое количество связанных меж собой камер. Взаимодействие камер происходит в процессе обмена компонентами между камерами и средой, превращения компонентов друг в друга, или утилизации, которая может сопровождаться исчезновением рассматриваемых компонентов или препаратов.

Процессы обмена компонентов описывают закономерностями диффузии веществ в тканях, переноса веществ с током крови, с воздухом из среды в легкие и др. Превращение компонентов связано с протеканием биохимических реакций. Другим типом камерного взаимодействия компонентов является утилизация, которая характеризуется процессами потребления вещества и энергии. Так, например, процессы окисления сопровождаются потреблением тканями доставляемого кислорода.

Уравнение диффузии вещества в среде связывает скорость изменения концентрации вещества C с градиентом концентрации в среде [3]: $\frac{dc}{dt} = D\Delta C$, где D – коэффициент диффузии, $\Delta = \frac{d^2}{dx^2} + \frac{d^2}{dy^2} + \frac{d^2}{dz^2}$.

Конвективный транспорт вещества, представляющий перенос компонентов носителями, определяется уравнением конвективной диффузии: $\frac{dC}{dt} + U\nabla C = \partial\Delta C$, где U – вектор скорости носителя, $\nabla = \frac{d}{dx} + \frac{d}{dy} + \frac{d}{dz}$. Превращения веществ, происходящие в результате биохимических реакций, описываются законом действующих масс.

Если происходят химические реакции с веществами A, B, …, которые превращаются в вещества M, N …, то: $\alpha A + \beta B + \ldots \Leftrightarrow \mu M + \nu N \ldots$, где α, β, … μ, ν … – стехиометрические коэффициенты, т.е. коэффициенты, стоящие перед символом или формулой вещества в химическом уравнении и отражающие относительное количество участвующих в реакции веществ. Обозначив концентрацию веществ, участвующих в реакции, $C_A, C_B, \ldots C_M, C_N, \ldots$ записывают: $\frac{dC_A}{dt} = \frac{dC_B}{dt} = \ldots = -\frac{dC_M}{dt} = -\frac{dC_N}{dt} = -K_p\left(C_A^{\alpha} C_B^{\beta} \ldots C_M^{\mu} C_N^{\nu}\right)$, где Kp – константа скорости реакции. Химическая реакция происходит лишь в том случае, когда энергия взаимодействующих молекул больше энергии активации Ea.

При построении камерных моделей пользуются уравнением ферментативной кинетики: уравнением Михаэлиса-Ментен. Это уравнение зависимости скорости ферментативной реакции от концентрации фермента E и субстрата S: $v_0 = \frac{V\max[S]_0}{Km + [S]_0}$, где Km – константа Михаэлиса, $Vmax$ – максимальная скорость реакции. Стационарное течение процесса возможно, если $[S] >> [E]$, т.е. концентрация субстрата значительно превосходит концентрацию фермента.

Выводы и перспективы дальнейших исследований. Математические моделирование функционирования щитовидной железы при различных физиологических условиях оказывается полезным для прогнозирования и исследования протекания ее заболеваний и в основном происходит на основе камерного взаимодействия с построением обыкновенных дифференциальных уравнений 1-го и 2-го порядков и их систем.

Список литературы

1. *Самарский А.А.* Математическое моделирование: Идеи, методы, примеры / А.А. Самарский, А.П. Михайлов – М.: Физматлит, 2008. – 320 с.

2. *Башарова Г.В.* Моделирование в 3d пакете и биомеханическое исследование состояния кровеносных сосудов, питающих мозг / Г.В. Башарова, П.И. Бегун, О.В. Тихоненкова // Моделирование, оптимизация и информационные технологии, 2018. – Том 6, – № 3 (22). – С. 30–40.

3. *Романовский Б.В.* Основы химической кинетики: учебное пособие / Б.В. Романовский – М.: Экзамен, 2006. – 415 с.

4. *Kolpak E.P.*The follicle function and thyroid gland cancer / E.P. Kolpak, S.A. Kabrits, V. Bubalo // Biology and Medicine, 2015. – T. 7 (1). – P. 107–115.

5. *Hoermann R.* [and act.] Is Pituitary Thyrotropin an Adequate Measure of Thyroid Hormone-Controlled Homeostasis During Thyroxine Treatment? // European Journal of Endocrinology, 2017. – Vol. 168, – № 2. – P. 271–280.

УДК 514.74+514.75

О ВНЕШНЕЙ ГЕОМЕТРИИ ЛЕНТЫ МЕБИУСА В ЧЕТЫРЕХМЕРНОМ ЕВКЛИДОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Соколова Татьяна Владимировна
студентка 2 курса магистратуры
направления подготовки 01.04.01 «Математика»
ГОУ ВО ЛНР «ЛГПУ»
e-mail: tloban19@gmail.com

Савельев Валерий Михайлович
кандидат физико-математических наук,
доцент кафедры фундаментальной математики
ГОУ ВО ЛНР «ЛГПУ»
e-mail: svm59@mail.ru

Аннотация. В статье исследуется внешняя геометрия вложения ленты Мебиуса в E^4. Доказано, что эллипс нормальной кривизны есть окружность и вложение имеет параболический грассманов образ Γ^2, внутренняя геометрия которого есть геометрия пространства постоянной кривизны $K_{\Gamma^2} = 1$.

Ключевые слова: лента Мебиуса, гауссова кривизна, гауссово кручение, грассманов образ.

Актуальность и постановка проблемы. Известно, что существует пять возможных топологических типов двумерных локально евклидовых многообразий: плоскость, цилиндр, лист Мёбиуса, тор и бутылка Клейна. Среди них имеются три незамкнутых: плоскость, цилиндр, лист Мёбиуса, и два замкнутых: тор и бутылка Клейна. Лист Мёбиуса и бутылка Клейна — неориентируемые многообразия.

Тор, лист Мёбиуса и бутылка Клейна с евклидовой метрикой не могут быть изометрически погружены в E^3, так как единственной полной гиперповерхностью нулевой гауссовой кривизны в E^3 является цилиндр.

В настоящей статье исследуется внешняя геометрия ленты Мебиуса вложенной в E^4.

Изложение основного материала. Напомним основные понятия теории поверхностей в четырехмерном евклидовом пространстве. Пусть F^2 есть 2-мерная регулярная поверхность в 4-мерном евклидовом пространстве E^4. Выберем на F^2 два нормальных поля $\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2$, которые образуют базис нормальных плоскостей $N_P F^2$. Пусть $L_{ij}^{\sigma} du^i du^j$, $\sigma = 1,2$ есть вторые фундаментальные формы поверхности F^2, соответствующие выше выбранным нормалям $\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2$.

Далее напомним, что *индикатриса нормальной кривизны* поверхности $F^2 \subset E^4$ в точке $P \in F^2$ есть эллипс в нормальном пространстве поверхности F^2 в точке P, заданный условием

$$E(P) = \{L(\mathbf{X},\mathbf{X}):\ \mathbf{X} \in T_P F^2 \text{ и } \|\mathbf{X}\| = 1\},$$

где $L(\mathbf{X},\mathbf{X})$ есть вторая фундаментальная форма $F^2 \subset E^4$ со значениями в нормальном расслоении [1].

Пусть $\{\tau_1, \tau_2\}$ – ортонормированный базис касательного пространства $T_P F^2$ в точке P. Тогда, для любого касательного вектора $\mathbf{X} = \cos\theta\tau_1 + \sin\theta\tau_2$ имеем

$$\mathbf{L}(\mathbf{X},\mathbf{X}) = \mathbf{H} + \cos 2\theta \frac{\mathbf{L}(\tau_1,\tau_1) - \mathbf{L}(\tau_2,\tau_2)}{2} + \sin 2\theta \mathbf{L}(\tau_1,\tau_2),$$

где $\mathbf{H} = \dfrac{\mathbf{L}(\tau_1,\tau_1) + \mathbf{L}(\tau_2,\tau_2)}{2}$ – вектор средней кривизны поверхности F^2 в точке P. Таким образом, когда единичный касательный вектор $\mathbf{X}$ описывает окружность единичного радиуса, вектор $\mathbf{L}(\mathbf{X},\mathbf{X})$ проходит дважды эллипс с центров в $\mathbf{H}$. Векторы $\mathbf{A} = \dfrac{\mathbf{L}(\tau_1,\tau_1) - \mathbf{L}(\tau_2,\tau_2)}{2}$ и $\mathbf{B} = \mathbf{L}(\tau_1,\tau_2)$ определяют сопряженные направления эллипса. В случае, когда эти направления являются главными, т.е. векторы $\mathbf{A}$ и ортогональны $\mathbf{B}$, их длины a и b есть полуоси эллипса.

Рассмотрим вложение ленты Мебиуса M^2 в E^4, радиус-вектор которой имеет вид:

$$\mathbf{r}(u,v)=\begin{pmatrix}\cos u\\ \sin u\\ v\cos\frac{u}{2}\\ v\sin\frac{u}{2}\end{pmatrix}. \tag{1}$$

Первые и вторые производные радиус-вектора поверхности имеют вид

$$\mathbf{r_u}=\begin{pmatrix}-\sin u\\ \cos u\\ -\frac{1}{2}v\sin\frac{u}{2}\\ \frac{1}{2}v\cos\frac{u}{2}\end{pmatrix},\quad \mathbf{r_v}=\begin{pmatrix}0\\ 0\\ \cos\frac{u}{2}\\ \sin\frac{u}{2}\end{pmatrix},$$

$$\mathbf{r_{uu}}=\begin{pmatrix}-\cos u\\ -\sin u\\ -\frac{1}{4}v\cos\frac{u}{2}\\ -\frac{1}{4}v\sin\frac{u}{2}\end{pmatrix},\ \mathbf{r_{uv}}=\begin{pmatrix}0\\ 0\\ -\frac{1}{2}\sin\frac{u}{2}\\ \frac{1}{2}\cos\frac{u}{2}\end{pmatrix},\ \mathbf{r_{vv}}=\begin{pmatrix}0\\ 0\\ 0\\ 0\end{pmatrix}.$$

Находим линейный элемент (первую квадратичную форму):

$$ds^2=\left(1+\frac{v^2}{4}\right)du^2+dv^2.$$

Векторнозначную вторую фундаментальную форму $\mathbf{L}_{ij}$ находим из разложения Гаусса [1, с. 94] $\mathbf{L}_{ij}=\mathbf{r}_{u^iu^j}-\Gamma_{ij}^k\mathbf{r}_{u^k}$, $u^i=u$, $u^j=v$. Ненулевые коэффициенты Кристоффеля есть следующие:

$$\Gamma_{12}^1=\frac{v^2}{v^2+4},\Gamma_{11}^2=-\frac{v}{4}.$$

Вектора $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$, направленные по осям эллипса нормальной кривизны, принимают вид:

$$\mathbf{A}=\frac{1}{v^2+4}\begin{pmatrix}-2\cos u\\ -2\cos u\\ 0\\ 0\end{pmatrix},\ \mathbf{B}=\frac{1}{\sqrt{v^2+4}}\begin{pmatrix}v\sin u\\ -v\cos u\\ -2\sin\frac{u}{2}\\ 2\cos\frac{u}{2}\end{pmatrix}.$$

Нормируя эти векторы, получаем базис нормальной плоскости:

$$\mathbf{n_1}=\begin{pmatrix}\cos u\\ \sin u\\ 0\\ 0\end{pmatrix},\ \mathbf{n_2}=\frac{1}{\sqrt{4+v^2}}\begin{pmatrix}-v\sin u\\ v\cos u\\ 2\sin\frac{u}{2}\\ -2\cos\frac{u}{2}\end{pmatrix}.$$

Найдем вторые квадратичные формы поверхности относительно нормалей $\mathbf{n}_1$ и $\mathbf{n_2}$.

Таким образом, коэффициенты второй квадратичной формы имеют вид:

$$L_{11}^1=-1,\ L_{12}^2=-\frac{1}{\sqrt{4+v^2}},\ L_{11}^2=L_{12}^1=L_{22}^1=L_{22}^2=0.$$

Вычисляя длины векторов $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ находим:

$$a=\frac{2}{4+v^2},\ b=\frac{2}{4+v^2}.$$

Таким образом, эллипс нормальной кривизны вложения ленты Мебиуса в E^4 является окружностью. Далее находим вектор средней кривизны:

$$\mathbf{H}=\frac{1}{2}\left(\frac{\mathbf{L_{11}}}{E}+\frac{\mathbf{L}_{22}}{G}\right)=\begin{pmatrix}-\frac{2\cos u}{4+v^2}\\ -\frac{2\sin u}{4+v^2}\\ 0\\ 0\end{pmatrix}.$$

Следовательно, имеем $H^2=\dfrac{4}{\left(4+v^2\right)^2}$.

Находим параметры α и β эллипса нормальной кривизны

$$\alpha=\langle\mathbf{H},\mathbf{n}_1\rangle=-\frac{2}{4+v^2},\ \beta=\langle\mathbf{H},\mathbf{n}_2\rangle=0.$$

Гауссову кривизну можно найти по формуле Картана [1, с. 146] $K=\alpha^2+\beta^2-a^2-b^2$. Подставляя параметры эллипса нормальной кривизны в формулу Картана, получаем:

$$K=-\frac{4}{\left(4+v^2\right)^2}.$$

Гауссовым кручением $\varkappa_\Gamma$ двумерной поверхности F^2 в E^4 называется $\pm$ удвоенное произведение полуосей a и b эллипса нормальной кривизны, т.е, $\varkappa_\Gamma=\pm 2ab.$

Таким образом, гауссово кручение исследуемой поверхности равно

$$\varkappa_{\Gamma} = \frac{8}{\left(4+u^2\right)^2}.$$

Хорошо известна та роль, которую в классической дифференциальной геометрии играет сферическое (гауссово) отображение. Грассманово отображение, которое является обобщением сферического, нашло использование в многомерной дифференциальной геометрии. Оно плодотворно используется как в глобальных, так и в локальных исследованиях пространств кривизны.

Одним из объектов изучения, связанным с грассмановым образом подмногообразия $F^n \subset E^{n+m}$, является кривизна $\overline{K}$ самого многообразия Грассмана вдоль двумерных площадок, касательных к грассманову образу (согласно Вонгу [1] всегда $0 \le \overline{K} \le 2$). Касательные векторы к грассманову образу выражаются через вторую квадратичную форму подмногообразия, поэтому кривизна, о которой идет речь, дает информацию о внешней геометрии подмногообразия F^n. Формула, непосредственно выражающая секционную кривизну $\overline{K}$ через коэффициент L_{ij}^{σ}, приведена Ю.А. Аминовым [1, с. 318].

Для нахождения кривизны $\bar{K}(\sigma)$ многообразия Грассмана вдоль грассманова образа поверхности $F^2 \subset E^4$ в терминах эллипса нормальной кривизны известна формула Аминова Ю.А [1, с. 262]:

$$\bar{K}(\sigma) = \frac{K^2 + 4a^2b^2}{K^2 + 4(a^2\beta^2 + b^2\alpha^2)}. \tag{2}$$

Используя значения параметров эллипса нормальной кривизны величины находим, что секционная кривизна грассманова образа равна $\bar{K}(\sigma) = 1$.

Грассманов образ Γ^2 является, в общем случае, некоторой поверхностью в грассмановом многообразии $G_{2,4}$. Метрика dp^2 грассманова образа Γ^2 вычисляется по формуле Муто [1, с. 254]:

$$dp^2 = (L_{ik}^1 L_{jl}^2 + L_{ik}^2 L_{jl}^1) g^{kl} du^i du^j. \tag{5}$$

Выражение метрики в системе координат согласованной с эллипсом нормальной кривизны имеет вид:

$$dp^2 = \left[(\alpha+a)^2 + \beta^2 + b^2\right] E(du^1)^2 + 4\beta b\sqrt{EG}du^1du^2 + \left[(\alpha-a)^2 + \beta^2 + b^2\right] G(du^2)^2. \tag{6}$$

Таким образом, коэффициенты метрики грассманова образа имеют вид:

$$G_{11} = \frac{5}{4+v^2}, G_{12} = 0, G_{22} = \frac{4}{\left(4+v^2\right)^2}.$$

По известной формуле Гаусса

$$K=-\frac{1}{2\sqrt{EG}}\left\{\frac{\partial}{\partial u}\left(\frac{G_u}{\sqrt{EG}}\right)+\frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{E_v}{\sqrt{EG}}\right)\right\}$$

находим кривизну этой метрики:

$$\frac{\partial G_{22}}{\partial u}=0,\ \frac{\partial G_{11}}{\partial v}=-\frac{10v}{\left(4+v^2\right)^2},\ \sqrt{G_{11}G_{22}}=\frac{2\sqrt{5}}{\left(4+v^2\right)^{3/2}},$$

$$K_{\Gamma^2}=-\frac{\left(4+v^2\right)^{3/2}}{4\sqrt{5}}\cdot\frac{\partial}{\partial v}\left(-\frac{\sqrt{5}v}{\sqrt{4+v^2}}\right)=-\frac{\left(4+v^2\right)^{3/2}}{4\sqrt{5}}\cdot\left(-\frac{4\sqrt{5}}{\left(4+v^2\right)^{3/2}}\right)=1.$$

Значит гауссова кривизна метрики $\overline{K}=K_{\Gamma^2}=1.$

Таким образом, справедлива такая теорема:

Теорема. *Пусть вложение ленты Мебиуса в* E^4 *задано радиус-вектором (1). Тогда имеют место следующие утверждения*

1*) эллипс нормальной кривизны есть окружность и отношение гауссова кручения* $\varkappa_\Gamma$ *к гауссовой кривизне* K *постоянно;*

2*) имеет параболический грассманов образ* $\Gamma^2(\overline{K}=1)$*, внутренняя геометрия которого есть геометрия пространства постоянной кривизны* $K_{\Gamma^2}=1.$

Выводы и перспективы дальнейших исследований. В работе исследована внешняя геометрия ленты Мебиуса, вложенной в 4-мерное евклидово пространство. Найдены параметры эллипса нормальной кривизны. В небольшой заметке Томкинса [5] рассматривается пример плоской бутылки Клейна изометрически вложенной в четырехмерное евклидово пространство. Нами планируется исследовать внешнюю геометрию и грассманов образ этого вложения.

Список литературы

1. *Аминов Ю.А.* Геометрия подмногообразий / Ю.А. Аминов. – К: Наукова думка, 2002. – 467 с.

2. *Борисенко А.А.* Многообразия Грассмана и грассманов образ подмногообразий / А.А. Борисенко, Ю.А. Николаевский // УМН. – 1990. – №2 (278). – С. 41–85.

3. *Иванов А.Б.* Изометрическое погружение полных двумерных локальных евклидовых многообразий в евклидовы пространства / А.Б. Иванов // Мат. заметки. – 1973. – С. 427–429.

4. *Савельев В.М.* К теории кривизны грассманова образа подмногообразий в евклидовом пространстве./ В.М. Савельев // Мат. физика, анализ, геометрия. – 1994. – №3 – С. 520–528.

5. *Tompkins C.* A flat Klein bottle isometrically embedded in Euclidean 4-space. / C. Tompkins// Bull. Amer. Math. Soc. 47(1941). – 508 p.

УДК 517.52+517.538

ПОСТРОЕНИЕ ОБОБЩЁННЫХ СУММ РАСХОДЯЩИХСЯ РЯДОВ

Темникова Светлана Владимировна
кандидат технических наук, доцент,
и.о. заведующего кафедрой фундаментальной математики
ГОУ ВО ЛНР «ЛГПУ»
e-mail: temnikovasvetlana@rambler.ru

Череповская Наталья Юрьевна
студентка 2 курса магистратуры
направления подготовки 01.04.01 «Математика»
ГОУ ВО ЛНР «ЛГПУ»
e-mail: cherepovskayanataly@gmail.com

Аннотация. Статья посвящена исследованию методов Чезаро и Абеля–Пуассона суммирования расходящихся рядов. Приведены примеры построения обобщённых сумм двух расходящихся тригонометрических рядов с использованием этих методов.

Ключевые слова: расходящийся ряд, обобщенная сумма, метод Чезаро, метод Абеля–Пуассона.

Актуальность и постановка проблемы. Ещё во второй половине прошлого века возникла идея суммирования расходящихся рядов в некотором ином смысле, который отличается от обычного понимания. К возможности такого суммирования приводили результаты действий со сходящимися рядами, в частности, получение расходящегося ряда при умножении двух сходящихся рядов. К особенно плодотворным методам поиска сумм расходящихся рядов относят методы Чезаро, Абеля–Пуассона, Вороного, Эйлера, Бореля, Бернштейна–Рогозинского и др. [1].

Теория расходящихся рядов продолжает развиваться и на современном этапе. Для решения значительной части задач квантовой механики и других разделов современной физики возникает необходимость суммирования расходящихся рядов теории возмущений. Кроме того, расходящиеся ряды могут получаться при перемножении условно сходящихся рядов, при разложении функции в ряд Фурье, при дифференцировании и интегрировании функциональных рядов [2–4].

Во многих случаях для расходящихся рядов можно найти сумму в обобщённом смысле, обладающую некоторыми свойствами обычной суммы сходящегося ряда.

Цель работы – проанализировать методы Чезаро и Абеля–Пуассона на примерах построения обобщённых сумм расходящихся рядов.

Изложение основного материала. Понятие «обобщенной суммы» должно удовлетворять следующим условиям:

1. Предположим, что ряду $\sum a_n$ ставится в соответствие сумма A, а ряду $\sum b_n$ – сумма B, тогда ряду $\sum c_1 a_n + c_2 b_n$, где c_1, c_2 –любые постоянные величины, соответствует сумма, равная числу $c_1 A + c_2 B$. Данное условие принято называть линейным;

2. У ряда, который сходится в обычном смысле к сумме A, должна быть ещё и обобщенная сумма, совпадающая со значением A. Это условие принято называть регулярным.

Рассмотрим примеры построения обобщённых сумм расходящихся рядов с помощью методов Абеля–Пуассона (метода степенных рядов) и Чезаро (метода средних арифметических).

Метод степенных рядов, предложенный Пуассоном (S.-D. Poisson), был применён им к тригонометрическим рядам. Рассмотрим сущность данного метода. Пусть дан числовой ряд $\sum a_n$. Для этого ряда необходимо построить степенной ряд вида:

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n = a_0 + a_1 x + a_n x^n + \ldots . \tag{1}$$

Если ряд (1) при $0 < x < 1$ сходится и для его суммы $f(x)$ существует предел:

$$\lim_{x \to 1-0} f(x) = A,$$

то значение этого предела принято называть «обобщенной суммой» данного ряда.

Воспользуемся описанным методом для тригонометрического ряда вида:

$$\frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \cos n\theta , \tag{2}$$

который расходится при всех значениях θ, $(-\pi \le \theta \le \pi)$.

Если $\theta = \frac{a}{b}\pi$, где a и b – натуральные числа, то для значений a, которые окажутся кратными b, получим $\cos n\theta = \pm 1$. Таким образом, необходимое условие сходимости ряда не выполняется. В случае, когда отношение $\frac{\theta}{\pi}$ является иррациональным числом, то, разложив $\frac{\theta}{\pi}$ в бесконечную непрерывную дробь и составив подходящие дроби $\frac{m}{n}$ получим:

$$\left| \frac{\theta}{\pi} - \frac{m}{n} \right| < \frac{1}{n^2} .$$

Тогда

$$\left|n\theta - m\pi\right| < \frac{\pi}{n}.$$

Итак, для бесконечного множества значений n

$$\left|\cos n\theta \pm 1\right| < \frac{\pi}{n},$$

или

$$\left|\cos n\theta\right| > 1 - \frac{\pi}{n}.$$

Значит, и в этом случае необходимое условие сходимости ряда не выполняется. Если привести степенной ряд к виду:

$$\frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} r^n \cos n\theta \qquad (0 < r < 1),$$

то его сумма при значении $\theta \neq 0$ окажется равной

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1 - r^2}{1 - 2r\cos\theta + r^2} \tag{3}$$

и переходя к пределу, получим:

$$\lim_{r \to 1-0} \frac{1}{2} \cdot \frac{1 - r^2}{1 - 2r\cos\theta + r^2} = 0.$$

В случае, когда $\theta = 0$ сумма ряда (2), как и сумма (3) преобразованного ряда, равна $+\infty$.

Рассмотрим теперь сходящийся только при $\theta = 0$ или $\theta = \pm\pi$ числовой ряд вида:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sin n\theta \qquad (-\pi \le \theta \le \pi).$$

Составим для данного ряда степенной ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} r^2 \sin n\theta = \frac{r\sin\theta}{1 - 2r\cos\theta + r^2}.$$

Обобщенная сумма этого ряда равна $\frac{1}{2} \cdot ctg\frac{1}{2}\theta$ при $\theta \neq 0$ и равна нулю при $\theta = 0$.

Таким образом, метод Пуассона обобщенного суммирования удовлетворяет условию линейности. При этом следует отметить, что условие регулярности данного метода обосновано теоремой Абеля:

Если ряд $\sum a_n$ сходится и имеет в обычном смысле сумму A, то при $0 < x < 1$ сходится и степенной ряд (1), и его сумма стремится к пределу A, когда $x \to 1-0$.

Метод средних арифметических был предложен Фробениусом (G. Frobenius). Дальнейшее развитие этого метода связано с именем Чезаро (E. Cesaro). Рассмотрим сущность метода Чезаро. Пусть дан числовой ряд $\sum a_n$.

Обозначим через A_n n-ю частичную сумму. Необходимо построить их последовательные средние арифметические

$$a_0 = A_0,\ a_1 = \frac{A_0 + A_1}{2}, \dots, a_n = \frac{A_0 + A_1 + \dots + A_n}{n+1}, \dots .$$

Если $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = A$, то значение этого предела принято называть «обобщенной суммой» (в смысле Чезаро) данного ряда.

Применим метод к ряду

$$\frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \cos n\theta \qquad (-\pi \le \theta \le \pi).$$

Частичные суммы ряда при $\theta \ne 0$ определяются по формуле:

$$A_n = \frac{\sin\left(n + \frac{1}{2}\right)\theta}{2\sin\frac{1}{2}\theta}.$$

Найдем средние арифметические:

$$(n+1)a_n = \frac{1}{2\sin\frac{1}{2}\theta}\sum_{m=0}^{n} \sin(m+\frac{1}{2})\theta = \frac{1}{4\sin^2\frac{1}{2}\theta}\sum_{m=0}^{n}\left[\cos m\theta - \cos(m+1)\theta\right] =$$

$$= \frac{1-\cos(n+1)\theta}{4\sin^2\frac{1}{2}\theta} = \frac{1}{2}\left(\frac{\sin(n+1)\frac{\theta}{2}}{\sin\frac{\theta}{2}}\right)^2$$

Откуда

$$a_n = \frac{1}{2(n+1)}\left(\frac{\sin(n+1)\frac{\theta}{2}}{\sin\frac{\theta}{2}}\right)^2.$$

Тогда при $\theta \ne 0$ $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$, т.е. «обобщенная сумма» ряда, построенная методом Чезаро, равна 0, что совпадает с результатом, полученным методом Абеля–Пуассона.

Вернёмся к числовому ряду вида:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sin n\theta \qquad (-\pi \le \theta \le \pi)$$

Если $\theta \ne 0$, то

$$A_n = \frac{\cos\frac{1}{2}\theta - \cos\left(n+\frac{1}{2}\right)\theta}{2\sin\frac{1}{2}\theta}.$$

Найдем средние арифметические:

$$(n+1)a_n = \frac{n+1}{2}ctg\frac{1}{2}\theta - \frac{1}{4\sin^2\frac{1}{2}\theta}\sum_{m=1}^{n+1}\left[\sin(m+1)\theta - \sin m\theta\right] = \frac{n+1}{2}ctg\frac{1}{2}\theta -$$

$$-\frac{\sin(n+2)\theta - \sin\theta}{4\sin^2\frac{1}{2}\theta}.$$

Тогда $a_n \to \frac{1}{2}ctg\frac{1}{2}\theta$, т.е. «обобщенная сумма» в смысле Чезаро тригонометрического ряда совпадает с «обобщенной суммой» в смысле Абеля–Пуассона.

Выводы и перспективы дальнейших исследований. Широкое применение теории расходящихся рядов в различных физико-технических приложениях свидетельствует об актуальности построения «обобщенных сумм» рядов, которые расходятся. В работе исследованы два метода суммирования расходящихся рядов: Чезаро и Абеля–Пуассона. Приведены примеры построения «обобщенных сумм» для двух расходящихся тригонометрических рядов указанными методами. В обоих случаях «обобщенная сумма», построенная методом Абеля–Пуассона, имеет то же значение, что и «обобщенная сумма», построенная методом Чезаро. В дальнейшем предполагается исследование и анализ соотношения между различными методами суммирования расходящихся рядов.

Список литературы

1. *Харди Г.* Расходящиеся ряды / Г. Харди. – М.: Издательство иностранной литературы, 1951. – 504 с.

2. *Козлов В.В.* Суммирование расходящихся рядов и эргодические теоремы / В.В. Козлов // Труды семинара имени И.Г. Петровского, Вып.22, 2002. – С. 142–168.

3. *Фихтенгольц Г.М.* Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х тт. Том 2 / Г.М. Фихтенгольц. – М.: Книга по Требованию, 2021. – 800 с.

4. *Сушко С.Е.* Расходящиеся ряды как инструмент точной науки // Соросовский образовательный журнал, №12, 1999. – С. 109–114.

УДК 514.752

КРИВЫЕ ЦИЦЕЙКИ

Яричевская Юлия Андреевна
учитель математики
ГОУ ЛНР «Михайловская школа имени А.И. Малёна»
e-mail: yuliya.yarichevskaya15@mail.ru

Савельев Валерий Михайлович
кандидат физико–математических наук,
доцент кафедры фундаментальной математики
ГОУ ВО ЛНР «ЛГПУ»
e-mail:svm59@mail.ru

Аннотация. Статья посвящена изучению кривой Цицейки и вычислению ее основных геометрических характеристик: кривизны и кручения. Рассмотрены примеры частных случаев, когда уравнение кривой Цицейки может быть выражено в терминах двух вронскианов соответствующего нелинейного обыкновенного дифференциального уравнения.

Ключевые слова: нелинейное обыкновенное дифференциальное уравнение, кривизна, кручение, кривые Цицейки.

Актуальность и постановка проблемы. Георге Цицейка – один из самых выдающихся румынских математиков, который ввел в 1911 году новый класс пространственных кривых со свойством

$$\frac{\varkappa}{d^2}=\alpha,$$

где $\varkappa$ – кручение кривой, а d^2 – как квадрат расстояния от начала координат до соприкасающейся плоскости в произвольной точке кривой, так и ненулевая постоянная [1, с. 58]. Эти кривые известны как кривые Цицейки и представляют собой ранние примеры центроаффинных инвариантов: образ кривой Цицейки относительно центроаффинного преобразования также является кривой Цицейки. Хотя эти кривые появлялись спонтанно в математической литературе, их определяющее дифференциальное уравнение не было изучено глубоко.

В статье [5] определены необходимые и достаточные условия для пространственной, временной и нулевой кривой двух различных гиперболических цилиндрических кривых Цицейки в 3-х мерном пространстве Минковского. Гиперболические цилиндрические кривые, удовлетворяющие условию Цицейки, получены путем решения гармонического уравнения.

В [4] эллиптические и гиперболические цилиндрические кривые, удовлетворяющие условию Цицейки, получены путем решения уравнения вынужденных гармонических колебаний.

В исследовании [2] рассмотрены кривые Цицейки (Tz-кривые) в E^3. Автор охарактеризовал кривые в соответствии с их кривизной. Показано, что не существует Tz-кривой с постоянными кривизнами (W-кривые).

Работа [6] посвящена изучению частного случая редукции нелинейного обыкновенного дифференциального уравнения, определяющего кривую Цицейки. Показано, что уравнение кривой Цицейки может быть сведено к вспомогательному линейному однородному обыкновенному дифференциальному уравнению третьего порядка с постоянными коэффициентами для определяющих функций кривой и линейным уравнением для константы уравнения. Следовательно, доказано, что все три линейно независимых решения вспомогательного обыкновенного дифференциального уравнения не являются кривой Цицейки.

Уравнение кривой Цицейки – это нелинейное обыкновенное дифференциальное уравнение, решения которого называются кривыми Цицеики. В статье [7] представлено уравнение кривой Цицейки вместе с новыми частными семействами кривых Цицейки.

Изложение основного материала. Пусть

$$\mathbf{r}(t)=\left(x(t),y(t),z(t)\right), \tag{1}$$

регулярная пространственная кривая, заданная параметрически с ненулевой кривизной k, где $t\in I\subset\mathbb{R}$. Кручение кривой задается

$$\varkappa(t)=\frac{\left(\mathbf{r}'(t),\mathbf{r}''(t),\mathbf{r}'''(t)\right)}{\left\|[\mathbf{r}'(t),\mathbf{r}''(t)]\right\|^2},$$

где простые числа обозначают производные по t, вектор $\mathbf{r}'$ и $\mathbf{r}''$ является поперечным произведением касательного вектора $\mathbf{r}'$ и вектора ускорения $\mathbf{r}''$, $\left\|\left[\mathbf{r}'(t),\mathbf{r}''(t)\right]\right\|$ – величина $\left[\mathbf{r}',\mathbf{r}''\right]$, и комбинации

$$\left(\mathbf{r}'(t),\mathbf{r}''(t),\mathbf{r}'''(t)\right)=\begin{vmatrix} x'(t) & y'(t) & z'(t) \\ x''(t) & y''(t) & z''(t) \\ x'''(t) & y'''(t) & z'''(t) \end{vmatrix}$$

является смешанным произведением (или скалярным тройным произведением) векторов $\mathbf{r}'$, $\mathbf{r}''$ и $\mathbf{r}'''$ [3, с. 48]. Предположим, что (1) имеет ненулевое кручение. С другой стороны, соприкасающаяся плоскость в произвольной точке кривой задается в детерминантной форме как

$$\begin{vmatrix} x-x(t) & y-y(t) & z-z(t) \\ x'(t) & y'(t) & z'(t) \\ x''(t) & y''(t) & z''(t) \end{vmatrix}=0.$$

Соприкасающаяся плоскость порождается единичным касательным вектором $\boldsymbol{\tau}(t)$ и единичным нормальным вектором $\boldsymbol{\nu}(t)$ в каждой точке кривой или, что эквивалентно, касательным вектором $\mathbf{r}'$ и вектором ускорения $\mathbf{r}''$.

Можно показать, что расстояние от начала координат до соприкасающейся плоскости кривой равно

$$d^2=\frac{1}{\left\|\left[\mathbf{r}'(t),\mathbf{r}''(t)\right]\right\|^2}\begin{vmatrix} x(t) & y(t) & z(t)\\ x'(t) & y'(t) & z'(t)\\ x''(t) & y''(t) & z''(t)\end{vmatrix}^2.$$

Подставив кручение и выражение d^2 в (1), получим следующее уравнение

$$\begin{vmatrix} x'(t) & y'(t) & z'(t)\\ x''(t) & y''(t) & z''(t)\\ x'''(t) & y'''(t) & z'''(t)\end{vmatrix}=\alpha\begin{vmatrix} x(t) & y(t) & z(t)\\ x'(t) & y'(t) & z'(t)\\ x''(t) & y''(t) & z''(t)\end{vmatrix}^2, \tag{2}$$

которое также может быть записано как

$$az'''-az''+br'=\alpha\left(cz''-c'z'+az\right)^2, \tag{3}$$

где

$$a=x'y''-x''y',\ b=x''y'''-x'''y'',\ c=xy'-x'y$$

– функции параметра кривой t.

Определение 1. Пространственная кривая (1) является кривой Цицейки тогда и только тогда, когда ее определяющие функции x, y и z удовлетворяют нелинейному ОДУ (3).

Определение 2. Нелинейное ОДУ (2) называется уравнением кривой Цицейки [6].

Рассмотрим далее некоторые известные новые примеры кривых Цицейки [6], и вычислим основные геометрические характеристики этих кривых.

Пример 1. Рассмотрим кривую Цицейки

$$x(t)=e^t,\ y(t)=e^{2t},\ z(t)=e^{-3t}.$$

Нетрудно проверить, что она лежит на поверхности $xyz=1$. Эта поверхность является поверхностью Цицейки. Вычислим для этой кривой основные геометрические характеристики. Имеем:

$$r'_t=\left\{e^t,2e^{2t},-3e^{-3t}\right\},\quad r''_{tt}=\left\{e^t,4e^{2t},9e^{-3t}\right\},\ r'''_{ttt}=\left\{e^t,8e^{2t},-27e^{-3t}\right\}.$$

Найдем векторное произведение первой и второй производных.

$$\left[r'_t,r''_{tt}\right]=\left\{\begin{vmatrix}2e^{2t} & -3e^{-3t}\\ 4e^{2t} & 9e^{-3t}\end{vmatrix},\begin{vmatrix}-3e^{-3t} & e^t\\ 9e^{-3t} & e^t\end{vmatrix},\begin{vmatrix}e^t & 2e^{2t}\\ e^t & 4e^{2t}\end{vmatrix}\right\}=\left\{30e^{-t},-12e^{-2t},2e^{3t}\right\}.$$

Вычислим смешанное произведение частных производных:

$$\left(r'_t,r''_t,r'''_t\right)=\begin{vmatrix}e^t & 2e^{2t} & -3e^{-3t}\\ e^t & 4e^{2t} & 9e^{-3t}\\ e^t & 8e^{2t} & -27e^{-3t}\end{vmatrix}=-120.$$

Найдем квадраты модулей первой производной и векторного произведения:

$$\left\|\left[r_t'\right]\right\|^2 = e^{-6t}\left(4e^{10t}+e^{8t}+9\right).$$

$$\left\|\left[r_t', r_{tt}''\right]\right\|^2 = 4e^{-4t}\left(e^{10t}+225e^{2t}+36\right).$$

Вычислим кривизну и кручение кривой:

$$k^2 = \frac{\left\|\left[\mathbf{r}_t', \mathbf{r}_{tt}''\right]\right\|^2}{\left|\mathbf{r}_t'\right|^3} = \frac{4e^{14t}\left(e^{10t}+225e^{2t}+36\right)}{\left(4e^{10t}+e^{8t}+9\right)^3}.$$

$$\varkappa = \frac{\left(r_t', r_{tt}'', r_{ttt}'''\right)}{\left\|\left[r_t', r_{tt}''\right]\right\|^2} = -\frac{30e^{4t}}{e^{10t}+225e^{2t}+36}.$$

Вычислим смешанное произведение

$$\left(r, r_t', r_t''\right) = \begin{vmatrix} e^t & e^{2t} & e^{-3t} \\ e^t & 2e^{2t} & -3e^{-3t} \\ e^t & 4e^{2t} & 9e^{-3t} \end{vmatrix} = 20.$$

Найдем квадрат расстояния от начала координат до соприкасающейся плоскости

$$d^2 = \frac{100e^{4t}}{e^{10t}+225e^{2t}+36}.$$

Таким образом,

$$Tz = \frac{\varkappa}{d^2} = -\frac{3}{10}.$$

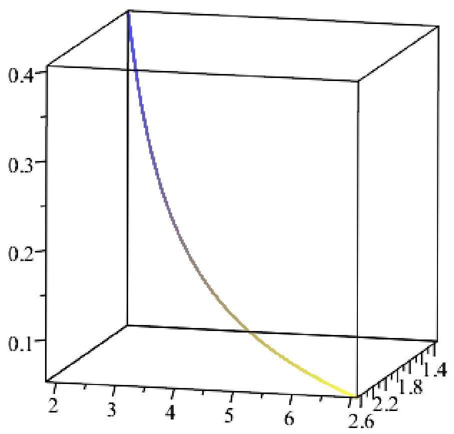


Рисунок 1 – Кривая Цицейки

Пример 2. Непосредственной проверкой можно убедится, что кривая $x(t)=e^{mt}\cos(nt), y(t)=e^{mt}\sin(nt), z(t)=e^{-2mt}$ лежит на поверхности Цицейки третьего порядка $z(x^2+y^2)=1$.

Произведем необходимые вычисления. Имеем:

$$r'_t=\left\{e^{mt}\left(m\cos(nt)-n\sin(nt)\right),e^{mt}\left(n\cos(nt)+m\sin(nt)\right),-2me^{-2mt}\right\}$$

$$r''_{tt}=\left\{e^{mt}\left(m^2\cos(nt)-n^2\sin(nt)-2nm\sin(nt)\right),e^{mt}\left(2nm\cos(nt)+m^2\sin(nt)\right),4m^2e^{-2mt}\right\}$$

$$r'''_{ttt}=\left\{e^{mt}\left(m^3\cos(nt)-3n^2m\cos(nt)-3nm^2\sin(nt)+2n^3\sin(nt)\right),\right.$$

$$\left.e^{mt}\left(3nm^2\cos(nt)-n^3\cos(nt)+m^3\sin(nt)-3n^2m\sin(nt)\right),-8m^3e^{-2mt}\right\}.$$

Найдем векторное произведение первой и второй производных:

$$[r'_t,r''_{tt}]=\left\{\begin{vmatrix} e^{mt}\left(n\cos(nt)+m\sin(nt)\right) & -2me^{-2mt} \\ e^{mt}\left(2nm\cos(nt)+m^2\sin(nt)\right) & 4m^2e^{-2mt}\end{vmatrix},\right.$$

$$\begin{vmatrix} -2me^{-2mt} & e^{mt}\left(m\cos(nt)-n\sin(nt)\right) \\ 4m^2e^{-2mt} & e^{mt}\left(m^2\cos(nt)-n^2\sin(nt)-2nm\sin(nt)\right)\end{vmatrix},$$

$$\left.\begin{vmatrix} e^{mt}\left(m\cos(nt)-n\sin(nt)\right) & e^{mt}\left(n\cos(nt)+m\sin(nt)\right) \\ e^{mt}\left(m^2\cos(nt)-n^2\sin(nt)-2nm\sin(nt)\right) & e^{mt}\left(2nm\cos(nt)+m^2\sin(nt)\right)\end{vmatrix}\right\}=$$

$$=\left\{2me^{mt}\left(4nm\cos(nt)+3m^2\sin(nt)-n^2\sin(nt)\right),\right.$$

$$\left.-2me^{mt}\left(3m^2\cos(nt)-n^2\cos(nt)-4nm\sin(nt)\right),n\left(m^2+n^2\right)e^{2mt}\right\}.$$

Вычислим квадраты модулей первой производной и векторного произведения:

$$\left|r'_t\right|^2=m^2e^{2mt}+n^2e^{mt}+4m^2e^{-4mt}.$$

$$\left|[r'_t,r''_{tt}]\right|^2=\left(m^2+n^2\right)\left(36m^4e^{-2mt}+4m^2n^2e^{-2mt}+m^2n^2e^{4mt}+n^4e^{4mt}\right).$$

Найдем кривизну и кручение кривой

$$\varkappa=\frac{(r'_t,r''_{tt},r'''_{ttt})}{\left|[r'_t,r''_{tt}]\right|^2}=\frac{2nm\left(9m^2+n^2\right)}{36m^4e^{-2mt}+4m^2n^2e^{-2mt}+m^2n^2e^{4mt}+n^4e^{4mt}}.$$

$$k^2=\frac{\left|[\mathbf{r}'_t,\mathbf{r}''_{tt}]\right|^2}{\left|\mathbf{r}'_t\right|^3}=\frac{\left(m^2+n^2\right)\left(36m^4e^{-2mt}+4m^2n^2e^{-2mt}+m^2n^2e^{4mt}+n^4e^{4mt}\right)}{\left(m^2e^{2mt}+n^2e^{mt}+4m^2e^{-4mt}\right)^3}.$$

Вычислим расстояние

$$d^2=\frac{n^2\left(9m^2+n^2\right)^2}{\left(m^2+n^2\right)\left(36m^4e^{-2mt}+4m^2n^2e^{-2mt}+m^2n^2e^{4mt}+n^4e^{4mt}\right)}.$$

Таким образом,

$$Tz=\frac{\varkappa}{d^2}=\frac{2m\left(m^2+n^2\right)}{n\left(9m^2+n^2\right)}.$$

Пример 3. Кривая заданная радиус–вектором

$$r=\left\{e^{-\frac{t}{2}}\cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t\right),e^{-\frac{t}{2}}\sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t\right),e^{t}\right\}$$

также лежит на поверхности Цицейки $z(x^2+y^2)=1$.

