МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
ЛУГАНСКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНО УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ ЛУГАНСКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНО УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
ДОНЕЦКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ
«ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ТОЛЬЯТТИНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ТЕОРЕТИКО–МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ В СОВРЕМЕННЫХ УСЛОВИЯХ

Сборник материалов

V Международной научно-практической конференции

(4–5 мая 2022 , г. Луганск)

Книга

Луганск
2022

УДК [37.016:51](06)
ББК 22.1р3я43+74.262.21я43
Т33

Рецензенты:

Малый В.В. – заведующий кафедрой прикладной математики Государственного образовательного учреждения высшего образования Луганской Народной Республики «Луганский государственный университет имени Владимира Даля», кандидат технических наук, доцент.

Монастырная Г.В. – заведующий отделом информационных технологий в образовании Филиала «Центр развития образования» Государственного образовательного учреждения высшего образования Луганской Народной Республики «Луганский государственный педагогический университет», кандидат педагогических наук.

Швыров В.В. – доцент кафедры информационных образовательных технологий и систем Государственного образовательного учреждения высшего образования Луганской Народной Республики «Луганский государственный педагогический университет», кандидат физико-математических наук, доцент.

Т33 **Теоретико-методологические аспекты преподавания математики в современных условиях :** сборник материалов V Международной научно-практической конференции, 4–5 мая 2022 г., г. Луганск / Под общ. ред. С. В. Темниковой, О. В. Давыскибы; ГОУ ВО ЛНР «ЛГПУ». – Луганск : Книта, 2022. – 272 с.

В сборнике представлены статьи работников высших учебных заведений, академических и отраслевых научных организаций, сотрудников государственных и региональных организаций, ученых, педагогов, методистов, магистрантов и студентов, посвященные актуальным научным проблемам в сфере математического и педагогического образования в современных условиях.

Сборник трудов коллектива авторов предназначен для научного педагогического сообщества.

УДК [37.016:51](06)
ББК 22.1р3я43+74.262.21я43

Печатается по решению Научной комиссии
Луганского государственного педагогического университета
(протокол № 10 от 14.06.2022 г.)

СЕКЦИЯ 1
АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ПОДГОТОВКИ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ

СЕКЦИЯ 2
АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ НАУКИ НА СОВРЕМЕННОМ ЭТАПЕ

СЕКЦИЯ 3
АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ МЕТОДИКИ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ В ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ УЧРЕЖДЕНИЯХ I–III УРОВНЕЙ АККРЕДИТАЦИИ

СЕКЦИЯ 4
ИННОВАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ПРЕПОДАВАНИИ МАТЕМАТИКИ

СЕКЦИЯ 1

АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ПОДГОТОВКИ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ

УДК 378.147:51

Калайдо Юлия Николаевна
старший преподаватель кафедры высшей
математики и методики преподавания математики
ГОУ ВО ЛНР «Луганский государственный
педагогический университет»
e-mail: kalaydo28@yandex.com

ОСОБЕННОСТИ ОРГАНИЗАЦИИ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ ПО КУРСУ ГЕОМЕТРИИ

Аннотация. В статье проанализированы особенности текущего контроля знаний при изучении курса «Геометрия» будущими учителями математики в педагогическом вузе, вызванные информатизацией, а также переходом на компетентностную модель обучения. Показано, что совершенствование профессиональной подготовки студентов-педагогов невозможно без усилением работы над видами и формами текущего контроля, применения компьютерного тестирования.

Ключевые слова: текущий контроль, профессиональная подготовка, компетентностная модель, технологии обучения.

Актуальность и постановка проблемы. Кардинальные изменения в жизни общества, вызванные интенсивным развитием техники и технологий, а также полномасштабной информатизацией и компьютеризацией привели к трансформации всех сфер жизнедеятельности, включая систему высшего образования. Современная система образования, отказавшись от идеи подготовки узкоспециализированного учителя-предметника, ориентируется на формирование специалиста, способного безболезненно адаптироваться к различного рода изменениям в обществе, активно включаться в трудовую деятельность, а также самостоятельно и непрерывно повышать свой профессиональный уровень.

Очевидно, что подготовка специалистов, отвечающих вышеуказанным требованиям не может осуществляться в рамках классической (знаниевой) модели обучения. Более жесткие требования рынка труда утвердили на законодательном уровне компетентностную модель подготовки студентов в высших учебных заведениях. Как следствие, изменение образовательной парадигмы потребовало пересмотра форм и методов подготовки будущих педагогических работников в целом и учителей математики – в частности.

Различным аспектам совершенствования профессиональной подготовки будущих учителей математики в педагогическом вузе посвящены труды известных отечественных исследователей Далингера В.А., Ивановой Т.А., Корешковой Т.А., Латышевой Л.П., Луканкина Г.Л., Машаровой Т.В., Новик И.А., Сериковой Л.В., Утеевой Р.А., Чекина А.Л. и др. [1–3]. Однако практически все известные работы посвящены вопросам организации аудиторного и внеаудиторного изучения материала, тогда как практически не исследованы технологии эффективного контроля знаний, также играющего достаточно важную роль в системе подготовки высококвалифицированного учителя математики.

Изложение основного материала. Текущий контроль знаний – одна из форм оценки успеваемости студентов по конкретной учебной дисциплине, реализуемая в межсессионный период и направленная на закрепление знаний обучающихся и развитие навыков самостоятельной работы.

Оценка текущего уровня подготовки студентов по конкретной учебной дисциплине является одной из важнейших задач современного образования. Объективный текущий контроль способен повысить мотивацию студентов к обучению, указать им на имеющиеся пробелы в знаниях, а также систематизировать ранее изученный материал. В то же время, формальное отношение к оценке уровня знаний может привести к прямо противоположным результатам.

В настоящее время существует несколько подходов к организации текущего контроля знаний студентов. Один из них предусматривает проведение данного вида контроля по окончании изучения соответствующей темы в последние 15–20 минут практического занятия. Противоположный подход состоит в проведении текущего контроля знаний студентов во внеаудиторное время во второй половине семестра. В этом случае студенту предоставляется достаточное время для обдумывания ответов на вопросы, что способствует более осознанному освоению программного материала.

Не менее разнообразны и формы проведения текущего контроля. К классическим формам принято относить устный опрос (индивидуальный или фронтальный) и различного рода проверочные письменные работы. Но в последнее время в условиях всеобщей компьютеризации наиболее популярной стала тестовая форма проведения текущего контроля, которая позволяет проводить его практически в любое время и в удобном для тестируемого месте. Кроме того, для реализации тестирования в настоящее время существует широкий спектр систем, позволяющих создавать тесты с вопросами разных типов, что является еще одним из очевидных преимуществ компьютерного тестирования.

Несмотря на разнообразие подходов к организации текущего контроля знаний, технические требования к его организации сходны: система заданий должна соответствовать единым принципам и требования к обучающимся также должны быть идентичны.

Организация текущего контроля знаний будущих учителей математики имеет ряд особенностей, обусловленной спецификой данного направления подготовки. К особенностям математического образования относится его высокая степень абстрактности и использование символьных записей, которые легко отображаются с помощью электронно-вычислительной техники [4]. Как результат, при текущем контроле знаний математических дисциплин удобно использовать компьютерное тестирование.

С другой стороны, обучение математике должно развивать у студентов поисковые навыки и умения решения нестандартных задач, а также способность к выбору оптимального пути решения. При оценки подобных компетенций важен не только конечный результат, но и сам ход решения, и в такой ситуации возможности тестовой формы контроля достаточно ограничены. Поэтому, на наш взгляд, эффективный текущий контроль знаний студентов должен строиться на сочетании классического подхода, состоящего в подробном решении типовых задач, и тестирования. Такая форма текущего контроля позволяет успешно и значительной экономией времени, проверить как теоретические знания по теме, так и умения и навыки в решении типовых задач.

В соответствии с предложенным комплексным подходом к организации текущего контроля, на кафедре высшей математики и методики преподавания математики были разработаны дидактические материалы для проведения данного вида контроля по дисциплине «Геометрия» (раздел «Аналитическая геометрия»), которая изучается студентами направления 44.03.05 Педагогическое образование (с двум профилями подготовки). Профиль. Математика. Информатика на первом году обучения. Приведем вариант контрольной работы по теме «Прямая и плоскость».