Для исследования этой кривой, вычислим необходимые производные радиус–вектора r данной кривой.

$$r_t'=\frac{1}{2}\left\{e^{-\frac{t}{2}}\left(\sqrt{3}\sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t\right)+\cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t\right)\right),e^{-\frac{t}{2}}\left(\sqrt{3}\cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t\right)-\sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t\right)\right),e^{t}\right\}.$$

$$r_t=\frac{1}{2}\left\{-e^{-\frac{t}{2}}\left(-\sqrt{3}\sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t\right)+\cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t\right)\right),e^{-\frac{t}{2}}\left(\sqrt{3}\cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t\right)-\sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t\right)\right),2e^{t}\right\}.$$

$$r_t'''=\left\{e^{-\frac{t}{2}}\cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t\right),e^{-\frac{t}{2}}\sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t\right),e^{t}\right\}.$$

Найдем векторное произведение первой и второй производных.

$$[r_t',r_{tt}'']=\left\{\begin{vmatrix}\dfrac{e^{-\frac{t}{2}}\left(\sqrt{3}\cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t\right)-\sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t\right)\right)}{2} & e^{t}\\ \dfrac{e^{-\frac{t}{2}}\left(\sqrt{3}\cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t\right)-\sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t\right)\right)}{2} & e^{t}\end{vmatrix},\begin{vmatrix}e^{t} & -\dfrac{e^{-\frac{t}{2}}\left(\sqrt{3}\sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t\right)+\cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t\right)\right)}{2}\\ e^{t} & -\dfrac{e^{-\frac{t}{2}}\left(-\sqrt{3}\sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t\right)+\cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t\right)\right)}{2}\end{vmatrix},\right.$$

$$\left.\begin{vmatrix}-\dfrac{e^{-\frac{t}{2}}\left(\sqrt{3}\sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t\right)+\cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t\right)\right)}{2} & \dfrac{e^{-\frac{t}{2}}\left(\sqrt{3}\cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t\right)-\sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t\right)\right)}{2}\\ -\dfrac{e^{-\frac{t}{2}}\left(-\sqrt{3}\sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t\right)+\cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t\right)\right)}{2} & \dfrac{e^{-\frac{t}{2}}\left(\sqrt{3}\cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t\right)-\sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t\right)\right)}{2}\end{vmatrix}\right\}=$$

$$=\left\{e^{\frac{t}{2}}\sqrt{3}\cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t\right),e^{\frac{t}{2}}\sqrt{3}\sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t\right),e^{\frac{t}{2}}\frac{\sqrt{3}}{2}e^{-t}\right\}.$$

Найдем квадраты модулей первой производной и векторного произведения:

$$\left|r_t'\right|^2 = e^{-t} + e^{2t},$$

$$\left|\left[r_t', r_{tt}''\right]\right|^2 = 3e^t + \frac{3e^{-2t}}{4}.$$

Найдем кривизну и кручение кривой Цицейки:

$$k^2 = \frac{\left|\left[\mathbf{r}_t', \mathbf{r}_{tt}''\right]\right|^2}{\left|\mathbf{r}_t'\right|^3} = \frac{3e^t\left(4e^{3t}+1\right)}{4\left(e^{3t}+1\right)^2}.$$

$$\varkappa = \frac{\left(r_t', r_{tt}'', r_{ttt}'''\right)}{\left|\left[r_t', r_{tt}''\right]\right|^2} = \frac{2\sqrt{3}e^{2t}}{4e^{3t}+1}.$$

Квадрат расстояния от начала координат до соприкасающейся плоскости равен

$$d^2 = \frac{9e^{2t}}{4e^{3t}+1}.$$

Таким образом,

$$Tz = \frac{\varkappa}{d^2} = \frac{2\sqrt{3}}{9}.$$

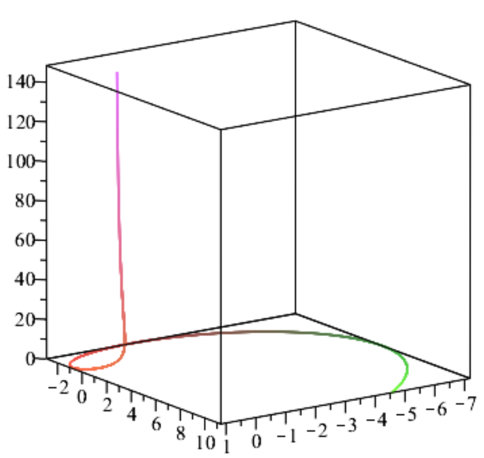


Рисунок 2 – Кривая Цицейки

Выводы и перспективы дальнейших исследований. Уравнение кривой Цицейки можно рассматривать как нелинейное ОДУ от одной из неизвестных функций, скажем z, с произвольными функциями x и y или как нелинейное ОДУ от всех трех неизвестных функциях x, y и z. В обоих случаях трудно найти решения в замкнутой форме, даже с помощью компьютера. В этой статье мы рассмотрели примеры частных случаев, когда уравнение кривой Цицейки может быть выражено в терминах двух вронскианов. Это приводит нас к предположению, что определяющие функции кривой Цицейки удовлетворяют линейному ОДУ третьего порядка. Было бы интересно в будущем исследовании проанализировать также случай, когда вспомогательное линейное ОДУ [6] имеет переменные коэффициенты. Поскольку любое центроаффинное преобразование кривой Цицейки также является кривой Цицейки, можно использовать это свойство для построения новых кривых Цицеики из известных.

Материалы, содержащиеся в работе, могут быть использованы для дальнейшего исследования геометрических свойств специальных кривых в пространствах Минковского, Лоренца и других, а также при преподавании спецкурсов.

Список литературы

1. *Аминов Ю.А.* Дифференциальная геометрия и топология кривых / Ю.А. Аминов. – М.: ЛЕНАНД, 2018. – 159 с.

2. *Bayram B.* On Tzitzeica curves in euclidean 3-space / B. Bayram, E.Tunç, K. Arslan // University of Nis. – 2013. – P.409–413.

3. *Bila N.* Symmetry reductions for the Tzitzeica curve equation / N. Bila // Math and Computer Science Working Papers. – 2012. – P. 3–16.

4. *Crasmreanu M.* Cylindrical Tzitzeica curves implies forced harmonic oscillators / M. Crasmreanu // Balkan Journal of Geometry and Its Applications. – 2002. – P. 37–42.

5. *Karacan M.* On the hyperbolic cylindrical Tzitzeica curves in Minkowski 3 – space / M.K. Karacan, B. Bukcu // Balıkesir Universitesi Fen Bilimleri Enstitusu Dergisi. – 2008. – P. 36–51.

6. *Nicoleta V.* Particular solutions to the Tzitzeica curve equation / V. Nicoleta // B. and E. Michael. Math and Computer Science. – 2012. – P. 50–65.

7. *Williams L.* On the Tzitzeica Curve Equation/ L. Williams // Fayetteville State University. – 2014. – P. 20–32.

СЕКЦИЯ 4

АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ МЕТОДИКИ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ В ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ УЧРЕЖДЕНИЯХ I–III УРОВНЕЙ АККРЕДИТАЦИИ

УДК 37.047

ОСОБЕННОСТИ ОРГАНИЗАЦИИ ПРОФОРИЕНТАЦИОННОЙ РАБОТЫ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

Апрышко София Евгеньевна
студентка 4 курса направления подготовки
«Педагогическое образование (с двумя профилями),
профили: Математика и информатика»
ГОУ ВО ЛНР «ЛГПУ»
e-mail: sofia.aprushkooo@mail.ru

Научный руководитель:
Дюбо Елена Николаевна
старший преподаватель кафедры высшей математики и
методики преподавания математики
ГОУ ВО ЛНР «ЛГПУ»

Аннотация. В статье раскрываются особенности организации профориентационной работы со школьниками с целью привлечения к изучению математики. Профориентационная работа рассматривается как неотъемлемая часть образовательного процесса общеобразовательной организации, призванная решать комплекс психолого-педагогических, социально-экономических, медицинских и физиологических проблем.

Ключевые слова: профориентация, школьный курс математики, профессиональное образование.

Актуальность и постановка проблемы. Профориентационная работа является важнейшим средством обучения профессиональной ориентации, включающим в себя отношение к профессии и причинам ее выбора (интересы, ценности, потребности, склонности, способности, социальная среда), которые находятся в динамическом единстве друг с другом и выражают готовность к осознанному выбору будущей профессиональной деятельности.

Система профориентации на текущем этапе своего развития призвана обеспечить координацию действий государственных органов, школ, семей, органов профессионального обучения, среднего специального, высшего образования и других социальных учреждений, участвующих в ее реализации. Поскольку в современном обществе разные виды профессиональной занятости соответствуют разному образу жизни, выбор профессии, по сути, становится общим выбором образа жизни. Чтобы принять правильное решение, молодые люди должны иметь правильное представление о себе, а также осознанную оценку того, где они могут лучше всего адаптироваться к трудовой жизни. В нашей стране молодежь вынуждена заблаговременно принимать решение о выборе профессии, поэтому сегодня особенно важно привлекать учеников к мероприятиям, проходящим в комплексе профориентации, способствующим реализации правильного выбора профессии, профессиональному самоопределению.

Если по достижении школьного возраста ученик еще не определился окончательно с выбором профессии, ему предстоит нелегкий выбор, принятие ответственного решения, от которого зависит его будущее. Но без грамотной организации профориентационной работы в этом направлении обойтись сложно.

Изложение основного материала. Целью профориентационной работы в школе является постепенное формирование внутренней подготовки к самостоятельности и информированности, планированию, корректировке и реализации личных карьерных планов.

Характерной чертой профориентационной работы в школе является влияние профориентации на учащихся в образовательном процессе, происходящем на протяжении всех лет обучения в рамках учебной, внеучебной и внеклассной деятельности в контексте взаимодействия школы с семьей, профессиональными учебными заведениями, службами занятости, компаниями и организациями.

Профориентационная работа является неотъемлемой частью образовательного процесса общеобразовательной организации и призвана решать комплекс психолого-педагогических, социально-экономических, медицинских и физиологических проблем. Так, психолого-педагогические задачи решаются в процессе выявления интересов, наклонностей, профессионально важных качеств учащихся, формирования у них устойчивой системы, мотивов, интересов, способностей, развития адекватной самооценки, самосознания, самовыражения и самоутверждения в будущей профессиональной деятельности, коррекции профессиональных планов. Социально-экономические проблемы решаются в процессе профессионального обучения, реализации образовательной сферы технологий, включая основы прикладной экономики, элементы менеджмента, маркетинга, организации профессиональных тестов. Медицинские и физиологические задачи связаны с процессом систематического мониторинга и контроля уровня развития, состояния здоровья учащихся с целью выявления медицинских показаний и противопоказаний для выбранной профессии.

Перед педагогом, который организует профориентационную работу с учениками, стоят следующие задачи:

1) обучение знаниям и умениям в определенной профессии;

2) корректировка программы самообучения по выбранной профессии;

3) определение перспектив трудоустройства, профессионального роста и способов адаптации к социальным и производственным условиям труда в рамках выбранной профессии.

Таким образом, решение указанных задач направлено на подготовку учащихся к моменту окончания средней школы к осознанному выбору профессии и учебного заведения для продолжения обучения.

Путь к выбору той или иной профессии во многих случаях проходит через развитие у учащихся интереса к академическим предметам, в частности, к такому предмету как математика. Интерес к математике в основном обусловлен практической важностью дисциплины: заинтересованные в математике ученики хотят сделать ее основой своей будущей профессии, они начинают открывать для себя, какие существуют специальности, связанные с этой наукой, и готовятся к поступлению в соответствующее учебное заведение. Поэтому суть реализации профориентации в процессе обучения математике заключается в том, чтобы помочь учащимся глубоко и твердо усвоить основной учебный материал, научить их самостоятельно получать информацию, а также использовать полученные знания для решения различных практических задач.

Можно выделить следующие основные формы и методы профориентационной работы при изучении тем школьной программы курса математики, а именно:

– разговоры о профессиях, связанных с изучаемым материалом;

– решение различного рода задач с практическим содержанием;

– участие в олимпиадах, соревнованиях;

– проведение практических работ профессиональной направленности;

– визуализация фрагментов учебных фильмов и фильмов, образовательных телепрограмм, демонстрирующих применение знаний, полученных при изучении предмета или курса непосредственно в практической деятельности;

– оформление стендов, альбомов, плакатов и других визуальных кампаний профориентационного характера.

Приведем несколько примеров.

1. Изучая тему «Шкалы и координаты»» в 5-м классе, школьникам говорят о том, что шкалы и координаты в жизни могут пригодиться, например, при выборе профессии продавца; изучая перпендикулярные прямые в 6-м классе, подчеркивается важность соблюдения строгой перпендикулярности в определенных жизненных обстоятельствах, например, в профессии инженера-строителя.

2. В каждом учебнике математики всегда есть определенного рода задачи, связанные с той или иной профессией, которые можно обобщить и соединить в презентацию, получая так называемый «урок-экскурс в профессию». Например, при изучении темы «Пропорция» в 6 классе можно взять задачи, связанные с сельскохозяйственными профессиями: тракторист, агроном и другие. В 9 классе, при подготовке к ГИА, решаются также задачи, направленные на профориентацию учащихся, например, задач из блока «Реальная математика».

3. Элементы профориентации присутствуют и при проведении предметных декад в школе.

Одна из форм профориентации на уроках математики – это информация о профессии в отношении решения задач. Например, в пятом классе рекомендуется ставить следующие задачи:

1. *Бригада из трех рабочих окрасила здание. Первый рабочий окрасил на 17 м^2 больше второго, а половина того, что сделал второй, составляет $^2/_3$ работы, выполненной третьим рабочим. Сколько денег получил каждый рабочий, если все вместе они окрасили 325 м^2, а окраска 1 м^2 стоит 16 коп.?*

2. *Строительная организация получила сначала 0,2 денег, отпущенных на оплату стройматериалов, потом половину остатка и, наконец, последние 8500 р. Все поступившие деньги были израсходованы, причем за кирпич уплатили в 3 раза больше, чем за цемент, а за кровельное железо на 670 р. больше, чем за кирпич. Какая сумма была внесена за оплату кирпича?*

Данного типа задания позволяют учителю рассказать о строительных профессиях. Если в данной сфере работают родители ученика, то этому ученику можно поручить подробно узнать о работе строителя, о ее значении, трудностях, об оплате, и обо всем этом рассказать на уроках. После этого можно со школьниками побывать на стройке, а потом пригласить инженера-строителя рассказать о важности своей профессии, в каких сферах деятельности задействованы строители, а также о роли математики в строительном бизнесе.

В 8-м классе при изучении темы «Решение треугольников» учитель может выбрать задания на определение угла и высоты железнодорожной платформы и в связи с этим рассказать о профессии проектировщика и оператора. Особый интерес для учеников будут представлять задачи, связанные с оптимальным расчетом прокладки железной дороги.

Так, рассматривая кубическую параболу, ученикам класса можно предложить ответить на следующий вопрос: «Вы заметили, что поезд едет по кривой так же плавно, как и по прямой? В вагоне ни капли воды не налито из залитого до краев стакана. Почему так происходит?». И далее может быть предложено пояснение: «Это происходит потому, что в повороте железнодорожный путь имеет форму кубической параболы. Казалось бы, проще соединить два прямых участка дугой окружности, но это недопустимо, и из-за этого мы будем считать, что прямая линия – это окружность с бесконечным радиусом при прохождении прямого пути. На пути по окружности радиус резко изменится, результирующая центробежная сила, действующая на поезд при его постоянной скорости, зависит только от радиуса кривизны пути. Поэтому при резком изменении радиуса кривизны пути сила, действующая на поезд, резко меняется. Это приводит к тому, что автомобили трескаются, скрипят, изнашиваются колеса. Именно поэтому на поворотах трассы используются так называемые переходные кривые. Расчеты показали, что одна из этих кривых является кубической параболой. Железнодорожники всегда и везде учитывают этот факт».

При изучении систем уравнений с двумя переменными можно предложить такую задачу:

На участке в с км поезд шел х ч со скоростью 50 км/ч и у ч со скоростью 60 км/ч. Если бы поезд шел х ч со скоростью 60 км/ч и у ч со скоростью

50 км/ч, то он прошел бы 270 км. При каких значениях с задача имеет решение, если x и y должны быть целыми числами?

Желательно перефразировать это задание таким образом, чтобы учащиеся должны были определить значение для применения в конкретных дорожных условиях. Например, необходимо определить начальную и конечную точки до первого интервала маршрута, на котором проблема имеет окончательное решение, что потребует от учащихся дополнения решения схемой участка железной дороги. Логическим продолжением данной работы будут разговоры о расписании движения поездов, о работе диспетчера станции, об автоматизации железных дорог и т. д.

Очень много задач в школьном курсе математики составлено по сельскохозяйственной тематике. В качестве примера приведем задачу:

За один рабочий день в уборочную комбайнёр должен убрать озимой пшеницы с 15 га. С 1 га набирается примерно 1,5 тонны пшеницы, так как 2020 год был засушливый. 1 тонна стоит в среднем 6000 руб. Сколько может заработать денег фермерское хозяйство благодаря работе одного комбайнера в течение месяца?

Для профориентационной работы большое значение имеют внеклассные мероприятия: экскурсии в различные компании, фабрики, строительные площадки и учреждения, цель которых не только помочь изучить работу компании, но и узнать, какие профессии нужны в этой компании и в каком практическом аспекте математика нужна для каждой из этих профессий.

Приведенные выше формы и методы работы призваны показать учащимся, что знания математики необходимы людям разных профессий: если бы не было математики, не было бы самих профессий.

Профориентационная работа это очень долгая и трудоемкая, и только если ее систематически выполнять в классе и после уроков, можно добиться какого-либо результата. Только такая деятельность себя оправдывает, и ученик находит профессию, которая ему интересна.

Выводы и перспективы дальнейших исследований. Для осуществления грамотной организации профориентационной работы в общеобразовательной организации очень важна поддержка на всех уровнях. Мягкое взаимодействие со школьниками на протяжении всего периода обучения, особенно в старших классах, помогает им сделать осознанный и независимый выбор профессии, профиля обучения и предотвратить многие типичные связанные с этим ошибки. Самоопределение во многом зависит от формирования активной внутренней позиции учащегося, осведомленности о рынке профессий и учебных заведений. Поэтому постепенное обучение школьников способности к самоопределению в профессиональной сфере, формирование имиджа профессионального будущего приравнивается к обучению построению своей жизненной цели.

Список литературы

1. *Козловский О.В.* Как правильно выбрать профессию: методики, тесты, рекомендации / О.В. Козловский. – Донецк: БАО, 2006. – 800 с.
2. *Набиева Е.В.* Мониторинг формирования научно-исследовательской компетентности учителя / Е.В. Набиева // Стандарты и мониторинг в образовании. – 2008. – № 5. – С. 13–17.
3. *Тумашева О.В.* Обучение математике с позиции системно-деятельностного подхода: монография / О.В. Тумашева, О.В. Берсенева. – Красноярск: Изд-во Крас-нояр. гос. пед. ун-та им. В.П. Астафьева, 2016. – 288 с.

УДК 373.016:22.1

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРИ РЕШЕНИИ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ В НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЕ

Божко Вера Геннадиевна
кандидат педагогических наук, доцент,
доцент кафедры начального образования
ГОУ ВО ЛНР «ЛГПУ»
e-mail: verco1@yandex.ru

Аннотация. В статье говорится о преимуществах использования моделирования как метода при решении текстовых задач в начальной школе. Подчеркивается, что математика помогает изучать действительность в рамках механического перемещения предметов в пространстве и времени. Поэтому необходимо научить младших школьников переводить предметные ситуации на знаково-математический уровень.

Ключевые слова: обучение математике, метод математического моделирования, модель, текстовая задача, начальная школа.

Актуальность и постановка проблемы. Проблемы применения моделей и методов моделирования в разных науках рассматривались в исследованиях Б.С. Дынник, Б.С. Грязнова и др. В теории учения П.Я. Гальперина, В.В. Давыдова, Д. Пойа, Н.Ф. Талызиной, Л.М. Фридмана раскрывается психологический аспект этих проблем. Особое значение уделено освоению знаковых систем в психическом развитии ребенка в исследованиях Л.С. Выготского. В системе Д.Б. Эльконина-В.В. Давыдова моделирование выделено в качестве учебного действия, входящего в состав учебной деятельности, которое должно быть сформировано к концу начальной школы.

В педагогике и психологии проблема моделирования в обучении младших школьников умению решать задачи всегда вызывала интерес. Как самостоятельный метод решения задач моделирование появился сравнительно недавно, поэтому научное обоснование понятий модели и моделирования ещё недостаточно представлено в методике преподавания математики в начальной школе. Пока не уяснены некоторые методологические положения, имеются расхождения в трактовке и понимании ряда вопросов.

Изложение основного материала. Во всех науках модели выступают как мощное орудие познания и развития логического мышления. Реальные объекты и процессы бывают столь многогранны и сложны, что лучшим способом их изучения часто является построение и исследование модели, отображающей лишь какую-то грань реальности и потому более простой, чем эта реальность.

Вообще, математическая модель – это описание какого-либо реального процесса на математическом языке. Математической моделью текстовой задачи является выражение (либо запись по действиям), если задача решается арифметическим методом, и уравнение (либо система уравнений), если задача решается алгебраическим методом.

Наибольшую сложность в процессе решения текстовой задачи в начальной школе представляет перевод текста с естественного языка на математический. Чтобы облегчить эту процедуру, строят вспомогательные модели – схемы, таблицы и др. Такой подход разделяют и психологи. По их мнению решение задачи – сложный процесс поиска системы моделей и определенной последовательности перехода от одного уровня моделирования к другому, более обобщенному, решение задачи человеком – процесс ее переформулирования. При этом используется такая операция мышления, как анализ через синтез, когда объект в процессе мышления включается во все новые связи и в силу этого выступает во все новых качествах. Именно моделирование и является главным средством переформулирования.

Модели можно разделить на схематизированные и знаковые согласно видам средств, используемых для их построения,

Схематизированные модели, в свою очередь, делятся на *вещественные и графические* в зависимости от того, какое действие они обеспечивают. Вещественные (или предметные) модели текстовых задач обеспечивают физическое действие с предметами. Они могут строиться из каких-либо предметов, а также могут быть представлены разного рода инсценировками сюжета задач. К этому виду моделей причисляют и мысленное воссоздание реальной ситуации, описанной в задаче, в виде представлений.

Графические модели используются, как правило, для обобщенного, схематического воссоздания ситуации задачи. К графическим следует отнести следующие виды моделей: рисунок; условный рисунок; чертеж; схематичный чертеж (или просто схема).

Знаковыми моделями текстовых задач, выполненными на математическом языке, являются: выражение, уравнение, система уравнений, запись решения задачи по действиям. Поскольку на этих моделях происходит решение задачи, их называют решающими моделями. Остальные модели – это вспомогательные модели, которые обеспечивают переход от текста задачи к математической модели.

Для большинства текстовых задач приходится строить различные вспомогательные модели. С одной стороны, эти модели представляют собой результат анализа задачи, но с другой – построение таких моделей организует и направляет детальный и глубокий анализ задачи [2].

Весь процесс решения текстовых задач целесообразно условно поделить на две составляющие: прикладную и математическую. Эти части взаимосвязаны, но имеют разные цели и средства осуществления.

Целью прикладного процесса решения задачи является формулирование математической характеристики предметной ситуации. Средством для достижения этой цели является моделирование с переводом ситуации сначала на идеализированный уровень, а затем на математический. Это возможно при условии знания моделей такого перевода, умения их строить, в частности, умение работать с текстом и наличие развитого пространственного и логического мышления.

Опыт показывает, что часто учителя начальных классов боятся готовить учащихся к математическим олимпиадам, так как решение многих математических олимпиадных задач вызывают у них у самих трудности. Можно отметить недостаток методической литературы по работе со способными учащимися 3-4 классов. Учителя вынуждены опираться на свой собственный опыт, взгляды, то есть работать на интуитивном уровне без достаточной теоретической основы. Именно вопрос о том, как научить младших школьников решать нестандартные текстовые задачи является одним из актуальных на данный момент. Необходимо отметить, что олимпиады являются одним из ключевых факторов, влияющих на формирование у младших школьников математических способностей и познавательной активности. Поэтому пренебрегать такой формой внеклассной работы нельзя в современных условиях, а для этого необходимо совершенствование методики подготовки младших школьников к решению олимпиадных текстовых задач.

Рассмотрим некоторые типы текстовых задач, предлагаемые в сборнике [1], при рассмотрении которых целесообразно учить младших школьников использовать математическое моделирование как общий метод решения. К таким задачам можно отнести: комбинаторные задачи, задачи на части, задачи на разностное сравнение, задачи на нахождение доли от числа и числа по его доле.

Пример 1 (вариант 1, №7). Сколько открыток понадобится для того, чтобы Маша, Катя, Света и Полина поздравили друг друга с Новым годом?

Решение (комбинаторная задача).

1 способ. Непосредственный перебор.

Учим младших школьников проводить перебор в определенной системе.

Маша может написать Кате, Светлане, Полине, получаем три варианта. Для удобства создания всех вариантов будем записывать только первые буквы имен.

МК, МС, МП

Далее составляем все комбинации с Катей.

КС, КП, КМ

Аналогично со Светой и Полиной.

СП, СК, СМ

ПС, ПК, ПМ

Получаем 12 вариантов, то есть понадобится 12 открыток.

2 способ. С помощью графа (дерево логических возможностей).

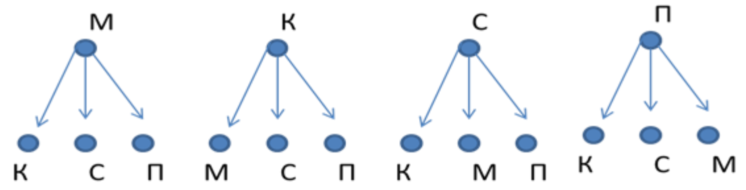


Рисунок 1 – Графическая модель

Ответ: понадобится 12 открыток.

Рассмотрим теперь *задачи на части*. Само название вида задач говорит о том, что рассматриваемые величины состоят из частей. В некоторых из них части представлены явно, в других эти части надо суметь выделить, приняв подходящую величину за 1 часть и определив, из скольких таких частей состоят другие величины, о которых идет речь в задаче.

Именно такие задачи вызывают наибольшие затруднения как у учителей, так и у учащихся. Задачи на части легко решаются с помощью введения переменной и составления уравнения. Но уравнение получается, как правило, такого вида, которое ученики начальной школы еще не могут решить. Поэтому алгебраический способ решения не рассматривается с младшими школьниками. Чтобы решить такие задачи арифметическим методом, чаще всего используют вспомогательные модели, выполненные с помощью отрезков или прямоугольников. Это облегчает понимание сути задачи и поиск плана решения.

Пример 2 (вариант 6, № 8). Три брата поймали 29 карасей. Когда один брат отложил для ухи 6 штук, второй – 2, а третий – 3, то у братьев осталось по равному количеству рыб. Сколько карасей поймал каждый брат?

Решение.

Начинать решать эту задачу целесообразней с «конца»: у братьев осталось рыб поровну. Изображаем это с помощью трех одинаковых отрезков. Затем показываем на схеме числа, которые соответствуют количеству отложенных каждым братом рыб.

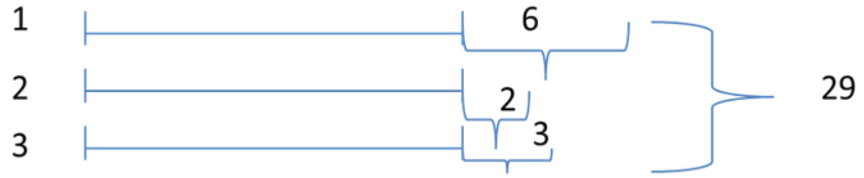


Рисунок 2 – Схематическая модель задачи

По модели видно:

1) 6+2+3 = 11 (р.) – отложили братья;
2) 29-11 = 18 (р.) – осталось у троих братьев;
3) 18:3 = 6 (р.) – осталось у каждого;
4) 6+6 = 12 (р.) – поймал первый брат;
5) 6+2 = 8 (р.) – поймал второй брат;
6) 6+3 = 9 (р.) – поймал третий брат

Ответ: первый брат поймал 12 рыб, второй – 8, третий – 9.

Пример 3 (вариант 7, № 7). В столовую привезли рыбу четырех сортов: карпа, сазана, судака, леща. Карпа было 46 кг, сазана – 30 кг, а судака в 3 раза больше, чем леща. Когда половину всей рыбы израсходовали, осталось еще 90 кг. Сколько килограммов судака привезли в столовую?

Решение.

Эту задачу, как и предыдущую, тоже начинаем решать с конца. Изображаем отрезком массу лещей, а судака – отрезком в три раза большим. Массу карпа и сазана тоже для наглядности удобно изобразить отрезками.

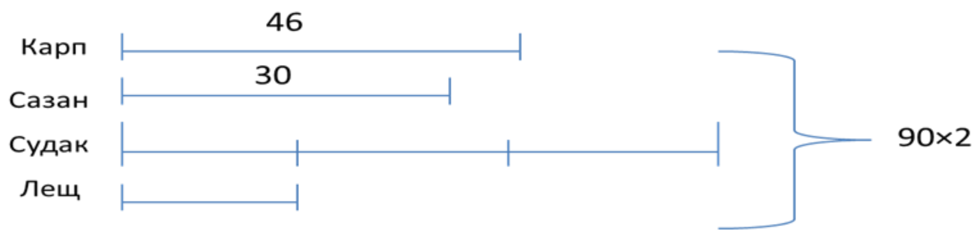


Рисунок 3 – Схематическая модель задачи

1) $90 \cdot 2 = 180$ (кг) – всего было рыбы;
2) 46+30 = 76 (кг) – карпа и сазана;
3) 180-76 = 104 (кг) – судака и леща;
4) 104:4 = 21 (кг) – леща (4 одинаковые части приходится на леща и судака);
5) $21 \cdot 3 = 63$ (кг) – судака.

Ответ: в столовую привезли 63 килограмма судака.

Пример 4 (вариант 34, № 2). Заяц накопал моркови и понес домой. По дороге ему пришлось поделиться с медведем и лисицей. Домой заяц принес всего-навсего 1 морковку. Сколько морковок заяц отдал медведю и сколько лисице, если косолапый запросил половину всей моркови и еще полморковки в придачу, а лиса потребовала тоже половину оставшейся моркови и полморковки в придачу. Сколько морковок накопал заяц?

Решение.

Данную задачу удобно решать с помощью графической модели. Рассуждения надо начинать с «конца», постепенно интерпретируя все действия, описанные в задаче.

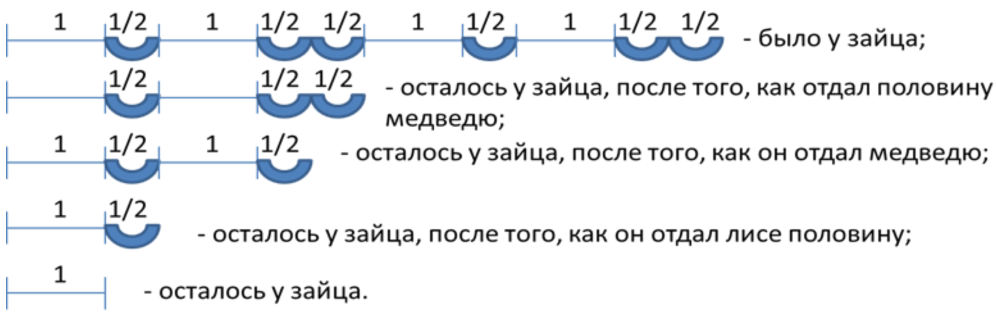


Рисунок 4 – Схематическая модель задачи

1) 1+1/2+1+1/2 = 3 (шт.) – осталось у зайца, после того, как он отдал медведю половину всего и половину морковки;

2) 3+1/2+3+1/2 = 7 (шт.).

Ответ: заяц собрал 7 морковок.

При решении в 3 и 4 классах задач на *нахождение доли числа и числа по его доле* составление вспомогательных моделей облегчит понимание и нахождение решения.

Пример 5 (вариант 13, №1). На одну чашу весов положили кусок сыра, а на другую – три четвертых части такого же куска и еще три четвертых части килограмма. Установилось равновесие. Какова масса куска сыра?

Решение.

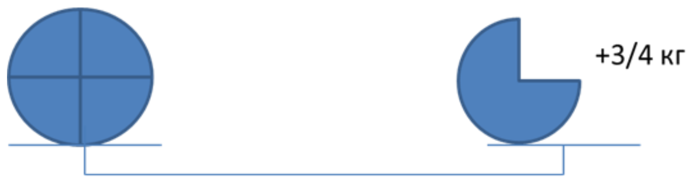


Рисунок 5 – Схематическая модель задачи

1) 1000:4 = 250 (г) – четвертая часть килограмма;

2) $250 \cdot 3$ = 750 (г) – три четвертых килограмма (одна четвертая куска сыра);

3) $750 \cdot 4$ = 3000 (г) = 3 кг.

Ответ: масса куска сыра 3 килограмма.

В четвертом классе рассматриваются задачи на *разностное сравнение.* Условие принято записывать таблицей. При многократном повторении такого типа задач показывается алгоритм их решения. Впоследствии оформление условия и поиск решения не вызывает у учащихся трудностей. Однако, если задачу на разностное сравнение дать в нетрадиционной формулировке через некоторое время, то поиск решения вызовет затруднения у большинства учащихся. Не всегда ребенок может сопоставить данную задачу с той, которую он умеет решать. Поэтому целесообразно вооружить младших школьников и методом моделирования для решения такого вида задач.

Пример 6 (вариант 1, № 4). В первый раз купили 3 бокала и 4 чашки и заплатили 11 рублей, а во второй раз – по тем же ценам – 3 бокала и 6 чашек и заплатили на 40 рублей больше. Сколько стоит бокал и сколько стоит чашка?

Решение.

Рисунок 6 – Схематическая модель задачи

1) 6-4 = 2 (ч.) – разница чашек;
2) 40:2 = 20 (р.) – стоит 1 чашка;
3) 20·4 = 80 (р.) – заплатили за чашки в первый раз;
4) 110 – 80 = 30 (р.) – заплатили за все бокалы в первый раз;
5) 30:3 = 10 (р.)
Ответ: 1 бокал стоит 10 рублей.

Выводы и перспективы дальнейших исследований. Делая выводы, можно сказать, что при обучении младших школьников умению решать текстовые задачи необходимо научить их переводить предметные ситуации на знаково-математический уровень. Ведь именно в начальной школе математика помогает изучать действительность в рамках механического перемещения предметов в пространстве и времени.

Список литературы

1. *Орг А.О.* Олимпиады по математике. 4 класс. ФГОС / А.О. Орг, Н.Г. Белицкая. – 9-е изд., перераб. и доп. – М.: Издательство «Экзамен», 2018. – 94 с.

2. *Стойлова Л.П.* Математика: учебник для студ. высш. пед. учеб. заведений / Л.П. Стойлова. – М.: Издательский центр «Академия», 2002. – 424 с.

УДК [373.5.016:051]:373.5.091.26:373.5.018.43

ОРГАНИЗАЦИЯ КОНТРОЛЯ И ОЦЕНКА КАЧЕСТВА ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ПРИ ОБУЧЕНИИ ЛИЦЕИСТОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДИСТАНЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

Горячкина Анастасия Игоревна
учитель математики
ГОУ ЛНР «ЛЭПЛИ»
имени героев «Молодой гвардии»
e-mail: anasteysha94@gmail.com

Аннотация. Статья посвящена организации контроля в основной школе при обучении с применением дистанционных технологий. Рассмотрены некоторые примеры программного обеспечения, которое поможет коллегам-учителям математики в организации образовательного процесса.

Ключевые слова: дистанционное обучение, контроль и оценка качества образовательных результатов, веб-ресурсы, образовательные платформы.

Актуальность и постановка проблемы. Переход на дистанционное обучение, обусловленный пандемией, стал неожиданным и довольно серьезным испытанием для всех участников образовательного процесса – педагогов, учителей, учеников и их родителей.

После временной растерянности всем пришлось принять этот вызов и быстро адаптироваться к новым реалиям, в этом свете вопрос внедрения дистанционного образования в общеобразовательный процесс приобрел особенную актуальность.

Переход на дистанционные технологии обучения повлек за собой необходимость использования новых подходов к системе проверки усвоения изученного материала обучающимися и контроля качества образовательных результатов.

Изложение основного материала. Основная цель проверки (контроля) знаний и умений состоит в обнаружении достижений, успехов учащихся; в указании путей совершенствования, углубления знаний, умений, с тем, чтобы создавались условия для последующего включения школьников в активную творческую деятельность.

Эта цель в первую очередь связана с определением качества усвоения учащимися учебного материала – уровня овладения знаниями, умениями и навыками, предусмотренными программой по математике. Во-вторых, конкретизация основной цели контроля связана с обучением школьников приемам взаимоконтроля и самоконтроля, формированием потребности в самоконтроле и взаимоконтроля. В-третьих, эта цель предполагает воспитание у учащихся таких качеств личности, как ответственность за проделанную работу, инициативность.

Для обеспечения дистанционного обучения учащихся учитель может создавать собственные веб-ресурсы или использовать другие веб-ресурсы по своему выбору. При этом обязательно предоставить учащимся рекомендации по использованию ресурсов, последовательности выполнения задач, особенностей контроля и тому подобное.

Самым главным критерием выбора инструментов для организации дистанционного обучения должно быть соответствие поставленным методическим целям, то есть то, насколько определенный сервис или ресурс делает возможным достижение ожидаемых результатов обучения в дистанционном формате. При этом желательно также учесть универсальность этих инструментов, чтобы сократить количество различных платформ, которые используются для обучения.

Сравнивая несколько инструментов, стоит учитывать понятность интерфейса как для учителей, так и для учеников. Предпочтение лучше предоставить ресурсам, имеющим интуитивно понятный интерфейс. В тоже время важно учесть возможные особые потребности учащихся и основы универсальной доступности программных средств. В условиях, когда обучение происходит с помощью персональных устройств, следует учитывать разнообразие этих устройств и выбирать ресурсы, которые максимально подходят для разных платформ (персональные компьютеры, планшеты, мобильные устройства Apple, Android и т. п).

Важным моментом является необходимость регистрации учащихся на веб-ресурсе, ведь следует помнить об информационной безопасности и минимизировать количество платформ, на которых мы предлагаем регистрироваться ученикам и педагогам. Нужно внимательно знакомиться с правилами использования платформ и, насколько возможно, минимизировать объем персональных данных, которые фиксируются на них.

Проверка результатов учебно-познавательной деятельности обучающихся осуществляет педагогический контроль, подразделяющийся на входной, текущий, тематический, итоговый. Входной контроль позволяет преподавателю определить исходный уровень готовности обучающегося к освоению курса и являются точкой отсчета для оценивания динамики индивидуального развития ребенка. Результаты входного контроля учитываются при составлении индивидуального учебно-тематического планирования.

Текущий контроль может быть организован с помощью устного опроса, тестовых ресурсов учебной среды, проверки данных самоконтроля. В системе дистанционного обучения учителя сталкиваются с проблемой выбора программной базы для эффективной организации текущего контроля. Следует отметить, что при дистанционном обучении возможности текущего контроля расширяются. Здесь может осуществляться традиционный контроль преподавателем курса, а также самоконтроль на основе специально разработанных тестирующих программ или баз данных, содержащих тестовые задания.

Так, например, устный контроль осуществляется с использованием фронтальной, групповой, парной и индивидуальной форм по средствам работы в программе Zoom (zoom.us/download). Это сервис для проведения видеоконференций и онлайн-встреч. Для этого учителю необходимо создать учетную запись. Бесплатная версия программы позволяет проводить видеоконференцию длительностью 40 минут.

Zoom подходит для индивидуальных и групповых занятий. Пользователи могут использовать приложение как на компьютере, так и на планшете или смартфоне. К видеоконференции может подключиться любой пользователь по ссылке или идентификатору конференции. Занятия можно запланировать заранее, а также сделать ссылку для постоянных встреч в определенное время. В платформу встроена интерактивная доска, которую можно демонстрировать ученикам. Кроме того, есть возможность легко и быстро переключаться с демонстрации экрана на интерактивную доску.

Для организации самоконтроля обучающихся мы рекомендуем обратить внимание на платформу Learningapps.org (LearningApps.org). Данный конструктор позволяет создавать свои интерактивные задания (рис. 1) по необходимым темам, либо использовать ранее созданные коллегами. Такие интерактивные задания хорошо использовать для проверки усвоения и первичного закрепления лекционного материала. Обучающиеся в игровой форме повторяют материалы темы и могут без труда увидеть и исправить свои «пробелы». К плюсам так же хочется отнести то, что детям не нужно дополнительно регистрироваться на данной платформе и устанавливать дополнительное программное обеспечение.

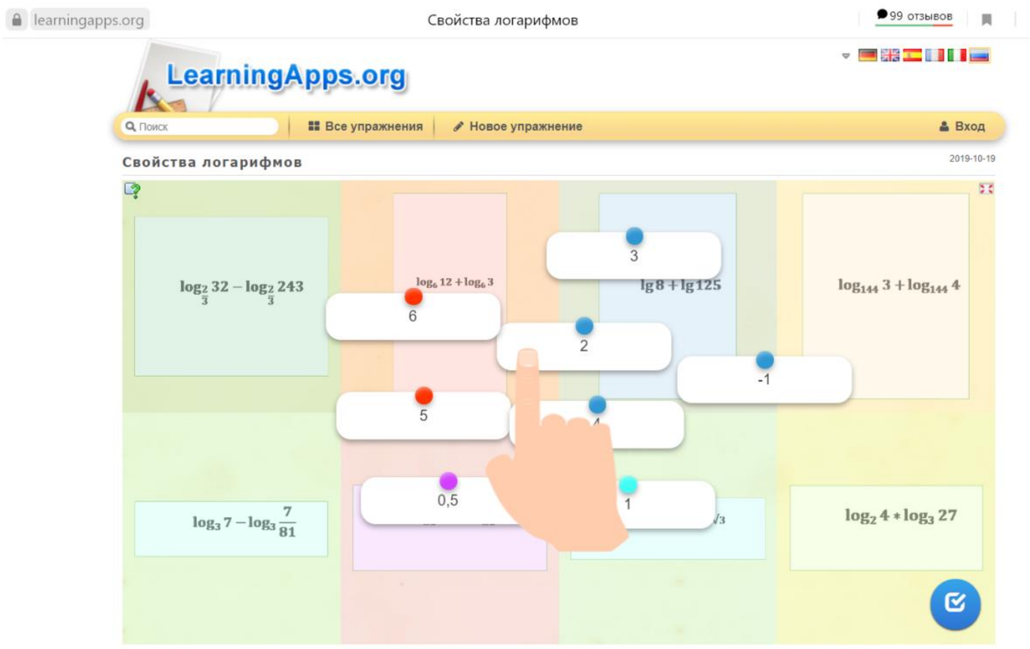


Рисунок 1 – Пример интерактивного задания на платформе Learningapps.org

Провести автоматическое оценивание, можно с помощью веб-сервиса LiveWorksheets (LiveWorksheets.com), который позволяет совершенствовать рабочие материалы, созданные в форматах pdf, jpg и png. Данный сервис преобразует обычные страницы в интерактивный материал для самопроверки. Можно создавать рабочие листы, которые содержат несколько типов заданий: добавление текстовых полей для ввода текста, выбор правильного ответа, викторина с выбором правильного ответа, сопоставления, перетаскивания правильного ответа, задание на аудирование. Функцию проверки при этом выполняет сама программа, высылающая обработанные результаты проверки учителю.

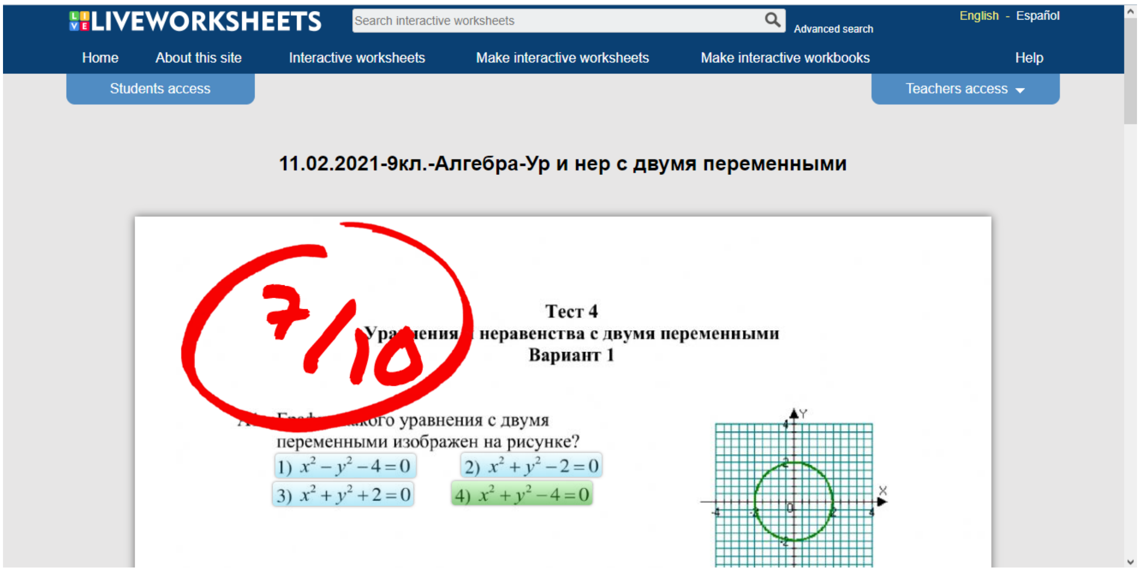


Рисунок 2 – Пример интерактивного листа на веб-сервисе LiveWorksheets

Во время дистанционного обучения тематической контроль следует выполнять письменно в синхронном (когда все участники образовательного процесса находятся в веб-среде одновременно) или асинхронном режиме (образовательный процесс осуществляется по удобному для учителя и учащихся расписанию, неодновременно, но с определенными дедлайнами).

Конечно, учителю нужно учитывать сложившуюся ситуацию, помнить, что значительную часть материала дети овладевают самостоятельно. Стоит предоставлять им больше попыток и времени на выполнение контрольных заданий.

Не следует рассматривать оценивание как инструмент наказания учеников и учениц. Учителю следует выбирать подходы, которые будут способствовать индивидуализации образовательного процесса, повышать учебную самостоятельность в выполнении работ и мотивировать обучающихся.

Выводы и перспективы дальнейших исследований. Дистанционное обучение призвано помочь в глобальном образовательном пространстве, оно выступает как эффективное дополнение традиционных форм обучения, как средство частичного решения ее насущных проблем, в частности, предоставляет возможность одновременно с гибким по времени и высокопрофессиональным по содержанию изучением различных предметных разделов знаний, формированием умений и навыков работы со многими учебными дисциплинами обеспечить интенсивное практическое применение теми, кто учатся, методами и средствами информационно-коммуникационных технологий, развивает умения и навыки в современной науке и практике. Однако следует понимать, что дистанционное обучение не является заменой очного и никогда не планировалось на долгосрочную перспективу. В тоже время дистанционные технологии могут стать эффективным инструментом не только во время проведения карантинных мер.

Список литературы

1. *Быков В.Ю.* Технология создания дистанционного курса: Учебное пособие / В.Ю. Быков, В.М. Кухаренко, Ю.М. Богачков. – К : Милениум, 2008. – 324 с.

2. *Гаврилова Л.А.* Дистанционное образование. Электронные курсы: Учебно-методическое пособие для преподавателей / Л.А. Гаврилова. – Екатеринбург: УГГУ, 2006. – 74 с.

3. *Канаев В.И.* Дистанционное обучение: технологические аспекты / В.И. Канаев. – М.: Современный гуманитарный университет, 2004. – 192 с.

4. *Раззаков Ш.И.* Контроль знаний в системе дистанционного обучения / Ш.И. Раззаков, У.З. Нарзиев, Р.Б. Рахимов. – Текст : непосредственный // Молодой ученый. – 2014. – № 7 (66). – С. 70–73 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://moluch.ru/archive/66/10934/ (дата обращения: 09.02.2021).

УДК 373.1

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ АЛГОРИТМИЧЕСКОГО ПОДХОДА К РЕШЕНИЮ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Дюбо Елена Николаевна
старший преподаватель кафедры высшей математики и
методики преподавания математики
ГОУ ВО ЛНР «ЛГПУ»
e-mail: dyubo_elena@mail.ru

Аннотация. В статье рассматриваются общие вопросы, связанные с реализацией алгоритмического подхода к решению математических задач, а также даются рекомендации по составлению алгоритмов и методике их использования в обучении математике в школе.

Ключевые слова: алгоритм, алгоритмический подход, математические задачи.

Актуальность и постановка проблемы. Одним из направлений совершенствования обучения математике в школе является система, при которой учащиеся овладевают уровнем общеобразовательной подготовки, позволяющим успешно адаптироваться к изменяющимся условиям с учетом личных предпочтений и склонностей.

Наиболее эффективное усвоение знаний происходит в процессе их применения в ситуациях, которые сходны используемым учителем при объяснении материала, а затем в новых условиях. Решение задач по математике является одним из средств, обеспечивающих применение и усвоение новых знаний в практических ситуациях: учащийся не может усвоить теорему Пифагора, пока многократно не поупражняется в ее применении. С другой стороны, решение задач не будет успешным без знания теоретических положений и выражающих их формул, уравнений и т.д.

Решение задач является одним из самых эффективных средств развития мышления, но не все задачи будут способствовать развитию мыслительных способностей. Важную роль играет дидактически обоснованный подбор системы задач и формы организации их решения на уроке.

Многие учащиеся и выпускники школ часто испытывают большие трудности в решении даже стандартных типовых задач, что создает отрицательное отношение к самому предмету и нежелание изучать его в будущем. Причин такой ситуации много: перегрузка школьного курса математики учебным материалом, что не позволяет выделить достаточно времени на тренировку и решение самих задач; иногда бессистемность в подборе задач, не соответствующая необходимому переходу от простого к сложному, от одного типа к другому; неэффективная организация решения задач на уроке, при которой активным участником выступает только отвечающий у доски, а остальные выполняют роль созерцателей. Однако одной из главных причин можно выделить неумение применять алгоритмы к решению задач, решая часто простым методом подбора нужной формулы.

Изложение основного материала. Результат деятельности обучающихся различных уровней зависит от четкости и осознания ими алгоритмической сущности своих действий: какие и в какой последовательности нужно выполнять, какой ожидаемый результат этих действий. А с этим связаны алгоритмическая культура человека, которая характеризуется умением и готовностью обучающегося составлять и использовать в учебной и внеучебной деятельности различные алгоритмы [1, с. 118].

Изучением особенностей реализации алгоритмического подхода в процессе обучения занимались В.А. Байдак, М.П. Лапчик, В.А. Далингер и другие, рассматривающие применение алгоритмов при обучении отдельных учебных дисциплин, особенности составления алгоритмических предписаний в различных учебных ситуациях, а также общие подходы к решению проблемы формирования алгоритмической культуры учащихся.

Проблема алгоритмизации деятельности учащихся по решению учебных задач будет связана с решением вопросов:

– формирование у учащихся знаний алгоритмических процессов;

– формирование умений обнаруживать алгоритмические процессы, самостоятельно их составлять и реализовывать в практической деятельности.

В общем случае под алгоритмом понимают систему предписаний, последовательное выполнение которых позволяет решить задачи определенного класса. В учебном процессе широко используются алгоритмы двух типов: функционирования и управления. Так, алгоритмы функционирования реализуются в виде предписаний к решению различных учебных задач с целью формирования у учащихся определенных приемов познавательной деятельности (мышления, внимания и т.д.). Чаще всего такие алгоритмы формулируются как последовательность операций. Алгоритмы управления связаны с реализацией учебных занятий различного типа, в т.ч. самостоятельной работы учащихся.

Реализация алгоритмического подхода не означает механическое повторение заданной схемы решения, поскольку вначале учащийся должен верно определить класс решаемых задач и только потом уже идет выбор нужного алгоритма. Применение алгоритма невозможно без конкретизации знаний, их переноса на сходную или совершенно новую ситуацию, что способствует развитию мышления.

Обучение математике предполагает применение не четких алгоритмов, а указаний, которые определяют общие направления поиска плана решений задачи через обучение методу рассуждений, что сохраняет возможности для самостоятельности решения. Конечно, применение алгоритмов позволяет подготовить учащихся к решению задач творческого характера, поскольку позволяет развить мыслительные действия, умения и навыки при переходе от решения типовых задач к творческим.

Основные требования, выдвигаемые к алгоритмам – элементарность каждого предписания (указание на выполнение одного простейшего действия) и полнота таких предписаний (возможность применения для решения задач данного класса). Указанные требования должны быть оценены дидактически с позиции компактности, лаконичности и легкости запоминания самого алгоритма при сохранении возможности реализации самостоятельной мыслительной деятельности учащимися. Алгоритм должен выражать самые существенные операции, необходимые для решения данного класса задач, выражая, таким образом, основные характеристики метода решения задач.

Реализация алгоритмического подхода должна базироваться на следующих принципах:

– понимание учащимися возможностей его применения к решению задач;

– осуществление алгоритмизации на основе ранее полученных знаний, навыков и умений, что позволяет понять сущность реализуемых приемов;

– алгоритмическая линия должна пронизывать весь курс учебной дисциплины;

– сохранение взаимосвязи всех компонентов алгоритма;

– развитие логической и алгоритмической культуры учащихся.

Алгоритм будет отличаться от плана решения задачи тем, что позволяет решать только узкий класс задач, тогда как план решения (изучение условия задачи; запись условия в буквенных обозначениях; выполнение чертежа/схемы; выявление закономерностей; запись соответствующих формул и уравнений с последующим решением и получением ответа в общем виде; исследование полученного решения; подстановка числовых значений величин в формулы для нахождения ответа и вычисление искомой величины; оценка полученного результат) используется при решении любой задачи. Кроме того, алгоритм характеризуется следующими существенными чертами: детерминированность (решение задач по алгоритму будет строго направленным и управляемым процессом, не допускающим произвольного решения); массовость (возможность применения к решению класса задач); конструктивность (четкое отождествление класса задач, к которым применим конкретный алгоритм); результативность (алгоритм всегда направлен на получение результата, основанного на исходных данных).

Теоретической основой алгоритмов для решения математических задач будут выступать элементы математических теорий – определения, аксиомы, теоремы.

Пример. В школьном курсе математики решение большой части уравнений основано на определении модуля, которое дает учащимся представление о том, что необходимо делать в каждом конкретном случае: сменить знак или оставить подмодульное выражение без изменения.

Перед решением уравнений необходимо с учащимися отработать четкую графическую интерпретацию решения уравнения типа, $|x| = b;\ b > 0$ (рис. 1):

1. Найти корень подмодульного выражения $x = 0$.
2. Отметить корень уравнения на числовой прямой.
3. От корня переместиться вправо и влево на b единиц.
4. Записать решение данного уравнения.

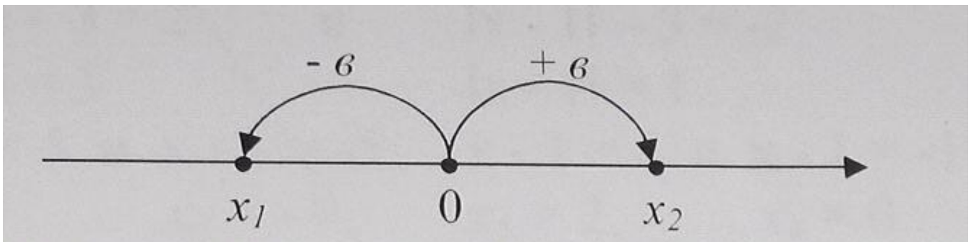


Рисунок 1 – Решение уравнения типа $|x| = b;\ b > 0$

Уравнение вида $|x + a| = b,\ b > 0$ решается по аналогии (рис. 2).

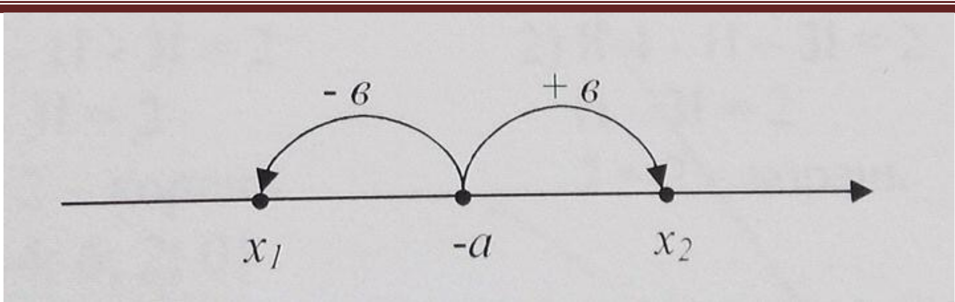


Рисунок 2 – Решение уравнения типа $|x+a|=b,\ b>0$

После этого можно переходить к аналитическому решению уравнений.

Если задается алгоритм распознания, то он опирается на определения и теоремы-признаки, а его предписания будут предусматривать числовые или измерительные операции, преобразования или построения объектов исследования.

Пример. В основании пирамиды лежит прямоугольник. Высота пирамиды проходит через точку пересечения диагоналей основания. Каждое боковое ребро пирамиды длиной l пересекая две стороны основания, образует с ними углы α и β. Найдите объем пирамиды (рис. 3).

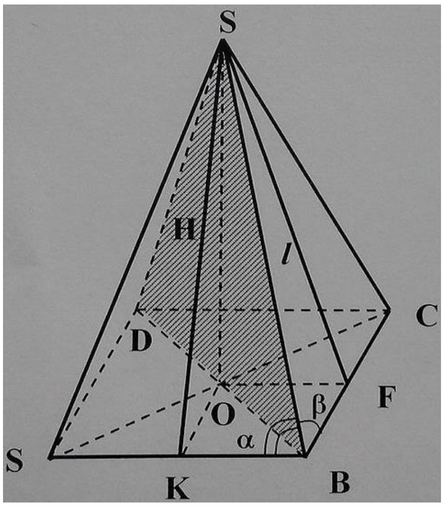


Рисунок 3 – Иллюстрация к задаче

Главная цель, которая должна быть достигнута при рассмотрении данной задачи, - это формирование пространственных представлений, развитие умения логически мыслить, творческое овладение всей совокупностью геометрических знаний. Особое внимание должно быть уделено поиску пути решения и его обоснованию.

а) Каждая боковая грань – равнобедренный треугольник, в котором известны длина боковой стороны и угол при основании, что позволяет найти длину основания треугольника.

б) Этим способом найдем длину сторон прямоугольника, лежащего в основании, а затем и другие его элементы (например, длину диагонали и площадь).

в) Диагональное сечение пирамиды – равнобедренный треугольник, и поэтому отрезок SO, соединяющий вершину с центром основания, перпендикулярен диагонали BD прямоугольника.

г) По аналогии SO перпендикулярен и к другой диагонали, т.е. (по теореме о двух перпендикулярах) он является перпендикуляром к плоскости основания.

д) Теперь ясно, что треугольники SOB, SOF, SOK – прямоугольные, и с помощью любого из них можно найти высоту (а потом и объем) пирамиды.

Данная последовательность умозаключений – наиболее важное звено в процессе решения задачи. Для проведения такого поиска учащимся нужны и пространственные представления, и умение применять изученные теоремы, и построение цепочки умозаключений, соединяющей данные и искомое, т.е. все то, чему должен учить курс геометрии.

Таким образом, решение задачи запишется как:

1. $BF = l * \cos\beta$
2. $BK = l * \cos\alpha$
3. $S = 4 * BF * BK = 4 * l^2 \cos\alpha * \cos\beta$
4. $OB^2 = BK^2 + BF^2 = l^2(\cos^2\alpha + \cos^2\beta)$
5. $H = \sqrt{l^2 - OB^2} = l\sqrt{1 - \cos^2\alpha - \cos^2\beta}$
6. $V = \dfrac{1}{3}SH = \dfrac{4}{3}l^3 \cos\alpha \cos\beta\sqrt{1 - \cos^2\alpha - \cos^2\beta}.$

Успешность обучения алгоритмическому способу решения задач будет зависеть и от того, как вводится алгоритм: это не должно быть механическое навязывание учащимся, а самостоятельное обнаружение ими под руководством учителя общности логики рассуждения при решении нескольких задач одного класса, составление метода решения и выведение алгоритма. Для закрепления сознательного выполнения последовательных операций учащимся следует еще прорешать одну-две задачи. При этом могут быть задействованы следующие формы организации:

– объяснение решения задач нового типа методом беседы с последующим решением задачи на доске учащимся с одновременным привлечением к ходу решения всего класса;

– обсуждение с классом плана решения задачи с последующим самостоятельным выполнением решения учащимися в тетрадях с комментированием и указаниями учителя;

– самостоятельное решение учащимися задач с последующей проверкой решения.

Каждая из указанных форм будет формировать различный уровень алгоритмической культуры учащихся: репродуктивный (умение применять готовый алгоритм), высокий (умение применять и создавать алгоритмы под руководством учителя) и творческий (умение оформить рассуждения и ход решения задачи в виде схем, таблиц, правил и т.д.).

Успешность обучения учащихся алгоритмическому способу решения математических задач зависит от соблюдения учителем последовательности задействованных форм. На первоначальном этапе учащиеся должны неукоснительно выполнять все предписания учителя и использовать заданную последовательность действий. В дальнейшем введенный алгоритм может быть дополнен пояснениями по реализации предписаний для решения отдельных видов задач.

Выводы и перспективы дальнейших исследований. Использование алгоритмического подхода к решению математических задач способствует лучшему пониманию учащимися материала, его осмыслению, приведению в систему базовых знаний, а также формированию основных предметных компетенций.

Список литературы

1. *Темербекова А.А.* Алгоритмический подход к использованию проектного метода в различных образовательных системах / А.А. Темербекова, И.С. Леушина, Г.В. Байкунакова // Дистанционные образовательные технологии: материалы IV Всероссийской научно-практической конференции, г. Ялта, 16-21 сентября 2019 года. – Симферополь: ИТ «АРИАЛ», 2019. – С. 117–123.

2. *Афонина Е. В.* Методика алгоритмического подхода при обучении графическим дисциплинам / Е.В. Афонина // Вестник Брянского государственного технического университета. – 2014. – № 2(42). – С. 161–165.

УДК 37.04-053

ПРИМЕНЕНИЕ ПРИНЦИПОВ ДИФФЕРЕНЦИАЦИИ В ПРОЦЕССЕ ФОРМАТИВНОГО ОЦЕНИВАНИЯ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

Есингельдинов Бауржан Танырбергенович
докторант 2 курса студент научно-педагогического
направления подготовки по образовательной
программе 6D010900-Математика
НАО «ЮКУ им. М. Ауэзова»
e-mail: baurzhan-esingel@mail.ru

Научный руководитель:
Аширбаев Нургали Кудиярович
доктор физико-математических наук,
профессор, заведующий кафедрой «Математика»
НАО «ЮКУ им. М. Ауэзова»

Утеева Роза Азербаевна
доктор педагогических наук,
заведующий кафедрой «Высшая математика
и математическое образование»
ФГБОУ ВО «ТГУ»

Аннотация. Статья посвящена вопросам применения принципов дифференциации в процессе формативного оценивания на уроках математики. Рассматриваются основные принципы дифференциации: ускорение, углубление и усложнение. Показан пример применения принципов дифференциации на уроке, приводятся примеры заданий.

Ключевые слова: оценивание, формативное оценивание, дифференцированный подход, дифференциация, принципы дифференциации, ускорение, усложнение, углубление.

Актуальность и постановка проблемы. На современном этапе развития концепция школьного образования в Республике Казахстан ставит приоритетными идеи гуманизации, деятельностного подхода, межпредметной интеграции, индивидуализации образования. Реализация данных идей идет через обновление содержания среднего образования. Разработанные учебные программы построены на достижении поставленных перед обучающимся целей обучения, которые в спиралевидной системе расширяют и углубляют изучаемый материал. Дифференциация целей обучения направлена на развитие личности каждого учащегося с учетом его интересов, способностей и образовательных потребностей. Таким образом, обновление содержания образовательных программ повлекли изменения в организации процесса обучения и оценки учебных достижений учащихся.

Правильное использование моделей обучения, практических заданий и ресурсов в сочетании с формами и методами оценивания обеспечат достижение целей обучения всеми учащимися и развития навыков для будущей профессиональной деятельности. Поэтому применение дифференцированного подхода в обучении и оценивании остается актуальным вопросом и по сей день, начиная от дифференциации содержания учебных программ, применения заданий разного уровня сложности до развития навыков учащихся с учетом их способностей, персонализации и индивидуализации обучения.

Применение дифференцированного подхода в учебном процессе было и остается неотъемлемой частью процесса образования. При этом дифференциация понималась, как форма организации учебного процесса [1], адаптация учебного плана, методов обучения и оценивания с учетом особенностей обучающихся [2], удовлетворяя образовательным потребностям каждого из и мотивируя их к деятельности на уроке. С точки зрения методики преподавания математики дифференциацию рассматривали как методику обучения, при которой каждый учащийся получает на уроке возможность развивать свои способности, приобретая необходимый уровень общеобязательной подготовки (А.А. Кузнецов, М.В. Рыжаков, Г.В. Дорофеев и др.)

В процессе оценивания учебной деятельности обучающихся акцент смещается с оценки простого воспроизведения выученного материала на умение самостоятельно получать знания, применять полученные знания в реальной ситуации, аргументировать свою точку зрения, доказывать и применять теории и т.д. Практика показывает, что планирование учебного процесса и организация деятельности обучающихся на уроке зависят от результатов оценивания. Поэтому важность результатов оценки учебных достижения учащихся является неоспоримым фактом.

Обращаясь к истории, можно отметить, что оценивание всегда присутствовало в образовательном процессе, являясь его неотъемлемой частью, менялись лишь периодичность проведения (на каждом уроке, после изучения темы, завершения периода обучения и т.д.), формы (от простого поощрения или наказания до проведения соревнований, выставления рейтингов), способы выставления отметок (от балльной до буквенной, процентной систем) [3]. При этом и определение оценивания было разным. Несмотря на разные трактовки, педагоги сходятся во мнении, что оценивание должно основываться на критериях, так как оценка должна быть обоснованной.

Таким образом, учитель сталкивается с необходимостью организации процесса формативного оценивания, которое будет способствовать достижению целей обучения всех учащихся с учетом их индивидуальных способностей и образовательных потребностей.

Изложение основного материала. На протяжении многих десятилетий основным подходом к оцениванию был нормативный, который заключался в сравнении индивидуальных достижений учащихся с нормой, то есть результатами большинства обучающихся. С 2016 года в Республике Казахстан начал внедряться критериальный подход к оцениванию, который заключается в сравнении индивидуального результата учащегося с коллективно разработанными, заранее определенными и известными всем участникам образовательного процесса критериями.

Разработанная система критериального оценивания основывается на следующих ключевых идеях и теориях [4]:

- обратный дизайн – фокус на планируемые результаты обучения;
- компетентностный подход – ориентированность оценивания на соотнесение достигнутых учащимися результатов с ожидаемыми;
- социо-конструктивистская теория обучения – акцент на индивидуально-личностное, коллективное и групповое обучение;
- зона ближайшего развития – учащийся способен справляться с решением более сложных задач при помощи взрослого или более способного сверстника»;
- теория скаффолдинга – обучение на социальном и межличностном уровнях;
- теория формативного оценивания – непрерывность обратной связи между учащимися и учителем.
- таксономия целей обучения – шесть уровней мыслительных навыков: знание, понимание, применение, анализ, синтез, систематизация, оценка;
- теория полного усвоения знаний Б. Блума – три основных фактора, объясняющие до 90% различий в результатах самого сильного и самого слабого учащегося.

Перечисленные теории непосредственно лежат в основе дифференцированного подхода в обучении. Таким образом, возможно организовать дифференцированный подход в процессе критериального оценивания учебных достижений обучающихся.

Выделяют три основных принципа применения дифференциации, которые направлены на поддержку учащихся в процессе обучения: ускорение, усложнение, углубление в зависимости от скорости усвоения учебного материала, уровней мыслительных навыков, связей темы урока с другими темами и дисциплинами [5]. Для применения данных принципов учитель использует результаты диагностики способностей учащихся, анализ содержания учебного материала, оценку результатов обучения учащихся.

Таблица 1 – Принципы дифференциации

№	Принцип дифференциации	Описание
1	Ускорение	Поддержка учащихся с разной скоростью усвоения учебного материала: подбор учебного материала, выбор методов обучения и форм взаимодействия, позволяющих ученикам обучаться в своем темпе
2	Усложнение	Усложнение материала по уровням мыслительных навыков. В основе лежит принцип зоны ближайшего развития Л.С. Выготского. Определяя область интеллектуальных возможностей ученика учитель помогает ему переместиться на следующий уровень усвоения материала. Но при этом необходим баланс между легкими и сложными заданиями, чтобы не вызывать скуку или тревогу у учащихся
3	Углубление	Изучение материала с разных точек зрения, применение межпредметных связей. Более глубокое изучение тем, предметов для интеллектуального развития учащегося, повышения его уровня компетентности по изучаемому предмету.

Формативное оценивание на уроке предоставляет учителю информацию об усвоении учебного материала учащимися, уровне понимания изучаемой информации и умению самостоятельно применить ее на практике. Результаты оценивания позволяют составить индивидуальную траекторию обучения ученика, своевременно внести изменения в процесс обучения. В богатой классной среде, где учащиеся берут на себя сложные задачи, идеи учащихся могут всплывать на поверхность и способствовать обсуждению на уроке и более глубокому обучению [6]. Поэтому цель исследования заключается в том, чтобы определить, как применение принципов дифференцированного подхода в процессе оценивания на уроке будет способствовать достижению целей обучения.

Результаты обучения, мониторинга учебных достижений учащихся 9 класса позволили определить группу учащихся, обладающих высоким уровнем академических знаний и быстрым темпом работы. Поэтому на уроках применение принципов ускорения, усложнения и углубления было целесообразным. Рассмотрим несколько примеров заданий, используемых для формативного оценивания при изучении темы «Теорема косинусов». Выполнение таких заданий позволяет не только формировать знания, но и умение применять их в нестандартных ситуациях, а также развивает интерес к предмету [7].

Задача 1. Спутниковая антенна позволяет отслеживать скорость самолета, фиксируя расстояние до самолета в разные моменты времени и угол поворота антенны в горизонтальной плоскости. Спутниковая антенна зафиксировала расстояние до самолета в начальный момент времени в 56,5 км. Через 15 минут расстояние до самолета стало равным 93 км. Определите расстояние, которое пролетел самолет, если спутниковая антенна повернулась на угол 132°.

При такой формулировке учащемуся достаточно связать данное условие с теоремой косинусов и найти третью сторону треугольника. При этом можно применить принцип ускорения и, изменив вопрос задачи, предложить ее учащимся с высоким темпом работы. Если спутниковая антенна повернулась на угол 132°, определите среднюю скорость самолета.

Как уже было сказано выше, в классе выделяется группа учащихся с высоким уровнем академических знаний, и предложенная выше задача будет для них неинтересна. Поэтому для таких учащихся была предложена следующая задача из физики.

Задача 2. На стене зафиксирован кронштейн, к которому привязаны 2 веревки. Одна из веревок составляет угол 30° с вертикальным направлением и к ней приложена сила 250Н. Вторая веревка составляет угол 45° с горизонтальным направлением и к ней приложена сила 350Н. Найдите результирующую силу, действующую на кронштейн.

При решении данной задачи ученик должен владеть не только математическим аппаратом, но и уметь продемонстрировать знание физических законов. Кроме того данная задача связана с темой геометрии «Действия над векторами», изученной ранее. Учащиеся должны перенести действующие силы в систему координат, отложив их друг за другом с учетом углов, и найти сумму полученных векторов. Затем применив теорему косинусов найти результирующую данных сил. Таким образом, в данном задании прослеживается не только внутрипредметная связь, но и межпредметная.

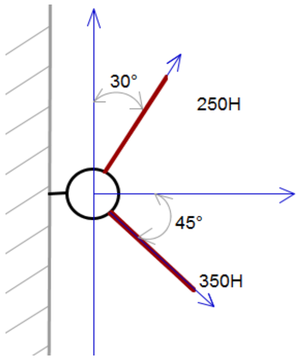


Рисунок 1 – Иллюстрация к задаче 2

В классе есть ученики, для которых первая из предложенных задач слишком легкая, но при выполнении второй задачи они испытывают трудности. Таким учащимся оказывается поддержка для перехода на «новый уровень» через использование дескрипторов к заданию. Дескриптор – характеристика, описывающая конкретные шаги для выполнения заданий [4]. Использование таких «подмостков» не только не оттолкнет ученика от более сложного уровня задач, но и позволит формировать навык решения задач подобного типа. Пример дескрипторов к задаче 2:

– откладывает вектора друг за другом;

– изображает результирующую двух сил, используя правило треугольника;

– находит угол между векторами;

– применяет теорему косинусов для нахождения третьей стороны треугольника;

– находит результирующую сил на кронштейне.

Выводы и перспективы дальнейших исследований

В течение полугода на уроках математики применялись принципы дифференциации в процессе формативного оценивания. В начале, а затем и в конце проведен мониторинг учебных достижений обучающихся. По результатам второго мониторинга прослеживается увеличение доли учащихся справившихся не только с заданиями на применение математических знаний, но и на применение знаний в практической ситуации на 13%. На 9% выросла доля учащихся, справившихся с полным объемом работ.

В данной статье представлены промежуточные результаты по применению принципов дифференциации на уроках математики, показаны примеры заданий. Исследование продолжается, рассматривается подходы дифференциации при организации суммативного оценивания.

Список литературы

1. *Якиманская И.С.* Технология личностно-ориентированного образования / И.С. Якиманская – М.: Сентябрь, 2000. – 176 с.

2. *VanTassel-Baska J.* The Integrated Curriculum Model / *J. VanTassel-Baska, S. Wood,* J. Renzulli (Ed.) // Systems and models in gifted education. – Mansfield Center.: Creative Learning Press, 2009 – С. 655 – 691.

3. *Карасев С. А.* Диагностическая функция проверки и оценки знаний учащихся: дис. канд. пед. наук : 13.00.01 / С.А. Карасев, Саратов, 2003. – 155 с.

4. Руководство по критериальному оцениванию для учителей основной и общей средней школ: Учебно-методическое пособие. (2016) / Под ред. Можаевой О.И., Шилибековой А.С., Зиеденовой Д.Б. – Астана: АОО «Назарбаев Интеллектуальные школы» – 56 с.

5. АОО «Назарбаев Интеллектуальные школы». Программа «Развитие одаренности детей». [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://dokument.pub/2017-2020-flipbook-pdf.html. Заглавие с экрана (дата обращения: 10.02.2021).

7. *Confrey M.* Working at scale to initiate ongoing validation of learning trajectory-based classroom assessments for middle grade mathematics / *J. Toutkoushian, M. Shah* // The Journal of Mathematical Behavior. – 2020. – С. 60.

8. *Есингельдинов Б.Т.* Применение принципов ускорения, усложнения и углубления в процессе оценивания на уроках математики / *Н.К. Аширбаев, Т.Ю. Смирнова* // Вестник Казахского Национального Женского Педагогического Университета №1 (85) – Алматы, 2021 – С. 67–75.

УДК 378.091.27:51

ОСОБЕННОСТИ КОМБИНАТОРНЫХ ЗАДАЧ ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ (ПРОФИЛЬНЫЙ УРОВЕНЬ)

Кривко Яна Петровна
кандидат педагогических наук, доцент,
и. о. заведующего кафедрой высшей математики и
методики преподавания математики
ГОУ ВО ЛНР «ЛГПУ»
e-mail: yakrivko@yandex.ru

Дудик Александр Александрович
студент 2 курса магистратуры
направления подготовки 01.04.01 «Математика»
ГОУ ВО ЛНР «ЛГПУ»

Аннотация. В статье рассмотрены основные особенности задач профильного ЕГЭ, в которых используются формулы комбинаторики. Представлены примеры подобных задач, краткий разбор их решения. Выделены формулы, которые не входят в курс основной школы, однако которые целесообразно использовать при решении комбинаторных задач ЕГЭ.

Ключевые слова: профильный ЕГЭ, математика, комбинаторика, правило сложения и умножения, сочетания, размещения, перестановки.

Актуальность и постановка проблемы. Основной формой вступительных экзаменов последних лет выступает единый государственный экзамен. Математика входит в перечень обязательных предметов и подразделяется на базовый и профильный уровни (с 2015 года). В обоих вариантах присутствуют задачи, в которых применяются элементы комбинаторики, как собственно комбинаторные задачи, так и в задачах на нахождение вероятности случайного события. Остановимся более подробно на основных типах подобных заданий.

Цель статьи – рассмотреть особенности комбинаторных задач, представленных в профильном ЕГЭ по математике.

Изложение основного материала. Тема «Комбинаторика и элементы теории вероятностей», изучаемая в курсе средней школы представлена в профильном ЕГЭ задачей под номером четыре. Это блок задач, в которых не требуется подробное решение, однако, это не означает, что данное задание не может вызывать затруднений у учащихся. Первый тип таких задач составлен на применение элементарных правил комбинаторики, к которым относятся правила сложения и умножения.

Примером могут служить следующие задачи:

– правило сложения «Дан правильный 24-угольник. Найти количество способов выбора троек его вершин, являющихся вершинами треугольника, в котором хотя бы один угол равен 45^0 (порядок вершин в тройках не важен)»;

– правило умножения «(0,1)-словом длины 10 назовем последовательность из 10 нулей и единиц (0 и 1 являются в данном случае алфавитом). Сколько таких слов?» [2, с. 385 – 386].

Особенностью решения первой задачи является то, что необходимо рассмотреть множества треугольников, у которых два угла по 45^0 (множество A_1) и у которых один угол в 45^0 (множество A_2), а вершины являются тройками вершин данного 24-угольника; рассмотреть случай, когда $24+360=384$ (один из углов равен 45^0) тогда одна из сторон треугольника должна быть диагональю 24-угольника (простые диагонали), которая делит его на два многоугольника (один из них 7-угольник); случай A_1 даст равнобедренные треугольники, A_2 – произвольные треугольники, анализ числа простых диагоналей дает нам 24 способа выбора из A_1 и $24\cdot 15=360$ способов из A_2. Тогда по правилу сложения имеем $24+360=384$способа.

Решение второй задачи базируется на том, что на первую позицию мы можем поставить двумя способами 0 или 1, на вторую – также два способа и так далее. Тогда по правилу умножения имеем $2\cdot 2\cdot 2\cdot ...\cdot 2=2^{10}=1024$ способа.

Интересны, на наш взгляд, комбинаторные задачи, в которых предполагается анализ остатка от деления, а не работа с исходными числами. Например, такая задача: «В 5-тизначном числе $*1*2*$ некоторые цифры заменены звездочками. Известно, что число делится на 15 без остатка. Найти количество таких 5-тизначных чисел» [2, с. 390]. Для решения этой задачи можно провести анализ остатка k от деления на 3 тех чисел из 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, которые дают $k = 0,1,2$. Цифра, стоящая под первой $*$ может быть выбрана тремя способами, под второй – 10 способов, третьей – два способа (это или 0 или 5). Тогда по правилу умножения всего возможностей будет $10 \cdot 2 \cdot 3 = 60$.

Следующим классом комбинаторных задач можно выделить задачи на размещения, сочетания и перестановки. Типичные задачи можно сформулировать следующим образом:

– задача на последовательность выступления «В чемпионате по гимнастике участвуют 70 спортсменок: 25 из США, 17 из Мексики, остальные из Канады. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Канады»;

– задача на рассаживание за круглый стол «За круглый стол на 9 стульев в случайном порядке рассаживаются 7 мальчиков и 2 девочки. Найдите вероятность того, что обе девочки будут сидеть рядом.

– задача на перекладывание «В кармане у Пети было 2 монеты по 5 рублей и 4 монеты по 10 рублей. Петя, не глядя, переложил какие-то 3 монеты в другой карман. Найдите вероятность того, что пятирублевые монеты лежат теперь в разных карманах» [3].

Особенно сложной в этом ряду традиционно является задача на рассаживание за круглым столом. В подобных задачах одним из способов решения могут быть использованы так называемые «круговые перестановки» – число способов, которыми можно рассадить n различных объектов по n местам равно $(n-1)!$ В условиях предложенной задачи 9 человек можно посадить за круглый стол 8! способами. Если девочки садятся вместе (2 способа), то 7 мальчиков можно посадить 7! способами. Тогда искомая вероятность равна $\frac{2 \cdot 7!}{8!} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$.

В общем случае для n девочек и m мальчиков, сидящих девочки рядом с девочками, а мальчик рядом с мальчиком, общее количество способов составляет $n!m!$, а вероятность выполнения предложенного условия составляет $\frac{m!n!}{(n+m-1)!}$. [1, с. 49 – 53].

Обратим внимание на еще одну формулу, которая будет полезна при решении комбинаторных задач (не только в ЕГЭ), на так называемую формулу сочетания с повторением $P_k(n_1, n_2, \ldots n_k) = \frac{n!}{n_1!n_2!\ldots n_k!}$. Примером задачи на применение этой формулы может быть следующая: «Сколько существует семизначных чисел, состоящих из цифр 4, 5 и 6, в которых цифра 4 повторяется три раза, а цифры 5 и 6 по два раза?» (ответ 210) [2, с. 396]. Решение этой задачи возможно и без данной формулы, однако, в этом случае потраченное время будет значительно больше, чем при ее использовании.

Выводы и перспективы дальнейших исследований. Таким образом, комбинаторные задачи являются неотъемлемой частью единого государственного экзамена. Правильное решение этой задачи является обязательным условием успешной сдачи ЕГЭ в целом, что повышает ответственность как и учителя, который готовит учащихся в сдаче ЕГЭ, так и непосредственно ученика.

Список литературы

1. *Ященко И.В.* ЕГЭ 2020. Математика. Профильный уровень. 20 вариантов экзаменационных заданий от разработчиков ЕГЭ. Тематическая рабочая тетрадь / И.В. Ященко, С.А. Шестаков; под ред. И.В. Ященко. – М.: Издательство «Экзамен», МЦНМО, 2020. – 295 с.

2. *Черняк А.А.* ЕГЭ по математике. Алгебра. Профильный уровень. Практическая подготовка / А.А. Черняк, Ж.А. Черняк. – СПб.: БХВ-Петербург, 2017. – 432 с.

3. Открытый банк заданий ЕГЭ. Математика. Профильный уровень [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://ege.fipi.ru/os11/xmodules/qprint/index.php?theme_guid=9485b6199541e311a27d001fc68344c9&proj_guid=AC437B34557F88EA4115D2F374B0A07B (дата обращения: 05.03.2021).

УДК[373.5.091.26:51]:[373.5.091.12:005.962.131]

ОЦЕНИВАНИЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ПО МАТЕМАТИКЕ КАК ЭЛЕМЕНТ КОНТРОЛЯ И ОЦЕНКИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ УЧИТЕЛЯ

Кулинич Елена Анатольевна
учитель математики высшей категории,
старший учитель
ГОУ ЛНР «ЛЭПЛИ»
имени героев «Молодой гвардии»
e-mail: Kulinich.ea2020@yandex.com

Аннотация. В вопросах организации контрольно-оценочной деятельности накоплен большой опыт, но по-прежнему актуальность вопроса оценочной деятельности учащихся на уроке не снижается. Статья раскрывает работу учителя по оценке знаний и умений учащихся, описаны формы, виды и методы контроля и оценки знаний обучающихся, как составной части процесса обучения.

Актуальность и постановка проблемы. Основное содержание педагогической стратегии учителя математики в области контрольно-оценочной деятельности может быть кратко сформулировано так:

демократизация, интенсификация (в том числе самоконтроль и взаимоконтроль), дифференциация и гуманизация.

Демократизация означает:

– перестройку отношений между учителем и учеником в процессе обучения и подготовки, выражающейся в сотрудничестве, доброжелательности, доверительности сторон при проверке (контроле) знаний, умений и навыков по математике;

– гуманизацию контроля, то есть предоставление обучающимся возможности в любой момент исправлять отметку, набирая необходимое число баллов, иметь право на необходимые консультации, помощь, поддержку; построение обучения и проверки на принципах глубокого уважения к личности учащихся, большой веры в творческие возможности любого из них;

– широкую гласность обучения и контроля, начиная с календарного планирования учителем и заканчивая обязательной коррекцией и тактичной мотивацией выставленной отметки;

– развитие самоуправления при обучении и проверке (включение учащихся в организацию и проведение уроков, зачетов, контрольных работ, привлечение их к комментированию ответов товарищей, к участию в выборе формы контроля и вида занятий, дискуссии в подготовке лекций, защите рефератов, решения задач и т.д.);

– создание благоприятного психологического климата при любых формах и методах обучения и контроля.

Интенсификация предлагает:

– широкое, систематическое применение самоконтроля;

– быстрое накопление баллов каждым учеником на каждом уроке;

– широкое применение уплотненного опроса (кроссворд, фронтальный опрос, блицопрос, тест);

– активизацию всех учащихся при обучении и проверке знаний, умений и навыков и высокий темп работы на каждом уроке по любому виду учебной деятельности.

Дифференциация предполагает:

– проведение всех видов контрольных проверок (устных, письменных) по уровневым заданиям;

– повышение ответственности учащихся за результаты учебной деятельности путем формирования привычки всегда и во всех случаях самопроверять;

– систематическое создание таких педагогических ситуаций, которые вызывали бы у учащихся необходимость взаимопроверки и взаимоконтроля с целью повышения интереса к такой форме работы, обеспечение пространства для самоутверждения учащихся, что имеет важное значение для выработки самооценок.

Основная цель контроля и оценки знаний учащихся – определение качества усвоения учащимися учебного материала, уровня овладения ими знаниями, умениями и навыками, предусмотренными учебной программой по математике. В задачу контроля входит также определение меры ответственности каждого ученика за результаты своего учения, уровня его умений добывать знания самостоятельно.

Изложение основного материала. Оценивать образовательные результаты по математике позволяют различные формы и методы работы, учащихся на уроках, и эта оценка является элементом контроля полученных знаний, умений и навыков учащихся.

Например, класс делится на группы с выбором консультанта – одного из самых «сообразительных математиков» в каждой группе. Как правило, такие группы равноправны: включают и «сильных», и «слабых».

Консультант проверяет и объясняет домашнее задание, помогает на самостоятельных работах, при решении задач у доски.

Работа у доски (устно, задачи).

На данном этапе работы проводится, как правило, индивидуальная устная проверка знаний учащихся, где ребята отвечают на поставленные вопросы учителя. Для уплотнения проверки можно вызвать одновременно нескольких учеников из разных групп, и тогда проверка становится более интересной, в нее вносятся элементы соревнования: кто первым правильно и грамотно выполнит задание учителя.

Для объёма проверки знаний, умений и навыков, учащихся небезразлично как задается условие: кратко, в словесной форме, в виде рисунка, графика, включены ли в условия числовые значения. Учащиеся обычно справляются с краткой записью условия, если им дается текстовая задача, но имеют затруднения, если условие задачи задано графиком, рисунком, моделью. Такая форма задания способствует развитию мышления учащихся, расширению возможностей проверки. Именно поэтому такие задачи необходимо предлагать учащимся у доски.

Задания у доски должны иметь разнообразный характер. Подготовка ученика к ответу у доски заключается в обдумывании плана ответа, в его оформлении (записываются формулы, графики, рисунки). Во время подготовки учащихся к ответу у доски учитель руководит деятельностью класса, а наблюдать за процессом подготовки, вмешиваясь, если в этом есть необходимость и желание отвечаемого, разрешается консультанту. При таком сотрудничестве учащиеся готовятся к ответу увереннее, исчезает чувство страха. Ученик знает, что в любую секунду к нему подойдет консультант – ученик и поможет устранить ошибки.

Итак, пока учащиеся готовятся у доски, учитель руководит деятельностью всего класса. Может провести блицопрос, где за каждый ответ учащийся получает один балл, можно предложить учащимся «продажу вопросов». Учитель назначает цену вопроса и задает его классу. Здесь можно ввести элементы соревнования – чья группа наберет больше баллов в этой работе, самый грамотный и лаконичный ответ (это позволяет добавить ученику дополнительных 5 баллов).

Такая форма соревнования всегда неизменно вызывает оживление и интерес у всех учащихся, активизирует их умственную деятельность, дает возможность постоянно поддерживать внимание. При работе у доски происходит неоднократное повторение учебного материала (учащиеся выслушивают и анализируют ответы товарищей, отвечают сами), рассмотрение учебного материала с разных точек зрения, что приводит к закреплению знаний и умений. Такая работа открывает возможности для исправления ошибок, а анализ ошибок позволяет выявить причину, наметить пути их предупреждения и устранения.

Оценивается работа у доски путем набирания баллов и перевода их в традиционную пятибальную систему оценивания знаний учащихся:

за безупречный ответ – «5»;

за ответ с недочетами – «4»;

за ответ с недочетами или небольшими ошибками – «3»;

за неправильный ответ или нерешенную задачу – «2».

Реферат, лекция или доклад способствуют развитию творческих способностей учащихся, развитию грамотной лаконичной речи и умению концентрировать основные мысли для полного изложения сообщения по данной теме. Реферат, лекция (доклад) обязательно анализируются, рецензируются и оцениваются классом. Урок как бы сам по себе, незаметно для учащихся, превращается в семинар по данной теме, где накапливаются, систематизируются, обобщаются знания, умения и навыки. На таких необычных, красивых, логически стройных, шумных и спорных уроках, учащихся под контролем учителя анализируют рефераты своих товарищей, оценивают их и обязательно обосновывают оценки.

Одним из интереснейших и познавательных элементов урока является решение кроссворда. Ученик, составляющий кроссворд, уже не ограничивается поверхностным чтением домашнего параграфа, а заостряет свое внимание на основных его моментах, работает над формулировкой вопроса или задания к решению кроссворда. В этой работе оценивается степень самостоятельности ученика, знание теоретического материала. Составление кроссворда заставляет детей пролистать, прочитать не один-три параграфа, а целый ряд параграфов по данной теме и приносит успех и ощутимый результат на уроке.

Математический диктант может заменить опрос по теме, заданной для повторения. Его продолжительность обычно 10-20 минут. С помощью математического диктанта можно проверить знание учащимися формулировок, определений, свойств, теорем, формул, умения и навыки в их использовании.

Математические диктанты дают возможность подготовить учащихся к усвоению нового материала, к урокам решения задач, провести обобщение изученного, являются одним из средств проверки сознательного выполнения домашнего задания, а также позволяют выявить умения обучающихся применять знания в учебной практике при решении задач.

Самостоятельное решение задач, включающее самостоятельный анализ, условия, выбор способа краткой записи, применение найденного алгоритма решения к конкретной ситуации, анализ и проверка полученного решения – результат колоссальной работы учителя и упорство, систематичность выполнения домашних работ учеником.

Задача – показатель знания математики. Решению задач в школьном курсе математики отводится значительное место, так как задача служит средством изучения основного материала, является эффективным методом проверки знаний, повторения и закрепления пройденного. Только небольшая часть учащихся овладевает умением решать задачи и рассматривает его как одно из важнейших условий качества знаний по математике.

Использование тестов для проверки знаний учащихся повышает её объективность. Важной особенностью заданий с выбором ответа является возможность быстрой и простой проверки знаний учащихся. Это способствует экономии времени учителя, позволяет быстро сообщить учащимся результаты выполнения заданий.

Тест – очень полезная форма проверки знаний. Применяя тестовые задания для контроля знаний учащихся, учитель может получить информацию об уровне усвоения знаний. Тесты целесообразно использовать при закреплении нового материала, изученного на уроке. Использование отдельных вопросов при изучении нового материала также служит подготовкой к последующему итоговому контролю знаний с применением знаний с выбором ответа.

Контроль и оценка в учебной деятельности позволяет учителю и обучающемуся определить уровень усвоения учебного материала и выявить проблемы, а затем наметить индивидуальную и групповую коррекционную работу. Основной целью контроля и оценки качества знаний является определение качества усвоения программного материала – уровня овладения знаниями, умениями, навыками, предусмотренными стандартом по математике.

На уроках лучше применять разнообразные формы контроля и оценки знаний обучающихся.

Рисунок 1 – Формы контроля и оценки знаний учащихся

Традиционная форма контроля – самостоятельная работа.

В зависимости от целей, которые ставятся перед самостоятельной работой, самостоятельная работа может быть:

- обучающей;
- тренировочной;
- повторительной;
- творческой;
- развивающей;
- контрольной;
- закрепляющей.