Контрольная работа по теме: «Прямая и плоскость»

Дополнить определения ***(1 балл)*****:**	
1.	Общее уравнение плоскости имеет вид: $Ax+By+Cz+D=0$, где A,B,C – ______________ коэффициенты, которые_________________.
2.	Данная система $\begin{cases} A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0; \\ A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0. \end{cases}$ задает_____________

Выбрать правильный ответ ***(2 балла)*****:**	
3.	Какое из перечисленных уравнений задает прямую?
	а) $2x^2+y-1=0$; б) $-xy=5$; в) $-x+5y-1=0$; г) $4x^2-7y^2+1=0$.
4.	Уравнение плоскости, которая проходит через точку $A(1;0;-1)$,

	перпендикулярно данному вектору $\bar{n}(-2;3;-1)$ имеет вид:
	а) $2x-3y-z+4=0$; б) $-2x+3y-z+1=0$; в) $-2x+3y-z+3=0$; г) $-2x+3y+1=0$.
5.	Как взаимно расположены прямые $x+5y-4=0$ и $2x+10y-1=0$?
	а) пересекаются под произвольным углом; б) параллельны; в) пересекаются под прямым углом; г) совпадают.
6.	Каноническое уравнение прямой на плоскости, проходящей через точки $A(1;-2)$ и $B(-2;4)$:
	а) $\frac{x+1}{3}=\frac{y-2}{-6}$; б) $\frac{x-1}{-3}=\frac{y+2}{6}$; в) $2x+y+1=0$; г) $2x+y=0$;

Установить соответствие ***(4 балла)*:**		
7.	1. Прямая, проходящая через две точки $M_1(0;1)$ и $M_2(2;4)$	A. $2x-y+1=0$
	2. Прямая с угловым коэффициентом 3, проходящая через точку $M(2;1)$	B. $4x+3y-12=0$
	3. Прямая, отсекающая на оси абсцисс и оси ординат соответственно отрезки 3 и 4	C. $3x-2y+2=0$
	4. Прямая, проходящая через точку $M(0;1)$ вдоль вектора $\bar{s}=(2;4)$	D. $3x-y-5=0$

Решить задачи ***(5 баллов)*:**	
8.	Дан треугольник ABC. Координаты двух его вершин равны соответственно $A(3;5)$ и $B(-1;2)$. Найти координату третьей вершины, которая принадлежит прямой $7x-6y+1=0$. Площадь треугольника равна 1.

9.	Построить тело, ограниченное данными поверхностями: $x+2y+z=8$, $x=3$, $y=4$, $x=0$, $y=0$, $z=0$.

Выводы и перспективы дальнейших исследований. Результаты представленного исследования позволяют заключить, что текущий контроль знаний играет одну из главных ролей в процессе обучения. При подготовке будущих учителей математики в ходе изучения ими разделов геометрии, важно своевременно и объективно определять качество усвоенного материала, проводить диагностирование и корректировку их знаний и умений. Успешно проведенный текущий контроль может мотивировать студентов к дальнейшей работе и оказать воспитательное действие, в тоже время неудачно подобранные без учета уровня подготовки задания могут в значительной мере затормозить учебный процесс. Повышение качества знаний студентов невозможно без работы над методами текущего контроля, разработкой разнообразных форм и его видов.

Список литературы

1. *Далингер, В. А.* Анализ российского государственного стандарта по направлению «Педагогическое образование» и подготовки учителей математики // Международный журнал экспериментального образования, 2017.– № 3-1. – С. 67–72.

2. *Дербеденева, Н. Н.* Направления и перспективы реализации практико-ориентированного обучения математике студентов педагогического вуза / Н. Н. Дербеденева, М. В. Ладошкин, Р. А. Утеева, Т. А. Иванова // Гуманитарные науки и образование, 2018. – Т. 9. – № 4 (36). – С. 12–19.

3. *Неясова, И. А.* Теоретико-методологические основы практико-ориентированной подготовки будущего педагога : монография / И. А. Неясова, Л. В. Серикова. Под ред. Т. И. Шукшиной. – Саранск : Мордовский

государственный педагогический университет имени М. Е. Евсевьева, 2020. – 268 с.

4. *Гаврилова. М. А.* Особенности формирования профессиональной компетенции учителей математики в педагогическом вузе // Высшее образование сегодня, 2008. – № 5. – С. 31–33.

Yulya N. Kalaydo
Senior lecturer of Higher Mathematics and
Methods of Mathematics Teaching Department
of the Lugansk State Pedagogical University
e-mail: kalaydo28@yandex.com

FEATURES OF THE CURRENT CONTROL ORGANIZATION OF FUTURE MATHEMATICS TEACHERS KNOWLEDGE IN THE GEOMETRY COURSE

Annotation. The article analyzes the features of the knowledge current control in the «Geometry» course study by future mathematics teachers in a pedagogical university, caused by informatization, as well as the transition to a competency-based learning model. It is shown, the professional training improvement of pedagogical specialties student is impossible without strengthening the work on the types and forms of current control, the use of computer testing.

Key words: current control, professional training, competence model, learning technologies.

УДК 378.147:51

Хоронько Любовь Яковлевна
доктор педагогических наук, профессор,
профессор кафедры образования
и педагогических наук
ФГБОУ ВО «Донской государственный
технический университет» (г. Ростов-на-Дону)
e-mail: kenho@mail.ru
Калайдо Александр Витальевич
кандидат технических наук, доцент,
доцент кафедры технологий производства
и профессионального образования
ГОУ ВО ЛНР «Луганский государственный
педагогический университет»
e-mail: kalaydo18@mail.ru

ПРОБЛЕМЫ ПОДГОТОВКИ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ В СОВРЕМЕННОМ ПЕДАГОГИЧЕСКОМ УНИВЕРСИТЕТЕ И ПУТИ ИХ РЕШЕНИЯ

Аннотация. В статье проанализированы актуальные проблемы подготовки будущих учителей математики в педагогическом университете, детерминированные процессом реализации компетентностной модели обучения. Установлено, что модернизация математической подготовки должна базироваться на обеспечении интегративности и фундаментальности процесса обучения, комплексном использовании ИКТ-технологий и цифровых образовательных ресурсов, а также систематическом повышении квалификации профильных педагогов по программам использования инновационных педагогических технологий в учебном процессе.

Ключевые слова: математика, профессиональная подготовка, система образования, технологии обучения, модернизация.

Актуальность и постановка проблемы. Глобальные изменения во всех сферах общественной жизни, трансформация экономики, непосредственно влияют на сферу образования в целом и систему высшего образования в частности. Принципиально новые требования рынка труда к качеству подготовки выпускников университетов потребовали пересмотра образовательной парадигмы, в результате чего на смену традиционной знаниевой (квалификационной) модели подготовки будущих учителей пришла более перспективная компетентностная модель. Как следствие, смена образовательной парадигмы потребовала кардинального пересмотра форм и методов подготовки будущих педагогических работников в целом, и учителей математики – в частности.

В рамках квалификационной модели главной целью была подготовка учителя-предметника, профессиональный уровень которого определялся количеством прослушанных курсов дисциплин естественно-математического цикла. В нынешних условиях целью высшего образования становится подготовка личности, обладающей не только специальными знаниями, но и способностью к творческой деятельности, высокими моральными качествами, творческой направленностью и умением ориентироваться в быстро изменяющихся условиях профессиональной деятельности. Не вызывает сомнений, что такой педагог может быть подготовлен исключительно в инновационной системе высшего образования.

В последнее время проблематика подготовки учителей математики, соответствующих современным общественно-образовательным реалиям, достаточно широко представлена в отечественной научной литературе. Различные аспекты профессиональной подготовки учителей математики отражены в работах В.А. Далингера, С.Н. Дворяткиной, Т.А. Ивановой, Н.П. Коваленко, Л.И. Максимовой Л.И., Т.В. Машаровой, Р.А. Утеевой, С.В. Щенниковой и др. [1; 2]; особенностям формирования математической культуры студентов математических специальностей посвящены исследования Л.В. Ворониной, В.С. Ежовой, Т.С. Мамонтовой, Е.А. Перминова, Н.Х. Сопоевой и др. [3; 4]. Однако, задача поиска эффективных форм организации подготовки будущих учителей математики в педагогическом университете, основанных на компетентностном подходе, в настоящее время рассмотрена фрагментарно и не получила целостного решения.

Изложение основного материала. Традиционная модель подготовки учителей математики в педагогическом университете, оказывается малоэффективной в условиях современного образования. Основные причины данной ситуации, на наш взгляд, состоят в следующем:

1. *Недостаточность базовых знаний у студентов – будущих учителей математики.* Уровень школьного математического образования не позволяет студентам должным образом освоить объемные курсы линейной алгебры, аналитической геометрии и математического анализа, а также узкоспециализированные курсы математической физики и теории функции комплексного переменного.

2. Гуманитаризация общества. Начиная с конца 1990-х годов прошлого века, наибольшую популярность приобрели профессии непроизводственной сферы, не требующие глубокой математической подготовки. Вследствие этого, большинство абитуриентов, имеющих высокий уровень базовых знаний, не заинтересовано в обучении по сложным математическим (физическим, техническим) направлениям. В результате зачастую подготовка учителей математики в педагогическом университете осуществляется в малокомплектных группах, а ежегодное количество выпускников бакалавриата не соответствует потребностям в них сферы среднего образования.