Тематический контроль знаний – это письменная контрольная работа. Частота и содержание контрольных работ определяются программой и тематическим планированием учебного материала. Итоговый контроль позволяет судить об общих достижениях обучающихся. Под итоговым контролем обычно понимается подведение итогов обучения за год, он состоит из системы тематического контроля. Основными целями контрольно-оценочной деятельности являются активизация учебно-познавательной деятельности и самооценка уровня усвоения материала.

Требования к выставлению оценки.

1. Оценивается любое, особенно успешное действие, а отметка ставится только за решение полноценной задачи.
2. Учитель и ученик по возможности определяют оценку в диалоге (внешняя оценка + самооценка). Ученик имеет право аргументированно оспорить выставленную оценку.
3. За каждую учебную задачу или группу заданий – задач, показывающих овладение отдельными умениями – ставится отдельная отметка.
4. За каждую задачу самостоятельной (контрольной работы) по итогам темы отметки ставятся всем ученикам. Ученик не может отказаться от

выставления этой отметки, но имеет право пересдать контрольную работу. В дневник заносятся обе отметки.

5. За задачи, решенные при изучении новой темы, отметка ставится только по желанию ученика.

Выводы и перспективы дальнейших исследований. Таким образом, мы видим, что систематический контроль и оценивание знаний и умений, обучающихся – одно из основных условий повышения качества образования. Умелое владение учителем различными формами контроля знаний и умений способствует повышению заинтересованности в изучении предмета, предупреждает отставание, обеспечивает активную работу каждого.

Контроль должен раскрывать индивидуальные особенности детей. Контроль повышает уровень подготовки к уроку, позволяет своевременно устранять недостатки и пробелы в знаниях.

Система оценивания выстраивается таким образом, чтобы учащиеся включались в контрольно-оценочную деятельность, приобретая навыки и привычку к самооценке и взаимооценке. Контроль на уроках математики – это неотъемлемый процесс обучения. Работа эта систематическая, разнообразная и многоплановая. Все виды контроля в совокупности позволяют многим обучающимся достигнуть обязательных результатов обучения.

Список литературы

1. *Князева Г.Ю.* Оценочная деятельность учителя: учебно-методическое пособие / Г.Ю. Князева. – М.: Педагогическое общество России, 2002. – 128 с.

2. *Селевко Г.К.* Современные образовательные технологии: учебное пособие / Г.К. Селевко. – М.: Народное образование, 1998. – 256 с.

3. *Фишман И.С.* Формирующая оценка образовательных результатов учащихся: методическое пособие / И.С. Фишман, Г.Б. Голуб. – Самара: Учебная литература, 2007. – 244 с.

4. *Челышкова М.Б., Ковалева Г.С.* Основные подходы к оценке качества подготовки обучаемых в России и за рубежом / М.Б. Челышкова, Г.С. Ковалева // Обзор. докл; Восьмой симпоз.: Квалиметрия человека и образования: методология и практика: Теория и практика квалиметр. мониторинга образования в России: (науч. апробация результатов систем мониторинга качества образования в России) / под науч. ред. Н.А. Селезневой. – М.: Исслед. центр проблем качества подгот. специалистов, 1999. – 61 с.

5. *Шамова Т.И.* Современные средства оценивания результатов обучения в школе: учебное пособие / Т.И. Шамова, С.Н. Белова, И.В. Ильина, Г.Н. Подчалимова, А.Н. Худин. – М.: Педагогическое общество России, 2007 – 192 с.

УДК 373.016:22.1

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ТРИЗ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ В НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЕ

Поклад Юлия Александровна
студентка 2 курса направления подготовки
«Педагогическое образование (с двумя профилями),
профили: Начальное образование. Английский язык»
ГОУ ВО ЛНР «ЛГПУ»
e-mail: yuliapok256@gmail.com

Научный руководитель:
Божко Вера Геннадиевна
кандидат педагогических наук, доцент,
доцент кафедры начального образования
ГОУ ВО ЛНР «ЛГПУ»

Аннотация. В статье раскрываются особенности использования ТРИЗ на уроках математики в начальной школе. Подчеркивается, что методы и приемы обучения решению изобретательских задач целесообразно выбирать с учетом психологических особенностей младших школьников.

Ключевые слова: обучение математике, теория решения изобретательских задач, начальная школа.

Актуальность и постановка проблемы. Современные социальные и производственные условия предъявляют новые требования к обучающимся. Владение только знаниями и базовыми навыками уже не является достаточным: учащийся должен постоянно развиваться, совершенствуя творческие и личностные качества. Актуализируется необходимость включения знаний и умений решения изобретательских задач в интеллектуальный багаж современного человека. Именно поэтому одной из технологий образования в начальной школе, соответствующей требованиям ГОС НОО ЛНР [2] является ТРИЗ (теория решения изобретательских задач).

Изучение опыта работы и анализ научной психолого-педагогической литературы позволили нам выявить противоречие между возможностями применения ТРИЗ в развитии творческой активности младших школьников и недостаточным использованием данной технологии в практике начальной школы, особенно в период дистанционного обучения. Учитель должен мобильно и оперативно реагировать на новые вызовы в системе начального образования.

Изложение основного материала. Теория решения изобретательских задач (ТРИЗ) – это универсальная методическая система, которая сочетает познавательную деятельность с методами активизации и развития мышления, что позволяет ребенку решать творческие и социальные задачи самостоятельно.

Главная задача ТРИЗ – предложение алгоритма, позволяющего без перебора бесконечных вариантов и решений проблемы найти наиболее подходящее решение, отбросив менее качественные. Или, говоря более простыми словами, ТРИЗ позволяет решить изобретательскую задачу так, чтобы в результате получить наиболее высокий коэффициент полезного действия [4].

ТРИЗ прошла большую историю своего развития. Можно встретить имена таких ученых как Бэкон, Декарт, Рибо, Пуанкаре, Цвикки, Осборн. Автором самой теории считается Г. Альтшуллер.

Первая публикация о ТРИЗ в 1956 г. была представлена в журнале «Вопросы психологии». Первоначально ТРИЗ была создана для применения в инженерной деятельности, но те закономерности, на которых она основана, позволяют использовать её и в других областях, в том числе и в педагогике.

Использование ТРИЗ в общеобразовательной школе началось в 1989 г. Продолжателем и разработчиком ТРИЗ-педагогики является А. Гин.

Основными методами считаются «метод проб и ошибок», мозговой штурм, морфологический анализ, синектика, метод фокальных объектов. С появлением ТРИЗ стало возможным массовое обучение технологии творчества. В процессе овладения инструментами теории младшие школьники приобретают навыки решения изобретательских задач, у них начинают формироваться качества творческой личности.

Универсальными принципами ТРИЗ являются все общедидактические принципы и принцип объективности законов развития систем; принцип противоречия; принцип идеальности; принцип конкретности.

В процессе конструирования занятий с использованием ТРИЗ приоритет отдается формам, методам и средствам обучения, которые позволяют организовать продуктивную деятельность учащихся.

Используя инструментарий ТРИЗ, целесообразно готовить учащихся к анализу задач с разных сторон: сначала перебирать возможные идеи и фиксировать их, используя наглядные иллюстрации; сопоставлять и, не детализируя, прогнозировать результаты наиболее плодотворных из них; составлять план решения и работать по ним; сравнивать разные способы решения; определять наиболее рациональный из них [5].

Необходимо придавать процессу решения изобретательских задач проблемный характер, вырабатывать у учащихся аналитико-синтетические умения, способность к теоретическим обобщениям. Не менее важными задачами является развитие навыков самостоятельной учебной работы, формирование умения работать с учебником, проявлять творческий подход во время выполнения домашних заданий.

Большое значение при использовании элементов ТРИЗ на уроках имеет педагогический оптимизм учителя. Развитие инициативы и творчества у учащихся, доверие к их возможностям, поддержка стремления к самосовершенствованию укрепляет у учащихся веру в свои возможности [1].

Важным фактором использования заданий ТРИЗ на достижение поставленной цели является постановка проблемы, связанной с жизненным опытом учащихся. Например, такая задача: «Пассажир оставил вещи в автоматической камере на хранение, а когда пришел их забрать, оказалось, что он забыл номер. Помнит только, что номер имел числа 23 и 37. Чтобы открыть камеру, нужно правильно набрать пятизначный номер. Какое наибольшее количество номеров нужно перебрать, чтобы открыть камеру?»

Важным аспектом использования ТРИЗ на уроках являются вопросы учителя. Они различаются по цели, содержанию, языковому и информационному оформлению. Наиболее эффективными являются проблемные вопросы, ответ на которые не содержится в известных ученику знаниях.

В процессе решения изобретательских задач следует учитывать важное методологическое значение метода математического моделирования. Используя математическое моделирование для решения той или иной задачи, естественно показать, как работает математика, как формализовать условие задачи, не учитывая несущественные детали, как выбрать метод решения полученной математической модели и реализовать его, как интерпретировать результат.

Активно учитывается тот факт, что дети 7-11 лет отдают предпочтение игровой деятельности. Познавательные игры способствуют развитию мышления, памяти учащихся, формированию у них умений различать главное и второстепенное, наблюдать, сравнивать, проводить обоснованные рассуждения, осуществлять самоконтроль и тому подобное.

Известно, что события, которые значительно продвигали науку вперед, иногда рождались во время игры. Увлечение Л. Эйлера игровой комбинаторной задачей о кенигсбергских мостах повлекло зарождение идей новой науки – топологии. В азартных играх в карты и кости, превращаясь в исследователей, М. Тарталья, Б. Паскаль начали рассуждать о научных аспектах комбинаторики. 15-летний Б. Паскаль, рисуя на полу углем, самостоятельно доказал много теорем геометрии Евклида и даже дошел до ее определяющих понятий; в 14 лет К. Максвел, играя булавками и нитью, установил, как с их помощью можно начертить овал [6, с. 148–157].

Чтобы стимулировать творческую активность детей и устранить отрицательное воздействие психологической инерции, целесообразно использовать различные методы и приёмы, применяемые в решении изобретательских задач на уроках математики, например, такие: «Нестандартный вход в урок», «Хорошо-плохо», «Да-нет» [3; 4].

Начиная с первого класса целесообразно проводить дидактические игры на непосредственный перебор. Например, на одном из первых уроков «Взаимное размещение предметов в пространстве» после ознакомления учащихся с направлениями движения: слева направо, справа налево, сверху вниз, снизу вверх можно в конце урока рассмотреть дидактическую игру «Флажок» (игра длится примерно 15 минут).

Цель: учить детей различать предметы по расположению, размещать предметы на плоскости листа бумаги, организовывать непосредственный перебор, развивать соответствующие качества мышления.

Материал к игре: карандаши красного, синего и желтого цветов.

Методика проведения: учитель читает условие: «Сказочной стране нужен флаг, на котором было бы три (горизонтальные или вертикальные) разноцветные, одинаковые по размеру полосы. Совет страны объявил конкурс флажков, но выставил условие – использовать только три цвета: красный, синий и желтый. Нарисуйте как можно больше флажков, которые бы, на ваш взгляд, подошли этой стране. Располагайте полосы сначала слева направо, а затем сверху вниз».

Учитель рисует на доске образец флажка и предлагает ученикам нарисовать сначала один такой флажок и разместить на нем разноцветные полосы, затем другой и так далее. После выполнения учитель спрашивает у учеников, сколько флажков они нарисовали, какие цвета использовали, в каком порядке, есть ли одинаковые флажки. Показывает варианты флажков, которые ученики не смогли нарисовать. Голосованием выбирается флажок для сказочной страны.

Ученики воспринимают задачи, которые составлены в форме игры или имеют сказочный сюжет, именно как задачи, подходят к их решению сознательно, но при этом играют.

При изучении темы «Нумерация» целесообразно рассматривать изобретательские задачи следующих видов.

Задача. Сколько двузначных чисел можно образовать из цифр 5 и 8? Прочитайте их. При решении этих задач строится дерево логических возможностей. С каждым классом сложность этих задач увеличивается.

Многие считают, что решение изобретательских задач невозможно при дистанционном обучении. Но, учитывая все преимущества использования POWER POINT и конференции ZOOM, мы разработали фрагмент работы над одной из задач.

Учитель включает демонстрацию слайда с условием задачи. Один из учащихся ее читает (рис. 1).

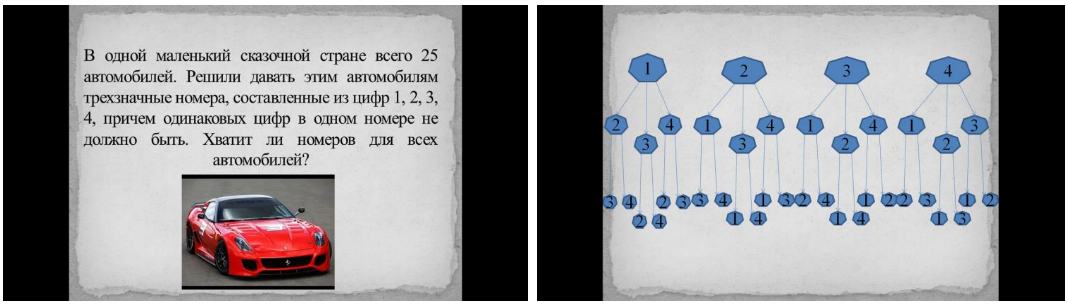


Рисунок 1 – Слайды из презентации

Ученики рассуждают с помощью учителя так: «Первой цифрой в номере может быть 1, 2, 3 или 4 (на экране появляются четыре точки). Сначала сложим все номера с первой цифрой 1. При этом второй цифрой может быть или 2, или 3, или 4 (на слайде появляются линии, следующие три точки). Если первая цифра 1, вторая 2, тогда третьей может быть только 3 или 4 (на этом же слайде появляются новые линии, и еще две точки)» и так далее. Аналогично с цифрами 2, 3 и 4. При этих рассуждениях на одном слайде постепенно с помощью анимации строится граф. Дети наглядно видят, как строится такое дерево логических возможностей. Граф помогает проводить перебор в определенной системе.

Правильное использование изобретательских задач на уроке математики создает благоприятные условия для переориентации детей на разные виды учебной деятельности, уменьшая при этом их утомляемость. При этом вообще не должно быть униженных и оскорбленных, а только победители и побежденные, необходимо создавать ситуацию, при которой каждый ученик, который проиграл сегодня, может выиграть завтра.

Методы и приемы обучения младших школьников решению изобретательских задач выбираются с учетом психологических особенностей детей младшего школьного возраста и должны быть направлены на развитие творческого мышления.

Выводы и перспективы дальнейших исследований. Современное обучение должно проводиться таким образом, чтобы у учащихся пробуждался интерес к знаниям, возрастала потребность в более полном и глубоком их усвоении, развивалась инициатива и самостоятельность в работе. Для этого необходимо, чтобы в школе особое место занимало использование таких технологий, которые обеспечивают активное участие в уроке каждого ученика, повышают авторитет знаний и индивидуальную ответственность школьников за результаты учебного труда. Одной из таких технологий является ТРИЗ.

Проблема применения ТРИЗ на уроках в начальной школе достаточно многогранна и еще далека от решения. При этом достижение положительного результата невозможно без устойчивой мотивации учеников к обучению.

Список литературы

1. *Волков Б.С.* Как помочь школьнику учиться? Психологическая поддержка и сопровождение / Б.С. Волков. – М.: Академический Проект, 2020. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.student library.ru/book/ISBN9785829125691.html (дата обращения: 03.04.2021).

2. Государственный образовательный стандарт начального общего образования [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://yadi.sk/i/7hTgWVvP3YCNKU, свободный (дата обращения: 03.04.2021).

3. *Кашкаров А.П.* Учим дома по ТРИЗ. Как сделать интересным каждое занятие / А.П. Кашкаров. – М.: Солон-Пресс, 2019. – 160 с.

4. *Меерович М.* Технология творческого мышления / М. Меерович. – М.: Альпина Паблишер, 2016. – 506 с.

5. *Пойа Д.* Как решать задачу. Пособие для учителей / Пер.с англ. В.Г. Звонаревой и Д.Н. Белла; Под ред. Ю.М. Гайдука. – 2-е изд., испр. – М.: Учпедгиз, 1961. – 207 с.

6. *Сухотин А.К.* Превратности научных идей / А.К. Сухотин. – М.: Мол. гвардия, 1991. – 272 с.

УДК 371.351.01.02

ЛОГИКА И ИНТУИЦИЯ В МАТЕМАТИЧЕСКОМ ОБРАЗОВАНИИ

Попова Юлия Игоревна
докторант 1 курса направления подготовки
«Научно-педагогическое» по образовательной программе
8D01510 – Математика
НАО «ЮКУ им.М.Ауезова»
e-mail:yuliyapopovanis@gmail.com

Научный руководитель:
Рахымбек Досымхан
доктор педагогических наук, профессор
кафедра «Математика»
НАО «ЮКУ им.М.Ауезова»

Абдуалиева Маржан Амирбековна
доктор PhD, доцент
кафедра «Физика»
НАО «ЮКУ им.М.Ауезова»

Дробышева Ирина Васильевна
доктор педагогических наук, профессор
кафедра «Высшая математика и статистика»,
Калужский филиал Финансового университета

Аннотация. Статья посвящена изучению взаимосвязи интуиции и логики в математическом образовании. Проанализированы основные проблемы развития математической интуиции и логики у учащихся в процессе введения и разъяснения новых понятий, в том числе и на интуитивном уровне, а также особенности процесса формирования понятий, в котором дидактически соотносится интуиция и логика.

Ключевые слова: интуиция, логика, математическое творчество, образование.

Актуальность и постановка проблемы. В процессе обучения математике вопрос о взаимоотношении логики и интуиции встает особенно остро, когда приходится решать проблему уровня строгости преподавания того или иного ее раздела. Попробуем обсудить некоторые аспекты проблемы логической строгости в изложении математических курсов. Математика зарождается в определениях и развивается в теоремах. Поэтому мы начнем с вопроса: как отыскать дидактически целесообразное соотношение логики и интуиции в выборе формулировок математических определений? Насколько такое определение должно быть логически строгим и в какой степени оно может опираться на интуицию? Среди математиков-профессионалов бытует мнение, что самый лучший способ определить какое-либо математическое понятие – это дать ему строгое, логически безупречное определение. Исходным моментом в процессе выведения общих понятий является связь понятий с ощущениями, которая, по мнению Эйнштейна, носит интуитивный характер. С ее помощью в сознании ученого возникает ряд смутных ассоциаций, предваряющих логические и математические построения.

Изложение основного материала. В течение многих столетий математика является неотъемлемым элементом системы общего образования всех стран мира. Объясняется это уникальностью роли учебного предмета «Математика» в формировании личности. Математика – особая сфера знания, и единственным средством ее обоснования и критерием истинности ее положений может быть только интуиция как непосредственная самоочевидная ясность, доступная человеку.

Прежде всего, занятия математикой развивают логическое мышление. Универсальный элемент мышления – логика. Полноценное развитие мышления современного человека, осуществляемое в ходе самопознания и общения с другими людьми, в ходе рассуждений и знакомства с образцами мышления, невозможно без формирования известной логической культуры. Математическое знание обладает специфической особенностью, которая заключается в том, что математика оперирует объектами особой природы. Это объясняется внутренними потребностями развития математической науки, абстрактно-логическим характером ее понятий. Исключительная степень абстракции, отвлеченность математических понятий позволяют математически описывать самые разнообразные процессы в природе и обществе. При этом математика, быть может, как ни одна другая наука, придает особое значение строгости логического доказательства своих положений и выводов. Таким образом, основные понятия математики в процессе своего получения действительно связаны с непосредственным интуитивным восприятием.

Некоторых исследователей смущает тот факт, что интуицию, в отличие от логического, нельзя подвести под систему известных правил и закономерностей. Настораживает их, видимо, то, что разделение понятий «интуитивное» и «логическое» свидетельствует об алогичности интуиции со всеми вытекающими отсюда последствиями. Очевидно, это обстоятельство и наталкивает на мысль о возможности и даже необходимости алгоритмизации интуиции. «Познание как один из видов человеческой деятельности ... не может не быть алгоритмичным. Поэтому утверждение о невозможности алгоритмического представления интуиции равносильно утверждению о том, что некоторые виды умственной деятельности не подчиняются никаким внутренним законам» [1].

Интуиция прокладывает путь логике. Некоторые виды представлений, считает Ж. Адамар, «могут дать мысли ход более логический, другие – ход более интуитивный» [2]. Однако от одной логической системы к другой можно перейти (совершить скачок) лишь с помощью интуиции. Пуанкаре отмечает, что интуиция не может дать нам ни строгости, ни даже достоверности. Поэтому неизбежен логический элемент в математике. Логика и интуиция имеют каждая свою необходимую роль. Обе они неизбежны. Логика есть орудие доказательства, интуиция – орудие изобретательства. Разум – слуга двух господ: логика доказывает, а интуиция творит [3].

Подлинное творчество «должно быть не в ладах с логикой и здравым смыслом». «Интуиция начинается там, где отбрасываются логические пути анализа проблемы...» [4].

Опыт, приобретаемый в процессе решения математических задач, способствует развитию как навыков рационального мышления и способов выражения мысли (лаконизм, точность, полнота, ясность и т.п.), так и интуиции – способности предвидеть результат и предугадать путь решения.

Чтобы научиться эффективно пользоваться интуитивным мышлением, рассмотрим следующие замеченные многими исследователями закономерности. Счастливая мысль осеняет человека, как правило, не в то время, когда он трудится над проблемой, а после того, как, не найдя решение и устав от бесплодных усилий, он временно откладывает задачу, забывает о ней. Идея рождается либо благодаря ничтожному намеку, либо же без всякого видимого толчка, свидетельствуя о подсознательной работе, совершающейся в мозгу независимо от воли и сознания. Выдающийся математик и физик Анри Пуанкаре заметил, что эти внезапные внушения не происходят иначе, как после нескольких дней волевых усилий, казавшихся совершенно бесплодными, так что весь пройденный путь в конце концов представлялся ложным. Но эти усилия оказываются в действительности не такими уж бесплодными, как это казалось; это они пустили в ход машину бессознательного, которая без них не стала бы двигаться и ничего не произвела. Скачок воображения лишь венчает длительные и упорные размышления над проблемой.

Отличительной же особенностью логического мышления является то, что оно от истинных посылок всегда приводит к истинному заключению, не опираясь при этом на опыт, интуицию и другие внешние факторы. Но не только и не столько умением использовать строгую логику обусловлена способность мышления открывать новые факты. Подобное сомнение высказывал еще Г. Галилей: «Мне кажется, что логика учит познавать, правильно ли сделаны выводы из готовых рассуждений и доказательств, но чтобы она могла научить нас находить и строить такие рассуждения и доказательства – этому я не верю»

[5]. Вторым важным условием этого процесса выступает способность мышления к интуитивным суждениям. «Доказывают при помощи логики, изобретают при помощи интуиции», – утверждал французский математик А. Пуанкаре [6]. Его мнение разделял русский математик В.А. Стеклов: «Метод открытия и изобретения один и тот же, та же интуиция, ибо при помощи логики никто ничего не открывает» [7].

Интуиция-догадка – это прямое внелогическое усмотрение такого факта, который по прошествии определенного времени будет обоснован и доказан строго логическим путем. Суждение в значительной мере протекает бессознательно или подсознательно в короткие промежутки времени и проявляется как «озарение», «прозрение». Усмотренный в результате факт в рамках определенной формальной системы может быть логически сведен к некоторым исходным основным положениям, принятым за аксиомы или постулаты. При этом последующее строго логическое доказательство происходит через такой промежуток времени, который абсолютно несопоставим по продолжительности с актом «озарения» [8]. Для этого могут понадобиться часы, дни и даже годы. Способность к интуиции-догадке наиболее ярко проявляется в человеке при его занятиях математикой. Если эта способность оказывается развита в нем сильно, он становится выдающимся математиком.

Я. Стюарт считает, что «главной целью подготовки математиков следовало бы сделать оттачивание их интуиции до такой степени, чтобы она превратилась в управляемое орудие исследования» [9].

Важность интуиции не только в науке, но и в образовании подчеркивал А. Пуанкаре: «Нам нужна способность, которая позволяла бы видеть цель издали, а эта способность есть интуиция. Она необходима исследователю в выборе пути, она не менее необходима для того, кто идет по его следам и хочет знать, почему он выбрал его» [6].

Под «интуицией» Пуанкаре часто понимает дар математического творчества, способность к математическому изобретению, к открытию новых математических идей. В этом смысле «интуиция» отличается у него от «логики» как искусства доказательства уже найденных идей. Отличается, но не противопоставляется. Понятые в этом значении «интуиция» математика и «логика» математика друг друга предполагают и взаимно дополняют. «Посредством логики доказывают, – поясняет Пуанкаре, – посредством интуиции изобретают».

«Математическая интуиция» вовсе не предназначена для замены логического доказательства. Она важна в тех случаях, когда не хватает средств логического анализа, когда математическое положение не может быть непосредственно выведено из имеющихся данных. Иными словами, «математическая интуиция» необходима в тех случаях, когда упомянутые «безумные и сумасшедшие идеи» требуют математического описания, чтобы быть подвергнутыми экспериментальной проверке, после чего совершенно не исключено, что они могут стать основой повой физической теории. Так вслед за «математической интуицией» идет «экспериментальная», позволяющая найти возможные, а подчас и кратчайшие пути проверки полученных данных.

Практика преподавания курса математики как в школе, так и в вузе показывает, что на окончательное формирование представления о некотором математическом понятии интуитивная деятельность учащихся оказывает не меньшее влияние, чем непосредственное изучение формального определения этого понятия. Т.С. Маликов прекрасно объясняет это явление: «Внутренняя причина этого, на наш взгляд, достаточно очевидна: интуиция обращается к объективной реальности и потому отражает объект наиболее полно и целостно, учитывая совокупность его свойств в комплексе. В то же время в логике номинальное определение математического объекта, отражающего изучаемый реальный объект, подвержено лишь требованиям логического характера. Поэтому логически удовлетворительным является любое определение, обеспечивающее полное соответствие между исходным реальным объектом и его математическим вариантом лишь с точки зрения объема понятий» [10].

Итак, чтобы процесс формирования понятия шел у учащихся наиболее успешно, преподавателю необходимо выработать такое определение этого понятия, в котором дидактически целесообразно соотносились бы интуиция и логика. При этом по мере изучения предмета логическая строгость определений изучаемых понятий может усиливаться. Так, вначале понятие может быть введено на полностью интуитивном уровне. Затем во время работы с ним у самих учащихся возникает потребность уточнить его определение. Так может происходить несколько раз в ходе изучения курса. Каждый уровень строгости в определении понятия должен быть подготовлен преподавателем, а учащиеся должны дорасти до него, дозреть, испытать органическую потребность в таком уточнении. Усиление логической строгости должно происходить постепенно через противопоставление с интуицией и эвристическими методами рассуждений. А.Г. Мордкович выделяет два условия, при выполнении которых, по его мнению, следует вводить строгое формальное определение сложного математического понятия:

1) у учащихся накопился достаточный опыт для адекватного восприятия вводимого понятия – опыт, содействующий пониманию всех слов, содержащихся в определении, на наглядно-интуитивном и рабочем уровнях;

2) у учащихся появилась потребность в формальном определении понятия [11]. Это в полной мере относится к таким фундаментальным понятиям, как функция, вектор, многоугольник, многогранник. Методика такого подхода к определениям становится особенно актуальной в настоящее время, когда первоначальное знакомство со многими математическими понятиями, особенно в курсе геометрии, переносится из старших классов во все более младшие.

Роль логики в этом процессе состоит в том, чтобы она, взаимодействуя с интуицией и эвристическими рассуждениями, способствовала развитию у учащихся сильной математической интуиции, на основе которой можно было бы продуктивно изучать математику и творчески работать в ней.

Теперь обратимся к теоремам и их доказательствам. Теоремы составляют существо математической науки, а их доказательства образуют ее живую ткань. Теоремы, лишенные доказательства, безжизненны, мертвы. Поэтому изучать математику путем усвоения теорем без их доказательства бессмысленно, это - не есть изучение математики. В математике теорема может быть либо доказана, либо не доказана. Понять структуру теоремы, метод ее доказательства и само доказательство помогает математическая логика. Доказательство теоремы, проведенное в полном соответствии с требованиями логики, и есть ее логически строгое доказательство. Оно может оказаться неправильным, в него может вкрасться ошибка: скажем, не все случаи рассмотрены, сделаны неверные допущения, неверно применено логическое правило построения умозаключения и т.п. Неверное доказательство - это, по существу, уже не доказательство. Его можно исправить (например, рассмотреть упущенную возможность), или оно исправлению не подлежит (искажена логика, требуется новая идея доказательства). История математики знает примеры, когда ошибки в доказательствах теорем обнаруживались спустя годы, десятилетия и даже века (такова, например, история пятого постулата Евклида). Таким образом, с точки зрения логики либо мы имеем доказательство теоремы, либо мы его не имеем.

В узких рамках учебного процесса не всегда бывает возможным привести полные и подробные доказательства всех теорем курса. Вот здесь и возникает методическое понятие нестрогого доказательства. Нестрогие доказательства должны возникать из логически строгих путем изъятия из них некоторых частей, которые при необходимости могут быть восстановлены самими учащимися или с помощью преподавателя. Например, не рассмотрены до конца все возможные случаи, при условии, что их рассмотрение происходит аналогично. Или дается лишь общая логическая схема доказательства без углубления в его детали. В самом крайнем случае может быть сообщена лишь общая идея доказательства, полная реализация которой потребует значительных усилий. При этом логика доказательства ни в коем случае не должна быть искажена. Потребность в выдаче нестрогих доказательств возникает практически у всякого преподавателя математики. Его методическая задача в этом случае состоит в том, чтобы, исходя из доказательства теоремы, сконструировать такое нестрогое доказательство, которое не нарушило бы логики исходного доказательства, которое не содержало бы математической или логической ошибки. В этом ему поможет знание основ математической логики.

Противники логически строгих доказательств в преподавании математики обвиняют их сторонников в том, что те пренебрегают интуицией, преподают математику в виде формальных цепочек умозаключений и доказательств с никому не нужной логической строгостью, приводящей лишь к торжеству формализма над здравым смыслом, к схоластике. Сюда добавляется аргумент, что те, кто будет работать с математикой как с прикладной наукой, нуждаются не в логически строгих доказательствах, а лишь в конечных результатах, в рецептах, вырабатываемых математикой для приложений. Наконец, их наиболее важный и принципиальный довод состоит в том, что любое открытие, в том числе в той же математике, делается не строгим логическим путем, а почти всегда основывается на интуитивных соображениях, правдоподобных рассуждениях, фантазии и предвидении конечного результата из каких-либо общих или конкретных соображений.

Как же все-таки следует преподавать математику – логически строго или рецептурно? Даже сами математики признают, что сконструировать до конца логически выдержанный математический курс не удается практически никогда. Выдающийся французский математик А. Пуанкаре отмечает по этому поводу: «Нельзя все доказать и нельзя все определить. Приходится всегда делать заимствование у интуиции. Неважно, сделаем ли мы это заимствование немного раньше или немного позже, будет ли оно немного больше или меньше, лишь бы мы, правильно пользуясь теми посылками, которые даны нам интуицией, научились правильно рассуждать» [6].

Тем не менее, строить все обучение математике лишь на правдоподобных рассуждениях и интуитивных соображениях также нельзя. Известный отечественный математик и педагог Л.Д. Кудрявцев формулирует такое положение по этому вопросу: «Преподавание математики должно быть по возможности простым, ясным, естественным и базироваться на уровне разумной строгости» [12]. Развивая этот тезис, он говорит, что при построении математического курса нельзя ограничиться заботой только о его внутренней логической стройности, сведя его к пусть даже безупречной, но формальной логической последовательности аксиом, определений, лемм, теорем и доказательств. Необходимо уделять достаточно большое внимание разъяснению понятий, в том числе и на интуитивном уровне, рассмотрению иллюстрирующих примеров, демонстрации применения изучаемых методов к решению конкретных задач. При этом степень логической строгости изложения может варьироваться даже в пределах одного математического курса: различные его части порой приходится излагать на разном уровне строгости.

Выводы и перспективы дальнейших исследований. Подводя итог этому общему обсуждению вопроса о логической строгости доказательств и математической интуиции в обучении математике, приведем слова известного венгерского математика, педагога и популяризатора науки А. Реньи: «Я принадлежу к сторонникам разумной строгости в преподавании математики, поскольку считаю, что без строгости математика не математика. Разумеется, это отнюдь не означает, что каждое утверждение необходимо строго доказывать: одну часть теоремы можно сформулировать без доказательства, другую обосновать при помощи эвристических рассуждений и лишь некоторые детали доказать со всей строгостью. Однако между различными типами информации необходимо проводить резкое различие: учащиеся всегда должны знать, что доказано и что приведено без доказательства. С особой осторожностью необходимо следить за тем, чтобы не принять за доказательство аргументацию эвристического характера. Не менее четкое различие нужно проводить между определениями и теоремами. Все это в равной мере относится к преподаванию любого раздела математики... Если преподаватель хочет убедить своих учеников в необходимости строгости, то убедить их в этом он сможет, тщательно подобрав примеры, когда небрежность, допущенная в доказательстве, приводит к явно ошибочным результатам» [13].

Список литературы

1. *Бычко И.В.* Научный поиск. / И.В. Бычко, Е.С. Жариков // Логика научного исследования. – М., 1995. – С. 226–230.
2. *Адамар Ж.* Исследование психологии процесса изобретения в области математики / Ж. Адамар. – М.: МЦНМО, 1970. – 152 с.
3. *Демин В.Н.* Основной принцип материализма / В.Н. Демин – М: Политиздат, 1988. – 240 с.
4. *Бароян О.* Талант исследователя / О. Бароян. – М: Литературная газета, 1968. – 11 с.
5. *Галилей Г.* Избранные труды / Г. Галилей – Т.1. – М.: Наука, 1964. – 664 с.
6. *Пуанкаре А.* О науке / А. Пуанкаре. – М.: Наука, 1983. – 560 с.
7. *Эрдниев П.М.* Укрупнение дидактических единиц в обучении математике / Б.П. Эрдниев. – М.: Просвещение, 1986. – 255 с.
8. *Игошин В.И.* Логика и интуиция в математическом образовании / В.И. Игошин // Педагогика. – М.: Академия, 2002. – С. 40–47.
9. *Стюарт Я.* Концепция современной математики / Я. Стюарт. – Минск: Вышэйшая школа, 1980. – 384 с.
10. *Маликов Т.С.* Логический и интуитивный компоненты в определениях математических понятий / Т.С. Маликов // Математика в школе. 1987. – №1 – С. 44–48.
11. Меморандум американских математиков // На путях обновления школьного курса математики. – М., 1976. – С. 207–210.
12. *Кудрявцев Л.Д.* Мысли о современной математике и ее изучении / Л.Д. Кудрявцев. – М.: Наука, 1977. – 112 с.
13. *Реньи А.* Трилогия о математике / А. Реньи. – М.: Мир, 2010. – 376 с.

УДК 372.851.2

МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ РЕШЕНИЮ ЛОГАРИФМИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ В СРЕДНЕЙ ШКОЛЕ

Савельев Валерий Михайлович
кандидат физико-математических наук,
доцент кафедры фундаментальной математики
ГОУ ВО ЛНР «ЛГПУ»
e-mail: svm59@mail.ru

Шарова Дарья Андреевна
учитель математики
ГУ ЛНР «ЛУВК №50 имени А.В. Федорчука»
e-mail: sharovadaria2000a@gmail.com

Аннотация. В статье освещена актуальность изучения темы «Логарифмические уравнения», как одной из основных тем в школьном курсе алгебры и начала анализа старшей школы. Подробно на примерах показаны решения логарифмических уравнений различными методами по уровням сложности. Указаны основные моменты, на которые нужно обратить внимание при решении, для предупреждения потери корней или возникновения посторонних.

Ключевые слова: логарифмические уравнения, корень уравнения, решение уравнения, потенцирование, логарифмирование, ОДЗ.

Актуальность и постановка проблемы. Изучение логарифмических уравнений является одной из основных содержательных линий школьного курса алгебры и начала анализа, которая имеет разветвленную систему внутренне – предметных связей с другими линиями курса и довольно широко используется при изучении других дисциплин. Поэтому традиционно логарифмические уравнения встречаются в задачах ЕГЭ по математике. Как свидетельствуют аналитические отчеты Центра оценивания качества образования ИС РО РАО, результаты выполнения этих задач в последние годы ухудшились, что требует поиска путей совершенствования методики изучения логарифмических уравнений и неравенств.

Анализ исследований и публикаций. Для осмысления целостности формирования приемов учебной деятельности учащихся по решению уравнений и неравенств важны результаты психологических и педагогических исследований, исследований методистов, связанных с анализом учебной деятельности. Анализ дидактических особенностей формирования знаний и умений учащихся, связанных с решением логарифмических уравнений и неравенств, опирается на исследования дидактических закономирностей организации личностного ориентированного обучения (работы М.А. Данилова, И.Я. Лернера, В.В. Серикова, А.В. Хуторского, З.И. Слепкань и др.)

Цель статьи: теоретически обосновать и разработать отдельные компоненты методической системы обучения старшеклассников решению логарифмических уравнений и неравенств, раскрытие важных моментов процесса решения.

Изложение основного материала. Напомним, что логарифмические уравнения решаются с использованием: определения логарифма, свойств логарифмов, логарифмических тождеств; потенцированием; логарифмирования обеих частей уравнения; сведением к одной основе; методом замены переменной; применением монотонности функций, которые стоят под знаком логарифма.

При введении понятия логарифма и свойств логарифмической функции необходимо значительное внимание уделить умению применять основное логарифмическое тождество, а также формулу перехода от одного основания логарифма к другому.

Приступая к решению логарифмических уравнений, надо учитывать, что все свойства логарифмической функции были доказаны при условии, что выражения, стоящие под знаком логарифма, положительные.

Например,

$$\log_a xy = \log_a x + \log_a y$$

только при

$$x > 0 \text{ и } y > 0.$$

Если же в уравнении или неравенстве находится выражение-произведение, то оно будет положительным не только тогда, когда x и y положительны, но и тогда, когда x и y будут одновременно отрицательны. В этом случае формулу «логарифм произведения» не используют, потому что возможна потеря корней.

Структура равносильных преобразований уравнений.

Область определения.

Ограничения, которые необходимы для обеспечения прямых и обратных преобразований.

Соответствующие свойства числовых равенств или свойства соответствующих функций.

Как видим, чтобы выполняемые преобразования были равносильны, необходимо, чтобы выполнялись и обратные преобразования в области определения данного уравнения.

Желательно по возможности не использовать формулы логарифмирования произведения, частного, и четной степени, если это приводит к сужению области определения уравнения, а пользоваться этими формулами только справа налево, что приводит к расширению области определения (в этом случае возможно разве что появление посторонних корней, но их можно отсеять проверкой).

Пример: Решить уравнение

$$2\lg x(x-1)=\lg(x-1)^2+4. \qquad (1)$$

Решение: В области определения уравнения это уравнение равносильно уравнению

$$\lg(x(x-1))^2-\lg(x-1)^2=4, \qquad (2)$$

которое, в свою очередь, равносильно уравнению

$$\lg\frac{x^2(x-1)^2}{(x-1)^2}=4. \qquad (3)$$

Все преобразования равносильны, так как на области определения данного уравнения можно выполнять преобразования (1) – (2) – (3) и обратные преобразования (3) – (2) – (1). Сократив в уравнении (3) дробь на $(x-1)^2$ ($(x-1)^2\neq 0$ на области определения), получим равносильное уравнение:

$$\lg x^2=4. \qquad (4)$$

Это уравнение по определению логарифма равносильно уравнению

$$x^2=10^4. \qquad (5)$$

Отсюда $x=\pm 100$. Поскольку эти значения входят в область определения уравнения и никаких дополнительных ограничений у нас не было, то $x=\pm 100$ – корни данного уравнения.

Следует обратить внимание учащихся на то, что при решении логарифмических уравнений можно пользоваться не только равносильными преобразованиями, но и получать уравнения-следствия (когда мы гарантируем только прямые преобразования и не гарантируем обратные). Ученики должны понимать, что при использовании уравнений-следствий возможно появление посторонних корней и поэтому, в этом случае, проверка является составной частью решения уравнения.

Следует обратить внимание учащихся на то, что определенной аккуратности требует использование формулы перехода от одной основы к другой:

$$\log_a N=\frac{\log_b N}{\log_b a},$$

где $N>0, a>0, a\neq 1, b>0, b\neq 1$.

Если a и b – числа, не равные единице, то эту формулу можно применять и слева направо и справа налево (при $N>0$), т.е. использования этой формулы при решении уравнений или неравенств приводит к уравнению (неровности), равносильное данному. Если же новым основанием логарифма является выражение с переменной, то может оказаться, что это выражение на области определения исходного уравнения равно единице, а после применения формулы перехода от одного основания к другому выражение, стоящее в основании логарифма, уже не равно единице. В этом случае применения формулы перехода от одного основания к другому может привести к потере тех корней исходного уравнения, для которых новое основание логарифма равно единице.

Суммируя эти рассуждения, делаем выводы: если при переходе от одного основания логарифмов к другому новому основанию – число обычно больше нуля и не равно единице, то получим уравнение, равносильное данному на его области определения.

Если приходится использовать выражение с переменной как новое основание логарифма, то, чтобы не потерять корни уравнения, необходимо рассматривать два случая:

1. выражение, которое берется как новое основание, равно единице (если это возможно на области определения рассматриваемого уравнения), и проверяем, будут ли эти значения переменной, при которых выражение равно единице, корнями данного уравнения;

2. новое основание не равно единице – в этом случае пользуемся формулой перехода от одного основания логарифма к другому.

Желательно обратить внимание учащихся на то, что некоторые логарифмические уравнения, сведенные к виду $f(x)=0$, можно решить с помощью разложения левой части уравнения на множители.

Достаточно часто встречаются уравнения, члены которых являются степенями, в которых основание и показатель степени – функции от переменной величины.

Пример 1. Решить уравнение $x^{\log_4 x-2}=2^{3(\log_4 -1)}$.

Решение: Область определения: $x>0$. Тогда левая и правая части этого уравнения положительны на области определения. Прологарифмируем обе части по основанию 4:

$$\log_4(x^{\log_4 x-2})=\log_4(2^{3(\log_4 -1)}).$$

Получаем уравнение, равносильное данному на области определения:

$$(\log_4 x-2)\cdot\log_4 x=3(\log_4 x-1)\cdot\log_4 2.$$

Обозначим $\log_4 x=y$ и, учитывая, что, $\log_4 2=\frac{1}{2}$, имеем:

$$(y-2)y=3(y-1)\cdot\frac{1}{2}.$$

Откуда $y=3$ или $y=\frac{1}{2}$.

Тогда $\log_4 x=3$ или $\log_4 x=\frac{1}{2}$. Итак,

$$x=4^3=64 \text{ или } x=4^{\frac{1}{2}}=2.$$

Поскольку эти значения входят в области определения, то $x=64$ и $x=2$ – корни данного уравнения.

Подводя итоги решения этого уравнения, желательно обратить внимание учащихся на то, что в этом уравнении (в его левой части) переменная входит и в основание, и в показатель степени. Целесообразно зафиксировать в тетрадях учеников уравнение, в котором переменная входит и в основание, и в показатель степени, чаще всего решается логарифмированием обеих частей уравнения.

Слово «чаще всего» присутствует в приведенном правиле в связи с уравнениями типа:

$$x^{2\log_4(x+1)} = 4x+4.$$

На его области определения это уравнение равносильно уравнению:

$$x^{\log_4(x+1)^2} = 4x+4,$$

которое по основной логарифмической тождеством равносильно (в области определения) уравнению

$$(x+1)^2 = 4x+4.$$

Отсюда $x=-1$ (не входит в область определения) или $x=3$ (входит в области определения и является корнем).

После отработки этого правила на примерах целесообразно предложить учащимся более общий подход (он, как правило, используется тогда, когда нет возможности взять логарифм от обеих частей уравнения) – переход от степени, в основании которого стоит выражение с переменной, в степень с числовым основанием по формуле:

$$(f(x))^{\varphi(x)} = a^{\varphi(x)\log_a f(x)}, \text{ где } a>0, a\neq 1.$$

Замечание. Очевидно, что при $f(x)>0$ эту формулу можно применять как слева направо, так справа налево. Если мы используем эту формулу при решении уравнения, на области определения которого $f(x)>0$, то мы гарантируем и прямые, и обратные преобразования, то есть гарантируем равносильность образованного уравнения на области определения данного.

Необходимо обратить внимание учащихся на то, что идея логарифмирования обеих частей уравнения (или неравенства) является достаточно плодотворной и может использоваться для решения различных типов уравнений, начиная с простейших показательных типа $2^{x+3}=5$ (по определению логарифма или прологарифмировав обе части по основанию 2, имеем:

$$x+3=\log_2 5, \text{ то есть } x=\log_2 5\text{-}3.$$

Учитывая, что в последние 40-50 лет в старших классах средней школы реализуется функциональный подход к уравнению, будем считать, что степени, в которых и основание, и показатель степени являются функциями от переменной величины, определены только для тех значений переменных, при которых их основания положительны (если в самом условии задачи не сказано обратное).

Выводы и перспективы дальнейших исследований. По нашему мнению, тема «логарифмические уравнения» является доступной для изучения учащимися старших классов. Дальнейшие поиски в направлении исследования этой проблемы могут быть связаны с составлением и решением математических, физических, экономических задач прикладного характера, касающихся различных сфер жизни, что в свою очередь окажет положительное влияние на теоретические и практические знания, умения и навыки учащихся старшей школы.

Материалы статьи будут полезны для старшеклассников как при изучении данной темы, так и при подготовке к ЕГЭ.

Список литературы

1. *Вавилов В.В.* Задачи по математике. Уравнения и неравенства. Справочное пособие. [Текст] / В.В. Вавилов, И.И. Мельников, С.Н. Олехник, П.И. Пасиченко. – М.: Наука, 1987. – 240 с.

2. *Колмогоров А.Н.* Алгебра и начала математического анализа. [Текст] / А.Н. Колмогоров, А.М. Абрамов, Ю.П. Дудницын. – М.: Просвещение, 2008. – 384 с.

УДК 373.5.016:514.1:7.01

РЕАЛИЗАЦИЯ ПОЗНАВАТЕЛЬНО-ЭСТЕТИЧЕСКОГО ПОТЕНЦИАЛА ФРАКТАЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ В ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ УЧРЕЖДЕНИЯХ

Сергиенко Полина Викторовна
студентка 3 курса направления подготовки
44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки),
профили: Физика. Математика»
ГОУ ВО ЛНР «ЛГПУ»
e-mail: polina_sergiyenko@list.ru

Научный руководитель:
Жовтан Людмила Васильевна
кандидат педагогических наук, доцент,
доцент кафедры высшей математики и
методики преподавания математики
ГОУ ВО ЛНР «ЛГПУ»

Аннотация: Статья посвящена вопросам изучения элементов фрактальной геометрии в различных школьных курсах. Рассмотрены методические особенности изучения данной темы на уроках различных предметов, приведены рекомендации о подаче материала и организации учебной деятельности учащихся разных классов. Особое внимание уделено эстетическому и воспитательному аспектам преподавания данной темы.

Ключевые слова: общеобразовательные учреждения, фрактальная геометрия, познавательный потенциал, эстетический потенциал, воспитательный аспект.

Актуальность и постановка проблемы. Современная система образования, являясь несовершенной, обуславливает необходимость изменений, внедрения новых технологий, форм и методов обучения, что влечет за собой необходимость пересмотра программного материала. Исходя из сложностей для учащихся в усвоении знаний, формировании умений и навыков в сфере точных наук, данные изменения являются особенно востребованными. Именно при изучении физики, математики, химии, информатики у школьников возникает наибольший диапазон трудностей, приводящих к непониманию основ изучаемых предметов, невозможности установления причинно-следственных связей, а, следовательно, отсутствию понимания реального прикладного значения в повседневной жизни. Последнее приводит к отсутствию у школьников мотивации изучения предметов естественно-математического цикла.

Исходя из вышеперечисленных проблем, возникает потребность в пересмотре школьных программ, а также во введении в школьный курс тем, которые, помимо прикладного значения, будут катализатором развития интереса у школьников к изучению наиболее сложных для понимания предметов. На наш взгляд, одной из таких тем является фрактальная геометрия. На этапе получения общего среднего образования изучение элементов фрактальной геометрии позволит установить метапредметные связи, объединив между собой изучение математики, физики, информатики, географии, химии, биологии. Следует также отметить возможность использования знаний, полученных при изучении элементов фрактальной геометрии при изучении предметов гуманитарного циклов, – на уроках литературы, мировой художественной культуры, изобразительного искусства.

Данная статья посвящена вопросу возможности использования фракталов для формирования эстетического потенциала школьников, что позволит привлечь обучающихся к изучению сложных тем через призму внешней привлекательности их графического изображения.

Изложение основного материала. Фрактальная геометрия – одно их перспективных математических направлений, в основе которого – выдвижение новых математических идей, развитие программирования, компьютерной графики, а также художественного творчества. Основоположником данного направления является Б. Мандельброт, занимавшийся изучением фракталов и внедрением полученных знаний о них в своих работах [1]. Следует отметить, что на современном этапе развития математической науки растет интерес к изучению фрактальной геометрии в плане их прикладного значения. Так, перспективам использования фрактальной геометрии в геологии и геофизике посвящены работы Э. Утемова [2], вопросам применения фракталов в экологии – труды Б. Макгилл [4], в биологии – Д.Б. Гелашвили.

Исходя из широкого спектра применения фрактальной геометрии при изучении различных областей наук, обуславливающих возможность построения метапредметных связей в системе изучения школьных предметов, считаем необходимым ввести изучение элементов фрактальной геометрии в школьный курс. Данному вопросу посвящены публикации Е.С. Смирновой [6]. Несмотря на то, что автор исследовал методику обучения фрактальной геометрии несколько иной категории обучающихся – студентов, считаем возможным использовать отдельные элементы предложенной технологии в школьном обучении. Необходимость включения в школьный курс элементов фрактальной геометрии в своих исследованиях подчеркивает Н.Х. Розов [3]. Вопросы практического введения элементов фрактальной геометрии в программы школьного обучения рассмотрены в работах В.А. Далингера [5]. Таким образом, проведенный анализ научной литературы свидетельствует о повышенном внимании к изучению элементов фрактальной теории и подтверждает актуальность выбранной темы.

В данной статье мы рассматриваем фрактал как геометрическую фигуру, которая может быть поделена на части, каждая из которых будет представлять собой уменьшенную копию целого [7]. Как известно, для построения любой геометрической фигуры необходимы базовые знания по геометрии. Не являются исключением и фрактальные фигуры. Сложность, многогранность, точность, симметричность их обусловили появление отдельного направления в математической науке – фрактальной геометрии.

Фрактальная геометрия как геометрия дробной (фрактальной) размерности [6] предполагает наличие основных ее свойств, среди которых:

– нерегулярность, что предполагает работу с недифференцируемой функцией, т.е. ее график ни в какой точке на всем своем протяжении не является линейным;

– самоподобность, состоящая в понимании того факта, что каждая, отдельно взятая часть фрактала повторяет в своем развитии развитие всего фрактала в целом и воспроизводится в различном масштабировании без видимых изменений;

– размерность, предусматривающая возможность обладания каждой кривой дробной фрактальной величиной [8].

Наличие данных свойств, а также сложность изучаемых фигур влечет за собой появление различных видов фрактальных объектов: геометрических, алгебраических, стохастических, которые могут найти свое отображение при изучении различных предметов школьной программы.

Так, на уроках математики фрактальные фигуры могут быть рассмотрены при изучении следующих тем: «Фрактальная геометрия треугольников» (на примерах треугольника Серпинского и треугольника Паскаля), доказательство с помощью фрактальной теории некоторых теорем (на примере теоремы Пифагора), «Геометрия фрактальной ломаной» (на примерах кривой Коха и линии Пеано).

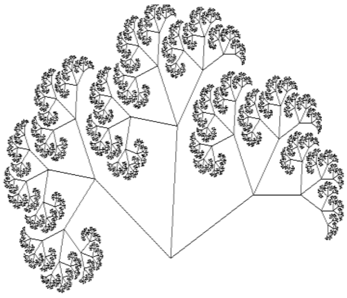
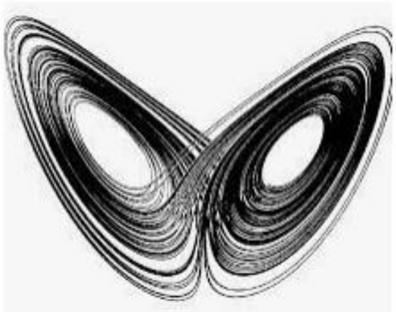
На уроках физики возможно рассмотрение таких тем: «Физическая интерпретация фракталов» (проведение опыта с колебаниями математического маятника), «Различные фрактальные состояния», «Фрактальные антенны».

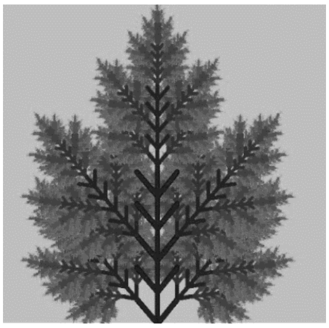
При изучении информатики возможно изучение фрактального сжатия изображения, фрактальной графики, уроки географии можно посвятить рассмотрению фрактальных особенностей береговой линии, а уроки биологии – изучению фрактальной структуры организма животных.

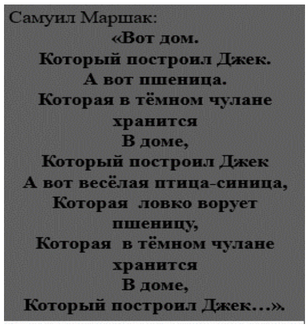
Использование фракталов на уроках информатики предполагает построение различных математических графиков, которые позже будут представлены в эстетическом виде. Обучающиеся смогут увидеть трансформацию цифр в необычно красивом виде, что будет способствовать раскрытию творческих возможностей учащихся. Таким образом, возможна реализация не только познавательного, но и эстетического потенциала данного материала.

Вышеперечисленные учебные предметы школьной программы относятся к дисциплинам естественно-математического цикла, но не меньше возможностей для использования фрактальной теории при изучении предметов гуманитарного цикла. Так, на уроках литературы можно выявить художественные тексты, обладающие фрактальной природой, что предполагает наличие повторяющихся слов и словосочетаний. Примерам фрактального текста могут служить стихотворение М. Яснова «Чучело-Мяучело», песня А. Арканова « У попа была собака», стихотворение С. Маршака «Дом, который построил Джек», а также фрактальные венки, используемые при построении сонетов. Использование фрактального метода в литературе дает возможность придать эстетический потенциал математическому методу. Так, благодаря фракталам могут создаваться оригинальные произведения, которые смогут заинтересовать обучающихся к изучению поэзии, а впоследствии мотивировать учащихся к созданию своего индивидуального литературного стиля, что будет способствовать развитию творческого, эстетического потенциала личности обучающихся.

Следует отметить наличие фрактальной геометрии, а также результатов ее анализа при изучении мировой художественной культуры, входящей в школьную программу. Фрактальный метод способствует более глубокому осмыслению произведений искусств в области архитектуры, живописи, скульптуры, что позволяет составить полную картину о строении объектов, а также об их композиции. Благодаря использованию математического метода фрактальной геометрии, обучающиеся общеобразовательных учреждений смогут не только восхититься красотой уже готового произведения искусства, но и представить план его реализации с точки зрения геометрии фракталов, что в будущем позволит им самостоятельно проектировать и создавать самые смелые идеи.

<table>
<tr>
<td>Урок математики

«Построение дерева Пифагора»</td>
<td>Урок физики

«Построение фазовых кривых-аттракторов»</td>
<td>Урок информатики

«Использование фрактальной графики»</td>
</tr>
<tr>
<td>Урок биологии

«Фрактальное строение растений»</td>
<td>Урок географии

«Береговая линия Британии»</td>
<td>Урок литературы


Изучение стихотворения С. Маршака «Дом, который построил Джек»</td>
</tr>
</table>

Рисунок 1 – Примеры использования фрактальной геометрии в рамках изучения различных школьных дисциплин

Выделим несколько доводов в пользу целесообразности использования фрактальной геометрии в рамках изучения школьных предметов.

Во-первых, изучение фрактальной геометрии в общеобразовательных учреждениях позволит создать метапредметные связи, на первый взгляд несвязанных между собой, предметов (изобразительного искусства, биологии, математики, информатики, музыки, географии, физики), что позволит более основательно изучить объект или явление.

Во-вторых, использование фрактального математического метода будет способствовать решению нестандартных задач – не только математических, но и эстетических, а также формированию абстрактно-логического мышления.

В-третьих, синтез математического метода познания с эстетической реакцией на итоги собственной деятельности будут способствовать популяризации имиджа математики как науки среди обучающихся общеобразовательных школ.

В-четвертых, использование современного метода обучения фрактальной геометрии будет стимулировать научно-исследовательскую работу среди учащихся, что, в свою очередь, будет способствовать развитию интереса не только к математике, но и к науке в целом.

В-пятых, применение нестандартных форм и методов обучения способствует развитию креативных творческих способностей обучающихся, что впоследствии повлияет на развитие гармонично развитой личности обучающихся.

В-шестых, ограниченность исследований в области фрактальной геометрии будет активизировать поисковый интерес обучающихся, которые они смогут удовлетворить, работая в сети Интернет.

Таким образом, использование фрактальной геометрии в общеобразовательных учреждениях имеет познавательно-эстетический потенциал, способствующий формированию гармонично развитой личности, ее мировоззрения, оказывающий стимулирующее влияние на ее креативные способности.

Выводы и перспективы дальнейших исследований. Внедрение элементов фрактальной геометрии в образовательную среду позволит внести изменения не только в учебный процесс, но и в значительной мере осовременить содержание учебных программ. Включение в программы школьного образования такого раздела математики как «Фрактальная геометрия», в различные школьные предметы (физика, география, информатика, литература), на наш взгляд, существенно усилит эстетическую значимость материала, а также поможет сделать образовательный процесс более интересным и познавательным для учащихся различных классов.

Дальнейшие перспективы развития данной темы состоят в разработке уроков, программ факультативных занятий по изучению элементов фрактальной геометрии для общеобразовательных учреждений.

Список литературы

1. *Мандельброт Б.Б.* Фракталы и хаос. Множество Мандельброта и другие чудеса / Б.Б. Мандельброт. – М.: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2009. – 392 с.

2. *Утемов Э.В.* Методика изучения фрактальной структуры гравитационных аномалий и геологических сред при интерпретации данных гравиметрии: автореф. дис. ... канд. г.-м. наук: 04.00.12 / Э.В. Утемов. – Казанский гос. ун-т. – Казань, 1999. – 29 с.

3. *Розов Н.Х.* Проблема размещения новых понятий и объектов в школьном курсе математики / Н.Х. Розов // Современный урок математики: теория и практика. Материалы Всерос. науч.-практ. конф. – Н. Новгород, 2005. – С. 56–64.

4. *McGill B.J.* Species abundance distributions: moving beyond single prediction theories to integration within an ecological framework / B.J. McGill,

R.S. Etienne, J.S. Gray et al. // Ecology Letters – 2007. – Vol. 10. – № 10. – P. 995–1015.

5. *Далингер В.А.* Фрактальная геометрия в школе: материалы Международной научной конференции «Интеграция науки и образования», Мальдивские острова, 14–21 февраля, 2014 год / В.А. Далингер // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. − № 1 (часть 2). − М. : Изд. дом «Академия естествознания», 2014. – С. 236–237.

6. *Смирнова Е.С.* Методика обучения элементам фрактальной геометрии как средство развития исследовательских компетенций будущих бакалавров: автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Елена Сафаровна Смирнова; Ярославский гос. пед. ун-т им. К.Д. Ушинского. – Ярославль, 2013. – 23 с.

7. *Гарднер М.* От мозаик Пенроуза к надежным шифрам / М. Гарднер. – М. : Мир, 1993. – 416 с.

8. Понятие фрактала и история появления фрактальной графики [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://life-prog.ru (дата обращения: 29.03.2021).

УДК [373.016:51]:373.014.6

ПОВЫШЕНИЕ КАЧЕСТВА ОБУЧЕНИЯ ШКОЛЬНИКОВ ПРИ ИЗУЧЕНИИ МАТЕМАТИКИ ПОСЛЕ ЗАВЕРШЕНИЯ ДИСТАНЦИОННОЙ ФОРМЫ ОБУЧЕНИЯ

Тищенко Екатерина Васильевна
соискатель,
ГОУ ВО ЛНР «ЛГПУ»,
учитель математики и экономики
ГУ ЛНР «ЛОУСОШ № 17 имени В. Брумеля»
e-mail: authoressKatyusha@yandex.ru

Аннотация. В статье анализируются способы повышения качества обучения школьников при изучении математики в очной форме после дистанционного обучения. Рассматриваются формы и методы, применимые для школьников по предмету математика с целью повышения уровня знаний материала изучаемого в дистанционном формате.

Ключевые слова: качество обучения, дистанционная форма, дистанционное обучение, математика, школьники.

Актуальность и постановка проблемы. На сегодняшний день образовательные учреждения ЛНР осуществили переход от дистанционной к очной форме обучения, и в результате этого возник вопрос об уровне знаний материала, изученного по математике при дистанционной форме. Проводя контроль уровня знаний, изучаемых тем в данный период по математике были выявлены пробелы, связанные с применением теории при решении упражнений и задач. В связи с недостаточным качеством обучения по пройденным темам появилась необходимость освещения данной проблематики.

Целью статьи является выявление способов, форм и методов повышения качества обучения школьников при изучении математики после завершения дистанционной формы обучения.

Изложение основного материала. Вопрос повышения качества обучения школьников по математике невозможен без повышенного внимания к формированию и развитию учебной мотивации школьников [6, с. 22]. Следует отметить, что после возвращения школьников к очной форме, у многих из них наблюдалось понижение мотивации к деятельности. С целью повышения интереса к познавательной и практической деятельности, и не только формирования знаний материала тем по математике у школьников, важно создавать ситуацию успеха на уроке. Это возможно с помощью решения задач практической направленности, так же используя исторические сведения по математике, традиционно применяя различные методы обучения. Так, во время урока математики при работе основными применяемыми формами являются групповая и индивидуальная [4, с. 2].

Школьникам для использования теоретических знаний можно давать из учебников по математике задачи направленные на реальные жизненные ситуации. Например, в учебнике Мерзляка А.Г. 5-6 класс представлены задачи «Задача от мудрой совы»:

Задача № 1055. Одновременно на сковороду можно положить двух карасей. Чтобы поджарить одного карася с одной стороны, нужна 1 минута. Можно ли за 3 минуты поджарить с двух сторон трех карасей? [5, с. 252].

Решение. Всего три рыбы, значит можно обозначить 1-я рыба, 2-я рыба, 3-я рыба. На 1-ой минуте поджарить 1-ю и 2-ю рыбу с одной стороны, на 2-ой мин. поджарить 1-ю и 3-ю рыбу со второй и с первой стороны соответственно (2-ю рыбу вынуть из сковородки), на 3-й мин. поджарить 2-ю и 3-ю рыбу со второй стороны.

Ответ: можно. Решение можно оформить в виде рисунков для большей наглядности.

В учебниках Макарычева Ю.Н. [1] по алгебре 7-9 класс указываются: «Задача-исследование», «Старинная задача», «Для работы в парах», пункт «Для тех, кто хочет знать больше», которые повышают качество обучения школьников при изучении математики. Например, задача из учебника 7 класса:

Задача-исследование № 900. Верно ли, что если p – простое число, большее трех, то значение выражения $p^2 – 1$ кратно 12.

1. Проверьте правильность утверждения на конкретных примерах.
2. Разложите многочлен $p^2 – 1$ на множители. Обсудите, почему полученное произведение кратно 4.
3. Обсудите, почему полученное произведение делится на 3.
4. Сделайте вывод [1, с. 179].

Решение. 1) $p > 3$, $p^2 - 1$ кратно 12. Пусть $p = 5$, то $p^2 - 1 = 5^2 - 1 = 25 - 1 = 24 = 12 * 2$.

2) $p^2 - 1 = (p - 1)(p + 1)$

Поскольку p – простое, не четное число, $p > 3$, то $p - 1$ и $p + 1$ – четные числа.

3) Среди трех последовательных чисел точно одно делится на 3. p – простое число, то p не кратно 3. Следовательно, $p + 1$ или $p - 1$ кратно 3.

4) Вывод: $p^2 - 1$ кратно 12, если p – простое число, $p > 3$.

В учебнике Атанасяна Л.С. [3] по геометрии 7-9 класс, 10-11 класс можно использовать «Практические задания», «Дополнительные задачи» с практической направленностью. Особенностью данного учебника является готовые и подробные решения некоторых задач, что способствует повышению мотивации при разборе во время уроков геометрии.

Явным преимуществом в развитии интереса к математике является книга Спивака А.В. «Тысяча и одна задача по математике. 5-7 классы». Например, решение следующей задачи.

Задача № 519. Катя, Лена, Маша, Нина участвовали в концерте. Каждую песню пели три девочки. Катя пела 8 песен – больше всех; Нина пела 5 песен – меньше всех. Сколько песен было спето? [6, с. 82]

Решение. Общее количество выходов на сцену делится на 3 нацело. Нина и Катя вместе спели 13 песен. Варианты исполнений песен Машей и Леной представлены ниже в таблице 1.

Таблица 1 – Варианты исполнений песен Машей и Леной

Лена	Маша	Всего
6	6	12
6	7	13
7	6	13
7	7	14

12+13 = 25 – не делится на 3 нацело;

13+13 = 26 – не делится на 3 нацело;

13+14 = 27 – делится на 3 нацело.

27 : 3 = 9 (песен) - спето песен девочками.

Ответ: 9 песен.

Одним из методов повышения качества обучения математики у школьников является проведение нестандартных типов уроков, среди них применимы:

- в 5-6 классах – урок-путешествие, урок-исследование, урок-игра, урок-сказка и др.;

- в 7-9 классах – урок-решение познавательных задач, урок-турнир, урок соревнования и др.;
- в 10-11 классах – урок-взаимоконтроля, урок-исследование, урок-решение познавательных задач и др.

Нестандартные уроки математики позволяют организовать деятельность школьников, а также являются средством повышения уровня познавательной активности школьников. Цель данных типов уроков – сформировать и сохранить интерес к обучению [2].

Например, в старших классах проводя урок-исследование одним из средств повышения качества обучения по математике является поисковая деятельность школьников, при этом у школьников появляется интерес к изучаемой теме. Включив исследовательскую работу в структуру урока, у школьников возникает желание исследовать, расширять свой кругозор по способам решения практических задач.

Таким образом, при проведении нестандартных типов уроков у школьников активизируется мотивация, понимание прикладного значения предмета математики и способствует процессу повышения качества их обучения этого предмета, после завершения дистанционной формы, при переходе к очной форме обучения.

Выводы и перспективы дальнейших исследований. Таким образом, важным в повышении качества обучения при изучении математики после завершения дистанционной формы обучения является применение нестандартных типов уроков, решение задач практико-ориентированной направленности, задач-исследований, упражнений для работы в парах.

В дальнейшем исследования будут направлены на поиски решения проблемы формирования практических навыков изучаемых тем, с целью повышения качества обучения школьников по предмету математика во время дистанционной формы.

Список литературы

1. *Макарычев Ю.Н.* Алгебра 7 класс : Учеб. для общеобразоват. учреждений / Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова / под ред. С.А. Теляковского. – М.: Просвещение, 2013. – 256 с.

2. *Воистинова Г.Х.* Использование нестандартных уроков при обучении математике в школе / Г.Х. Воистинова, К. Базарбайкызы // StudNet. – 2020. – № 9. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://cyberleninka.ru/article/n/ispolzovanie-nestandartnyh-urokov-pri-obuchenii-matematike-v-shkole (дата обращения: 21.02.2021).

3. *Атанасян Л.С.* Геометрия 7-9 классы; учеб. для общеобразоват. организаций / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бузутов, С.Б. Кадомцев и др. – 2-е изд. – М. : Просвещение, 2014. – 383 с.

4. *Костанди В.В.* Повышение мотивации учащихся к изучению математики в средней школе / В.В. Костанди // Царскосельские чтения. –

2010. – № XIV. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://cyberleninka.ru/article/n/povyshenie-motivatsii-uchaschihsya-k-izucheniyu-matematiki-v-sredney-shkole (дата обращения: 16.02.2021).

5. *Мерзляк А.Г.* Математика : 5 класс: учебник для учащихся общеобразовательных организаций / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир. – М.: Вентана-Граф, 2014. – 304 с.

6. *Монгуш А.С.* Математические задачи с региональным контекстом как средство мотивации обучения математике (на примере республики Тыва) / А.С. Монгуш, О.М. Танова // Вестник КГПУ им. В.П. Астафьева. – 2016. – № 2(36). [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://cyberleninka.ru/article/n/matematicheskie-zadachi-s-regionalnym-kontekstom-kak-sredstvo-motivatsii-obucheniya-matematike-na-primere-respubliki-tyva (дата обращения: 03.02.2021).

7. *Спивак А.В.* Тысяча и одна задача по математике : книга для учащихся 5-7 классов / А.В. Спивак. – М.: Просвещение, 2002. – 207 с.

УДК [37.018.43:51]:004:614.4

ОПЫТ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ В УСЛОВИЯХ COVID-19 В ПЕРИОД ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ

Филипенко Наталия Ивановна
учитель математики
ГОУ ЛНР «Червонопартизанская средняя школа № 2 имени Сергея Чепижко»
e–mail: n.filipenk0@yandex.ru

Давыскиба Оксана Викторовна
кандидат педагогических наук, доцент,
доцент кафедры фундаментальной математики
ГОУ ВО ЛНР «ЛГПУ»

Аннотация. В статье представлен опыт организации дистанционного обучения учащихся в общеобразовательных организациях в условиях пандемии, а также анализ проведения онлайн-занятий. Определены преимущества использования мессенджер канала WhatsApp и вкладки на сайте школы «Дистанционное обучение», а также тетради skysmart. Показано, что правильно подобранный материал уроков для объяснения нового учебного материала, закрепления знаний и проверки качества знаний, исходя из целей, задач обучения и характеристик учебного процесса в онлайн-среде, позволяет обеспечить изучение математики на достаточном уровне для обучающихся, а преподавателю – обратную связь.

Ключевые слова: школьный курс математики, онлайн-занятия, дистанционное обучение, пандемия.

Актуальность и постановка проблемы. В связи с эпидемиологической ситуацией в мире учащихся средних образовательных учреждений переводят на дистанционное обучение, как вынужденная мера по недопущению распространения на территории Республики COVID-19. С другой стороны, учебный процесс необходимо продолжать, все требования образовательных программ должны быть выполнены, поэтому учебными учреждениями и педагогами, в частности, осуществляется поиск доступных, оптимальных решений в данной ситуации.

Изложение основного материала. В настоящий момент во всем мире принимаются меры по организации учебного процесса в условиях пандемии (COVID-19). Система образования оказалась «на первой линии фронта» с большим количеством людей. Закрытие учебных заведений разных уровней аккредитации и экстренный переход на дистанционное обучение проявили существующие проблемы: недостаточный уровень технического оснащения учебных учреждений; отсутствие готовности как педагогов, так и обучающихся к работе в новых условиях [1; 2].

Одновременно, наряду с очевидными вызовами и проблемами, новый формат обучения предоставляет широкий спектр возможностей и перспектив для изменения и совершенствования образовательных систем, для которых критическая ситуация создает форсированные условия [1; 3].

В настоящее время, под дистанционным обучением понимают организацию образовательной деятельности с применением дистанционных образовательных технологий, предполагающих использование информационно-телекоммуникационной инфраструктуры для передачи информации и опосредованного синхронного или асинхронного взаимодействия обучающихся и педагогических работников.

Для осуществления дистанционного обучения преподаватель должен владеть активными методами обучения и помогать учащимся школы формировать собственные стили обучения в онлайн-режиме, овладевать возможностями платформы онлайн-обучения и необходимым программным обеспечением, преодолевать трудности и барьеры электронного общения. Для эффективного управления онлайн-предметам преподавателям нужно использовать инструменты стимулирования обучающихся к освоению учебного материала, вырабатывать у них дисциплину и навыки соблюдения сроков выполнения заданий, осуществлять своевременную оценку домашних заданий и предоставлять оперативную обратную связь [3].

При переходе на дистанционное обучение один из основных вопросов, который встает перед учителем, как объяснить учащимся новый материал. К сожалению, качество интернет соединения не позволяет проводить онлайн уроки на качественном уровне: связь часто прерывается, теряется звук и изображение. Поэтому обучающимся сложно усвоить материал. Во многих семьях несколько детей, и они не имеют возможности одновременно заниматься онлайн с учителями, если несколько учителей ведут онлайн трансляцию синхронно. В связи с этим, видеосвязь целесообразно использовать для проведения индивидуальных консультаций с учащимися.

В первые дни карантина в 2020 году был организован школьный сайт, который включает раздел дистанционное обучение, на данный сайт отправлялись домашние задания, видео уроки, а для обратной связи применялся мессенджер WhatsApp.

Уже в 2021 году Министерством образования и науки Луганской Народной Республики [2] разработана единая платформа для школьных сайтов с разделом дистанционное обучение и личным кабинетом для каждого преподавателя. В личном кабинете преподавателя реализованы вкладки «теоретический материал», «домашнее задание» и «контроль знаний» (рис. 1), с данным сайтом учителю намного удобнее предоставлять учебный материал для изучения учащимся и выполнять контроль знаний. Кроме того, в учебном процессе учителями школ применяются возможности электронной тетради skysmart, с которой намного проще стало осуществлять контроль знаний учащихся (рис. 2). В этом случае у учителя нет необходимости проверять решения, они проверяются автоматически. Работу можно настроить таким образом, чтобы после завершения выполнения заданий ученик увидел свои ошибки и варианты правильных решений.

Учитель, планирующий дистанционный урок, должен понимать:

– какие цели он ставит перед собой при разработке урока;

– чему он хочет научить ученика;

– как сформулировать их для учащегося.

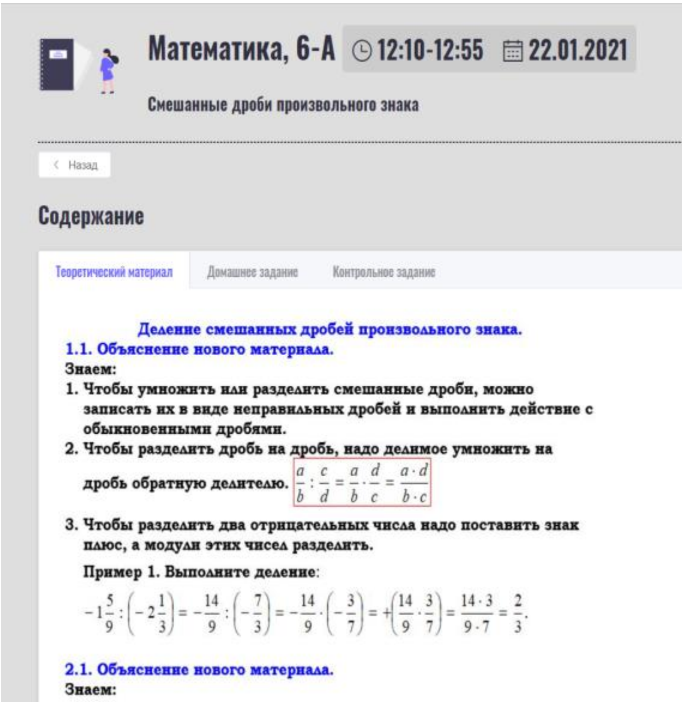


Рисунок 1 – Школьный сайт

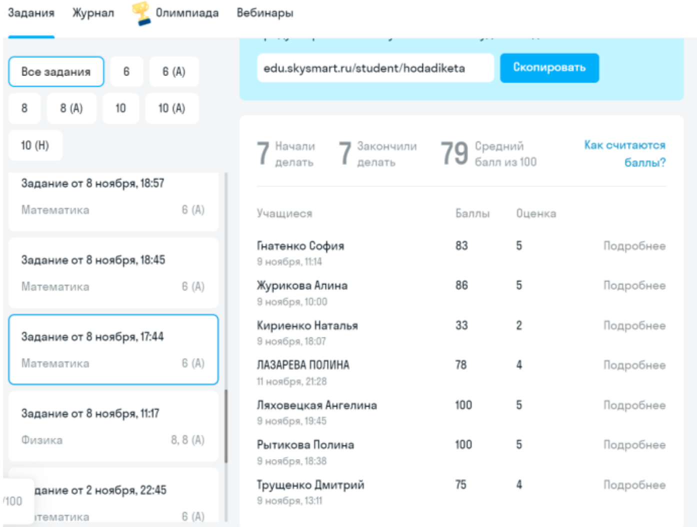


Рисунок 2 – Рабочая тетрадь Skysmart

Не всегда видеоуроки содержат полную информацию, а иногда в них есть информация, которая на данном этапе изучения является лишней. Язык изложения материала для некоторых учащихся является сложным. Ребята высказывали мнение о том, что было бы лучше, если тему объяснял сам учитель (рис. 3). Поэтому в своей работе я начала записывать видео, на которых объясняю новый материал. Тему стараюсь излагать четко и лаконично, приводя необходимое количество примеров.

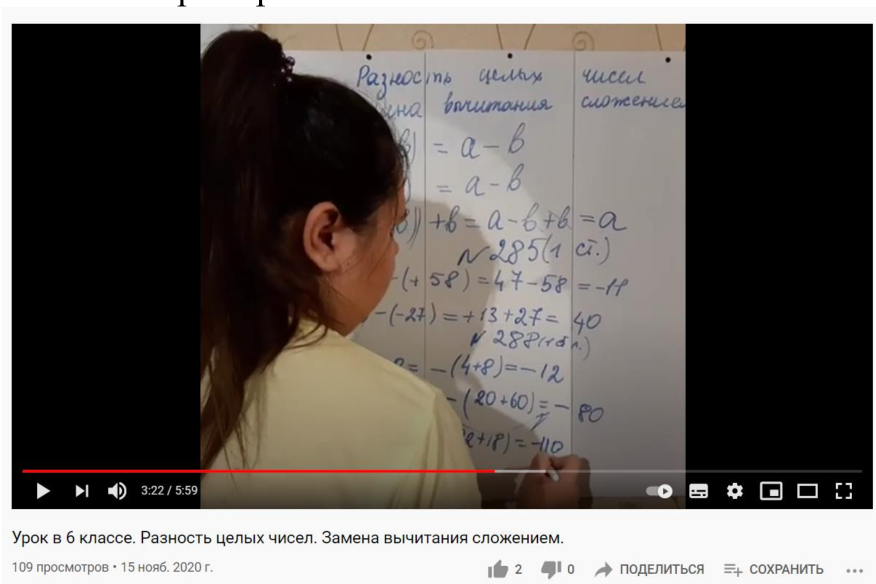


Рисунок 3 – Урок в 6 классе. Разность целых чисел. Замена вчитания сложнием.

Созданные видео я добавляла на YouTube канале. Учащиеся могли при необходимости посмотреть видеоурок несколько раз, что является преимуществом в сравнении с онлайн занятиями. Практика показывает, что те темы, которые учащиеся изучают по созданным видеоурокам, усваиваются лучше, они могли задать интересующие их вопросы, получить консультацию. При проверке домашних работ в мессенджер WhatsApp и по электронной почте ученики получали комментарии к выполнению заданий. В случае, если кому-то из учащихся было не понятно правильное решение, то отправлялось фото с подробным решением и необходимыми пояснениями (рис. 4).

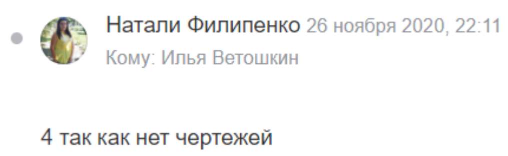


Рисунок 4 – Пример оценивания домашнего задания

При такой организации дистанционного обучения реализуется индивидуальная образовательная траектория каждого ученика. Объем учебных занятий, их содержание и темп прохождения дозируется строго индивидуально.

Выводы и перспективы дальнейших исследований. Безусловно, стрессовая для всех участников ситуация не могла не отразиться на качестве обучения. Для современной системы образования кризис и меры по его преодолению должны стать предметом пристального анализа, так как важны не только для тех, кто сейчас обучается, но и влекут последствия для будущего системы образования. На данный момент дистанционное обучение имеет скорее «экстренный» характер т.к. мало преподавателей понимает, какие из множества решений являются наиболее эффективными, как можно их наилучшим образом реализовать. В результате используются не самые удачные практики онлайн-обучения. Таким образом, в своей работе учителям необходимо постоянно поддерживать и расширять использование инновационных методов преподавания.

Список литературы

1. Организация образования в условиях пандемии. Практика стран ОЭСР [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://firo.ranepa.ru/novosti/105-monitoring-obrazovaniya-na-karantine/789-agranovich-ekspertiza (дата обращения: 11.04.2021).

2. Приказ МОН ЛНР от 28.10.2020 г. №952-од «Об утверждении Методических рекомендаций по организации урока с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий в условиях режима повышенной готовности». [Электронный ресурс]. – Режим доступа: minobr.su (дата обращения: 11.04.2021).

3. *Лутфуллаев Г.У.* Опыт дистанционного обучения в условиях пандемии Covid-19 / Г.У. Лутфуллаев, У.Л. Лутфуллаев, Ш.Ш. Кобилова, У.С. Неъматов // Проблемы педагогики. 2020. – №4(49). [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://cyberleninka.ru/article/n/opyt-distantsionnogo-obucheniya-v-usloviyah-pande mii -covid-19 (дата обращения: 11.04.2021).

УДК 372.851.2

МЕТОДЫ ИЗУЧЕНИЯ ИРРАЦИОНАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ШКОЛЕ

Яричевская Юлия Андреевна
учитель математики
ГОУ ЛНР «Михайловская школа имени А.И. Малёна»
e-mail: yuliya.yarichevskaya15

Савельев Валерий Михайлович
кандидат физико–математических наук,
доцент кафедры фундаментальной математики
ГОУ ВО ЛНР «ЛГПУ»
e-mail: svm59@mail.ru

Аннотация. К современным выпускникам предъявляются высокие требования к содержанию знаний, умений и навыков, которые определяют конкурентоспособность специалиста на современном рынке труда. При изучении математики рассматриваются задачи, для решения которых нужны не только знания школьной программы, но и творческое применение этих знаний, в частности, при решении иррациональных уравнений. Этот вопрос достаточно актуален, потому что задачи такого типа встречаются в задачах школьных олимпиад по математике, в задачах для государственной итоговой аттестации по математике, ЕГЭ. В данной статье рассматриваются разные методы решения иррациональных уравнений. Решение таких задач способствует интеллектуальному развитию, развитию логического мышления и является хорошим материалом для отработки навыков.

Ключевые слова: иррациональное уравнение, допустимые значения, методы решения.

Акутальность и постановка проблемы. В современных социально-экономических условиях развития нашего общества острой становится потребность в инициативной и деятельной личности, способной непрерывно пополнять запасы профессиональных знаний и умений, грамотно ставить цели своей профессиональной деятельности и достигать их, творчески подходить к своему делу. Эти качества личности начинают формироваться у учащихся в школе. Этому, в частности, способствует развивающая система образования школьников. Роль математики исключительная в умственном воспитании. Математическое мышление – это своеобразный подход к действительности, метод исследования фактов и явлений природы, общественной жизни, труда, способов анализа причинно-следственных связей между явлениями. Конечно, тема «Иррациональные уравнения» достаточно сложная для понимания но, безусловно, эта тема очень важна для развития всех видов мышления учащихся и их умственного воспитания. Заботливый учитель научит и воспитает, вырастит детей, которые понесут эти знания во взрослую жизнь. Особенностью данной темы является то, что она находит свое применение при изучении каждой очередной темы или раздела программы: учитель заранее продумывает, в которой последовательности и каким образом будут использоваться соответствующие типы уроков, чтобы процесс, каждый его этап спланировать наиболее рационально [1].

Объектом исследования является процесс обучения алгебре в школьном курсе математики.

Предмет исследования – разные виды иррациональных уравнений и методы их решения.

Цель статьи. Раскрыть особенности изучения и методы преподавания темы «Иррациональные уравнения» в ШКМ.

Изложение основного материала. Знакомство с этим материалом должно осуществляться через актуализацию опорных знаний, приобретенных учащимися в младших классах. При изучении иррациональных уравнений параллельно на уроке рассматриваются и другие уравнения, для того, чтобы ученики четко видели разницу в процедуре решения. Здесь действует метод укрупнения дидактических единиц. Особое внимание необходимо обратить при изучении степенной функции и показательной. Обычно под решением иррациональных уравнений понимают решения их в поле действительных чисел. Поэтому решениями иррационального уравнения могут быть такие действительные числа, при которых ни одно иррациональное выражение уравнения не будет лишено смысла в поле действительных чисел. Итак, в начале решения любого иррационального уравнения необходимо установить границы допустимых значений его корней. Особенностью изучения данной темы в ШКМ является то, что для решения почти не используются упражнения, где показатель корня выше третьего порядка. Обычно, такие примеры не рассматриваются вообще и в специализированных классах, хотя, по нашему мнению, при углубленном изучении математики необходимо как минимум привести несколько подобных примеров и подсказать ученикам литературу, где они смогут ознакомиться с таким видом уравнений и неравенств более глубоко. Но следует объяснить ученикам, что нахождение области определения нужно далеко не для каждого иррационального уравнения. Нахождение множества значений для большинства функций задача сложная или совсем невозможная. То есть можно использовать свойства соответствующих функций при решении иррациональных уравнений (область определения, область значений, четность, монотонность, периодичность и т.д.). Следует обратить внимание учеников, что при выполнении над функциями арифметических операций их следует выполнять на совместной части областей определения.

Пример [2]. Решить уравнения: $\sqrt{x-1}+\sqrt{1-x^2}=2.$

Область определения этого уравнения включает только одно число 1, но 1 не корень данного уравнения. Поэтому ученики самостоятельно могут прийти к выводу, что уравнение не имеет корней. Так что в данном уравнении нахождения области определений целесообразно. Ответ: $x\in\varnothing.$

Пример. Решить уравнение: $\sqrt{x-5}-\sqrt{2x-1}=x^2+3.$

Область определения этого уравнения определяется из следующих условий

$$\begin{cases} \sqrt{x-5} > \sqrt{2x-1}, \\ x \geq 5, \end{cases} \text{откуда} \begin{cases} x-5 > 2x-1, \\ x \geq 5, \end{cases}$$

то есть

$$\begin{cases} x < -4, \\ x \geq 5. \end{cases}$$

Очевидно, уравнение не имеет решений. Ответ: $x \in \varnothing$.

Пример. Решить уравнение: $\sqrt{x^2-4x+3}+\sqrt{9-3x}=3\sqrt{2x-2}+\sqrt{24}$. Найдем область определения

$$\begin{cases} x^2-4x+3 \geq 0, \\ 9-3x \geq 0, \\ 2x-2 \geq 0, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in (-\infty;1] \cup [3;+\infty), \\ x \leq 3, \\ x \geq 1; \end{cases} \Leftrightarrow x \in \{1;3\}.$$

Непосредственной проверкой устанавливаем, что число 3 не является, а 1 является корнем уравнения. Ответ: $x \in \{1\}$.

В приведенных примерах нахождения области определения целесообразно. Решая уравнения, ученики возводят обе части некоторых уравнений в квадрат, умеют устранять противоположные выражения, сокращать дробные выражения, то есть выполнять операции, которые позволяют освободиться от радикалов и упростить уравнения. Но во время выполнения таких операций могут появиться посторонние корни, то есть корни, не удовлетворяющие исходному уравнению. Появление таких корней происходит следующим причинам:

1) При выполнении одной из указанных выше операций может расшириться ОДЗ исходного уравнения.

Пример. $\sqrt{x}+x^2=\sqrt{x}+4 \Rightarrow x^2=4 \Rightarrow x \in \{-2,2\}$. Но $x=-2$ посторонний корень. Причиной его появления является устранение выражения $\sqrt{x}$ при упрощении исходного уравнения. Эта операция привела к расширению ОДЗ этого уравнения. Так, ОДЗ исходного уравнения $x \in [0,+\infty)$, а ОДЗ его уравнения-следствия $x \in \mathbb{R}$.

2) При возведении обеих частей уравнения, которые принимают противоположные значения при одном и том же значении переменной, в четную степень.

Пример. $\sqrt{x}=x-2 \Rightarrow x=(x-2)^2 \Leftrightarrow x \in \{1,4\}$. Но $x=1$ – посторонний корень. Причиной его появления является то, что при $x=1$ левая часть исходного уравнения принимает значение 1, а правая – (-1). А после возведения в квадрат равенство становится верным.

В уравнении $\sqrt{x^3-x+1}=1-x$ область определения ученикам найти трудно. Но это и ненужно. Следует указать ученикам воспользоваться тем, что уравнения $\sqrt{f(x)}=g(x)$ равносильны системе

$$\begin{cases} f(x) = g^2(x), \\ g(x) \ge 0. \end{cases}$$

то есть $\begin{cases} x^3 - x + 1 = (1-x)^2, \\ 1 - x \ge 0. \end{cases}$ Поскольку правая часть уравнения при этих условиях неотрицательна, то ученикам несложно будет увидеть решение $x = 0$.

Пример [3]. Решить уравнение $\dfrac{\sqrt{x+5}\sqrt{x-1}}{x-3} = 2.$

Данное уравнение равносильно системе

$$\begin{cases} x+5 \ge 0, \\ x-1 \ge 0, \\ x \ne 3, \\ \sqrt{x+5}\sqrt{x-1} = 2x-2, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in [1, +\infty), \\ x \ne 3, \\ x^2 + 4x - 5 = 4x^2 - 24x + 36, \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \in [1, +\infty), \\ x \ne 3, \\ x^2 + 4x - 5 = 4x^2 - 24x + 36, \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \in [1, +\infty), \\ x \ne 3, \\ 3x^2 - 28x + 41 = 0, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in [1, +\infty), \\ x \ne 3, \\ x = \dfrac{14 \pm \sqrt{73}}{3}. \end{cases}$$

Ответ: $x = \dfrac{14 + \sqrt{73}}{3}.$

При решении иррациональных уравнений полезно отдельно рассмотреть уравнение типа $\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)}$, что равносильно любой из систем:

$\begin{cases} f(x) = g(x), \\ f(x) \ge 0 \end{cases}$ или $\begin{cases} f(x) = g(x), \\ g(x) \ge 0. \end{cases}$

Пример [2]. Уравнение $\sqrt{3x-5} - \sqrt{4-x} = 1$ равносильно уравнению $\sqrt{3x-5} = 1 + \sqrt{4-x}$,

правая часть которого положительная. Легко находятся корни последнего уравнения $x = 3$ и $x = 1,75$, из которых только 3 будет корнем данного уравнения.

Пример. Уравнение $\sqrt{x^2+9} + \sqrt{x^2-7} = 2$ равносильно уравнению, которое, в свою очередь, равносильно следующей системе:

$$\begin{cases} x^2 + 9 = 25, \\ x^2 \le -7. \end{cases}$$

$$g(x)\sqrt{f(x)}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases} f(x)=0,\\ x\in D(g(x)),\end{cases}\\ \begin{cases} g(x)=0,\\ f(x)\ge 0;\end{cases}\end{array}\right.$$

Ученики легко видят, что последняя система не имеет решений. Ответ: $x\in\varnothing$.