3. Уменьшение часов аудиторной нагрузки. Как показывает образовательная практика, наметившаяся в высшем образовании тенденция к уменьшению количества аудиторных часов на изучение фундаментальных математических дисциплин и увеличению объема самостоятельной работы не способствует повышению качества математического образования. Причиной тому – отсутствие у большинства студентов начальных курсов навыков самостоятельного обучения, а также объективные сложности индивидуального освоения сложных математических курсов.

4. Консерватизм преподавательского состава университета. Преподаватели фундаментальных дисциплин (не только математических) представляют достаточно консервативную часть педагогического сообщества, настороженно относящуюся к различного рода педагогическим инновациям. Как следствие, в процессе обучения недостаточно используются активные и интерактивные методы, а фундаментальная подготовка учителей математики осуществляется в отрыве от профессионально-педагогической.

Таким образом, итоговая квалификация выпускника педагогического университета – будущего учителя математики определяется целым рядом факторов, наиболее значимые из которых представлены на рис. 1. Но указанные выше проблемы не позволяют в комплексе успешно решать задачу подготовки конкурентоспособного и профессионально мобильного учителя математики, способного без адаптации приступить к исполнению трудовых обязанностей.

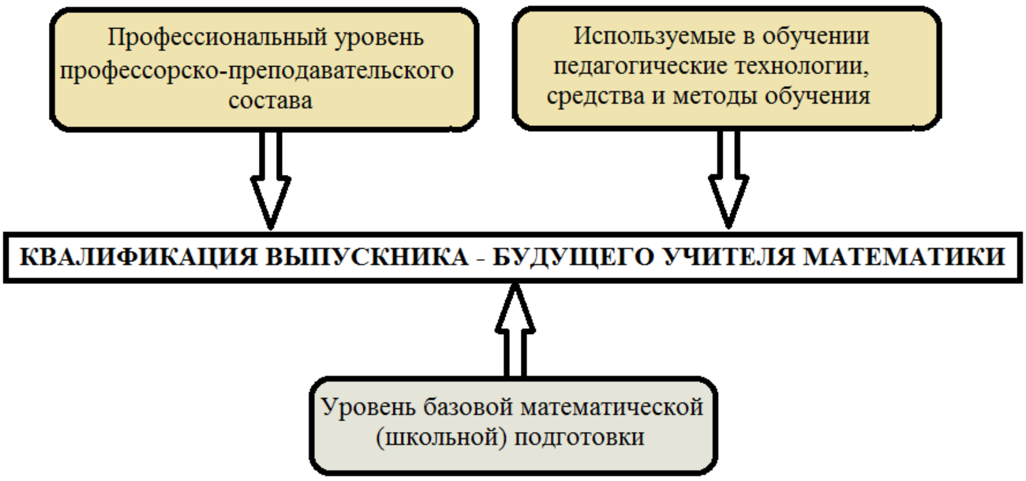


Рисунок 1 – Факторы, определяющие профессиональную компетентность будущего учителя математики

Следует отметить, что система среднего образования также переживает этап реформирования, связанный с изменением образовательной парадигмы, поэтому вряд ли стоит ожидать в ближайшее время качественного улучшения уровня естественно-математической подготовки абитуриентов. В то же время, математическое образование является важнейшим компонентом в системе фундаментальной подготовки современного специалиста, обеспечивающее формирование умений решения типовых задач, подготовку к изучению профильных дисциплин, дальнейшему самостоятельному изучению необходимых для обеспечения профессиональной деятельности разделов математики [5].

Таким образом, проблемы подготовки учителей математики непосредственно в педагогическом университете могут и должны быть успешно решены посредством модернизации учебного процесса.

Система высшего образования является частью современного общества и развивается в соответствии с универсальными законами. Окончательно оформившийся переход к постиндустриальному (информационному) обществу требует цифровизации и информатизации процесса изучения всех без исключения учебных дисциплин, включая фундаментальные математические. Наиболее очевидным решением является использование в учебном процессе информационно-коммуникационных технологий (мультимедиа, компьютерное тестирование и т.д.) и цифровых образовательных ресурсов. Такой подход не только повышает интерес к учебному материалу, положительно отражаясь на мотивации к изучению конкретной дисциплины, но и способствует формированию информационной компетентности будущих учителей математики, которая вне всяких сомнений будет востребована в их профессиональной деятельности.

Перспективным направлением при подготовке учителей математики также является использование инновационных педагогических технологий [6], которые позволяют строить отношения в системе «педагог-студент» на основе диалога, реализуя тем самым базовые положения компетентностной модели о личностно-ориентированном обучении и активной роли обучающегося в учебном процессе. При изучении дисциплин математического цикла это может быть обучение в малых группах, использование проблемных технологий, изложение материала с заранее запланированными ошибками, обучение в сотрудничестве, дидактические игры и т.д. Применение подобных технологий более целесообразно на старших курсах, когда студенты уже обладают определенным базисом профильных и педагогических знаний.

Немаловажную роль в процессе обучения играет проектная деятельность студентов, которая не только позволяет разнообразить учебный процесс, но и является инструментом для развития творческих способностей будущих учителей математики. Отметим, что использование проектных технологий требует от педагога соответствующей подготовки и наличия банка проектов.

Более сложным, но не менее эффективным подходом при подготовке учителей математики следует считать обеспечение интегративного характера образовательного процесса [7]. Чаще всего при изучении математических дисциплин основное внимание уделяется освоению конкретных положений теории и не рассматривается область их практического применения в различных сферах жизнедеятельности человека, что приводит к снижению интереса у студентов к программному материалу. Интеграция учебного материала с другими областями знаний (смежными и техническими науками, искусством и т.д.) позволяет сделать процесс обучения более содержательным и интересным не только для студентов, но и для преподавателя.

Наряду с интегративностью должна обеспечиваться и фундаментальность подготовки студентов-математиков в педагогическом университете, что обеспечит системность и универсальность знания математики, позволяющие преподавать математические предметы, базируясь на универсальном научном базисе.

Отметим, что важным аспектом с подготовкой учителей математики в педагогическом университете является повышение квалификации профессорско-преподавательского состава в системе дополнительного профессионального образования. По современным представлениям, любое имеющееся образование принципиально понимается как незавершенное [8], поэтому для педагогических работников необходимо развитие профессиональных компетенций на протяжении всей жизни.

Не менее значимым ресурсом обеспечения средней школы квалифицированными педагогическими кадрами является профессиональная переподготовка, в рамках которой на базе высшего нематематического образования обучающиеся за короткий срок получают квалификацию учителя математики. Подходы к обучению взрослых людей существенно отличаются от технологий обучения в университете благодаря наличию у обучающихся жизненного и профессионального опыта, а также высокой мотивации к получению практически значимых компетенций.

Выводы и перспективы дальнейших исследований. Результаты проведенного исследования позволяют заключить, что подготовка учителей математики в современном педагогическом университете в настоящее время недостаточно эффективна как в силу объективных (снижение уровня школьной подготовки), так и субъективных (недостаточное использование инновационных педагогических технологий) факторов. Путями модернизации данной подготовки может стать обеспечение интегративности и фундаментальности процесса математической подготовки в университете, комплексное использование ИКТ-технологий и цифровых образовательных ресурсов, а также систематическое повышение квалификации профессорско-преподавательского состава в контексте использования современных педагогических технологий в учебном процессе.

Список литературы

1. *Машарова, Т. В.* Интегративный подход в подготовке будущего педагога к творческой деятельности / Т. В. Машарова, С. В. Щенникова // Интеграция образования, 2003. – № 4. – С. 81–84.

2. *Дворяткина, С. Н.* Разработка интегративных курсов на основе синергетического подхода при решении профессиональных и прикладных задач

/ С. Н. Дворяткина, С. А. Розанова // Ярославский педагогический вестник, 2016. – № 6. – С. 127–131.

3. *Насыпная, В. А*. Формирование математической культуры у будущих учителей // Известия Дагестанского государственного педагогического университета. Психолого-педагогические науки, 2016. – № 1. – С. 71–76.

4. *Перминов, Е. А*. Об актуальности фундаментализации математической подготовки студентов педагогических направлений в цифровую эпоху // Образование и наука, 2019. – № 5. – С. 86–111.

5. *Сердюкова, Е. Я.* Математическое обеспечение профильной подготовки будущих инженеров-педагогов транспортного профиля / Е. Я. Сердюкова, А. В. Калайдо // Теоретико-методологические аспекты преподавания математики в современных условиях : материалы III Международной заочной научно-практической конференции (1–7 июня 2020 г., г. Луганск). – Луганск : Книта, 2020. – С. 84–89

6. *Хоронько, Л. Я.* Векторы модернизации образования в постиндустриальном обществе // Образование. Наука. Инновации, 2011. – № 5 (20). – С. 27–32.

7. *Гаваза Т.А.* О применении интегративного подхода при подготовке будущего учителя математики в университете / Т.А. Гаваза, С.В. Лебедева, Л.В. Павлова, В.А. Фахретдинова // Современные наукоемкие технологии, 2021. – № 11. – С. 132–138.

8. *Далингер, В. А*. Недостатки и основные направления совершенствования подготовки учителей математики в педагогических университетах // Фундаментальные исследования. Педагогические науки, 2014. – № 6. – С. 822–827.

Lyubov Ya. Khoronko
doctor of pedagogical sciences, professor,
Professor of the Education and Pedagogical
Sciences Department of the
Don State Technical University (Rostov)
e-mail: kenho@mail.ru
Alexander V. Kalaydo
candidate of technical sciences, associate professor,
Associate Professor of the production technologies
and vocational education Department of the
Lugansk State Pedagogical University
e-mail: kalaydo18@mail.ru

PROBLEMS OF TRAINING MATHEMATICS TEACHERS IN A MODERN PEDAGOGICAL UNIVERSITY AND THE WAYS TO THEM SOLUTION

Annotation. The article analyzes the main difficulties in the training of future teachers of mathematics in a pedagogical university, caused by the transition to a competency-based training model. It is shown, the modernization of mathematical education should be based on ensuring the integrativity and fundamental nature of the learning process, the comprehensive use of information technologies and digital educational resources, as well as the systematic professional development of specialized teachers in the use of modern pedagogical technologies in the educational process.

Key words: mathematics, vocational training, education system, educational technologies, modernization.

СЕКЦИЯ 2
АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ НАУКИ НА СОВРЕМЕННОМ ЭТАПЕ

УДК 519.21

Бацманова Светлана Александровна
студент 3 курса направления подготовки
«Математика (математика в цифровой экономике)»
ГОУ ВО ЛНР «Луганский государственный
педагогический университет»
e-mail: batsmanovas@mail.ru
Научный руководитель:
Скринникова Анна Владимировна
старший преподаватель
кафедры фундаментальной математики
ГОУ ВО ЛНР «Луганский государственный
педагогический университет»

АСИМПТОТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ПРИ АНАЛИТИЧЕСКОМ ПОДСЧЕТЕ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ПОПАДАНИЯ В МИШЕНЬ

Аннотация. Статья посвящена асимптотическим методам, которые используются для аналитического подсчета вероятностей попадания в мишень. Проанализированы и систематизированы факторы, которые влияют на показатель «точность стрельбы». Описаны основные асимптотические методы теории вероятностей. На основании их анализа и аналитических расчетов вероятностей попадания в мишень предпочтительными оказались методы, учитывающие естественное рассеивание.

Ключевые слова: асимптотические методы, естественное рассеивание, теория вероятностей, точность стрельбы.

Актуальность и постановка проблемы. На сегодняшний день стрелковым оружием владеют не только охотники, военные и спортсмены, но и дети после уроков НВП. Одним из важнейших показателей стрельбы является точность. Учитывая тонкости точной стрельбы в спорте или снайперском деле можно повысить эффективность процесса стрельбы.

Напомним, что точность стрельбы – это вероятностная оценка возможных положений точек падений (разрывов) снарядов относительно мишени.

Цель работы – применение асимптотических методов при аналитическом подсчете вероятностей попадания в мишень. Для достижения цели поставлены задачи: описать основные асимптотические методы теории вероятностей; выявить факторы, влияющие на точность попадания в мишень; произвести расчеты вероятностей попадания в мишень; проанализировать полученные результаты.

Объект исследования – процесс попадания в мишень огнестрельным оружием. Предмет исследования – асимптотические методы расчета вероятностей попадания в мишень.

Изложение основного материала. Математические модели реальных явлений, как правило, содержат довольно сложные зависимости между числовыми параметрами, характеризующими данное явление. По этой причине найти решение в явном виде часто не удается. Однако в случае, когда известно, что некоторые из параметров очень малы или, наоборот, очень велики, математическое описание явления обычно удается упростить при помощи асимптотических методов, позволяющих получить достаточно простое, удобное и в существенном правильное описание изучаемого явления.

К асимптотическим методам теории вероятностей относят центральные предельные теоремы: теорему Пуассона, предельную локальную теорему Муавра-Лапласа и предельную интегральную теорему [6, с. 52]. Однако на практике соблюсти абсолютное однообразие всех условий стрельбы, как требуется в этих теоремах, невозможно хотя бы потому, что существует оружие разной точности попадания. Точность зависит от того, с какой целью используют этот вид оружия.

К высокоточному огнестрельному оружию относят стрелковое оружие снайперского дела, отдельные виды винтовок, применяемые в спортивном и боевом снайпинге, верминтенге и бенчресте, а так же артиллерийские комплексы управляемого вооружения [3, с. 480]. Менее точно оружие, которое используется для охоты, самообороны и гражданское оружие.

Различные характеристики оружию дают калибр, длина ствола, вид прицела, спускового крючка [8, с. 690]. На точность стрельбы влияют также факторы: 1) существующие незначительные, практически неуловимые колебания в размерах зерен пороха, массе заряда и пули, форме пули, 2) различная воспламеняющая способность капсюля, 3) различные условия движения пули в стволе и вне его, 4) постепенное загрязнение канала ствола и его нагревание, 5) порывы ветра и изменяющаяся температура воздуха, 6) погрешности, допускаемые стрелком при наводке, в прикладке и т. д. [9, с. 184].

Факторы, влияющие на точность стрельбы, систематизированы по трем критериям, представленным в таблице 1.

Таблица 1 – Факторы, которые влияют на точность стрельбы по мишени

Погодные условия	Особенности оружия и боеприпасов	Человеческий фактор
освещенность мишеней, поправка на ветер, атмосферное давление, температура	длина ствола и качество обработки нарезов ствола, точность прицелов, износ оружия, разновидность мушки, вид прицела	стресс, неправильное прицеливание, угол прицеливания, неверная техника стрельбы

Ввиду этого при самых благоприятных условиях стрельбы, каждый из выпущенных снарядов опишет свою траекторию, несколько отличающуюся от траекторий других снарядов. Поэтому возникает явление разбрасывания снарядов при стрельбе из одного и того же оружия в практически одинаковых условиях – естественное рассеивание снарядов или рассеиванием траекторий [4, с. 35], которое подчиняется определенному закону, выражающемуся в следующем:

- площадь рассеивания всегда ограничена некоторым пределом и имеет форму эллипса, вытянутого сверху вниз;
- пробоины располагаются относительно СТП (средняя точка попадания) [2, с. 336] симметрично, т.е. каждому отклонению от СТП в одну сторону

отвечает примерно такое же по величине отклонение в противоположную сторону;

- пробоины располагаются неравномерно: чем ближе к СТП (центру рассеивания), тем гуще, чем дальше от СТП а – тем реже;
- размеры площади рассеивания находятся в прямой зависимости от дальности стрельбы.

Чтобы добиться большей точности, необходимо совершить несколько выстрелов. В качестве показателя точности стрельбы используют вероятность $\overline{\mathrm{P}_n}$, которая характеризует попадание не менее одним выстрелом из n произведенных [5, с.112].

В соответствии с общей теоремой о повторении опытов (Бернулли) нахождение вероятностей при условии проведения стрельбы в одинаковых условиях осуществляется по формуле:

$$\overline{\mathrm{P}_n} = \sum_{k}^{n} \mathrm{C}_n^k \mathrm{P}_1^k \mathrm{q}^{n-k} = 1 - \sum_{k=0}^{k-1} \mathrm{C}_n^k \mathrm{P}_1^k \mathrm{q}^{n-k} \qquad (1)$$

где k– число попаданий при n произведенных выстрелов; C_n^k – биномиальные коэффициенты; $q = 1 - \mathrm{P}_1$.