При решении последнего уравнения был применен наиболее распространенный метод решения иррациональных уравнений – последовательное возведение в степень.

На уравнениях, решаемых последовательным возведением в квадрат, не заостряют внимание, поскольку они достаточно легко решаются, главное, не забывать делать проверку.

Также выделяют уравнения вида: $g(x)\sqrt{f(x)}=0$ и $\dfrac{g(x)}{\sqrt{f(x)}}=0.$

и $\dfrac{g(x)}{\sqrt{f(x)}}=0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x)>0,\\ g(x)=0.\end{cases}$

Пример. Решить уравнение: $(9-x^2)\sqrt{2-x}=0.$

$$(9-x^2)\sqrt{2-x}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2-x,\\ \begin{cases} 9-x^2=0,\\ 2-x\ge 0;\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\in\{2\},\\ \begin{cases} x\in\{-3,3\},\\ x\in(-\infty,2],\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow x\in\{3,2\}.$$

Ответ: $x\in\{3,2\}$.

Пример. Решить уравнение $\dfrac{x^3-x^2-2x}{\sqrt{2x+1}}=0.$

$$\frac{x^3-x^2-2x}{\sqrt{2x+1}}=0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+1>0,\\ x^3-x^2-2x=0;\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>-\dfrac{1}{2},\\ x(x-2)(x+1)=0;\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>-\dfrac{1}{2},\\ x\in\{-1,0,2\}.\end{cases}$$

Ответ: $x\in\{0,2\}$.

Один из распространенных способов решения иррациональных уравнений вида $\sqrt[3]{f(x)}+\sqrt[3]{g(x)}=h(x)$ или $\sqrt[3]{f(x)}+\sqrt[3]{g(x)}=\sqrt[3]{h(x)}$ состоит в возведении обеих частей уравнения в куб. При этом используют формулы куба суммы и куба разнисти двух чисел.

Пример [3]. Решить уравнение $\sqrt[3]{2x-1}+\sqrt[3]{x-1}=1.$

Решение. Возводим обе части уравнения в куб. Получаем

$$2x-1+x-1+3\sqrt[3]{(2x-1)(x-1)}\left(\sqrt[3]{2x-1}+\sqrt[3]{x-1}\right)=1.$$

Используя выражение $\sqrt[3]{2x-1}+\sqrt[3]{x-1}=1$ сводим уравнение к виду: $\sqrt[3]{(2x-1)(x-1)}=1-x.$

Возведем обе части полученного уравнения в куб. Получим корни $x_1 = 1$ или $x_2 = 0$. Часто ученики записывают в ответе оба найденные значения переменной, x, объясняя это так: поскольку обе части уравнения были возведены в нечетную степень, то полученное в результате такой операции новое уравнение равносильное данному. Но непосредственная проверка показывает, что только $x = 1$ является корнем исходного уравнения. Дело в том, что возводя обе части уравнения в куб, мы действительно получаем уравнение, равносильное данному, но после замены выражения в скобках правой частью исходного уравнения, приходим к уравнению-следствию, которое, равносильно предыдущему. Ответ $x = 1$

Не следует забывать и о графическом методе решения таких уравнений.

Пример. Решить уравнение $x^2 - x + 2 = 2\sqrt[4]{2x-1}$.

Пусть $f(x) = x^2 - x + 2,$ а $\varphi(x) = 2\sqrt[4]{2x-1}$ $\Rightarrow D(f(x)) \in \mathbb{R}, D(\varphi(x)) = \left[\frac{1}{2}, +\infty\right)$. Общая часть областей определения есть $\left[\frac{1}{2}, +\infty\right)$. Строим графики функций $f(x)$ и $g(x)$ в одной системе координат, из которого видно, что уравнение имеет один корень $x = 1$. Проверка подтверждает этот вывод.

Комплексное использование традиционных форм и видов работы с компьютерной поддержкой даст возможность максимально дифференцировать и индивидуализировать обучение, сделать процесс творческим, и даже исследовательским. Использование компьютера при изучении математики дает наглядные представления об исследуемом понятии, закономерностях, функциях геометрических фигур, которые способствует образному мышлению учащихся. Очень интересным будет проведение обобщения данной темы в компьютерном классе, например, с использованием таких программных средств, как **Maple, GeoGebra** или других математических программ, построив графики определить не только корни уравнения, найти их количество, но и убедиться, что корни на множестве действительных чисел вообще существуют. И уже потом можно найти эти корни аналитическим путем, решив уравнение вместе на доске, а затем убедиться в правильности решения. Аналогично, решая такие задачи дома, если корни уравнения не совпадают с корнями на экране монитора, ученик находит ошибку, анализирует причины, которые привели к ней, и фиксирует их на полях тетради. Потом, проверяя тетради, учитель может узнать где именно у того или иного ученика возникли вопросы или проблемы.

Выводы и перспективы дальнейших исследований. В статье показаны разные методы решения иррациональных уравнений, в том числе приведена возможность использования ИКТ для поиска решений этих уравнений. Эти программы будут выполнять роль учебного тренажера, с помощью которого учащиеся будут работать более сознательно и смогут увеличить количество решенных за урок задач.

Список литературы

1. *Лаппо Л.Д.* ЕГЭ. Математика. Профильный уровень. Самостоятельная подготовка к ЕГ. Универсальные материалы с методическими рекомендациями, решениями и ответами / Л.Д. Лаппо, М.А. Попов. – М.: «Экзамен», 2017. – 351 с.

2. *Саранцев Г.И.* Методика обучения математике: методология и теория: учеб. пособие для студентов бакалавриата высших учебных 49 заведений по направлению «Педагогическое образование» (профиль «Математика») / Г.И. Саранцев. – Казань: Центр инновационных технологий, 2012. – 292 с.

3. *Федорова Н.Е.* Алгебра и начала математического анализа. Методические рекомендации. 10 класс / Н.Е. Федорова, М.В. Ткачева – М.: Просвещение, 2015. – 224 с.

4. *Шахмейстер А.Х.* Иррациональные уравнения и неравенства. 4-е издание / А.Х. Шахмейстер – СПб.: «Петроглиф»: «Виктория плюс»: М.: Издательство МЦНМО 2011. – 2016 с.

5. *Ященко И.В.* ЕГЭ 2017. Математика. Профильный уровень. 30 вариантов типовых тестовых заданий и 800 заданий части 2 / И.В. Ященко, М.А. Волчкевич, И.Р. Высоцкий, Р.К. Гордин и др. – М.: «Экзамен», 2017. – 215 с.

СЕКЦИЯ 5

НЕСТАНДАРТНЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

УДК 371.3 : 51 : 004.023

РОЛЬ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ В СОВРЕМЕННОЙ ЦИФРОВОЙ ДИДАКТИКЕ

Скафа Елена Ивановна
доктор педагогических наук, профессор
ГОУ ВПО ДНР «ДонНУ»
e-mail: e.skafa@donnu.ru

Аннотация. Задачный подход применяется не только в учебном процессе при обучении школьников естественно-научным дисциплинам, этот подход является основой и для создания разнообразных компьютерных программ, обеспечивающих развитие цифрового общества. Какие же задачи необходимы для формирования мышления обучающихся, для использования их в современном дидактическом программировании? В статье описывается авторская позиция понимания задачи, с помощью которой обеспечивается освоение математической теории и которая является средством цифровизации образовательной деятельности.

Ключевые слова: задачный подход, цифровая дидактика, понятие задачи, обучение решению математических задач.

Актуальность и постановка проблемы. В современной дидактике активно используется концепция задачного подхода в обучении как педагогическая категория развития мышления обучающихся, их способностей и возможностей дальнейшего продолжения обучения. Задачи являются целью и средством обучения математике. Исследования роли и места учебных математических задач в обучении проводились многими учеными математиками, психологами, педагогами, среди которых, например, Я.И. Грудёнов, В.А. Гусев, В.А. Далингер, Н.И. Зильберберг, Ю.М. Колягин, В.И. Крупич, В.М. Монахов, А.Г. Мордкович, В.И. Рыжик, Г.И. Саранцев, Л.М. Фридман и др.

Ученые ставят задачу в один ряд с понятиями, теоремами, которые изучаются в школе, то есть их включают в этом смысле в содержание обучения математике. Кроме того задача является и средством обучения, когда формирование понятий и изучение теорем происходит посредством специально подобранных математических задач.

С учетом современного цифрового подхода к образованию значение математической задачи не изменилось. Она выступает основой для создания компьютерных программ, построения средств современных информационно-коммуникационных технологий (ИКТ). В этом смысле, как отмечают Е.Е. Витяев, С.С. Гончаров, Д.И. Свириденко, роль задач в искусственном интеллекте значительно возрасла [2]. Какую же задачу мы должны иметь в виду, рассматривая ее с позиции цифровой дидактики? Какие отличительные черты с методической точки зрения характеризуют задачу в целом?

Цель статьи: на основе анализа различных трактований понятия задачи ввести авторское определение данному понятию и дать характеристику использования задачного подхода в современной цифровой дидактике.

Изложение основного материала. Важное место здесь занимает общее понятие задачи, так как без этого невозможно оценить сложность задачи и определить ее место в процессе обучения математике, организации учебной и эвристической деятельностей.

Обобщенное определение понятия задачи в общем было дано У.Р. Рейтманом [5]. Он утверждал, что в более широком понимании мы говорим, что система имеет перед собою задачу, когда она имеет некоторое описание чего-либо, но у нее еще нет некоторых действий, удовлетворяющих этому описанию. Понимая задачу как систему информационных процессов, У.Р.Рейтман своим определением охватывает достаточно широкий класс задач. Однако это определение задачи не может быть общим для любого класса задач.

Анализируя различные подходы к этому понятию, Г.А. Балл дает следующую последовательность понятий «задача»:

1. *Задача* – это ситуация, которая требует от субъекта некоторого действия.

2. *Мыслительная задача* – это ситуация, которая требует от субъекта некоторого действия, направленного на преобразовании неизвестного, на основании использования его связей с известным.

3. *Проблемная задача,* или *проблема* – ситуация, требующая от субъекта некоторого действия, направленного на преобразование неизвестного на основании использования его связей с известным, при условии, что субъект не имеет способа (алгоритма) этого действия [1].

Примером другого подхода к понятию задачи является определение данное А.Ф. Эсауловым [10]. Он пишет, что задача – это более менее определенные системы информационных процессов, несогласованное или даже противоречивое отношение между которыми вызывает потребность в их преобразовании. Суть решения и заключается в поиске преодоления путей такого несогласования, которое у целого класса задач может доходить до выраженного противоречия.

Л.М. Фридман рассматривает задачи как особые системы, имеющие определенную структуру [9]. Ученый отмечает, что генезис задачи можно рассматривать как моделирование проблемной ситуации, в которую попадает субъект в процессе своей деятельности, а саму задачу – моделью проблемной ситуации, выраженную с помощью знаков некоторой природы либо искусственной речи. Если способ решения задачи неизвестен субъекту, то она называется эвристической.

Г.И. Саранцев под задачей понимает объект мыслительной деятельности, содержащий требование и некоторые условия, в которых это требование должно быть достигнуто [6].

В связи с этим задача должна иметь следующие признаки:

1) быть носителем знаний и умений, а также быть средством их усвоения;

2) быть способом организации и управления познавательной деятельностью обучающихся;

3) быть определенным способом стимулирования и мотивации учебно-познавательной деятельности обучающихся;

4) быть одной из форм проявления методов обучения;

5) служить средством связи теории с практикой.

В данном случае представлены требования к задаче, рассмотрены их функции, но не введено определение понятия задачи.

Используя понятие системы, вводит понятие задачи Ю.М. Колягин [4]. Он рассматривает систему (S,R), где S – некоторый субъект (человек), а R – некоторое множество с заданными отношениями, которые образуют абстрактную (либо конкретную) систему. Множество R при этом называется задачной системой.

Если субъекту, вступившему в контакт с R, известны все элементы из R, свойства элементов R, отношения, определенные на R, достаточные для того, чтобы субъект мог считать R системой, то система R будет называться *стационарной относительно данного субъекта*.

Если субъекту, вступившему в контакт с R, неизвестен хотя бы один элемент, свойство или отношение с R, необходимые для того, чтобы он мог считать R системой, то систему R называют *проблемной относительно данного субъекта.*

Таким образом, отношение некоторой системы R к числу стационарных или проблемных (относительно данного субъекта) систем определяется им самим в зависимости от существующих у него знаний, опыта и пр.

При наличии каким бы то ни было образом выраженной потребности к установлению неизвестных данному человеку элементов, свойств и отношений из множества R, проблемный характер которого зафиксирован, последнее становится *задачей* для данного субъекта.

Определение Ю.М. Колягина четче и шире определения понятия задачи данное Г.А. Баллом и Г.И. Саранцевым, причем понятия «неизвестного» конкретизировано – это могут быть и элементы, и отношения. Определения У.Р. Рейтмана, А.Ф. Эсаулова, шире, они характеризуют психологический аспект творческой деятельности по решению задач, однако они недостаточно конкретные и четкие.

Ю.М. Колягин выделяет в задаче следующие компоненты:

(У) – условие (начальное состояние);

(О) – основу (теоретическую или практическую);

(Р) – решение (переход от начального состояния к конечному);

(З) – заключение (характеристику стационарной системы R) [4].

Они дают основание для классификации задач на:

стандартные задачи, у которых стационарная ситуация наступает после восстановления заключения;

обучающие задачи, когда неизвестен (или плохо определён) один из вышеуказанных основных компонентов;

поисковые задачи, когда неизвестны какие-либо два компонента;

проблемные задачи, когда неизвестны три из них.

Заметим, однако, что процесс решения задачи как в жизни, так и в учебной ситуации, как правило, связан с обращением субъекта, сталкивающегося с задачной ситуацией, к некоторым средствам, используемым в решении или формировании приема решения. К числу этих средств можно отнести преподавателя (играющего роль руководителя или консультанта), компьютерную обучающую программу, справочник и т.д. Обозначим эту систему средств, используемых субъектом при решении задачи, через T. Поскольку целесообразно принять во внимание участие системы T наряду с субъектом S в решении задачи, приходим к обобщению позиции Ю.М. Колягина, основанному на рассмотрении тройки (S,R,T). При этом понятие проблемности системы R_x вводится с учётом не только контакта субъекта с R_x, но и возможного взаимодействия субъекта с системой T.

Наше определение в частном случае T=∅ совпадает с определением Ю.М. Колягина [4]. Однако при наличии непустого множества T (с возможными связями его элементов) появляются определённые отличия. Например, с точки зрения Ю.М. Колягина «…уравнение $4{,}78x = 10038$ – проблемная ситуация для любого читающего эти строки». С нашей точки зрения, по отношению к субъекту, имеющему калькулятор, приведённое здесь уравнение не является проблемной ситуацией. Или, например, вычисление $tg15^0$ – проблемная ситуация по отношению к субъекту, о котором известно, что он ещё не знает выражения $tg\frac{\alpha}{2}$ через $\sin\alpha$ или $cos\alpha$. Однако по отношению к субъекту, располагающему соответствующими электронными средствами или справочником, или имеющему возможность выяснить этот вопрос у консультанта, – проблемная ситуация не возникает.

Таким образом, *под задачей мы понимаем систему (S, R, T), которая состоит из некоторого субъекта S, задачной ситуации R и множества средств T, с помощью которых осуществляется ее решение.*

В случае, когда обучающийся сталкивается с современными средствами ИКТ, он может самостоятельно справиться с задачной ситуацией и найти правильное решение задачи. Например, В.А. Далингер актуализирует использование когнитивно-визуальной технологии обучения математике, в том числе и решению задач [3]. Ученый подчеркивает, что реализация принципа наглядности в обучении получает новое решение: язык наглядных образов математических объектов становится и предметом познания, и средством обучения. В этом случае, понимая под задачей систему (S, R, T), мы используем наглядные образы математических объектов как средства, с помощью которых будет разрешима задачная ситуация.

Кроме того, исследуя методологический подход к пониманию роли эвристической задачи в математическом образовании школьников, мы рассматриваем ее как нестандартную задачу, в процессе поиска решения которой обучающийся попадает в ситуацию проявления своих эвристических позиций [7]. В данном случае речь идет о применении всевозможных средств и приемов, которыми может владеть обучающийся. То есть данное нами определение понятия задачи описывает и эвристические задачи. В качестве средств, формирующих представление о задачных ситуациях, служащих актуализацией знаний для осознанного выбора алгоритма решения эвристической задачи, предлагающих поиск пошагового решения и т.д., выступают компьютерные тренажеры, построенные на принципе задачного подхода. Разрабатываем такие тренажеры в виде акцентированных программ (тест-коррекция), сцепленных программ (поиск различных методов решения одной задачи), разветвленных программ (пошаговое обучение решению задачи), программ «Задача-метод» (выбор рационального приема решения задачи), программ «Задача-софизм» (поиск ошибочного шага решения задачи) [8]. Разработанная методика обучения школьников по применению таких средств обучения соответствует идеологии цифровой дидактики как отрасли педагогики, нацеленной на организацию образовательного процесса в условиях цифровизации общества.

Выводы и перспективы дальнейших исследований. Таким образом, введя в определение понятия задачи по Ю.М. Колягину элемент T – средства обучения, с помощью которых может быть разрешена задачная ситуация, мы уточнили это понятие и расширили его до современного представления в цифровой дидактике. Такой подход является основой для построения современных методик и стратегий обучения нового цифрового поколения школьников.

Список литературы

1. *Балл Г.А.* Теория учебных задач: Психолого-педагогический аспект / Г.А. Балл. – М.: Педагогика, 1990. – 184 с.

2. *Витяев Е.Е.* О задачном подходе в искусственном интеллекте / Е.Е. Витяев, С.С. Гончаров, Д.И. Свириденко // Сибирский философский журнал, 2019. – Т. 17,– № 4. – С. 5–25. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: DOI 10.25205/2541-7517-2019-17-1-5-25 (дата обращения 09.04.2021).

3. *Далингер В.А.* Обучение математике на основе когнитивно-визуальной технологии / В.А. Далингер // Научное обозрение. Педагогические науки. – 2020. – № 1. – С. 22–26. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://science-pedagogy.ru/ru/article/ view?id=2268 (дата обращения: 10.04.2021).

4. *Колягин Ю.М.* Методика преподавания математики в средней школе. Общая методика / Ю.М. Колягин, Г.Л. Луканкин [и др.]. – Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2009. – 732 с.

5. *Рейтман У.Р.* Познание и мышление. Моделирование на уровне информационных процессов / У.Р. Рейтман; Пер. с англ. – М.: Мир, 1968. – 400 с.

6. *Саранцев Г.И.* Упражнения в обучении математике / Г.И. Саранцев. – М.: Просвещение, 2005. – 255 с.

7. *Скафа Е.И.* Методологический подход к пониманию роли эвристической задачи в математическом образовании школьников / Е.И. Скафа, М.В. Дрозд // Дидактика математики: проблемы и исследования: Международ. сборник науч. работ. – Донецк, 2017. – Вып.46. – С. 15–20.

8. *Скафа Е.И.* Эвристико-дидактические конструкции как средство овладения цифровыми навыками будущим учителем математики / Е.И. Скафа // Педагогика информатики. – 2021. – №1. [Электронный ресурс]. – Режим дотупа: http://pcs.bsu.by/2021_1/5ru.pdf (дата обращения 04.03.2021).

9. *Фридман Л.М.* Теоретические основы методики обучения математике: учеб. пособие / Л.М. Фридман. – М.: Либроком, 2014. – 248 с.

10. *Эсаулов А.Ф.* Психология решения задач / А.Ф. Эсаулов. – М.: Высш. шк., 1972. – 216 с.

УДК 519.8

СРАВНЕНИЕ МЕТОДИК ПОДГОТОВКИ ШКОЛЬНИКОВ К МАТЕМАТИЧЕСКИМ ОЛИМПИАДАМ

Скринникова Анна Владимировна
старший преподаватель кафедры
фундаментальной математики,
ГОУ ВО ЛНР «ЛГПУ»
e-mail: ann3005@rambler.ru

Аннотация. По итогам математической олимпиады среди учащихся 8-х классов результаты в малокомплектной школе оказались не хуже, чем в полнокомплектной. Подготовка к олимпиаде с применением методики на основе более интенсивной тренировки не дала статистически значимых улучшений в результатах учащихся малокомплектной школы.

Ключевые слова: олимпиада по математике, самостоятельная работа учащихся, непараметрическая статистика.

Актуальность и постановка проблемы. В настоящее время отечественными педагогами применяются чаще всего либо методика подготовки школьников к математическим олимпиадам на основе системного подхода либо на основе интенсивной подготовки. Некоторые авторы используют эти методики в сочетании. Практически все педагоги-ученые считают, что при подготовке к олимпиадам следует уделять большое внимание и поощрять самостоятельную работу учащихся [1-3]. Цель работы – сравнить методики подготовки учащихся к математическим олимпиадам.

Изложение основного материала. Сравним методики подготовки школьников к математическим олимпиадам на основе системного подхода и на основе интенсивной подготовки. Исследование проводилось на базе Государственного общеобразовательного учреждения Луганской Народной Республики «Северо-Гундоровская средняя школа-детский сад №13 имени защитника Луганской Народной Республики Александра Морилова» и Государственного общеобразовательного учреждения Луганской Народной Республики «Великосуходольская средняя школа-детский сад №23» в течение 2019 года в три этапа. Испытуемые – ученики 8-х классов.

ГОУ ЛНР «Северо-Гундоровская средняя школа-детский сад №13 имени защитника Луганской Народной Республики Александра Морилова» – односменная общеобразовательная школа с контингентом учащихся 133 человека. Материально-техническая база школы включает стандартный по размерам кабинет математики, школа имеет в своем распоряжении полный набор инвентаря и оборудования для обеспечения проведения уроков математики и внеурочной деятельности. Учащихся 8-х классов – 17 человек. Их средний балл успеваемости по математике за предыдущий год обучения – 3,5.

ГОУ ЛНР «Великосуходольская средняя школа-детский сад №23» – односменная общеобразовательная школа с контингентом учащихся 43 человека. Школа малокомплектная. Материально-техническая база школы включает стандартный по размерам кабинет математики, школа имеет в своем распоряжении неполный инвентарь и оборудование для обеспечения проведения уроков математики и внеурочной деятельности. Учащихся 8-х классов – 9 человек. Их средний балл успеваемости по математике за предыдущий год обучения – 3,3. Таким образом, учащиеся обоих классов имеют почти одинаковую успеваемость.

I этап – поисковый (май 2019 года). В течение этого этапа проводился подбор и анализ научной и методической литературы, обобщался опыт работы учителей в сельской школе, составлялись задачи для проведения школьного этапа олимпиады, осуществлялось знакомство со школьниками, исследовалась успеваемость 8-х классов, составлялась программа подготовки к олимпиаде.

II этап – экспериментальный (сентябрь-ноябрь 2019 года). В это время осуществлялась подготовка школьников к олимпиаде по математике с применением изложенных методик. Ввиду малокомплексности ГОУ ЛНР «Великосуходольская средняя школа-детский сад №23» продолжительность участия школьников в кружке была пролонгирована на 15 минут в сравнении с продолжительностью занятий в кружке школьников из ГОУ ЛНР «Северо-Гундоровская средняя школа-детский сад №13 имени защитника Луганской Народной Республики Александра Морилова» (45 минут).

Все учащиеся согласились принять участие в олимпиаде. Учителя, преподающие математику, проводили дважды в неделю внеклассную работу со школьниками. В каждой школе работали разные учителя. Один раз в месяц проводились совместные занятия в виде математических боев, викторин. Перед проведением соревнования школьникам были разъяснены основные правила проведения олимпиады: 1) шесть предложенных задач нужно решить за 2,33 академических часа, 2) нельзя пользоваться калькуляторами, учебниками и т.п., 3) нельзя общаться друг с другом, свободно перемещаться по аудитории; 4) каждая задача оценивается максимум в 10 баллов.

III этап – заключительный (ноябрь-декабрь 2019 года), на котором была проведена олимпиада, а затем осуществлялись обработка, анализ и обобщение данных эксперимента. Т.е. в исследовании сравнивались результаты подготовки и проведения олимпиады по математике в общеобразовательной средней школе-детский сад №13 и сельской малокомплектной школе №23.

Для анализа результатов подготовки и проведения олимпиады воспользуемся табличным представлением данных. Показатели успеваемости по математике до подготовки к олимпиаде (за 2018-2019 уч.г.) и после нее (за 1-ю и 2-ю четверти 2019-2020 уч.г.) собраны в таблицу 1.

Таблица 1 – Сводная ведомость успеваемости учащихся по математике

Оценка	2018-2019 уч.г.		2019-2020 уч.г.	
	СШ №13	СШ №23	СШ №13	СШ №23
«3»	9	6	6	5
«4»	7	3	10	4
«5»	1	0	1	0
Средний балл	3,5	3,3	3,7	3,4

На первом этапе эксперимента было установлено, что оба 8-х класса перед началом второго этапа эксперимента имеют почти одинаковый первоначальный уровень успеваемости по математике. После проведения олимпиады, а точнее после кружковых занятий по математике, успеваемость по математике естественным образом повысилась с 3,5 до 3,7 баллов и с 3,3 до 3,4 баллов в школах № 13 и № 23 соответственно (см. табл. 1).

Результаты проведения олимпиады сведены в таблицу 2. Под количеством школьников, справившихся с задачами, понимаются те, кто либо решил задачу и получил правильный ответ либо справился частично: выстроил верный ход решения, но допустил на каком-то этапе ошибку по каким-то причинам, пришел к неверному/неполному ответу и набрал не менее 4-х баллов. Для оценивания решения каждой задачи выбрана десятибалльная шкала.

Как видно из табл. 2 учащиеся 8-х классов обеих школ справились с большей частью предложенных задач.

Таблица 2 – Результаты проведения олимпиады: количество школьников, справившихся с задачами

Номер задачи	СШ №13	Сумма баллов	СШ №23	Сумма баллов
1	7	61	6	38
2	8	49	1	10
3	11	92	4	26
4	2	20	0	0
5	10	52	8	45
6	17	150	8	73
Средний балл	24,94		21,33	

Отметим, что задачу 4, например, большинство школьников решало «в лоб», пытаясь сложить все 8 дробей приведя сразу к общему знаменателю, но лишь один учащийся получил при этом верный ответ, один нашел «красивое» решение, трое человек не пытались решать эту задачу, остальные запутались в вычислениях и набрали менее 4-х баллов.

Большое затруднение у учащихся вызвала также геометрическая задача. При решении геометрической задачи для многих участников было сложно сделать анализ данных и геометрические построения, вследствие чего был осложнен поиск идеи решения задачи. Это говорит о том, что учителям необходимо уделить больше внимания на уроках развитию пространственного мышления у учеников.

Все шесть предложенных задач имеют немного нестандартную формулировку. Для поиска ответа или доказательства нужны не только школьные знания, но и умения логично рассуждать, перевести необычное условие на подходящий математический язык, которые были приобретены на кружковых занятиях.

Решение каждой задачи оценивалось, как уже было указано ранее, целым числом баллов от 0 до 10. Максимальное количество баллов, которое мог получить участник, равно 60.

Победитель набрал 37 баллов. Общие итого всех участников олимпиады следующие:

– с задачей № 1 справились частично или полностью (набрали от 4 до 10 баллов) – 13 человек, что составляет 50% от общего количества учащихся, 13 человек не справились или не пытались решить (50%);

– с задачей № 2 справились частично или полностью 9 человек (34,6%), 17 человек не справились или не пытались решить (65,4%);

– с задачей № 3 справились частично или полностью 15 человек (57,7%), 17 человек не справились или не пытались решить (42,3%);

– с задачей № 4 справились частично или полностью 2 человека (7,7%), 17 человек не справились или не пытались решить (92,3%);

– с задачей № 5 справились частично или полностью 18 человек (69,2%), 17 человек не справились или не пытались решить (30,8%);

– с задачей № 6 справились частично или полностью 25 человек (96,2%), 17 человек не справились или не пытались решить (3,8%).

Оценим, какое влияние оказала более интенсивная по продолжительности времени подготовка учащихся малокомплектной школы № 23 в сравнении с менее интенсивной подготовкой учащихся школы № 13.

Поскольку выборки учащихся невелики, применим методы непараметрической статистики. Пусть выборка №1 – результаты учащихся 8-х классов школы № 13, выборка №2 – результаты учащихся 8-х классов школы № 23. Сравним дисперсии двух выборок, используя критерий Фишера.

Пусть по выборке объема n_1 получены среднее и дисперсия: $\bar{x}$ и S^2, а также по выборке объема n_2, $\bar{y}$, S_y^2. Сравним неоднородности одной и другой выборок, пользуясь источниками [4] и [5].

Для школы № 13 получаем: $\bar{x} = 24{,}94$, $S^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 = 1339{,}582$. Для школы № 23 получаем: $\bar{x} = 21{,}33$, $S^2 = 457{,}01$. Вычисляем статистику $F = \frac{1339{,}582}{457{,}01} = 2{,}93$.

При $n_1 - 1 = 17 - 1 = 16$, $n_2 - 1 = 9 - 1 = 8$ и уровне значимости 0,05 и, следовательно, $\alpha/2 = 0{,}025$. По таблицам [5] $F_{kp} = 7{,}2$. Поскольку $F < F_{kp}$, то гипотеза о равенстве дисперсий принимается. Следовательно, по выражению $t = \dfrac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{\dfrac{(n_x - 1)S_x^2 + (n_y - 1)S_y^2}{n_x + n_y - 2}\left(\dfrac{1}{n_x} + \dfrac{1}{n_y}\right)}}$. вычисляем

$$t = \frac{24{,}94 - 21{,}33}{\sqrt{\dfrac{(17-1)\cdot 1339{,}582 + (9-1)\cdot 457{,}01}{17+9-2}\left(\dfrac{1}{17} + \dfrac{1}{9}\right)}} = 0{,}271.$$

Далее, находим $t_{kp} = t_{1-0{,}025} = 0{,}34$. Поскольку $|t| < t_{kp}$ (сравнили 0,271 и 0,34), то нулевая гипотеза о равенстве средних не отвергается.

Таким образом, получили, что увеличение времени подготовки к олимпиаде на 15 минут на каждом внеклассном занятии, кроме совместных, на уровне значимости 0,05 не повлияло на результаты учащихся школы № 23 в сравнении с учащимися школы № 13. Гипотеза о равенстве дисперсий на том же уровне значимости подтвердилась. Т.е. мера разброса значений баллов, полученных учащимися за решение задач олимпиады, относительно математического ожидания в обеих школах одинакова. Но поскольку эксперимент был проведен на небольшом количестве учащихся школ, это не говорит о том, что результаты, полученные в исследовании, весомые.

Выводы и перспективы дальнейших исследований. Анализ результатов заключительного этапа математической олимпиады среди учащихся 8-х классов дал: подготовка к олимпиаде повысила успеваемость участников по математике; результаты проведения олимпиады в малокомплектной школе оказались не хуже, чем в обычной; подготовка к олимпиаде с применением методики на основе более интенсивной тренировки не дала статистически значимых улучшений в результатах олимпиады учащихся малокомплектной школы.

Список литературы

1. *Баишева М.И.* Совершенствование методики подготовки учащихся к олимпиадам по математике (на примере 3-5 классов): автореф. дис…канд. пед. наук: 13.00.02 / М.И. Баишева. – Москва, 2004. – 23 с.
2. *Скопенков А.Б.* Олимпиады и математика / А.Б. Скопенков // Математическое просвещение.– 2006.– №10.– С. 57–63.
3. *Белов А.Я.* Олимпиады: дверь в математику или спорт? / А.Я. Белов // Математическое просвещение. – 2011. – Вып. 15. – С.12–15.
4. *Большев Л.Н.* Таблицы математической статистики / Л.Н. Большев, Н.В. Смирнов – М.: Наука, 1983. – 415 с.
5. Z-таблицы (Таблицы нормального распределения и другие) [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://sixsigmaonline.ru/baza-znanij/37-1-0-36 (дата обращения 01.03.2021).

СЕКЦИЯ 6

ИННОВАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ПРЕПОДАВАНИИ МАТЕМАТИКИ

УДК 373.5.091.39-021.64:51

ОРГАНИЗАЦИЯ ПРОЕКТНО-ЭВРИСТИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ШКОЛЬНИКОВ 5 КЛАССОВ В СИСТЕМЕ STEAM-ОБРАЗОВАНИЯ

Бережная Валерия Александровна
студентка 3 курса направления подготовки
«Педагогическое образование (с двумя профилями),
профили: Математика и информатика»
ГОУ ВПО ДНР «ДонНУ»
e-mail: pushistaviva@gmail.com

Научный руководитель:
Скафа Елена Ивановна
доктор педагогических наук, профессор,
заведующий кафедрой высшей математики и
методики преподавания математики»
ГОУ ВПО ДНР «ДонНУ»

Аннотация. Статья посвящена организации внеклассной работы школьников пятых классов. Проанализированы предпосылки введения элементов STEAM образования в основной школе. Автором предложен пример междисциплинарного математического кружка на основе STEAM технологий. В статье раскрывается процесс проектно-эвристической деятельности по созданию математической стенгазеты.

Ключевые слова: внеклассная работа, проектная деятельность, эвристическая деятельность, STEAM-образование.

Актуальность и постановка проблемы. В государственном образовательном стандарте среднего общего образования обозначена необходимость развития как предметных, так и метапредметных умений: «Метапредметные результаты освоения основной образовательной программы должны отражать владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания» [1, с. 9].

Предполагается, что обучающийся должен не только изучить математику, физику, информатику, но и уметь применять знания и навыки в реальной жизни для решения конкретных задач, уметь творчески мыслить. От школы требуется разрешить поставленную задачу в рамках доступных форм работы с обучающимися. При этом, с точки зрения воспитания творческой личности, важно, отмечает Е.И. Скафа, чтобы в структуру умственной деятельности школьников помимо алгоритмических умений и навыков, фиксированных в стандартных правилах, формулах и способах действий, входили эвристические приемы, как общего, так и специального вида [2].

С учетом разнообразия форм, методов и содержания учебной работы возможность удовлетворить возрастающие потребности школьников, согласно общей тенденции развития будущих сфер деятельности, в полной мере не поддается реализации. Расширенные возможности для применения детьми своих творческих сил и способностей для всестороннего развития личности реализуются на базе внеклассной работы, в процессе которой можно организовать проектно-эвристическую деятельность.

При подготовке и реализации такой деятельности необходимо основываться на возрастных и психологических особенностях учащихся. Дети различных возрастных групп нуждаются в дифференцированном подходе к предоставлению помощи взрослых в поиске информации и оформлении проекта. Так, на уровне начальной школы нецелесообразно вводить элементы, связанные с исследовательской деятельностью. Аргументируется это особенностями психики, которые не гарантируют сознательной и полной вовлеченности в процесс исследования на фундаментальном уровне. Только перейдя в пятый класс, учащиеся приобретают знания, умения и навыки, необходимые для выполнения исследовательской работы. В этот период детей следует обучать основам самостоятельной деятельности, развивать нестандартное мышление.

Изложение основного материала. Исходя из вышесказанного, для учащихся 5-го класса нами предложен кружок на стыке различных дисциплин, организация которого предусматривает проектно-эвристическую деятельность. На данном этапе развития школьников есть все предпосылки научить их конструировать комплексную картину окружающего мира из отдельных разрозненных фактов; позволить им убедиться, что наука – важнейший фактор технического прогресса и преобразования действительности.

Остановимся на авторской разработке междисциплинарного математического кружка на основе STEAM-технологий.

По мере изучения теоретического материала в процессе основных занятий по математике, природоведению, информатике, трудовому обучения, изобразительному искусству программа кружка предоставляет обучающимся междисциплинарное представление полученных знаний. В содержание кружковых занятий входит мотивационный материал: исторические сведения, интересные факты и занимательные задачи, роль которых выражается в теоретическом обосновании междисциплинарных связей. Практическое их применение находит отражение в учебных проектах. Например, один из проектов, который создают пятиклассники, это математическая стенгазета в рамках изучения темы «Метрическая система мер. Тела, измерения тел, их характеристики. Старинные меры». В процессе создания стенгазеты предполагается разностороннее исследование содержания темы, использование информационных возможностей современных технических средств. Для пятого класса предложено выбрать следующую направленность стенгазеты – старинные русские меры.

Опишем процесс работы учителя с участниками кружка по созданию стенгазеты.

Вместе с учениками необходимо проанализировать поставленную задачу и выяснить, видели ли они что-либо подобнее ранее. В качестве примера можно указать обычную газету. После этого нужно поручить участникам кружка задачу собрать интересный материал на заданную тему. Проверяемость найденной информации является одним из основных критериев подбора материала. Как этого добиться – приучать детей фиксировать первоисточник.

Далее важно предложить определить отдельные рубрики, как в газете. Примером такого распределения материала могут служить: пословицы, поговорки; вопросы и загадки с ответами (предложить оформить их в виде откидного календаря: на верхнем слое загадка, под ним – ответ к ней); ребусы; занимательные задачи на заданную тему; интересные сведения и факты по теме; кроссворд.

Отдельно остановимся на выборе звучных названий, как для самой газеты, так и для отдельных рубрик. Название газеты должно быть связано с темой, привлекать внимание к поговоркам: «Меры на Руси», «Семь раз отмерь!», «Человек – мера всех вещей» и т.д.

Для подбора интересного материала можно посоветовать ученикам искать применение древнерусских мер в различных сферах жизни: торговле, строительстве, земледелии, медицине и т.д. Напоминая о наглядности материала, полезно предложить включить схематичное изображение мер длины, подобрать и распечатать картинки или же нарисовать.

Среди задач, которые будут подбирать школьники, нужно сделать акцент на том, что они должны быть как простые (например, сравнение различных мер длины: аршин больше вершка), так и творческого характера. Последние можно составить с учениками в виде небольших исследовательских работ. Для этого нужно выделить основное направление задач с учетом исследуемых единиц измерения. В 5 классах пока нецелесообразно изучать меры объема, а при исследовании веса может не хватить подручных средств. Следовательно, лучше сосредоточиться на древнерусских мерах длины. Задачи данной направленности будут включать измерение длины чего-либо при помощи усвоенных знаний и сравнение результатов с одноклассниками.

Вид кроссворда, который поместят в стенгазету, будет зависеть от предпочтения участников кружка: классический кроссворд, филворд, сканворд. При создании кроссворда полезно ознакомить учеников с общими правилами, которые включают в себя: запрет на использование аббревиатур, сокращений; загаданные слова должны быть именами существительными в именительном падеже единственного числа и др.

При распределении материала на ватмане нужно ознакомить детей с понятием «чертежной сетки» и пояснить ее преимущества при структурированном распределении информации на поверхности (плакате, слайде презентации и пр.). Правильно примененная сетка поможет удерживать внимание читателя; повысит качество восприятия текста и вообще улучшит опыт его взаимодействия с материалом; придаст информации упорядоченность и согласованность.

В дополнение можно объяснить принцип «золотого сечения», который придаст определенный вес отдельным частям стенгазеты. Важно пояснить связь между художественным приемом и числами Фибоначчи на доступном для учеников 5 класса уровне. Предложить построить на данном принципе соответствующую сетку (рис.1).

Кроме того, в 5 классе ставится задача воспитания у учеников эстетического восприятия цвета. Потому можно выделить отдельную задачу, как выбор цветового оформления стенгазеты.

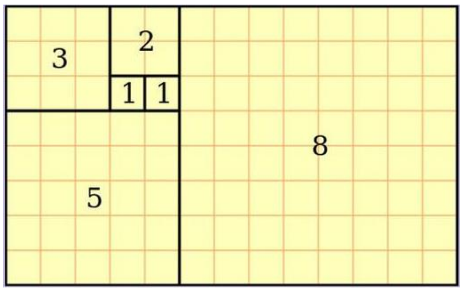
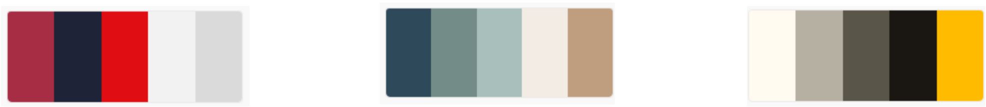


Рисунок 1 – Соответствующая золотому сечению сетка

Одним из способов ее решения может быть использование готовых сбалансированных палитр (рис.2). К теме обсуждения относим вопросы соответствия цветов исторической направленности, их роль в привлечении внимания к стенгазете.



1 2 3

Рисунок 2 – Примеры готовых цветовых палитр

Один из примеров расположения информации на стенгазете предложен на рисунке 3.

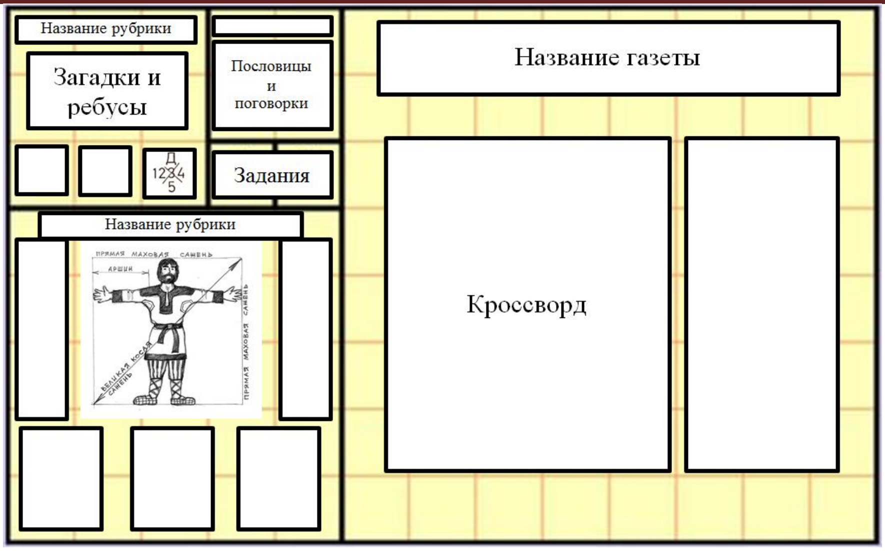


Рисунок 3 – Пример макета стенгазеты

Выводы и перспективы дальнейших исследований. Таким образом, коллективная работа пятиклассников над проектом способствует погружению их в разнообразную деятельность по поиску информации, решению математических заданий, выполнению технических и конструкторских работ по оформлению, в том числе и художественному, ознакомлению с незнакомым материалом, выходящим за пределы школьной программы. В этом и заключается STEAM-образование (объединение естественных наук, технологии, инженерного искусства, творчества, математики), на данном этапе обучения школьников [3]. Такое образование основано на применении междисциплинарного и прикладного подхода, а также на интеграции всех пяти дисциплин в единую схему обучения через организацию проектно-эвристической деятельности школьников.

Список литературы

1. Государственный образовательный стандарт среднего общего образования утвержден Приказом Министерства образования и науки Донецкой Народной Республики от 07 августа 2020 г. № 121 – НП [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://gisnpa-dnr.ru/npa/0018-121-np-20200807/ (дата обращения: 10.03.2021).
2. *Скафа Е.И.* Теоретико-методические основы формирования готовности будущего учителя математики к проектно-эвристической деятельности: монография / Е.И Скафа. – Донецк : ДонНУ, 2020. – 280 с.
3. *Стрельникова Т.* Что такое STEAM-образование? / Т. Стрельникова [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.unikaz.asia/ru/content/chto-takoe-steam-obrazovanie/ (дата обращения: 120.03.2021).

УДК 004.04.045.0

ИССЛЕДОВАНИЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ СОВРЕМЕННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ НА УРОКАХ ИНФОРМАТИКИ

Будченко Никита Евгеньевич
студент 2 курса магистратуры направления подготовки
44.04.01 «Педагогическое образование (с двумя профилями),
профили: Информатика и образовательная робототехника»
ГОУ ВО ЛНР «ЛГПУ»
e-mail: rihtar05@gmail.com

Дударев Владислав Владимирович
студент 2 курса магистратуры направления подготовки
44.04.01 «Педагогическое образование (с двумя профилями),
профили: Информатика и образовательная робототехника»
ГОУ ВО ЛНР «ЛГПУ»
e-mail: rihtar05@gmail.com

Научный руководитель:
Капустин Денис Алексеевич
кандидат технических наук, доцент,
и.о. заведующего кафедры информационных
образовательных технологий и систем
ГОУ ВО ЛНР «ЛГПУ»

Аннотация. Целью научной работы является усовершенствование методик проектной деятельности школьников на уроках информатики за счёт включения в содержание компонентов, связанных с технологией компьютерного 3D-моделирования, а также выявить влияние использования такой технологии на эффективность обучения проектной деятельности.

Ключевые слова: аддитивные технологии, прототипирование, 3D-модель, 3D-печать, 3D-принтер, метод, FDM технология, пластик.

Актуальность и постановка проблемы. Развитие информационного общества модернизирует процесс обучения, методы и формы организации учебно-воспитательного процесса. В меняющихся реалиях современным учителям становится все сложнее найти рычаги воздействия на мотивацию и активизацию познавательной деятельности учащихся, особенно, если в преподаваемых предметах мало используется функционал современных информационных технологий. Тем не менее, педагогам необходимо эффективно формировать у школьников способности к саморазвитию, творческому применению полученных знаний, ориентации и успешному функционированию в условиях жизни информационного общества.