Полагая в (1) k=1, найдем искомую формулу расчета вероятности [11, с. 832] $\overline{\mathrm{P}_n}$ при попадании хотя бы одним выстрелом в виде:

$$\overline{\mathrm{P}_n}\left(k \geq 1\right) = 1 - q^n .$$

В тех случаях, когда стрельба ведется в неодинаковых условиях, например, изменяется дельность стрельбы, ведется стрельба по движущимся целям, вероятности попадания P_1 заметно меняются, поэтому используют формулу:

$$\overline{\mathrm{P}_n}\left(k \geq 1\right) = 1 - \prod_{i=1}^{n} q_i \qquad (2)$$

Приведенная выше схема расчета показателей точности стрельбы, при которой статистическая оценка суммарной ошибки стрельбы из отдельного оружия равна соответствующей статистической оценке суммарной ошибки стрельбы, не обеспечивает необходимой точности. Это обусловлено тем, что данная схема расчёта не учитывает структуру суммарной ошибки стрельбы и разброс ее составляющих, а так же причинами как производственного, так и эксплуатационного характера. То есть, в ней не учитывается рассеивание пуль, а, следовательно, и нет гарантий того, что вероятность будет точной.

Поэтому для оценки точности стрельбы учитывают суммарную ошибку и учитывают рассеивание, как, например, в [10, с. 815]. По выражению (3) можно найти вероятности попадания в мишень в форме круга. Закон естественного рассеивания здесь учитывается в виде среднеквадратического отклонения и координаты математического ожидания (β,γ).

$$P(\beta,\gamma,\sigma,\mathrm{R})=\frac{R}{\sqrt{\beta^2+\gamma^2}}\exp\left(-\frac{\beta^2+\gamma^2+\mathrm{R}^2}{\sigma^2}\right)\times \tag{3}$$

$$\times\sum_{s=1}^{\infty}\left(\frac{R}{\sqrt{\beta^2+\gamma^2}}\right)^s I_s\left(\frac{2R\sqrt{\beta^2+\gamma^2}}{\sigma^2}\right), при\ R\le\sqrt{\beta^2+\gamma^2}$$

$$P(\beta,\gamma,\sigma,\mathrm{R})=\exp\left(\frac{\beta^2+\gamma^2}{\sigma^2}\right)-\exp\left(-\frac{\beta^2+\gamma^2+\mathrm{R}^2}{\sigma^2}\right)\times \tag{4}$$

$$\times\sum_{s=1}^{\infty}\left(\frac{\sqrt{\beta^2+\gamma^2}}{R}\right)^s I_s\left(\frac{2R\sqrt{\beta^2+\gamma^2}}{\sigma^2}\right), при\ R>\sqrt{\beta^2+\gamma^2}$$

Например, при стрельбе по круглой мишени радиусом R = 5 см, имеющей несмещенное гауссово распределение с σ = 5 см, вероятность попадания одним выстрелом равна P(0, 0, 5, 5) = 0,632. При тех же значениях R и σ, но со смещенным распределением (4), например, β = 2,5 см, γ = 1,25 см, вероятность попадания одним выстрелом равна P(2,5, 1,25, 5, 5) = 0,526.

Но если мишень имеет другую форму, например, прямоугольник или эллипс, то выражение (3) не эффективно. В этом случае на практике часто используют геометрический метод. Он позволяет учитывать закон естественного рассеивания [1, с. 320] и не требует сверх точных исходных данных. Формой мишени можно пренебречь и поставить ей в соответствие эквивалентный прямоугольник, что удобно в случае движущейся мишени или мишени сложной формы [7, с. 592]. Введем условные обозначения:

ЭП – эквивалентный прямоугольник;

$\Phi_{б}$, $\Phi_{-в}$, $\Phi_{+в}$ – обозначение функции Лапласа с учетом отклонения СТП вверх, вниз и вбок;

a – отклонение СТП по высоте;

b – высота ЭП;

c – срединное отклонение вертикальное на дальности 200 м;

d – ширина ЭП.

Рассчитаем вероятность попадания выстрелом с метки «4» – 400м – в мишень, находящуюся на дальности 200 м. Чтобы избавиться от фигурности мишени используем ЭП шириной 0,22 м и высотой 0,29 м. СТП отклонилась от центра ЭП вверх на: $0{,}5 \cdot b = 0{,}38 - 0{,}5 \cdot 0{,}29 = 0{,}38 - 0{,}145 = 0{,}235$. Тогда

$$\Phi_{+в} = \Phi((a + 0{,}5 \cdot b) / c) = \Phi((0{,}235 + 0{,}145) / 0{,}08) = \Phi(4{,}75) = 0{,}99863,$$

$$\Phi_{-в} = \Phi((a - 0{,}5 \cdot b) / c) = \Phi((0{,}235 - 0{,}145) / 0{,}08) = \Phi(1{,}125) = 0{,}552.$$

В случае отсутствия бокового отклонения СТП от центра мишени:

$$\Phi_{б} = \Phi(0{,}5 \cdot d) / c) = \Phi(0{,}5 \cdot 0{,}22) / 0{,}04) = \Phi(2{,}75) = 0{,}93638.$$

Искомая вероятность:

$$P = (\Phi_{+в} - \Phi_{-в}) \ / \ 2 \cdot \Phi_{б} = \left(0{,}99863 - 0{,}552\right) \ / \ 2 \cdot 0{,}93638 = 0{,}209 \sim 0{,}2.$$

Выводы и перспективы дальнейших исследований. Обзор достаточного количества литературных источников дал возможность проанализировать и систематизировать факторы, влияющие на один из показателей стрельбы: точность.

Результаты анализа различных асимптотических методов теории вероятностей, а также расчетов показали, что при аналитическом подсчете вероятностей попадания в мишень большую точность дают геометрический метод и метод, основанный на предельной интегральной теореме.

Список литературы

1. *Ардашев, А. Н.* Уникальное и парадоксальное стрелковое оружие / А. Н. Ардашев, С. Л. Федосеев. – М.: АСТ, 2020. – 320 с.

2. *Артиллерия* 20 века. – М.: АСТ, 2021. – 336 с.

3. *Артиллерия*. – М.: Военное издательство, 2018. – 480 с.

4. *Елагин, В.* На позициях снайпера // Войсковой вестник, 2000. – № 3. – С. 32-36.

5. *Иванов, Б. В.* Игровые методы обучения стрельбе : учеб.-метод. пособие / Б. В. Иванов. – М., 2010. – 112 с.

6. *Копачевский, Н. Д.*, Смолич В. П. Введение в асимптотические методы: Специальный курс лекций. – М.: Симферополь: ТНУ, 2009 – 52 с.

7. *Максимов, Ю. Д.* Вероятностные разделы математики / Ю. Д. Максимов. - Изд.: Иван Федоров, 2001. – 592 с.

8. *Маслов, В. П.* Асимптотические методы и теория возмущений: моногр. / В. П. Маслов. [текст] – М.: 2017. – 690 с.

9. *Потапов, В. А.* Искусство снайпера: учебное пособие. – М.: ФАИР-ПРЕСС, 2009. – 184 с.

10. *Сенатов, В. В.* Об асимптотических разложениях в центральной предельной теореме с явными оценками остаточных членов // Теория вероятн. и ее примен., 51:4 (2006), С. 810–816.

11. *Справочник* по специальным функциям / под ред. М. Абрамовица, И. Стигана. М.: Наука, 1979. – 832 с.

Svetlana A. Batsmanova
3rd year student of the direction of training
"Mathematics (mathematics in the digital economy)"
State Educational Institution of the LPR
"Lugansk State Pedagogical University"
e-mail: batsmanovas@mail.ru
Scientific supervisor:
Anna V. Skrinnikova
senior lecturer
departments of fundamental Mathematics
State Educational Institution of the LPR
"Lugansk State Pedagogical University"

ASYMPTOTIC METHODS FOR ANALYTICAL CALCULATION OF PROBABILITIES OF HITTING THE TARGET

Annotation. The article is devoted to asymptotic methods that are used for analytical calculation of probabilities of hitting the target. The factors that influence the "shooting accuracy" indicator are analyzed and systematized. The basic asymptotic methods of probability theory are described. Based on their analysis and analytical calculations of the probabilities of hitting the target, methods that take into account natural scattering turned out to be preferred.

Keywords: asymptotic methods, natural scattering, probability theory, shooting accuracy.

УДК 517.912:517.926

Бутченко Вера Александровна
студент 4 курса направления подготовки «Математика»
профиль: «Математика в цифровой экономике»
ГОУ ВО ЛНР «Луганский государственный
педагогический университет»
e–mail: dlya_menya306@mail.ru
Темникова Светлана Владимировна
кандидат технических наук,
доцент кафедры фундаментальной математики
ГОУ ВО ЛНР «Луганский государственный
педагогический университет»
e–mail: temnikovasvetlana@rambler.ru

ПРИМЕНЕНИЕ АСИМПТОТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ ЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Аннотация. Статья посвящена вопросу нахождения приближенных решений линейных дифференциальных уравнений первого и второго порядков с помощью метода степенных рядов, разложения решения по степеням малого параметра и ВКБ-приближения. Анализ асимптотических методов позволил выявить достоинства, недостатки и особенности каждого из них с целью дальнейшего рационального использования.

Ключевые слова: линейные дифференциальные уравнения; асимптотические методы; теория возмущений; степенные ряды; ВКБ-приближение.

Актуальность и постановка проблемы. С целью исследования множества экономических, физических, технических, биологических, а также иных явлений учёным удалось составить дифференциальные уравнения различных процессов, т.е. перевести реальную практическую задачу на язык математики, не теряя при этом основных свойств оригинала. Кроме дифференциальных уравнений, решение которых можно выразить через известные функции, существуют и такие, которые обладают рядом существенных особенностей: нелинейности, переменные коэффициенты, границы сложной формы и т.д. Именно асимптотические методы позволяют учесть указанные особенности [4, с. 5].

Большой вклад в развитие асимптотических методов принадлежит А. Пуанкаре и А.М. Ляпунову. Их труды использовал И.Г. Малкин в своей книге «Методы Ляпунова и Пуанкаре в теории нелинейных колебаний» (2004 г.). Особое место в ряду асимптотических методов заняла теория сингулярных возмущений, имеющая дело с дифференциальными уравнениями, которые содержат малый параметр в коэффициентах при старших производных (А.Н. Тихонов, В.П. Маслов). Дальнейшее развитие теория сингулярных возмущений получила в работах С.А. Ломова «Введение в общую теорию сингулярных возмущений» (1981 г.) и М.А. Ковалевой, А.Л. Рутковского «Сингулярно возмущенные системы оптимального управления» (2020 г.).

Целью написания данной статьи является анализ асимптотических методов решения линейных дифференциальных уравнений: метода степенных рядов, метода разложения решения по степеням малого параметра и ВКБ-приближения, а также дальнейшее применение перечисленных методов для решения линейных дифференциальных уравнений первого и второго порядка, обобщение полученных результатов.

Изложение основного материала. В теории обыкновенных дифференциальных уравнений термин «теория возмущений» используется с целью обозначения концепции, посвященной изучению зависимости решения от параметра. Асимптотическая теория возмущений посвящена изучению более узкого вопроса, а именно возможности разложения решения в ряд по степеням малого параметра. Согласно данной теории, асимптотические методы применяются для поиска приближенного решения дифференциальных уравнений, близких к таким уравнениям, решения которых известны; позволяют найти решение с нужной точностью.

Рассмотрим наиболее простой в использовании асимптотический метод – метод разложения решения в виде степенного ряда. В данном методе степенной ряд используется для поиска приближенного решения линейного дифференциального уравнения при помощи аналитических преобразований, т.е. представляет собой решение задачи Коши. При этом получившиеся степенные ряды не суммируются, т.е. их суммы не являются элементарными функциями, так что в этом случае дифференциальные уравнения являются источником новых элементарных функций.

Рассмотрим линейное дифференциальное уравнение второго порядка с переменными коэффициентами

$$p_0(x)y''+p_1(x)y'+p_2(x)y=0. \qquad (1)$$

Если в окрестности точки $x=x_0$ коэффициенты $p_0(x), p_1(x), p_2(x)$ разлагаются в ряд по степеням $x-x_0$, т.е. являются аналитическими функциями, и при этом $p_0(x_0)\neq 0$, тогда искомое решение уравнения (1) в окрестности точки $x=x_0$ также является аналитическим. Если же точка $x=x_0$ является s – кратным нулем функции p_0 , $(s-1)$ – кратным (или выше) нулем функции p_1 (если $s>1$) и $(s-2)$ – кратным (или выше) нулем функции p_2 (если $s>2$), то существует по крайней мере одно нетривиальное решение уравнения (1) в виде суммы обобщенного степенного ряда

$$y(x)=(x-x_0)^r\sum_{n=0}^{\infty}(x-x_0)^n,$$

где r – некоторое число.

Если в окрестности точки (x_0, y_0) некоторая функция f, является аналитической, тогда решение задачи $y'=f(x,y), y(x_0)=y_0$ – аналитическая функция в окрестности точки $x=x_0$. Аналогично, если $f=f(x,y,y',\dots,y^{(n)})$ – аналитическая функция в окрестности точки $(x_0,y_0,y'_0,\dots,y_0^{(n-1)})$, то существует решение задачи $y^{(n)}=f, y(x_0)=y_0, y'(x_0)=y'_0,\dots,y^{(n-1)}(x_0)=y_0^{(n-1)}$ в виде ряда по степеням $(x-x_0)$ [1, с. 94].

Пример 1. Найти приближенное решение линейного дифференциального уравнения второго порядка в виде степенного ряда:

$$(1-x)y''-2y'+y=0.$$

Если считать, что функция

$$f=f(x,y,y')=\frac{2y'-y}{1-x},x\neq 1,$$

является аналитической по совокупности переменных $x,y,y'(x\neq 1)$, тогда можно найти аналитические решения при $x\neq 1$. Вначале рассмотрим поиск решений данного дифференциального уравнения в некоторой окрестности нуля $(x=0)$, т.е. будем искать их в виде

$$y(x)=a_0+a_1x+a_2x^2+....$$

Выполнив подстановку данного ряда в исходное уравнение, получим тождество по x:

$$\sum_{n=2}^{\infty}n(n-1)a_nx^{n-2}-\sum_{n=2}^{\infty}n(n+1)a_nx^{n-1}-2a_1+\sum_{n=0}^{\infty}a_nx^n\equiv 0.$$

В первой сумме заменим индекс суммирования n на $n+2$, а во второй – n на $n+1$, получим:

$$\sum_{n=0}^{\infty}(n+2)(n+1)a_{n+2}x^n-\sum_{n=1}^{\infty}(n+1)(n+2)a_{n+1}x^n-2a_1+\sum_{n=0}^{\infty}a_nx^n\equiv 0$$

и приравняв коэффициенты при одинаковых степенях запишем

$$2a_2-2a_1+a_0=0,(n+2)(n+1)(a_{n+2}-a_{n+1})+a_n=0,n\in N. \tag{2}$$

Если $a_1=0,a_0=1$, тогда из уравнений (2) имеем:

$$a_2=-\frac{1}{2},a_3=-\frac{1}{2},a_4=-\frac{11}{24},....$$

Отсюда,

$$y_1(x)=1-\frac{x^2}{2}-\frac{x^3}{2}-\frac{11}{24}x^4-....$$

Если $a_0=0,a_1=1$, то аналогично получаем:

$$a_2 = 1, a_3 = \frac{5}{6}, a_4 = \frac{3}{4}, \ldots,$$

$$y_2(x) = x + x^2 + \frac{5}{6}x^3 + \frac{3}{4}x^4 + \ldots.$$

Учитывая, что функция $x \mapsto \frac{2y' - y}{1-x}$, является аналитической при $x \neq 1$, тогда записанные выше ряды сходятся если $|x| < 1$. Чтобы найти частные решения при произвольных $x \neq 1$ выполним замену $x = t + x_0$, где $x_0 \neq 1$. Получим:

$$y(t) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n t^n, t = x - x_0.$$

Далее повторим преобразования аналогично проделанным выше и запишем следующие частные решения:

$$y_1(x) = 1 - \frac{(x-x_0)^2}{2(1-x_0)} - \frac{(x-x_0)^3}{2(1-x_0)^2} - \frac{11+x_0}{24(1-x_0)^3}(x-x_0)^4 - \ldots,$$

$$y_2(x) = (1-x_0)(x-x_0) + (x-x_0)^2 + \frac{5+x_0}{6(1-x_0)}(x-x_0)^3 + \frac{3+x_0}{4(1-x_0)^2}(x-x_0)^4 - \ldots.$$

Так как радиус сходимости R указанных рядов зависит от расстояния между точкой $t = 0$ и особой точкой функции $t \mapsto \frac{2y_t' - y(t)}{1 - t - x_0}$, то $R = |1 - x_0|$.

Таким образом, функции y_1, y_2 определены при всех x, удовлетворяющих неравенству $|x - x_0| < |1 - x_0|$. Из этого неравенства следует, что функции y_1, y_2 описывают все частные решения данного уравнения при любых $x \neq 1$.

Метод разложения решения по степеням малого параметра основан на двух положениях:

1) система, которая была получена из исходной при малом параметре равном нулю, т.е. порождающая система включает в себя периодические решения с некоторым периодом, при этом постоянные величины являются их частным случаем [3, с. 142];

2) периодические решения исходной системы строятся при помощи подбора начальных данных всех входящих в систему неизвестных функций.

Рассмотрим алгоритм решения линейных дифференциальных уравнений методом разложения решения по степеням малого параметра на следующих примерах.