Технологии компьютерного 3D-проектирования и трехмерного моделирования в наше время активно сменяют традиционные 2D-технологии во многих областях. Полное название – «3dimensional», в переводе с англ., означает – трехмерный. 3D-методы играют важную роль в компьютерной графике, которые давно заняли прочное положение и почти вытеснили ручные методы. С начала нового тысячелетия понятие «3D» прочно вошло в нашу повседневную жизнь. В XXI веке создан новый подход, который основан на построение реалистичных компьютерных 3D моделей. 3D-графика – достаточно сложная сфера, которая связана с множеством отраслей, от производства игр и фильмов до архитектуры и инженерных проектов. В современном обществе 3D моделирование занимает значительное место даже в повседневной жизни человека. На сегодняшний день оно приобрело широкое применение в сфере маркетинга, дизайна и архитектуры, а также кинематографии, не говоря уже промышленном производстве [3].

Огромное влияние на 3D-технологию оказало изобретение и популяризация 3D-печати, благодаря ей трехмерная графика перешла на новую ступень развития и стала востребована как никогда. У каждого человека появилась возможность напечатать нарисованный им самим или загруженный из интернета 3D-объект, будь то модель архитектурного дизайна или герой из любимого мультфильма. Однако, не любой пользователь разбирается в специализированных 3D-программах и не каждый умеет создавать трехмерные объемные тела. Вследствие этого появилась востребованность в специалистах в области 3D моделирования.

Информационные технологии достаточно прочно вошли в сферу образования, что является естественным следствием развитием современного общества. 3D-технологии с каждым годом набирают все большую популярность.

Изложение основного материала. Методологической и теоретической основой диссертационного исследования являются [1; 2; 3; 5; 6]:

– практико-ориентированный подход в образовании (Т.А. Канаева, В.А. Михеев, Л.Е. Солянкина, А.А. Скамницкий, В.А. Левин, О.А. Карюкина);

– теория и методика обучения информационным технологиям (С.А. Бешенков, Л.Л. Босова, Ю.А. Быкадоров, А.Г. Гейн, В.А. Каймин, А.А. Кузнецов, А.Г. Кушниренко, А.С. Поляков, И.Г. Семакин и др.);

– исследования в области использования средств информационных технологий в образовательном процессе (А.А. Андреев, В.А. Бубнов, С.Г. Григорьев, В.В. Гриншкун, О.Ю. Заславская, Е.С. Полат, И.В. Роберт, О.К. Тихомиров, А.Д. Урсул и др.);

– исследования в области использования средств технологии 3D-моделирования в образовательном процессе (Е.С. Добринский, М.А. Зленко, И.Н. Мутылина, А.А. Попович и др.).

Разные аспекты изучения теории и практики проектной деятельности учащихся, в том числе при изучении предмета «Инфортика», можно найти в работах Е.С. Полат, Е.С. Булычевой, С.А. Красносельского, Н.Ю. Пахомовой, Л.Б. Переверзева, И.С. Сергеева, А.В. Белова, М.Ю. Бухаркиной, М.Ю. Ереминой, И.В. Жуковского, З.Н. Касаткиной и др. Изучение материалов исследований разных авторов позволяет сделать вывод о том, что современная школа не в полной мере реализует педагогический потенциал метода проектов в рамках организации и проведения урочной и внеурочной работы со школьниками. Проектная деятельность рассматривается как «частно-методическое» средство, (и чаще всего при обучении информатике), но при этом отсутствуют комплексное исследование возможностей информатизации, в том числе компьютерного 3D-моделирования для повышения эффективности использования метода проектов урочной и внеурочной деятельности.

В настоящее время 3D-технологии внедряются в разные сферы жизни современного общества – в инженерии, архитектуре, медицине, дизайне, сфере развлечений и других областях деятельности человека. При этом практически отсутствует научно обоснованный опыт применения соответствующих средств информатизации при обучении 3D технологиям на уроках информатики. Более того, недостаточно разработанной остается система подготовки школьников к оперированию средствами 3D как в рамках обучения, так и в рамках использования таких средств в повседневной и профессиональной деятельности. Становится очевидным, что имеет место наличие актуальной проблемы, требующей решения проблемы поиска подходов к информатизации урочной и внеурочной деятельности. Проектная деятельность на уроках информатики требует нового подхода, подготовленной методики, в том числе по использованию современных инструментальных и технологичных средств, разработанных дидактических материалов [4; 7].

Таким образом, можно выделить противоречие между необходимостью использования средств информационных технологий для совершенствования проектной деятельности школьников на уроках информатики, существенным образовательным потенциалом современной информационной технологии – компьютерного 3D-моделирования, с одной стороны, и отсутствием методики обучения и использования технологии компьютерного 3D-моделирования в рамках проектной деятельности обучающихся на уроках информатики, с другой стороны.

Выводы и перспективы дальнейших исследований. Использование инновационных информационных технологий в школьном образовании – очень перспективное направление. На сегодняшний день многие школы используют различные виды информационных технологий в практике преподавания различных предметов. В том числе, одним из наиболее интересных и современных направлений является применение 3D-технологий.

Быстрое внедрение 3D-технологий во все сферы производственной, исследовательской, образовательной и экономической деятельности требует большого количества соответствующих специалистов. Спрос на таких специалистов может быть удовлетворен только за счет систематического внедрения 3D-технологий в образовательный процесс как в дошкольных заведениях, так и в учреждениях общего среднего, среднего специального, профессионально-технического и высшего образования.

На основе анализа научных источников, изучения существующих подходов к проведению внеурочной проектной деятельности в школе и специфики технологии 3D-моделирования и 3D-печати обоснованы возможность и целесообразность применения 3D-технологий при изучении различных тем, изучаемых в рамках общеобразовательной программы и внеурочной проектной деятельности школьников. При этом расширение содержания обучения школьников должно сопровождаться обоснованным применением 3D-моделирования и 3D-печати в качестве средств обучения большинству тем. Такое совершенствование позволяет повысить наглядность и эффективность обучения, проводить ранее недоступные практические и экспериментальные работы, создавать недоступные ранее проектные продукты, соответствующие интересам и запросам современных школьников.

Необходимо широко использовать доступные для педагогов и школьников технологии разработки и способы применения учебных 3D-моделей, разрабатывать методические рекомендации для учителей по освоению практических приёмов применения сред 3D-моделирования при проведении урочной и внеурочной проектной деятельности учащихся.

Анализ результатов комплексных экспериментов показал, что предложенный подход к информатизации урочной и внеурочной проектной деятельности школьников повышает эффективность подготовки по разным дидактическим элементам, развивает умение 3D-моделирования и 3D-печати, а также помогает школьникам ориентироваться и успешно функционировать в условиях жизни информационного общества.

Наиболее значительным фактором, который подтверждает важность введения 3D-технологий в процесс образования является то, что у обучающихся есть возможность обнаружить и реализовать свои творческие способности, получить навыки пользования современными технологиями и устройствами. Школьники уже на уроках смогут получать необходимые умения и навыки, которые пригодятся в будущей профессиональной деятельности.

3D-технологии дают педагогам принципиально новые возможности изготовления и демонстрации различных моделей с помощью 3D печати. Теперь это дешево и быстро, модель можно скачать из интернета, разработать самостоятельно, поставить задачу перед учащимися.

Вызовы времени накладывают повышенную ответственность на учителя. Учитель должен не только быстро освоить новое оборудование, но и научить с ним работать детей, а также заинтересовать учащихся в его освоении.

Заинтересовать учащихся можно используя игровую образовательную технологию, а также и технологию мастерских знаний, они представляют собой особый интерес, так как в игре будут решаться важные и сложные вопросы, а закрепление полученных навыков будет происходить при разработке и моделировании необходимого объекта на компьютере и дальнейшего его изготовления.

Таким образом, введение технологий 3D-технологий в образовательный процесс может способствовать внедрению новых форм организации учебного процесса, вовлечению учащихся в проектную деятельность, повышению мотивации и формированию необходимых компетенций выпускников и преподавателей, развитию новых исследовательских методов и технологий.

Результаты исследования тенденций в сфере 3D-печати, ее роли в образовательном процессе и преимуществ для педагогических работников и обучающихся позволяют сформировать следующие рекомендации для развития системы образования ЛНР:

1) внедрение аддитивных технологий (3D-печати и 3D-моделирования) в образовательный процесс в учреждениях общего среднего, среднего специального, профессионально-технического и высшего образования должно стать одним из важнейших направлений государственной политики по информатизации и цифровой трансформации и быть соответствующим образом закреплено в нормативно-правовых актах, образовательных стандартах и учебных программах;

2) для соответствия требованиям рынка труда цифровой экономики учреждениям высшего образования следует начать подготовку специалистов в сфере 3D-технологий;

3) эффективное внедрение 3D-технологий в образовательный процесс требует расширения государственно-частного партнерства по вопросу развития и применения технологий 3D-печати;

4) необходимо решение вопроса материально-технического обеспечения системы образования в части 3D-инфраструктуры, что требует в первую очередь выбора оптимальной модели оснащения учреждений образования 3D-принтерами и программами для 3D-моделирования и прототипирования;

5) целесообразна организация курсов (в т.ч. вебинаров) для педагогических работников по вопросам 3D-печати и 3D-моделирования, проведение тематических форумов и конференций, разработка информационных и научно-методических материалов для рассылки в учреждения образования.

Таким образом, в работе представлено обоснование необходимости внедрения 3D-технологий на уроках информатики и в образовательный процесс в целом, это будет способствовать существенному повышению качества подготовки обучающихся, что соответствует требованиям рынка труда цифровой экономики и информационного общества.

Список литературы

1. *Зленко М.А.* Аддитивные технологии в машиностроении [Текст]: учеб. пособие для вузов по направлению подготовки магистров «Технологические машины и оборудование» / М.А. Зленко, А.А. Попович, И.Н. Мутылина. –

СПб.: Санкт-Петербургский государственный политехнический университет, 2013. – 183 с.

2. *Альтшуллер Г.С.* Поиск новых идей: от озарения к технологии: Теория и практика решения изобретательских задач [Текст] / Г.С. Альтшуллер, Б.Л. Злотников, А.В. Зусман, В.И. Филатов. – Кишинев: Картя Молдовеняскэ, 2012. – 185 с.

3. *Баданов А.Г.* 3D-технологии в образовании / А.Г. Баданов // Вестник Марийского государственного университета. – Выпуск №9. – 2012. – С. 23–29.

4. *Даутова О.Б.* Современные педагогические технологии в профильном обучении [Текст]: Учеб.-метод, пособие для учителей / О.Б. Даутова, О.Н. Крылова / под ред. А.П. Тряпицыной – СПб.: КАРО, 2006. – 176 с.

5. *Лейбов А.М.* Применение технологий 3D-прототипирования в образовательном процессе / А.М. Лейбов, Р.В. Каменев, О.М. Осокина // Современные проблемы науки и образования. 2014. – №5. - С. 93–98.

6. *Меженин А.В.* Технологии 3D моделирования для создания образовательных ресурсов, учебное пособие / А.В. Меженин – СПб.: Санкт-Петербургский государственный универсиет информационных технологий, механики и оптики, 2008. – 112 с.

7. *Темина С.А.* Кейс-метод в педагогическом образовании. Теория и технология реализации. Тематический сборник кейсов [Текст] / С.А. Темина, И.А. Андриади. – М.: Издательство НОУ ВПО Московский психолого-социальный университет, 2014. – 156 с.

УДК 372.851

ОСОБЕННОСТИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПРЕПОДАВАТЕЛЕЙ И ОБУЧАЮЩИХСЯ ПРИ РЕАЛИЗАЦИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ПРОГРАММ В РАМКАХ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ

Зверяка Светлана Усманбаевна
специалист высшей категории, старший преподаватель,
преподаватель общеобразовательных дисциплин
ОП «Луганский профессиональный
торгово-кулинарный колледж ЛГПУ»
e-mail: seveta2017@yandex.ru

Аннотация. В статье предлагаются возможные варианты преподавания образовательных дисциплин в условиях дистанционного обучения. Приводятся четыре модели личностно-ориентированного обучения на любых уроках, включая и математику, а также физику, и др. предметы. Немаловажное место отводится на детализацию приемов взаимодействия, что может стать основной формой преподавания в профессиональных дисциплинах.

Ключевые слова: модель, дистанционное обучение, чек-лист, обучающийся, классный руководитель, преподаватель.

Актуальность и постановка проблемы. Новые реалии социума в условиях пандемии и введение повсеместного дистанционного обучения вносят свои коррективы и в образовательный процесс. Это приводит к изменениям и в общем среднем образовании. Наблюдая изменение целевых установок, а именно, перехода от главной цели к всестороннему и гармоничному развитию подрастающего поколения, надо учитывать формирование личности обучающегося, развития его способностей и дарований, научного мировоззрения, в соответствии с Законом Луганской Народной Республики «Об образовании». Другими словами, в сокращенном варианте новая парадигма общего среднего образования предполагает рассматривать обучающегося как цель, а не средство для эксперимента, но в новых реалиях дистанционного обучения. Именно в этом и будет заключаться актуальность данной публикации.

Для решения этой главной проблемной задачи мы предлагаем рассмотреть различные варианты взаимодействия участников образовательного процесса – обучающихся и преподавателей, которые могут выступать и в роли классных руководителей (в высших учебных заведениях – кураторы). При этом мы ориентировались на применение в своей образовательной деятельности личностно-ориентированного обучения при общей практико-ориентированной системе, которые гармонично вписываются в методической проблему колледжа «Эффективные образовательные технологии в условиях системной модернизации среднего профессионального образования».

Раньше данный подход не рассматривался в условиях дистанционного обучения, особенно при условии различия в техническом оснащении участников обучения. Целью такого обучения является в том, чтобы преподаватель преподносил не только готовый материал, но и помогал обучающимся изучать и трансформировать полученную информацию в полезную как них, так и для окружающих, уметь применять полученные знания, умения и навыки на практике. Только после того, как обучающийся получит положительные практические результаты, можно будет оценивать, как облегчает та или иная модель суть взаимодействия.

Свой педагогический опыт отражаем в методических рекомендациях, пособиях, статьях, научно-исследовательских работ обучающихся [1-3].

Изложение основного материала. Учитывая разные технические и материальные возможности обучающихся колледжа, предлагаем рассмотреть несколько возможных схем моделей работы преподавателя-обучающийся:

- ✓ Модель 1 (у преподавателя и обучающегося есть персональное устройство и доступ к сети Интернет)
- ✓ Модель 2 (отсутствуют необходимые устройства, доступ к сети Интернет есть)
- ✓ Модель 3 (есть персональные устройства, доступ к сети Интернет отсутствует)

✓ Модель 4 (нет необходимых устройств, доступ к сети Интернет отсутствует).

При работе с моделями лучше всего прикрепить списки соответствующих обучающихся по группам, с телефонами и даже электронными почтами или доступами в социальную сеть.

Модель 1
(у преподавателя и обучающегося есть персональное устройство и доступ к сети Интернет)

При реализации Модели 1 могут быть использованы следующие ресурсы:

✓ учебники и пособия на бумажных носителях;

✓ учебники и пособия в электронном формате;

✓ электронные образовательные ресурсы (РЭШ, МЭШ, «Учи.ру» и пр.);

✓ образовательные телеканалы;

✓ платформы для организации онлайн-уроков;

✓ дистанционное (электронное) обучение реализуется посредством:

✓ дистанционных уроков (видеоконференций);

✓ электронных уроков (ссылок, списков ссылок на тренажеры, ссылок на видеозаписи уроков, подкасты);

✓ уроков на образовательных телеканалах или облаке колледжа;

✓ самостоятельной работы обучающегося.

Для управленческой команды колледжа, классного руководителя, преподавателя-предметника и обучающегося предлагаются следующие чек-листы:

Чек-лист управленческой команды

✓ Приняты локальные акты

✓ Скорректирована образовательная программа (программы) и учебный план

✓ Обеспечены технические условия

✓ Составлено расписание.

Чек-лист классного руководителя

✓ Обучающиеся и их родители проинформированы о формате обучения

✓ Составляется расписание дистанционных и электронных уроков со ссылками (ссылки предоставляются преподавателями-предметниками)

✓ Расписание передается обучающимся и их родителям

✓ Осуществляется контроль посещения дистанционных уроков (ежедневно)

✓ Осуществляется мониторинг учебных достижений, обучающихся группы в электронном журнале.

Чек-лист преподавателя-предметника

✓ Подготовлены материалы для дистанционных уроков (презентации, видео, иллюстрации и пр.)

✓ Подготовлены ссылки на видеоуроки, онлайн-тесты, интерактивные задания для электронных уроков и домашнего задания

✓ Согласована схема передачи выполненных заданий

✓ Ссылки на электронные образовательные ресурсы и конференции для проведения дистанционных он-лайн уроков передаются классному руководителю накануне дня проведения урока (формат и время передачи согласованы).

Чек-лист обучающегося

✓ Получены ссылки на электронные образовательные ресурсы и конференции для проведения дистанционных уроков

✓ Время проведения дистанционных уроков отмечено в расписании

✓ К дистанционному уроку подготовлены необходимые учебники, пособия, тетради

✓ Выполненное домашнее задание отправлено преподавателю по согласованному каналу в указанные сроки.

Модель 2

(отсутствуют необходимые устройства, доступ к сети Интернет есть)

При реализации Модели 2 могут быть использованы следующие ресурсы:

✓ учебники, пособия, справочники, дидактические материалы на бумажных носителях;

✓ образовательные телеканалы или облако колледжа;

✓ инструкции для обучающегося по выполнению заданий на бумажных носителях, содержащие четко заданные объемы заданий, временные рамки выполнения и передачи выполненных материалов преподавателю.

✓ Передача инструкций обучающемуся и выполненных заданий преподавателю может осуществляться посредством электронной почты (сообщений в мессенджерах) родителей, родственников или соседей.

Основным видом учебной деятельности обучающегося в этом случае станет самостоятельная работа в соответствии с инструкциями преподавателя; просмотр уроков на образовательных телеканалах или облаке колледжа; ведение записей.

Чек-лист управленческой команды

✓ Приняты локальные акты

✓ Скорректирована образовательная программа (программы) и учебный план

✓ Обеспечены условия для подготовки дидактических материалов, инструкций для учеников (возможность копирования материалов)

✓ Составлено расписание.

Чек-лист классного руководителя

✓ Обучающиеся и их родители проинформированы о формате обучения

✓ Согласован формат передачи учебных материалов от преподавателя к обучающемуся и выполненных заданий от обучающегося к преподавателю (через электронную почту родителей, соседей и т.п.)

✓ Осуществляется мониторинг выполнения заданий обучающимися группы (по данным преподавателя-предметника)

✓ Осуществляется мониторинг образовательных достижений, обучающихся группы в электронном журнале.

Чек-лист преподавателя-предметника

✓ Подготовлены материалы для самостоятельной работы обучающихся (в том числе объяснение материала, презентации, перечень страниц учебника, расписание уроков на образовательном телеканале и пр.)

✓ Подготовлены инструкции по выполнению заданий с четко заданными объемами и временными рамками

✓ Согласована схема передачи учебных материалов и инструкций обучающимся и выполненных ими заданий

✓ Разработана система контроля знаний (типы контрольных заданий, периодичность).

Чек-лист обучающегося

✓ Получены материалы для самостоятельной работы

✓ Составлен график отправки выполненных заданий преподавателю

Выполненные задания отправляются преподавателю заранее согласованным способом в соответствии с графиком.

Модель 3

(есть персональные устройства, доступ к сети Интернет отсутствует)

При реализации Модели 3 могут быть использованы следующие ресурсы:

✓ учебники, пособия, справочники, дидактические материалы на бумажных носителях;

✓ учебники и пособия в электронном формате (можно передать, например, на флеш-носителе);

✓ инструкции для обучающегося по выполнению заданий на бумажных или электронных носителях, содержащие четко заданные объемы заданий, временные рамки выполнения и передачи выполненных материалов преподавателю;

✓ образовательные телеканалы или облако колледжа.

Механизмами реализации дистанционного обучения в данном случае являются самостоятельная работа обучающегося в соответствии с инструкциями; выполнение офлайн-заданий; уроки на образовательных телеканалах или облаке колледжа.

Чек-лист управленческой команды

✓ Приняты локальные акты

✓ Скорректирована образовательная программа (программы) и учебный план

✓ Обеспечены условия для подготовки дидактических материалов, инструкций для обучающихся (возможность сохранения материалов на электронных носителях).

Чек-лист классного руководителя

✓ Обучающиеся и их родители проинформированы о формате обучения

✓ Согласован формат передачи учебных материалов от преподавателя к обучающемуся и выполненных заданий от обучающегося к преподавателю (электронные носители, бумажные носители)

✓ Осуществляется мониторинг выполнения заданий обучающимися группы (по данным преподавателя-предметника)

✓ Осуществляется мониторинг образовательных достижений, обучающихся группы в электронном журнале.

Чек-лист преподавателя-предметника

✓ Подготовлены материалы для самостоятельной работы обучающихся (в том числе объяснение материала, расписание уроков на образовательном телеканале, облаке колледжа и пр.)

✓ Подготовлены инструкции по выполнению заданий с четко заданными объемами и временными рамками

✓ Согласована схема передачи учебных материалов и инструкций обучающимся и выполненных ими заданий (передача материалов на электронных носителях)

✓ Разработана система контроля знаний (типы контрольных заданий, периодичность).

Чек-лист обучающегося

✓ Получены материалы для самостоятельной работы

✓ Составлено расписание занятий

✓ Составлен график передачи выполненных заданий преподавателю

Выполненные задания передаются преподавателю заранее согласованным способом (на флеш-носителе, в бумажном виде) в соответствии с графиком.

Модель 4

(нет необходимых устройств, доступ к сети Интернет отсутствует)

При реализации Модели 4 могут быть использованы следующие ресурсы:

✓ учебники, пособия, справочники, дидактические материалы на бумажных носителях;

✓ образовательные телеканалы;

✓ инструкции для обучающегося по выполнению заданий на бумажных носителях, содержащие четко заданные объемы заданий, временные рамки выполнения и передачи выполненных материалов преподавателю.

Передача инструкций обучающемуся (родителям) и выполненных заданий преподавателю может осуществляться по почте или в колледже в установленные дни.

Основным видом учебной деятельности обучающегося в этом случае станет самостоятельная работа в соответствии с инструкциями преподавателя (для уточнения полученных инструкций возможно использовать телефонную связь: стационарную или мобильную); просмотр уроков на образовательных телеканалах; ведение записей.

Чек-лист управленческой команды

✓ Приняты локальные акты

✓ Скорректирована образовательная программа (программы) и учебный план

✓ Обеспечены условия для подготовки дидактических материалов, инструкций для обучающихся (возможность копирования материалов на бумажные носители)

Чек-лист классного руководителя

✓ Обучающиеся и их родители проинформированы о формате обучения

✓ Согласован формат передачи учебных материалов от преподавателя к обучающемуся и выполненных заданий от обучающегося к преподавателю

✓ Осуществляется мониторинг выполнения заданий обучающимися группы (по данным преподавателя-предметника)

✓ Осуществляется мониторинг образовательных достижений, обучающихся группы в электронном журнале.

Чек-лист преподавателя-предметника

✓ Подготовлены материалы для самостоятельной работы обучающихся (в том числе объяснение материала, расписание уроков на образовательном телеканале или облаке колледжа и пр.)

✓ Подготовлены инструкции по выполнению заданий с четко заданными объемами и временными рамками

✓ Согласована схема передачи учебных материалов и инструкций обучающимся и выполненных ими заданий (передача материалов обучающимся или их родителям на бумажных носителях в колледже или по почте)

✓ Разработана система контроля знаний (типы контрольных заданий, периодичность).

Чек-лист обучающегося

✓ Получены материалы для самостоятельной работы

✓ Составлено расписание занятий

✓ Составлен график передачи выполненных заданий преподавателю.

Выполненные задания передаются преподавателю заранее согласованным способом (в бумажном виде в колледже / по почте / через родителей) в соответствии с графиком.

Предложенные модели для преподавателей не являются окончательным вариантом для работы, следует корректировать в соответствии со своими разработками или методическими подходами.

Выводы и перспективы дальнейших исследований. Несмотря на то, что еще не все проходит так, как задумано, есть уже свои маленькие победы. Стабильное использование интерактивных и инновационных методов, межпредметных связей, связей с жизнью, работу с одаренными детьми в рамках научного общества способствует поддержанию качества обучения даже в сложных дистанционных условиях.

Учитывая вышеизложенное, а также немалый практической опыт, предлагаем использовать в своей деятельности модели взаимодействия преподавателей и обучающихся при реализации образовательных программ в рамках дистанционного обучения как для повышения уровня обученности, так и для заинтересованности обучающихся. Это могут быть и интерактивные методы, мультимедийные средства, дифференциация обучения, но с психологическим аспектом, создающим положительный эмоциональный климат на весь период обучения.

Примеры творческих задач (апробированы в условиях самоизоляции в разных вариантах взаимодействия):

Создание проблемной ситуации. Определить по заданному рисунку (столб с включенным фонарем), какой отрезок можно считать за расстояние от фонаря до поверхности Земли? Какой возьмём мы, чтобы определить расстояние?

Этот отрезок называется перпендикуляром. Если этот отрезок – перпендикуляр, то как мы назовём другие отрезки?

Кулинарная задача. Сделать калькуляцию для 3D–желе, нарисовать макет будущего изделия, просчитать его объем.

Список литературы

1. *Зверяка С.У* Решение заданий с параметрами / С.У. Зверяка // Информационные и инновационные технологии в науке и образовании: материалы IV-й Всероссийской научно-практической конференции с международным участием. / отв. ред. С.С. Белоконова, Е.С. Арапина-Арапова. – Таганрог, 29–30 октября. – 2019 г. – Ростов-на-Дону: Издательско-полиграфический комплекс РГЭУ (РИНХ), 2020. – 681 с. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://sites.google.com/view/tgpi-ffmi-iiito/o-конференции/сборник-материалов-конференции (дата обращения: 01.03.2021).

2. *Зверяка С.У.* Эффективные формы и методы активации учебной деятельности школьников на уроках математики / С.У. Зверяка // Всероссийский конкурс проектов «Образование и наука 2019», номинация «Образовательный проект» Всероссийского центра проведения и разработки интерактивных мероприятий, сайт «Мир педагога». – 16.11.2019. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://mir-pedagoga.ru/konkurs (дата обращения: 01.03.2021).

3. *Зверяка С.У.* Современный подход к методам обучения обучающихся спо математике и учетным дисциплинам. / С.У. Зверяка, И.В. Золотун // Информационные и инновационные технологии в науке и образовании: материалы V-й Всероссийской научно-практической конференции с международным участием. / отв. ред. С.С. Белоконова, Е.С. Арапина-Арапова. – Таганрог, 28–29 октября. – 2020 г. – Ростов-на-Дону: Издательско-

полиграфический комплекс РГЭУ (РИНХ), 2020. – 680 с. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://sites.google.com/view/tgpi-ffmi-iiito/о-конференции/сборник-материалов-конференции (дата обращения: 01.03.2021).

УДК 372.851:378.4

ПЕРЕВЕРНУТОЕ ОБУЧЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕКОМУ МОДЕЛИРОВАНИЮ КАК ОРГАНИЗАЦИОННАЯ ФОРМА ПОДГОТОВКИ БУДУЩИХ ИНЖЕНЕРОВ

Королев Марк Евгеньевич
кандидат физико-математических наук, доцент
Автомобильно-дорожный институт
ГОУ ВПО ДНР «ДонНТУ»
e-mail: kustokust@gmail.com

Аннотация. С развитием цифровизации образования происходят процессы совмещения традиционной формы обучения и такой, которая полностью основана на информационно-коммуникационных технологиях. Одной из таких форм является перевернутое обучение. В статье описывается методика внедрения такой формы обучения студентов технических направлений подготовки на примере изучения темы «Метод ветвей и границ» дисциплины прикладной математики.

Ключевые слова: высшее инженерное образование, математическое моделирование, модель коммивояжера, перевернутое обучение, цифровые технологии обучения.

Актуальность и постановка проблемы. В настоящее время с появлением цифровой дидактики активно обсуждается проблема применения такой формы обучения как *перевернутое обучение.* В цифровых технологиях школьного обучения XXI века появилось понятие перевернутый класс, как смешанная форма обучения, при которой учитель предоставляет материал для самостоятельного изучения дома, а на очном занятии проходит практическое закрепление материала [6]. Перевернуть обучение означает:

– вместо домашнего задания учащиеся смотрят короткие видео-лекции в сети – самостоятельно проходят теоретический материал;

– всё аудиторное время, когда учитель или преподаватель рядом, используется для совместного выполнения практических заданий.

Понятие «перевернутое обучение» обсуждают и к высшей школе. В данном случае в него можно включить дистанционные технологии, применяемые особым образом. А именно:

– традиционные лекции не планируются, они полностью заменяются текстами (при дистанционной форме обучения, например, в разработанных курсах в системе Moodle), а затем студенты под руководством преподавателя на практических занятиях усваивают изученный материал, закрепляют и применяют его. Как отмечают некоторые преподаватели – это уменьшает аудиторную нагрузку лектора, такая форма работы позволяет общаться с малочисленной группой студентов, и дает студентам больше свободы [1];

– преподаватели записывают свои видео-лекции, выкладывают на Интернет-ресурсах, студенты самостоятельно их прорабатывают, а затем коллективно обсуждают неясные вопросы, при этом, по нашему мнению, вопросы студентов являются более осознанными, они с удовольствием участвуют в проводимых занятиях [3].

Изложение основного материала. Во время пандемии COVID-19 в 2020 году нами применялась такая форма обучения. Однако у студентов первого курса в процессе обучения высшей математике были значительные трудности в самостоятельном изучении лекций, выкладываемых преподавателями. Без объяснения лектором трудно воспринимать неизвестный математический материал. Мы поддерживаем точку зрения Е.И. Скафы о том, что необходима смешанная форма обучения математическому моделированию, но в виде эвристических онлайн-лекций, а затем в обязательном порядке в виде проработки учебного материала под руководством преподавателя и средств ИКТ, так как первокурсники еще не адаптированы к образовательному процессу в высшей школе [5]. Что касается студентов вторых и старше курсов, организация перевернутого обучения вполне возможна.

Остановимся на организации одной из тем в виде перевернутого обучения, применяемой нами по дисциплине «Прикладная математика» для студентов направления подготовки 23.03.01 Технология транспортных процессов. В процессе обучения прикладной математике рассматривается классическая модель «Бродячий торговец (коммивояжер)» с поиском самого выгодного замкнутого маршрута, проходящего через сеть заданных точек (пунктов) [2, с. 438]. Лекцию студентам по теме «Метод ветвей и границ» предлагаем изучить самостоятельно, она представлена в дистанционном курсе, созданном в среде Moodle. Студенты должны проработать лекционный материал, ответить на ряд вопросов, которые проверят их сознательное погружение в изучаемую тему. Вопросы для студентов следующие:

1) дать оценку понятию «комбинаторная оптимизация»;
2) дать оценку понятию верхняя граница задачи;
3) дать оценку понятию нижней границы для подмножеств;
4) продолжить следующее высказывание: если нижняя граница для одного подмножества больше верхней границы, то ………;
5) как строятся матрицы уменьшенных расстояний;
6) дать оценку этапам построения нижних границ;
7) охарактеризовать математическую модель «Метод ветвей и границ»;
8) в чем состоит алгоритм выбора начала движения;
9) обосновать различия в использовании бинарного разбиения и произвольного разбиения в методе ветвей и границ;
10) дать оценку этапам построения дерева маршрутов в методе ветвей и границ;

11) обосновать возможность использования модели «Коммивояжёр» применительно к вашей специальности;

12) проанализировать этапы реализации метода ветвей и границ применительно к организации перевозок и управлению на автомобильном транспорте.

Студентам предлагается следующее задание: проработать лекционный материал по данной теме, ответить на вопросы, а также составить список проблемных вопросов, необходимых для обсуждения на практическом занятии в традиционном формате обучения.

Аудиторное занятие начинается с постановки проблемы: какой самый выгодный замкнутый маршрут нужно выбрать, проходящий через сеть заданных точек (пунктов)? Многие студенты сразу предлагают использовать «Google maps» («Яндекс карты») с интуитивно понятным интерфейсом определения начального, конечного и промежуточных пунктов, с автоматическим поиском оптимального маршрута. Некоторые обучающиеся предлагают идентификацию матрицы расстояний, как массив данных с последующей обработкой матрицы в качестве массива данных. Происходит обсуждение, высказывание гипотез, что говорит о том, что будущие инженеры активно используют теоретический материал для создания модельных ситуаций.

Продолжая эвристический диалог со студентами, мы ставим новую проблемную ситуацию: можно ли получить заданную матрицу расстояний большой размерности (big data)? Многие студенты отвечают, что это приведет к трудоемкости даже с точки зрения компьютерного исполнения, машинного перебора при поиске всевозможных замкнутых маршрутов с последующим определением оптимального (минимального) маршрута. Некоторые студенты, которые предложили данную технологию, соглашаются с проблематичностью обработки big data.

Преподавателем приводятся всевозможные примеры из «численных методов» (например, используя методы «дихотомии», «хорд» и др.), где существенным образом удаётся сократить количество итераций (в «итерационных методах») [4]. На основании обсуждения и представленных примеров делается вывод о том, что необходимо найти (применить) такой метод, который бы существенным образом сократил число итераций (переборов вариантов обхода).

То есть преподаватель подводит студентов к идее использования метода ветвей и границ, суть которого состоит в определении верхней границы, нижних границ для подмножеств с последующим применением утверждения: если нижняя граница на данном подмножестве исходного множества больше верхней границы, то решение находится в противоположном подмножестве. Таким образом, мы сформировали в сознании студента четкий алгоритм действий (вычислений), реализацию которого предоставляем в разработанной нами лабораторной работе «Модель коммивояжёра» (рис.1).

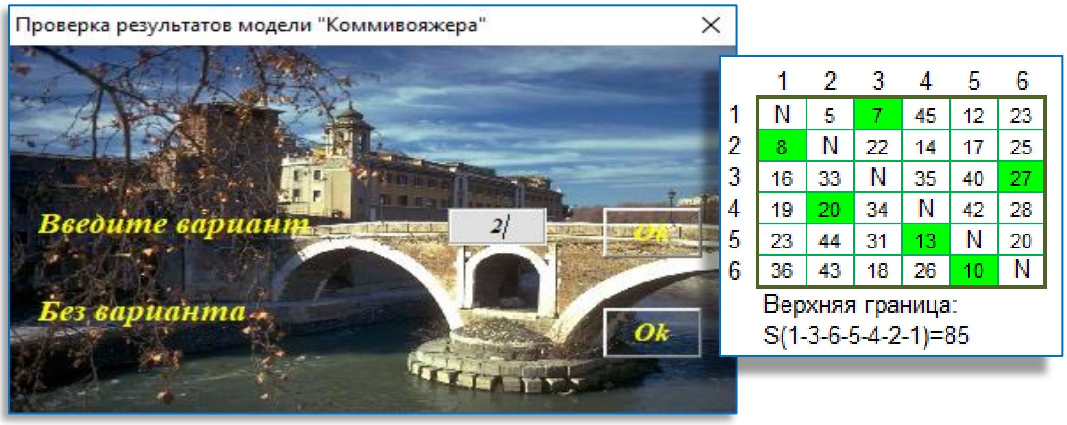


Рисунок 1 – Заставка лабораторной работы «Модель коммивояжёра»

Верхней границей можно взять любой допустимый маршрут. Для вычисления нижних границ мы предлагаем использовать «Автомат просчета нижних границ» (рис.2). Студенты начинают выполнять лабораторную работу, реализуя метод ветвей и границ применительно к комбинаторным моделям.

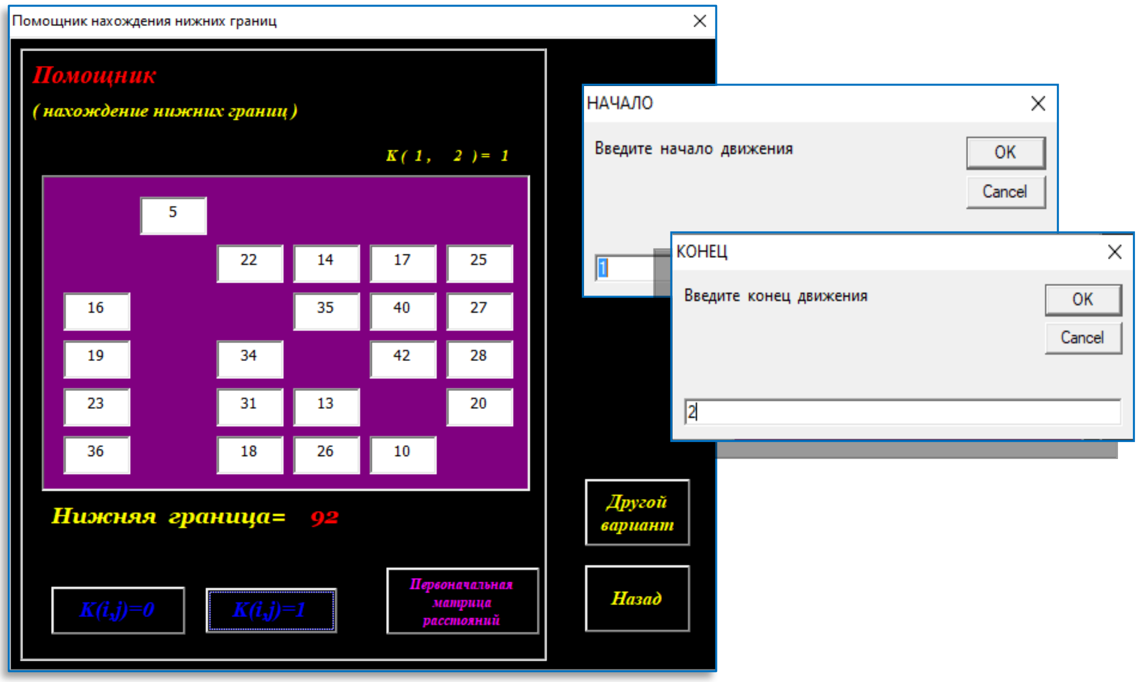


Рисунок 2 – Автомат просчета нижних границ

В результате выполнения лабораторной работы студенты получают результат в виде дерева решения (рис. 3).

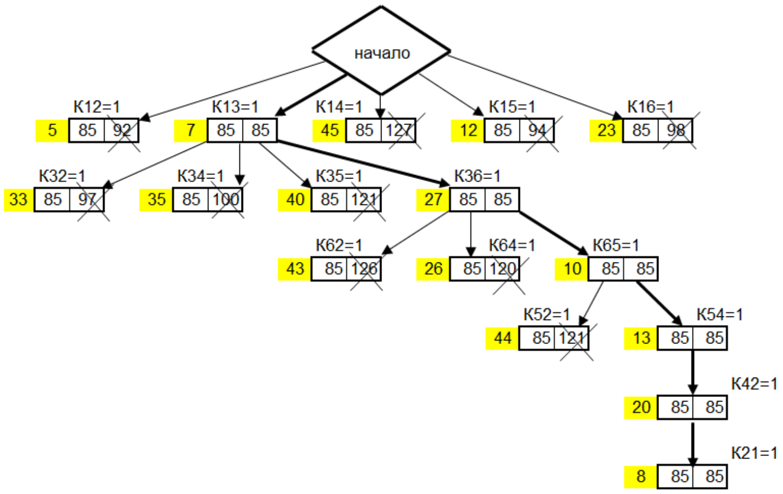


Рисунок 3 – Дерево поиска оптимально-минимального маршрута

Необорванных ветвей больше нет (все зачеркнули), таким образом, найденный маршрут является минимальным.

Основной задачей, по нашему мнению, лабораторной работы «Модель коммивояжёра» является не получение изначально итогового решения, а последовательная работа по реализации метода ветвей и границ применительно к комбинаторным моделям.

Для самопроверки выполненного задания студенту предлагается макрос автоматического поиска оптимально-минимального маршрута.

Выводы и перспективы дальнейших исследований. Таким образом, важным шагом, который могут предпринимать преподаватели высшей технической школы, является внедрение перевернутого обучения тем дисциплинам, которые формируют исследовательский характер будущего инженера, направлены на овладение ими профессиональными компетенциями по выбору и использованию математических моделей, необходимых в проведении технических исследований. Организация такой формы обучения математическому моделированию несомненно повышает эффективность инженерного образования.

Список литературы

1. *Антонова Н.Л.* Модель «перевернутого обучения» в системе высшей школы: проблемы и противоречия / Н.Л. Антонова, А.В. Меренков // Интеграция образования. – 2018. – Т. 22. – № 2. – С. 237–247. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://cyberleninka.ru/article/n/model-perevernutogoobucheniya-v-sisteme-vysshey-shkoly-problemy-i-protivorechiya (дата обращения: 22.03.2021).

2. *Ветрова Т.А.* Автоматизация модели «Бродячий торговец» / Т.А. Ветрова, М.Е. Королёв // Актуальные направления научных исследований XXI века: теория и практика. – 2015. – Т. 3. – № 7–3. – С. 437–440.

3. *Воробьев А.Е.* Анализ особенностей применения технологии «Перевернутого обучения» в экономических вузах / А.Е. Воробьев, А.К. Мурзаева // Открытое образование. – 2018. – Т. 22. – № 2. – С. 4–13.

4. *Королев М.Е.* Технология и методика внедрения автоматизированного рабочего места дисциплины «Исследование операций» в учебном процессе / М.Е. Королев // Проблемы и пути совершенствования учебной, учебно-методической и воспитательной работы: материалы VI науч.-метод. конф., (г. Донецк, 04 февраля 2016 г.). – Донецк: ДонНТУ, 2016. – С. 271–275.

5. *Скафа Е.И.* Педагогические технологии как инструмент формирования эвристических приемов у обучающихся в современной школе / Е.И.Скафа // Дидактика математики: проблемы и исследования : Международ. сборник науч. работ. – 2020. – Вып.52. – С. 17–21.

6. *Roehl A.* The flipped classroom: An opportunity to engage millennial students through active learning strategies / A. Roehl, L. S. Reddy, G. J. Shannon // Journal of Family and Consumer Sciences. – 2013. – № 105(2). – С. 44–49. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://pdfs.semanticscholar.org/daa3/b94cdc7b52b3381a7c7e21022a7a8c005f84.pdf (дата обращения: 24.03.2021).

УДК 378.018.43:004

ОСНОВНЫЕ ПРЕИМУЩЕСТВА И НЕДОСТАТКИ СИСТЕМЫ MOODLE В ДИСТАНЦИОННОМ ОБРАЗОВАНИИ В ВУЗЕ

Кривко Яна Петровна
кандидат педагогических наук, доцент,
и. о. заведующего кафедрой высшей математики и методики преподавания математики
ГОУ ВО ЛНР «ЛГПУ»
e-mail: yakrivko@yandex.ru

Чернышов Сергей Леонидович
студент 2 курса магистратуры
направления подготовки 01.04.01 «Математика»
ГОУ ВО ЛНР «ЛГПУ»

Аннотация. В статье рассмотрены основные особенности использования системы Moodle в учебном процессе высшего учебного учреждения. Представлены ее достоинства, такие как бесплатность, простота использования и выделены недостатки, прежде всего сложности технического сопровождения.

Ключевые слова: система Moodle, дистанционное образование, информационные и коммуникационные технологии, достоинства Moodle, недостатки Moodle.

Актуальность и постановка проблемы. Современная жизнь немыслима без информационных и коммуникационных технологий (ИКТ). Это обуславливает необходимость непрерывного совершенствования системы образования. Средства ИКТ позволяют повышать качество образования, эффективность контроля процесса обучения, сделать образование более доступным, создавать индивидуальную траекторию обучения для каждого студента. Массовое внедрение дистанционного обучения, вызванное пандемией, с одной стороны позволило не останавливать учебный процесс, но с другой – обнажило ряд проблем, подобной формы организации образовательного процесса.

Изложение основного материала. Многие ученые склоняются к тому, что современное дистанционное обучение можно рассматривать как переходный вариант от очной (контактной) формы обучения к электронной (бесконтактной), при доминирующей роли ИКТ [1, с. 87]. Необходимость дальнейшего развития дистанционного образования также обусловлена требованием минимизации расходов учебных учреждений при увеличении численности обучающихся. Подобный подход позволит привлекать не только студентов, но и ведущих преподавателей, не ограничиваясь территориальными рамками их проживания.

Основным звеном в этом процессе должна стать тщательно разработанная виртуальная образовательная среда. На сегодняшний день наиболее распространенной является система дистанционного обучения Moodle, которая сочетает в себе элементы традиционной образовательной среды и обучение с помощью информационных и коммуникативных технологий. Система Moodle основана на концепции социального конструктивизма и имеет ряд преимуществ перед подобными системами, такие как открытость системы, ее мобильность, расширяемость, высокая переносимость [3, с. 985]. Немаловажный фактор – это бесплатность распространения системы Moodle, необходимости оплачивать лицензию или подписку на определенный период нет.

Основные возможности системы Moodle включают в себя такие показатели как выполнение заданий любой сложности; отработка пропущенных занятий по гибкой системе планирования времени; создание и хранение портфолио обучающегося; контроль уровня усвоения материала студентом со стороны преподавателя [1, с. 90].

Кроме этого, к достоинствам системы Moodle можно отнести и то, что в ней можно разместить ссылки на внешние файлы и задания различного типа [2, с. 338], платформа поддерживает международные стандарты обмена учебными материалами: SCORM и AICC. То есть преподаватель может разместить ссылки на специально подготовленные иллюстрации, схемы, таблицы, видео материалы как собственные, так и сторонних разработчиков, на первоисточники, которыми может воспользоваться студент, с возможностью скачивания на свой компьютер.