Пример 2. Найти приближенное решение линейного дифференциального уравнения первого порядка [6, с. 94]:

$$xy' = \mu x^2 + \ln y, y(1) = 1.$$

Учитывая, что правая часть данного дифференциального уравнения является аналитической функцией переменных y, μ при $y > 0$, тогда будем искать решение в виде

$$y(x,\mu) = y_0(x) + \mu y_1(x) + \mu^2 y_2(x) + \ldots. \tag{3}$$

Примем во внимание соотношения: $y(x,0) = y_0(x)$,

$$\left.\frac{\partial y(x,\mu)}{\partial \mu}\right|_{\mu=0} = y_1(x), \left.\frac{\partial y^2(x,\mu)}{\partial \mu^2}\right|_{\mu=0} = 2y_2(x),\ldots,$$

$$y'_x(x,0) = y'_0(x), \left.\frac{\partial}{\partial \mu} y'_x(x,\mu)\right|_{\mu=0} = y'_1(x), \left.\frac{\partial^2}{\partial \mu^2} y'_x(x,\mu)\right|_{\mu=0} = 2y'_2(x),\ldots,$$

и из данного уравнения дифференцированием по параметру μ находим:

$$xy'_0 = \ln y_0, xy'_1 = x^2 + \frac{y_1}{y_0}, xy'_2 = \frac{y_2}{y_0} - \frac{y_1^2}{2y_0^2},\ldots \tag{4}$$

Так как начальное условие $y(1) = 1$, то из (3) получаем начальные условия для функций $y_i, i = \overline{0,\infty}$:

$$y_0(1) = 1, y_1(1) = y_2(1) = \ldots = 0. \tag{5}$$

Последовательно интегрируя уравнения (4) и пользуясь условиями (5), находим:

$$y_0 = 1, y_1 = x^2 - x, y_2 = \frac{x}{6}(1-x)^3,\ldots. \tag{6}$$

Наконец, подставляя (6) в (3), приходим к решению поставленной задачи:

$$y(x,\mu)=1+\mu(x^2-x)+\mu^2\frac{x}{6}(1-x)^3+....$$

Пример 3. Найти приближенное решение линейного дифференциального уравнения первого порядка [2, с. 6]:

$$y'=e^{y-x}+\mu y, y(0)=-\mu.$$

Как и в примере 2, имеем:

$$y(x,\mu)=y_0(x)+\mu y_1(x)+\mu^2 y_2(x)+...,$$

при

$$y(x,0)=y_0(x), \left.\frac{\partial y(x,\mu)}{\partial\mu}\right|_{\mu=0}=y_1(x), \frac{1}{2}\left.\frac{\partial^2 y(x,\mu)}{\partial\mu^2}\right|_{\mu=0}=y_2(x),...,$$

$$y'_x(x,0)=y'_0(x), \left.\frac{\partial}{\partial\mu}y'_x(x,\mu)\right|_{\mu=0}=y'_1(x), \frac{1}{2}\left.\frac{\partial^2}{\partial\mu^2}y'_x(x,\mu)\right|_{\mu=0}=y'_2(x),....$$

Пользуясь этими соотношениями из данного уравнения находим:

$$y'_0=e^{y_0-x}, y'_1=e^{y_0-x}y_1+y_0, y'_2=e^{y_0-x}y_2+y_1+\frac{1}{2}e^{y_0-x}y_1^2,... \quad (7)$$

при начальных условиях:

$$y_0(0)=y_2(0)=...=0, y_1(0)=-1. \quad (8)$$

Из первого уравнения (7) следует, что $e^{-y_0}=e^{-x}+C_1$. В силу первого начального условия (8) $C_1=0$, поэтому $y_0=x$. Далее из второго уравнения (7) нетрудно найти $y_1=C_2e^x-x-1$. Постоянную C_2 определяем, пользуясь последним условием (8), что дает $C_2=0$. Следовательно, $y_1=-x-1$. Аналогично решаем задачу:

$$y'_2=y_2-x-1+\frac{(x+1)^2}{2}, y_2(0)=0.$$

Таким образом, приближенное решение запишем в виде:

$$y(x,\mu)=x-\mu(x+1)+\frac{\mu^2}{6}(e^x-x^2-2x-1)+....$$

Рассмотрим метод Вентцеля-Крамерса-Бриллюэна (ВКБ), называемый иначе квазиклассическим приближением. Данный метод служит для приближенного решения некоторых задач квантовой механики, позволяя определить первые члены разложения волновой функции по постоянной Планка.

Рассмотрим уравнение второго порядка

$$y''-k^2q(x)y=0 \tag{9}$$

на конечном отрезке $I=[a,b]$.

Пусть $k>0$, а функция $q(x)$, является вещественной, строго положительной и бесконечно дифференцируемой при $x\in I$. Так же учтем, что q – постоянная величина и уравнение (9) имеет два линейно независимых решения $y_{1,2}=e^{\pm k\sqrt{qx}}$. Приближенное решение запишем в виде экспоненты, умноженной на ряд по степеням $1/k$:

$$y=e^{kS(x)}\left[a_0(x)+\frac{a_1(x)}{k}+\ldots+\frac{a_n(x)}{k^n}+\ldots\right],$$

или

$$y=\exp\left[\int_{x_0}^{x}\left(ka_{-1}(t)+a_0(t)+\frac{a_1(t)}{k}+\ldots+\frac{a_n(t)}{k^n}+\ldots\right)dt\right]. \tag{10}$$

Выполним подстановку $\frac{y'}{y}=w$ и для w запишем уравнение Риккати

$$w'+w^2=k^2q(x). \tag{11}$$

Тогда из (10) и (11) получим:

$$w=ka_{-1}(x)+a_0(x)+\frac{a_1(x)}{k}+\ldots+\frac{a_n(x)}{k^n}+\ldots.$$

Подставим это выражение в (11):

$$k^2a_{-1}^2(x)+k\left[2a_0(x)a_{-1}(x)+a'_{-1}(x)\right]+\ldots=k^2q(x)$$

и приравняем коэффициенты при одинаковых степенях k:

$$a_{-1}^2(x) = q(x), 2a_0(x)a_{-1}(x) + a'_{-1}(x) = 0, \ldots.$$

Тогда

$$a_{-1}(x) = \pm\sqrt{q(x)}, a_0(x) = -\frac{q'(x)}{4q(x)}, \ldots$$

($a_0(x)$ не зависит от выбора знака корня), и можно затем последовательно найти $a_1(x), a_2(x), \ldots$. Подставляя в (10) и учитывая, что

$$S(x) = \pm\int^{\infty}\sqrt{q(t)}dt, \exp\left[-\int^{\infty}-\frac{q'(t)}{4q(t)}dt\right] = C\exp\left[-\frac{1}{4}\ln q(x)\right] = C(q(x))^{-\frac{1}{4}},$$

получаем с точностью до $O(k^{-1})$ два приближенных решения

$$y_{1,2}(x) \approx q^{-\frac{1}{4}}(x)\exp\left[\pm k\int^{\infty}\sqrt{q(t)}dt\right], (k \to +\infty).$$

Выбор нижнего предела интегрирования несущественен, так как его изменение приводит к умножению решения на постоянную [5, с. 274].

Проиллюстрируем применение данного метода на примере 4.

Пример 4. Найти приближенное решение линейного дифференциального уравнения второго порядка:

$$y''(x) + g(x)y(x) = 0.$$

Первый случай, $g(x) > 0$. Выполним замену

$$y(x) = e^{iu(x)},$$

следовательно уравнение для $y(x)$ примет вид:

$$u'^2 - iu'' = g. \tag{12}$$

Далее предположим, что $u'(x) \approx \sqrt{g(x)}$, тогда выполнимо соотношение

$$\frac{u''}{u'^2} = \frac{g'}{2g^{3/2}}.$$

Таким образом, данное предположение о виде u' дает хорошую аппроксимацию решения данного уравнения тогда, когда

$$|g'| << 2g^{3/2}.$$

Теперь предположим, что

$$u'(x) = \sqrt{g(x)} + \varepsilon(x), \tag{13}$$

где добавка $\varepsilon(x)$ – малая, медленно меняющаяся величина (поэтому членами ε^2, ε' и ε'' можно будет пренебречь). Подставив (13) в уравнение (12), получим

$$g + 2\varepsilon\sqrt{g} - i\frac{g'}{2\sqrt{g}} = g,$$

откуда $\varepsilon = i\dfrac{g'}{4g}$; теперь интегрирование уравнения (13) дает:

$$u(x) \approx \int\left(\sqrt{g(x)} + i\frac{g'(x)}{4g(x)}\right)dx = \int\sqrt{g(x)}dx + \frac{i}{4}\ln g(x).$$

Таким образом, учитывая замену $y(x) = e^{iu(x)}$ получим приближенное частное решение исходного уравнения:

$$y(x) = e^{iu(x)} \approx \frac{1}{(g(x))^{1/4}} e^{i\int\sqrt{g(x)}dx}. \tag{14}$$

Другое его решение запишется как

$$y(x) = e^{-iu(x)} \approx \frac{1}{(g(x))^{1/4}} e^{-i\int\sqrt{g(x)}dx}. \tag{15}$$

Очевидно, приближенным решением будет также вещественная линейная комбинация функций (14) и (15):

$$y(x) \approx \frac{1}{(g(x))^{1/4}}\left\{\sin\left[\int\sqrt{g(x)}dx + const\right]\right\}.$$

Второй случай, $g(x) < 0$. Как и в случае $g(x) > 0$, решение будет иметь вид:

$$y(x) \sim \frac{1}{(-g(x))^{1/4}} e^{\pm\int\sqrt{-g(x)}dx}.$$

Выводы и перспективы дальнейших исследований. Асимптотический анализ помогает уточнить связь между различными теориями и позволяет упростить объект. Это упрощение достигается за счет уменьшения окрестности рассматриваемой особенности, что и является главным отличием от других методов.