Мы уже говорили о возможности создания индивидуальной траектории обучения студента. Moodle позволяет заранее составить систему разноуровневых заданий с указанием сроков их выполнения, требований к их сдаче и критериев оценивания и т.д. Студент осваивает материал в своем темпе, на своем уровне, реализуя свой собственный маршрут. Это способствует активизации познавательной деятельности студента, выработки навыков самоконтроля, а также оптимизирует работу преподавателя – часть материала может быть в электронном виде представлена студенту для ознакомления, а освободившееся время можно посвятить наиболее сложному материалу.

Выводы и перспективы дальнейших исследований. К недостаткам системы Moodle можно отнести, прежде всего, отсутствие единой технической поддержки. Это связано с тем, что над исходным кодом работает большое число программистов во всем мире, которые не всегда взаимодействуют друг с другом.

Также вызывает неудобство тот факт, что система Moodle рассчитана на европейскую модель обучения – изучение одного курса несколькими группами слушателей, в то время как для организации и управления учебным процессом отечественного ВУЗа, система дистанционного обучения должна быть ориентированной на приоритетное использование учебных групп.

Однако эти трудности компенсируются большим количеством достоинств системы. Ее усовершенствование позволит отечественной высшей школе на новый качественно более высокий уровень

Список литературы

1. *Головко О.Н.* Организация дистанционного обучения в системе MOODLE (на примере Севастопольского государственного университета) / О.Н. Головко, Т.А. Кокодей, В.В. Хитущенко // Вестник РМАТ. – 2019. – № 2. – С. 86–84.

2. *Зыкова И.А.* Использование системы дистанционного обучения MOODLE при реализации образовательных программ в условиях вузовского обучения / И.А. Зыкова, О.И. Расолько // в сборнике Перспективы развития высшей школы. Материалы XII международной научно-методической конференции. Гродненский государственный аграрный университет. – 2019. – С. 336–340.

3. *Афанасьев А.Н.* Исследование интерактивных возможностей электронного обучения на основе СДО Moodle: поиски и решения / А.Н. Афанасьев, В.А. Куклев, Т.М. Егорова, Е.Ю. Воеводин, С.И. Бочков // Электронное обучение в непрерывном образовании. – 2016. – № 1 (3). – С. 982–991.

УДК 373.5.016:22.141

ПОДГОТОВКА УЧАЩИХСЯ К ОГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ В УСЛОВИЯХ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ

Липилина Вера Васильевна
кандидат педагогических наук, доцент,
ФГБОУ ВО «ТГУ»
e-mail: lipil@rambler.ru

Аннотация: В статье рассмотрены проблемы подготовки учащихся к сдаче по математике за курс основной школы в условиях необходимости дистанционного обучения. Анализируются содержание ОГЭ, результаты тестирования прошлых лет, проблемные вопросы курса математики, разработана структура обучающей среды.

Ключевые слова: дистанционное обучение, система ДО MOODLE,подготовка к ОГЭ, содержание ОГЭ по математике.

Актуальность и постановка проблемы. Вопрос подготовки учащихся к основному государственному экзамену является немаловажным, так как от успешности сдачи ОГЭ зависит то, как сложится дальнейшая судьба школьника. Еще большая тревожность по поводу подготовленности учащихся к экзамену возникла в прошлом 2020 году в период карантина и перехода школ на дистанционное обучение.

Автором был проведен анализ возможностей дистанционных образовательных технологий совершенствования обучения математике школьников и повышения эффективности подготовки к ОГЭ с использованием ДОТ.

Изложение основного материала. По мнению Е.С. Полат «дистанционное обучение – это специфичная форма обучения, поскольку она предполагает основную опору на средства новых информационных и коммуникационных технологий, мультимедийных средств, средств видеосвязи, иную форму взаимодействия учителя и учащихся, учащихся между собой. Вместе с тем, как любая форма обучения, любая система обучения она имеет тот же компонентный состав: цели, обусловленные социальным заказом для всех форм обучения; содержание, также во многом определенное действующими программами, стандартами для конкретного типа учебного заведения, методы, организационные формы, средства обучения [4].

Проанализировано не только содержание ОГЭ по математике, которое декларируется кодификатором [1] проверяемых требований к результатам освоения основной образовательной программы по математике, подготовленным «Федеральным институтом педагогических измерений» (ФИПИ), спецификацией и КИМами, но и результаты выполнения заданий тестов, типичные ошибки.

В настоящее время существует множество интернет-ресурсов, предназначенных для подготовки учащихся к ЕГЭ и ГИА, но не все они качественные. Очень важна, кроме того, бесплатная возможность подготовки к экзаменам по математике

Одной из наиболее распространенных в настоящий момент систем электронного обучения, позволяющих разрабатывать собственные электронно-образовательные ресурсы, контрольные и тестовые работы и даже образовательные курсы, является система Moodle [2]. Система ориентирована, прежде всего, на организацию взаимодействия между преподавателем и учениками, подходит для организации традиционных дистанционных курсов, а также для поддержки процесса очного обучения [3]. Система Moodle позволяет разработчикам курсов вводить новые элементы курса, использовать различные системы оценок, создавать и использовать различные тестовые задания, и при этом сохранять индивидуальный подход к каждому из обучающихся, так как в системе предусмотрена обратная связь преподавателя с учениками (в виде форум и чата). В среде Moodle модульный принцип обучения. В ней располагается весь теоретический, практический материал, ссылки для доступа к внешним ресурсам (сайтам, каналам и т.д.), тренировочные варианты контрольных и проверочных работ.

Разработка курса происходит по следующим этапам:

1. Определение цели и задачи курса с учетом особенностей слушателей.
2. Подготовка и структурирование учебного материала. Разбивка курса на темы (лекция + практическое задание + тест). В текстовую часть каждой темы (лекции) включаются: цели изучения темы; учебные вопросы; учебный материал; набор ключевых проблем по теме; глоссарий – основные термины и понятия по теме; вопросы для самопроверки с ответами, комментариями и рекомендациями.
3. Подготовка медиа- и интерактивных фрагментов. Разработка рисунков, таблиц, схем, чертежей.
4. Подбор списка литературы и гиперссылок на ресурсы интернета.
5. Продумывание системы контроля и оценки. Подбор тестов, задач, контрольных вопросов, кейсов, тем рефератов и курсовых работ, самостоятельных работ. Проектирование способов закрепления знаний и навыков и корректировки результатов.
6. Разработка календаря курса.
7. Загрузка материалов в систему Moodle.
8. Тестирование курса.
9. Запуск курса.

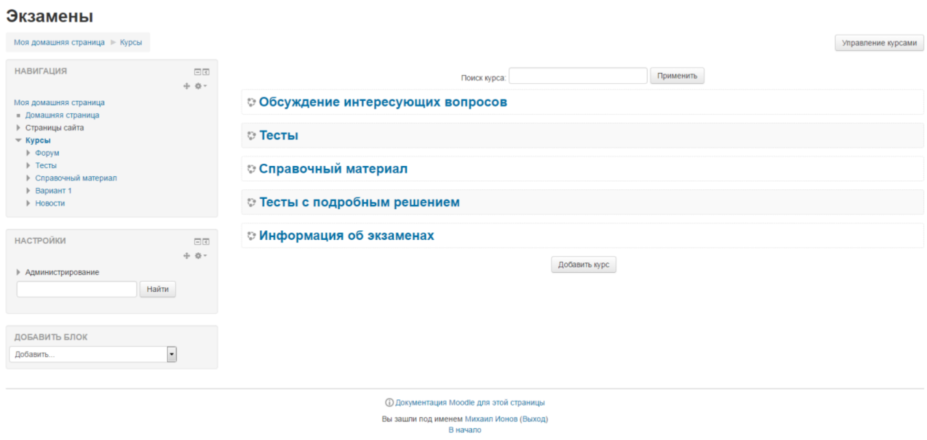


Рисунок 1 – Вид сайта

На форуме происходит обсуждение интересующих вопросов, ученики могут задавать учителю вопросы. Форум отслеживается каждый день, для того чтобы учитель мог оперативно ответить на каждый из поставленных вопросов, т.к. во время каникул, карантина или выходных, при решении тестов могут возникнуть вопросы, на которые требуется ответ.

В разделе «Тесты» представлены тесты с выбором или записью краткого ответа. Перед составлением тестов каждый год знакомим слушателей с новыми требованиями к экзамену, если есть изменения.

Работа состоит из трёх модулей: «Практико-ориентированные задачи», «Алгебра», «Геометрия». Всего в работе 25 заданий.

Перед началом тестирования указано количество отведенного времени и количество попыток данное на решение теста.

После завершения теста указывается количество набранных баллов и текущие ошибки, при неудовлетворительной оценке тест нужно пройти повторно. Также можно задать вопросы по тесту в прикреплённом форуме.

Как только ученик пройдёт тест, учителю приходит сообщение о его результате.

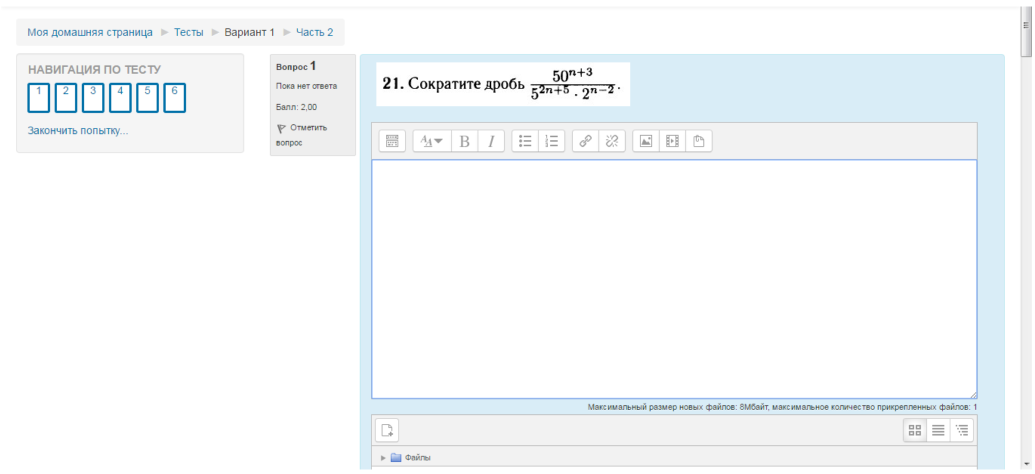


Рисунок 2 – Решение тестов второй части

Тесты второй части требуют ответа с подробным решением, следовательно, для учеников есть выбор как его выполнять. Можно прикрепить фотографию своего решения или во встроенном редакторе выполнить подробную запись. После этого отправляется ответ учителю для проверки вручную, а на следующем этапе происходит выставление баллов и комментируется ответ.

У учителя есть возможность контролировать кто, когда и сколько времени потратил на тесты.

Раздел «Справочный материал» представляет собой сборник вспомогательного материала по алгебре, геометрии и реальной математике, который требуется для решения задач и примеров в ОГЭ. Здесь могут быть помещены видеолекции.

В разделе «Полезные ссылки» содержатся ссылки на различные сайты, которые могут помочь в подготовке к экзамену.

Есть раздел в курсе – информация об учебниках. В нём представлены учебники по математике, алгебре и геометрии с 5 по 9 класс, а так же книги со справочными материалами.

В разделе «Тесты с подробным решением» представлены тесты с решением, при помощи которого ученики могут посмотреть ход решения и исправить допущенные ошибки. Так же при решении теста ученики могут обратиться к справочный материалу по теме задания.

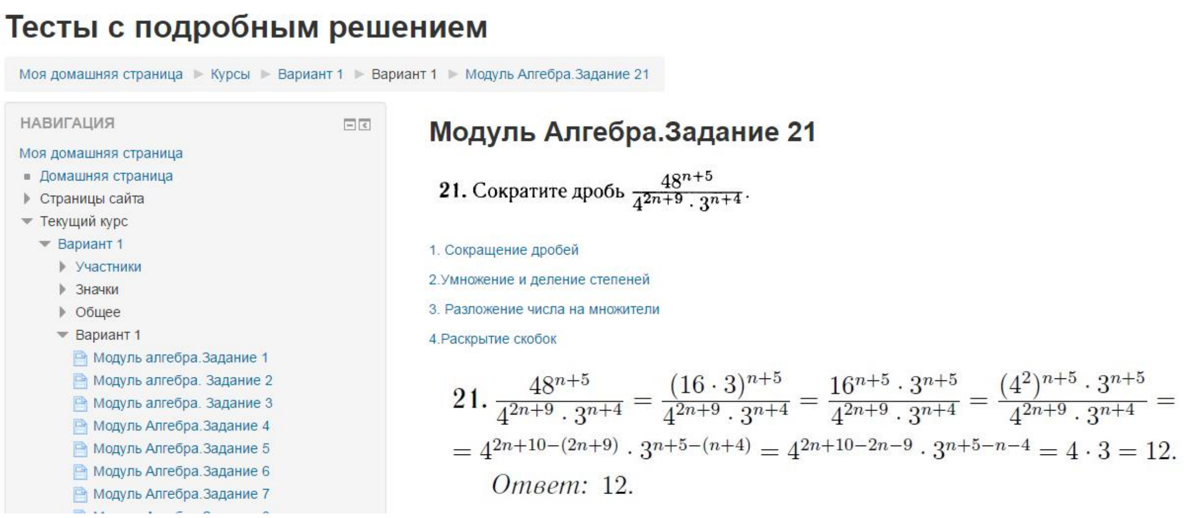


Рисунок 3 – Фрагмент теста с подробным решением

Содержится информация об экзаменах, чтобы ученики были в курсе всех изменений. В любое время учитель может посмотреть всю информацию о действиях ученика в системе: какие тесты пройдены; количество набранных баллов; сколько это заняло времени и попыток; последний вход на сайт; сколько времени находился на сайте, какие разделы посещал.

Ещё одна важная функция системы, это отправить сообщение ученику, на которое у него есть возможность ответить, что упрощает двустороннее общение. Для напоминания о необходимости прохождения тестов, в системе есть такая функция, как календарь событий.

Опыт показывает, что выбранная нами система дистанционного обучения Moodle для подготовки к ОГЭ является эффективной, доступной и для учеников, и для учителей

В расширенной версии статьи содержатся методические разработки занятий с использованием компьютерных технологий и системы дистанционного обучения по некоторым проблемным вопросам курса математики основной школы – геометрии, блока практико-ориентированных задач.

Предоставление учащимся доступа к образовательным ресурсам явно недостаточно для полноценной подготовки к сдаче экзамена. Немаловажным аспектом подготовки является организация взаимодействия преподавателя и обучающегося. Система дистанционного образования так же предусматривает возможность корректировки плана занятий для каждого учащегося по индивидуальному плану.

Выводы и перспективы дальнейших исследований. Опыт использования дистанционного обучения позволяет сделать следующие выводы:

1) для образования в любой форме требуется наличие у обучающегося сильной личной мотивации, требуются такие качества как: ответственность, умение планировать время, самостоятельность при выполнении работ и т.д.

2) электронные ресурсы являются лишь дополнением основного образовательного процесса и не могут заменить живого общения.

Именно сейчас, после длительного перехода на дистанционное обучение, возросла потребность старшеклассников в очной форме подготовки к экзаменам, увеличилось их число в выборе традиционных подготовительных курсов по математике.

Список литературы

1. Кодификатор по математике ФИПИ [Электронный ресурс]. – Режим доступа: kodifikator-matematika-oge2021-klass-fipi.pdf. Сайт ФГБНУ ФИПИ https://fipi.ru/ (дата обращения: 13.03.2021).
2. Дистанционные образовательные технологии. [Электронный ресурс].– Режим доступа: https://spravochnick.ru/pedagogika/obrazovatelnye_tehnologii/distancionnye_obrazovatelnye_tehnologii (дата обращения: 10.04.2021).
3. *Пидкасистый П.И.* Компьютерные технологии в системе дистанционного обучения / П.И. Пидкасистый, О.Б. Тыщенко // Педагогика. – 2000. – №5. – С. 7–12.
4. *Полат Е.С.* Педагогические технологии дистанционного обучения / Е.С. Полат, М.В. Моисеева, А.Е. Петров / под ред. Е.С. Полат. – М.: Академия, 2006. – 392 с.

5. *Зимина О.В.* Рекомендации по созданию электронного учебника / О.В. Зимина, А.И. Кириллов [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.academiaxxi.ru/mcthpapers/AOrecomt.html (дата обращения: 05.04.2021).

УДК 372.851,519.2

ГРАФИЧЕСКОЕ СОПРОВОЖДЕНИЕ ФАКУЛЬТАТИВНОГО КУРСА «ПРОЕКТИВНАЯ ГЕОМЕТРИЯ И МЕТОДЫ ИЗОБРАЖЕНИЙ» С ПОМОЩЬЮ МАТЕМАТИЧЕСКОГО КОНСТРУКТОРА GEOGEBRA

Савельев Валерий Михайлович
кандидат физико-математических наук,
доцент кафедры фундаментальной математики
ГОУ ВО ЛНР «ЛГПУ»
e-mail: svm59@mail.ru

Жовнир Анна Анатольевна
преподаватель математики
ОП «Колледж ЛГПУ»
e-mail: ann90518@mail.ru

Аннотация. Статья посвящена проблеме заинтересованности учащегося в изучении факультативного курса «Проективная геометрия и методы изображений» и возможности его эффективного усвоения. Рассмотрены возможности математического конструктора GeoGebra, его применение для решения поставленной проблемы.

Ключевые слова: GeoGebra, проективная геометрия, сложное отношение, основные теоремы проективной геометрии.

Актуальность и постановка проблемы. Наиболее важной проблемой в образовании, особенно математическом, является проблема заинтересованности учащегося в изучении того или иного материала и возможности его эффективного усвоения. Динамическое моделирование математических объектов в настоящее время служит средством достижения цели образовательного процесса. Преподавание математики с использованием возможностей интерактивной геометрической среды GeoGebra помогает учащимся не только развивать мышление, но и формирует принцип исследовательской деятельности.

Изложение основного материала. GeoGebra – это бесплатная образовательная математическая программа, сочетающая в себе геометрию, алгебру и математическое исчисление. GeoGebra позволяет пошагово рассмотреть решения задачи или доказательства теоремы. Создание анимаций с решениями задач и демонстрациями доказательств теорем способствует более быстрому и глубокому пониманию темы и вызывает интерес к его изучению.

Основным инвариантом проективной геометрии является сложное отношение.

Сложным отношением четырех точек прямой называется отношение двух простых отношения, а именно

$$(AB,CD)=\frac{(AB,C)}{(AB,D)}.$$

Сложное отношение четырех прямых пучка – это сложное отношение четырех точек (*AB.CD*) прямой *l* (рис.1) [1, с.116].

$$(ab,cd)=(AB,CD).$$

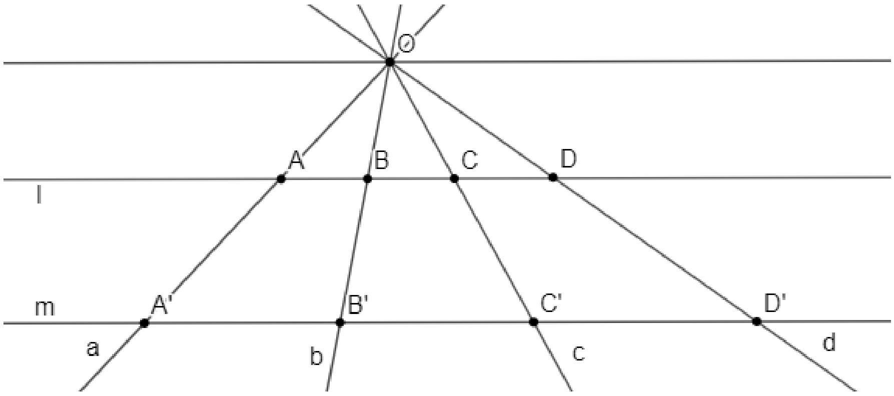


Рисунок 1 – Сложное отношение четырех прямых пучка

Исторически 1-ой теоремой проективной геометрии считается теорема Дезарга. Продемонстрируем основные теоремы проективной геометрии.

Теорема Дезарга. Даны два трехвершинника ABC и $A'B'C'$ и никакие их вершины и стороны не совпадают. Тогда, если три прямые AA', BB', CC' проходят через одну точку, то точки пересечения прямых $a\cap a'$, $b\cap b'$, $c\cap c'$ лежат на одной прямой (рис. 2) [2, с. 57].

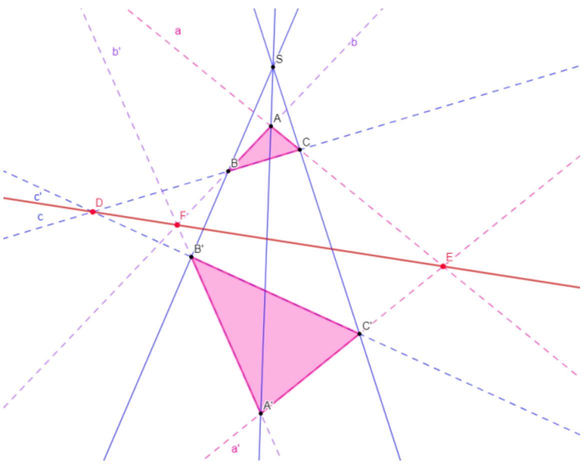


Рисунок 2 – Теорема Дезарга

Теорема Паскаля. Во всяком шестивершиннике, вписанном в кривую 2-го порядка, три точки пересечения противоположных сторон лежат на одной прямой – прямой Паскаля (рис. 3).

Двойственной к теореме Паскаля является теорема Брианшона. Она имеет следующую формулировку:

Во всяком шестистороннике, описанном около кривой второго порядка, прямые, соединяющие противоположные вершины, пересекаются в одной точке – точке Брианшона (рис. 4).

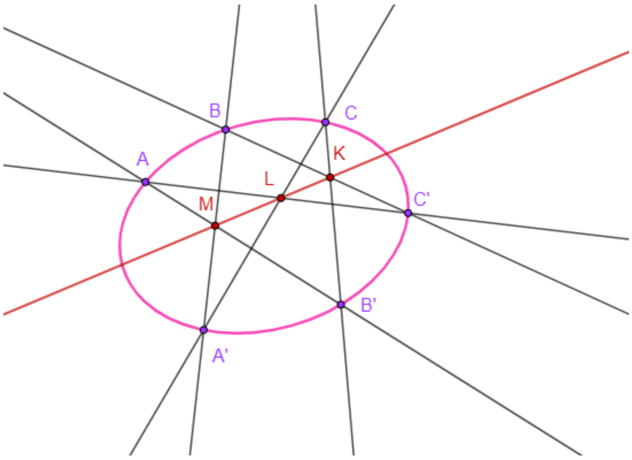


Рисунок 3 – Теорема Паскаля

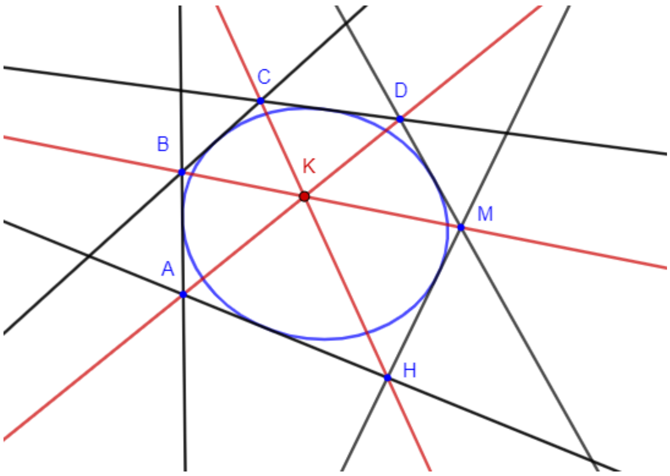


Рисунок 4 – Теорема Брианшона

В свою очередь теорема Паппа-Паскаля является частным случаем теоремы Паскаля для кривой 2-го порядка – предельный случай, когда кривая вырождается в 2 прямые – и имеет следующую формулировку:

Пусть A, B, C – три точки на одной прямой, A', B', C' – три точки на другой прямой. Пусть три прямые AB', BC', CA' пересекают три прямы $A'B$, $B'C$, $C'A$ соответственно в точках X, Y, Z. Тогда точки X, Y, Z лежат на одной прямой (рис. 5) [3, с. 213].

Двойственной к теореме Паппа-Паскаля является теорема Паппа-Брианшона:

Пусть прямые a_1, a_2, a_3 проходят через точку A, а прямые a_1', a_2', a_3' проходят через точку A'. a_1 пересекает a_2' и a_3' в точках B и C, a_2 пересекает a_1' и a_3' в точках C' и Y, a_3 пересекает a_1' и a_2' в точках B' и X. Тогда прямые BC', $B'C$ и XY пересекаются в одной точке (на чертеже – точка Z) или параллельны (рис.6) [3, с. 214].

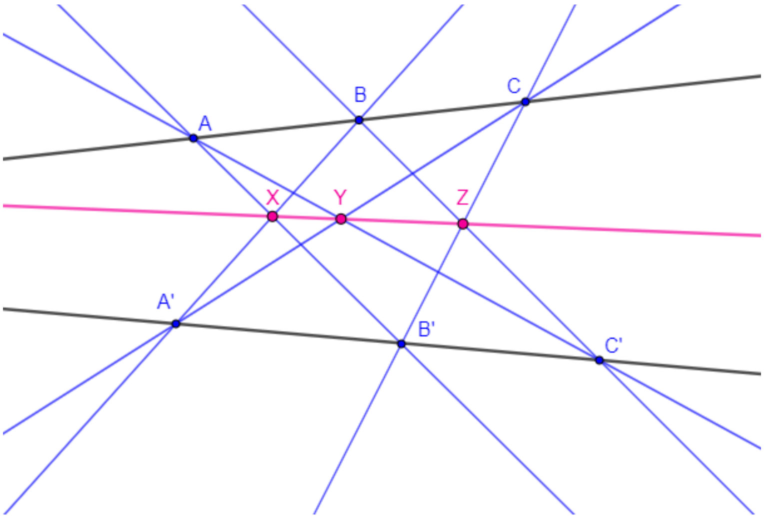


Рисунок 5 – Теорема Паппа-Паскаля

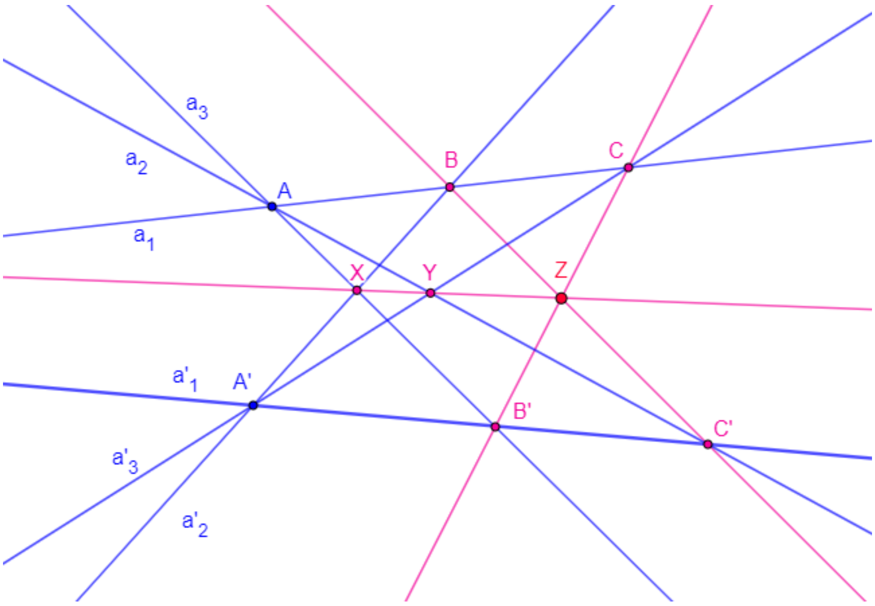


Рисунок 6 – Теорема Паппа-Брианшона

Так же как мы выше проиллюстрировали основные теоремы проективной геометрии, можно выполнять чертежи и к различным задачам на построение сечений многогранников и тел вращения.

Пример. Построить сечение четырехугольной призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ плоскостью, которая задана точкой, лежащей на боковом ребре $A' \in AA_1$; точкой, лежащей на ребре верхнего основания $M' \in C_1D_1$; и еще одной точкой, которая лежит на боковом ребре, не смежном с ребром, на котором лежит первая точка $C' \in CC_1$. Для решения применить метод соответствующих точек.

Решение. В расширенном евклидовом пространстве $\overline{E_3}$ боковые ребра призмы AA_1, BB_1, CC_1, DD_1 пересекаются в несобственной точке S_∞. В проектировании из этой точки образы точек A', C', M' на плоскость проектирования $ABCD$ получаются параллельным проектированием.

Через точки A', C', M' проводим прямые, параллельные ребрам призмы, до пересечения их с плоскостью основания. Получаем проекции этих точек: A, C и M.

Проводим через точки B и M, A и C прямые. Точку пересечения этих прямых обозначим: $AC \cap BM = K$.

Через точку K проводим прямую, параллельную ребрам призмы, до пересечения с плоскостью верхнего основания $A_1B_1C_1D_1$. В итоге получаем прямую KK_1.

Через точки A' и C' проводим прямую, причем $A'C' \cap KK_1 = K'$.

Через точки M' и K' проводим прямую до пересечения с боковым ребром BB_1: $M'K' \cap BB_1 = B'$. Полученная точка B' принадлежит плоскости сечения.

Проводим прямую $C'M'$ до пересечения с боковым ребром DD_1: $C'M' \cap DD_1 = D'$.

Точка $A'D' \cap A_1D_1 = N$ принадлежит плоскости сечения.

Соединим полученные точки, через которые проходит плоскость сечения. Тогда $A'B'C'M'N$ – плоскость сечения (рис. 7).

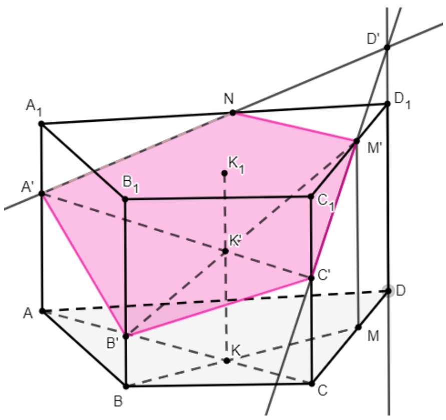


Рисунок 7 – Построение сечения призмы методом соответствующих точек

Выводы и перспективы дальнейших исследований. Проективная геометрия является довольно сложным разделом для понимания учащихся. Для лучшего понимания и усвоения материала данного курса важно правильно проиллюстрировать изложенный материал.

GeoGebra позволяет не только создавать чертежи к необходимому материалу, но и дает возможность пошагово проиллюстрировать процесс построения тех или иных моделей. В свою очередь это помогает развитию пространственного мышления учащихся и способствует лучшему усвоению материала.

На основании всего изложенного мы убедились в эффективности применения математического конструктора GeoGebra для графического сопровождения факультативного курса «Проективная геометрия и методы изображений».

Список литературы

1. *Антонова Л.В.* Проективная геометрия: учеб. пособие / Л.В. Антонова, Т.В. Бурзалова. – Улан-Удэ: Изд-во Бурятского госуниверситета, 2016. – 148 с.
2. *Игнатьев Ю.Г.* Проективная геометрия и методы изображений: учеб. пособие / Ю.Г. Игнатьев, А.А. Агафонов. – Казань: Казанский университет, 2014. – 179 с.
3. *Тадеев В.А.* От живописи к проективной геометрии / В.А. Тадеев. – К.: Выща шк. Головное изд-во, 1988. – 232 с.

УДК 37.091: 004.42

МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ КУРСА «ОСНОВЫ ПРОГРАММИРОВАНИЯ» НА ПРИМЕРЕ ЯЗЫКА С++ ДЛЯ СТУДЕНТОВ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ

Сверчкова Юлия Игоревна
ассистент кафедры информационных
образовательных технологий и систем
ГОУ ВО ЛНР «ЛГПУ»
e-mail: juianika@mail.ru

Долгий Алексей Иванович
ассистент кафедры информационных
образовательных технологий и систем
ГОУ ВО ЛНР «ЛГПУ»
e-mail: alexpirnelli@mail.ru

Аннотация. Статья описывает методику преподавания курса «Основы программирования» на примере языка С++ для студентов педагогических специальностей. В статье затронуты главные разделы языка С++, с помощью которых учащиеся приобретут необходимые знания и умения для разработки консольных программ.

Ключевые слова: основы программирования, С++, методика.

Актуальность и постановка проблемы: Так как в Луганском государственном педагогическом университете с недавнего времени идет подготовка по направлению 44.03.05 Педагогическое образование с двумя профилями, а именно, математика и информатика, физика и информатика, изучение курса «Основы программирования» для будущих учителей информатики является актуальным, так как в школьный курс информатики входит раздел, посвященный основам программирования.

Статья описывает методику преподавания курса «Основы программирования» на примере языка С++ для студентов педагогических специальностей. Методика рассчитана на 14 лекционно-практических занятий и 5 лабораторных работ, по окончанию которых учащиеся приобретут необходимые знания и умения для разработки консольных программ.

Изложение основного материала. Сразу следует отметить, что все занятия, в том числе, лекционные, практические и лабораторные будут проходить за компьютером, так как лекционный материал содержит задания, которые помогают закрепить прослушанную информацию на практике.

Во время первого лекционного занятия учащиеся получают начальное представление о языке программирования С++, изучают его краткую историю, узнают о его способностях и области применения. Затем переходят к практике, где создают пустой проект для своей первой программы через интегрированную среду разработки Microsoft Visual Studio и разбирают её основные элементы. В конце занятия создаётся базовая программа «Hello World» [1, с. 8].

На втором занятии изучается теория о структуре кода, базовых ошибках в написании кода и способах их решения. После чего выполняется практическое задание, где нужно исправить ошибки в трёх простых программах и привести структуру кода в «читабельный» вид, чтобы учащиеся сразу приучались писать код аккуратно и могли самостоятельно исправлять типичные и простые ошибки в процессе разработки и отладки программ.

С третьего занятия начинается изучение составляющих языка С++, а именно, типы данных – понятие, назначение, условия для применения. После теории о типах данных приводится пример их использования. В процессе изучения примера, предоставленного преподавателем, учащиеся сами его дорабатывают и создают программу, которая может вычитать, умножать, делить и складывать числа разных типов, вводимые с клавиатуры.

На четвертом и пятом занятии изучаются переменные и константы. Это обширная тема, которая является одной из основополагающих при разработке компьютерных программ. На данных занятиях учащиеся будут изучать правила именования переменных, методику подбора понятных названий, а также чего стоит избегать при указании имен. Затем на практике студенты получают шесть программ, четыре из которых имеют неправильно записанные переменные, название которых нужно исправить и проверить работоспособность полученного приложения. После успешного выполнения данного задания можно перейти к изучению констант, зачем они нужны, как ими пользоваться. Изучив теорию по данной теме, учащиеся вместе с преподавателем составляют программу.

Пример такой программы: количество дней в неделе всегда равно 7, количество часов в сутках – 24, количество месяцев в году – 12. Суть практического задания заключается в том, чтобы правильно записать названия этих констант, и ввести переменную – количество дней в году, так как оно различается в високосный и не високосный год. Значения следует вывести в консоль.

На шестом занятии рассматривается две маленькие, но важные темы для разработки консольных приложений. А именно, «Ввод и вывод данных». Функции, описанные в этой теме, уже встречались в примерах ранее, но подробно не изучались.

В теоретической части преподаватель рассказывает, что представляет собой механизм ввода и вывода данных, а также как им пользоваться.

После этого занятия учащиеся самостоятельно выполняют первую лабораторную работу, в которой, они должны, основываясь на изученном ранее материале, разработать консольную программу «Калькулятор для трёх чисел», работа которой будет понятна обычному пользователю. Когда пользователь запустит её, он должен увидеть следующий текст: «Здравствуйте, введите первое число», пользователь его вводит, появляется текст «Введите второе число», он вводит и его, а затем появляется «Введите третье число». Когда пользователь его вводит и нажимает «Enter», ему выводится слова «РЕЗУЛЬТАТ», «Сложение:», «Вычитание:», «Умножение:» и «Деление:», где после двоеточия показывается результат из этих трёх чисел.

Результат выполнения лабораторной работы будет оцениваться по нескольким критериям:

– насколько аккуратно написан код;
– соблюдается ли структура кода и принципы его читабельности;
– соблюдаются ли правила наименования переменных;
– корректность работы программы;
– выполнение всех требований к отчёту по лабораторной работе.

Седьмое и восьмое занятия покрывают одну большую тему, которая состоит из четырех пунктов: «Арифметические операции с числами. Сумма, произведение, среднее арифметическое число. Инкремент и декремент. Сокращенные арифметические формы».

Цель изучения темы заключается в том, чтобы научить студентов пользоваться операторами для арифметических вычислений, кроме изученных ранее. Учащиеся научатся сокращать запись для экономии времени.

В течение седьмого занятия студенты вместе с преподавателем придумывают 3-4 примера для суммы, произведения и среднего арифметического нескольких чисел, затем 4-5 сложных примеров, где сочетаются разные операторы. Из предложенных вариантов преподаватель выбирает примеры, которые студентам следует запрограммировать в среде разработки.

Восьмое занятие отводится для изучения пунктов «Инкремент и декремент», «Сокращенные арифметические формы». На практике будут разбираться примеры, где и когда ними можно пользоваться. Данные темы помогут студентам сокращать записи, например, вместо таких записей: a=a+1, a=a+20 они смогут писать так: a++, a += 20, что позволит учащимся писать код быстрее, а исходному коду занимать меньше места в редакторе.

Практическое задание будет состоять в том, чтобы в примерах из прошлых занятий заменить длинную запись на короткую.

На следующем, девятом, занятии учащиеся изучают тему «Логические операции». Как видно из названия темы, речь пойдет об операторах сравнения, объединения и инверсии. Так как данные операторы уже изучались на курсах математики, теория содержит информацию о том, как их использовать в языке C++. Практическая часть заключается в том, чтобы записать математические примеры на языке программирования.

Вторая лабораторная работа похожа на первую, условия задания такие же, отличие заключается в том, что нужно использовать логические операторы, арифметические операции с числами и среднее арифметическое. И главное отличие – все это нужно записать в краткой форме.

Десятое занятие посвящено операторам условного выбора «if», «if-else». В теоретической части пойдет речь о синтаксисе и случаях, когда удобно применять эти операторы. В качестве примера можно продемонстрировать алгоритм выбора песни для прослушивания, который в исходном коде представлен в виде ветвлений «if-else» [2, с. 315]. Например, сначала жанр, затем исполнитель, и, наконец, название песни.

Практическая часть к занятию состоит из 2 заданий.

Первое практическое задание заключается в создании программы, которая будет спрашивать у пользователя возраст, а затем, в зависимости от введенного с клавиатуры числа, будет выводиться разное сообщение:

- 1 вариант (до 14 лет) – «Ребенок»;
- 2 вариант (15-17 лет) – «Подросток»;
- 3 вариант (18+) – «Взрослый».

Второе практической задание: создать программу, которая будет, проверять правильно ли пользователь решает пример, который выводится на экран. Если пользователь ввёл с клавиатуры правильный ответ, то выводится сообщение «Ответ верный», и программа переходит к следующему примеру, если нет, то «Ответ неверный», и программа завершает работу.

Третья лабораторная работа состоит в том, чтобы учащийся написал несколько программ, использующих оператор условного выбора, например, программу, которая проверяет, является ли введённое число с клавиатуры чётным или нечётным.

На одиннадцатом занятии студенты продолжают изучение операторов условного выбора, а именно, оператор «Switch» [3, с. 68].

Благодаря данному оператору множественного выбора учащиеся смогу улучшить свои программы, так как смогут добавить вариативность в условия выбора в своих программах.

В теоретическом блоке учащимся рассказывается, когда лучше использовать «if-else», а когда «switch», например, когда в программе есть всего 2 условия, удобнее использовать «if-else», но если количество условий больше двух, то тогда удобнее использовать «switch».

На практическом занятии учащиеся должны создать список товаров и пронумеровать его. И в зависимости от того, какую цифру нажмет пользователь, в консоли выведется описание этого товара.

Благодаря тому, что учащиеся прошли 11 занятий и освоили их материал, теперь они смогут сделать первую полноценную и сложную программу, что является заданием к их четвертой лабораторной работе. Нужно создать калькулятор, в котором пользователь сможет выбирать, сколько чисел он хочет использовать, какое действие следует выполнить. Главное, что калькулятор должен:

- уметь работать с числами, у которых есть плавающая точка;
- выдавать текст с ошибкой, когда пользователь пытается делить на ноль;
- выдавать тест с ошибкой, когда пользователь пытается вести вместо числа другой символ.

На 12 и 13 занятиях студенты изучают циклы – их виды, возможности и области применения.

Двенадцатое занятие посвящено циклам «while/do while» [4, с. 200]. Практическое задание будет состоять из того, что учащиеся должны разработать простую консольную игру «Купи слона», то есть, что бы ни делал пользователь – ему должно выводиться сообщение «Все могут % действие пользователя %, а ты купи слона».

На тринадцатом занятии разбирается цикл «for» – когда он используется, а также в чем разница между ним и циклами «while/do while. Здесь же практическое задание состоит в создании мини-игры «Иди 5 шагов на восток», где пользователь сообщает программе, сколько нужно сделать шагов в ту или иную сторону.

На последнем, четырнадцатом, занятии изучается создание пользовательских функций, которые позволяют оптимизировать программы студентов путём вынесения одинаковых фрагментов кода в отдельные блоки.

На основании данного лекционного материала нужно улучшить созданные ранее программы, оптимизировав код использованием функций там, где это возможно. Например, в программе, где проверяется, правильно ли пользователь решает пример, выводимый на экран, теперь нужно не заканчивать работу приложения в случае неверного ответа, а вызывать повторно функцию, которая выведет следующий пример, а в конце работы программ на экран должно выводиться количество правильных и неправильных ответов.

Пятая лабораторная работа содержит задания, затрагивающие весь изученный на курсе материал. Студенту следует создать программу с меню, в котором можно выбрать, что нужно посчитать (после подсчёта на экране должно заново появиться меню – и так до тех пор, пока пользователь не выберет «Выход из программы»):

1) последовательность чисел Фибоначчи;

2) факториал числа.

Почему была выбрана именно такая структура занятий:

1) одно занятие в университете длится 1 час 20 минут. Тратить время полностью на теорию нет смысла, так как считается, что учащийся может полностью воспринимать только первые 15-20 минут теоретического материала, затем ему становится неинтересно и его внимание рассеивается, поэтому в лекции включены практические задания;

2) выполняя практические задания, учащийся лучше понимает материал, так как он сам выполняет задания, используя готовые примеры из теоретической части;

3) в структуру входят практические задания для того, чтобы преподаватель мог видеть, понял ли студент изученный материал, и мог ему в аудиторное время помочь с решением;

4) лабораторные работы предназначены для того, чтобы студент учился самостоятельно выполнять задания и находить дополнительный материал в других источниках, тем самым, повышая способность к самообучению и самообразованию;

5) лабораторные работы имеют повышенную сложность по сравнению с практическими заданиями, поэтому они идут не после каждого лекционно-практического занятия, чтобы не перегружать студента большим количеством заданий для самостоятельного выполнения.

Таким образом, по окончании изучения курса учащиеся освоят базовые навыки программирования, в частности, на языке C++, будут способны создавать несложные консольные программы и иметь хорошую базу для дальнейшего изучения языка C++.

Выводы и перспективы дальнейших исследований. В статье рассмотрена методика преподавания курса «Основы программирования» на примере языка C++ для студентов педагогических специальностей. В методике изложены разделы изучаемой дисциплины, обоснована структура и последовательность занятий, приведены результаты изучения дисциплины. В будущем планируется разработать методику преподавания курса «Программирование на языках высокого уровня» для студентов педагогических специальностей.

Список литературы

1. *Акимова И.В.* Использование компьютерных средств обучения при подготовке бакалавров педагогических специальностей в сфере программирования / И.В. Акимова, М.А. Родионов // Вестник ПензГУ, 2015. №1(9). [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://cyberleninka.ru/article/n/ispolzovanie-kompyuternyh-sredstv-obucheniya-pri-podgotovke-bakalavrov-pedagogicheskih-spetsialnostey-v-sfere-programmirovaniya (дата обращения: 11.01.2021).

2. *Шилдт Г.* С++ для начинающих. Серия «Шаг за шагом» / Г. Шилдт; пер. с англ. – М.: ЭКОМ Паблишерз, 2013. – 640 с.: ил.

3. *Прата Стивен.* Язык программирования С++. Лекции и упражнения / Стивен Прата, 5-е изд. Пер. с англ. – М. : ООО «И.Д. Вильяме», 2007. – 1184 с. : ил. – Парал. тит. Англ.

4. *Доусон М.* Изучаем С++ через программирование игр / М. Доусон. – СПб.: Питер, 2016. – 352 с.: ил.

ДЛЯ ЗАМЕТОК

Научное издание

Теоретико-методологические аспекты преподавания математики в современных условиях

Сборник материалов IV Международной научно–практической конференции

(4-5 мая 2021 г., г. Луганск)

Редакционная коллегия оставляет за собой право технического и стилистического редактирования статей. Авторы статей несут полную ответственность за содержание статьи.

Под общей редакцией – ***С.В. Темникова, О.В. Давыскиба***
Дизайн обложки – ***Н.А. Полищук***
Корректор – ***М.А. Юрищева***
Верстка – ***А.В. Скринникова***

Подписано в печать 17.06.2021. Бумага офсетная.
Гарнитура Times New Roman.
Печать ризографическая. Формат 60×84/16. Усл. печ. л. 13,72.
Тираж 50 экз. Заказ № 71.

Издатель
ГОУ ВО ЛНР «ЛГПУ»
«Книта»
ул. Оборонная, 2, г. Луганск, ЛНР, 91011. Т/ф: (0642)58-03-20
e-mail: knitaizd@mail.ru