Изучение основных асимптотических методов решения линейных дифференциальных уравнений, дальнейшее применение их на практике и анализ полученных результатов показал, что каждый из методов имеет свой подход, достоинства и недостатки. Так выявлено, что самый простой в использовании метод – метод построения решения в виде степенного ряда позволяет найти решение опираясь на аналитические преобразования, однако легко применим только для решения уравнений, состоящих из известных функций и их производных первой степени. Метод разложения решения по степеням малого параметра позволяет решить довольно сложные линейные и нелинейные краевые задачи, но считать его строго обоснованным нельзя. ВКБ-метод применим только в тех случаях, когда уравнение допускает разделение переменных.

Перспективами дальнейшего исследования, являются:

1) применение рассмотренных асимптотических методов для решения дифференциальных уравнений, содержащих нелинейности и границы сложной формы;

2) рассмотрение других асимптотических методов, применимых для решения систем линейных и нелинейных дифференциальных уравнений.

Список литературы

1. *Авдеева, Л. Ю.* Составление алгоритма решения дифференциальных уравнений методом степенных рядов / Л. Ю. Авдеева, Р. М Асланов // Актуальные вопросы методики обучения математике, физике и информатике / Ульяновский гос. пед. ун-т им. И.Н. Ульянова. – Ульяновск, 2012. – С. 92-99.

2. *Алымбаев, А. Т.* Асимптотическое разложение решения краевой задачи дифференциального уравнения второго порядка с малым параметром с

регулярным возмущением / А. Т. Алымбаев // Евразийское научное объединение. – 2020. – № 2. – С. 6-8.

3. *Жукова, Г. С.* Асимптотический анализ сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений и систем / Г. С. Жукова, В. И. Панфилов, В. Н. Самохон. – Москва: ВИПО, 2020. – 352 с.

4. *Крайтон, Д. Г.* Асимптотика – незаменимое дополнение к мышлению, вычислениям и экспериментам в прикладном математическом моделировании / Д. Г. Крайтон // In Proceedings of the Seventh Eur. / ред. M. Primicerio. – Штутгарт: BG Teubner, 1993. – С. 3-19.

5. *Федорюк, М. В.* Асимптотические методы для линейных обыкновенных дифференциальных уравнений / М. В. Федорюк. – М.: Наука, 1983. – 352 с.

6. *Фещенко, С. Ф.* Асимптотические методы в теории линейных дифференциальных уравнений / С. Ф. Фещенко, Н. И. Шкиль, Л. Д. Николенко. – Киев: Наукова думка, 1966. – 251 с.

Vera A. Butchenko
4rd year student of the field of study «Mathematics»
profile: «Mathematics in the digital economy»
GOU VO LPR «Lugansk State
Pedagogical University»
e–mail: dlya_menya306@mail.ru
Svetlana V. Temnikova
candidate of technical sciences,
Associate Professor of the Department of Fundamental Mathematics
GOU VO LPR «Lugansk State
Pedagogical University»
e–mail: temnikovasvetlana@rambler.ru

APPLICATION OF ASYMPTOTIC METHODS FOR SOLVING LINEAR DIFFERENTIAL EQUATIONS

Annotation. The article is devoted to the problem of finding approximate solutions of linear differential equations of the first and second orders using the power series method, decomposition of the solution by degrees of a small parameter and the VKB approximation. The analysis of asymptotic methods allowed us to identify the advantages, disadvantages and features of each of them for the purpose of further rational use.

Keywords: linear differential equations; asymptotic methods; perturbation theory; power series; WCB approximation.

УДК 517.957+517.96:517.23

Городовиченко Екатерина Витальевна
студент 2 курса магистратуры
направления подготовки Математика
ГОУ ВО ЛНР «Луганский государственный
педагогический университет»
missis.infinity99@yandex.ru
Темникова Светлана Владимировна
кандидат технических наук, доцент,
и.о. заведующего кафедрой фундаментальной математики
ГОУ ВО ЛНР «Луганский государственный
педагогический университет»
e–mail: temnikovasvetlana@rambler.ru

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ

Аннотация. В статье рассмотрены основные методы решения нелинейных уравнений в частных производных: метод обобщенного разделения переменных, метод функционального разделения переменных, метод Лагранжа-Шарпи. Эффективность рассмотренных методов проиллюстрирована на конкретных примерах решения нелинейных уравнений различных типов. На основе проведённого анализа выявлен наиболее рациональный метод решения.

Ключевые слова: нелинейные дифференциальные уравнения в частных производных; методы решения; уравнения математической физики.

Актуальность и постановка проблемы. Теория нелинейных уравнений в частных производных является наиболее распространённой областью математической физики, начало интенсивного развития которой относится ко второй половине XX века. Нелинейные дифференциальные уравнения в частных производных второго и более высоких порядков имеют и другое название – нелинейные уравнения математической физики. Данные уравнения находят своё применение в различных областях механики, математики, химии, и во многих физико- технических приложениях.

В такой науке как физика, нелинейные уравнения применяются в качестве математических моделей нелинейных явлений в различных средах. К таким явлениям можно отнести такие, как: нелинейное распространение тепла с режимом обострения, образование ударных волн в нелинейной среде, образование уединенных волн (солитонов) в нелинейной среде с дисперсией. Выбор среды для нелинейных уравнений зависит от того, какую роль играют нелинейные эффекты.

Объект исследования – нелинейные уравнения в частных производных, а предмет исследования – формы и методы решения нелинейных уравнений в частных производных.

Изложение основного материала. Рассмотрим наиболее распространённые методы решения нелинейных уравнений в частных производных первого и второго порядков [6]:

1. Метод обобщённого разделения переменных [5].

Метод разделения переменных один из наиболее распространённых методов решения нелинейных уравнений в частных производных. Для уравнения, которое зависит от двух независимых переменных x и t, и искомой функции w, данный метод заключается в поиске точных решений в виде произведения функций различных аргументов:

$$w(x,t) = \varphi(x)\phi(t) \tag{1}$$

2. Метод функционального разделения переменных [5].

Нелинейные уравнения, получившиеся в результате замены $w = F(z)$ из линейных уравнений математической физики с разделяющимися переменными для функции $z = z(x, y)$ будут иметь точное решение, которое можно представить в виде:

$$w(x, y) = F(z), \text{ где } z = \sum_{m=1}^{n} \varphi_m(x)\phi_m(y) \tag{2}$$

Среди решений такого вида, выделяют несколько специальных видов:

1) $w = F(z), z = \psi_1(y)x + \psi_2(y)$ (аргумент z линеен по x);

2) $w = F(z), z = \psi_1(y)x^2 + \psi_2(y)$ (аргумент z квадратичен по x);

3) $w = F(z), z = \psi_1(y)e^{\lambda x} + \psi_2(y)$ (аргумент z содержит экспоненциальную функцию x).

Нелинейные уравнения в частных производных, которые имеют решения, представимые в виде (2), называются решениями с функциональным разделением переменных.

3). Метод Лагранжа-Шарпи [3].

Данный метод решения дает возможность построения полного интеграла уравнения в частных производных первого порядка при двух независимых переменных:

$$F(x, y, u, p, q) = 0. \tag{3}$$

Для решения уравнения, необходимо найти второе уравнение, представимое в виде:

$$\Phi(x, y, w, p, q) = C_1, \tag{4}$$

где C_1 – произвольная постоянная. Условие полной интегрируемости можно записать в виде:

$$p_y + p_u q = q_x + q_u p. \tag{5}$$

В первую очередь необходимо вычислить все частные производные, входящие в данное равенство вида (5), используя правила дифференцирования неявных функций p и q, которые зависят от переменных (x, y, u). Далее необходимо продифференцировать уравнения (3) и (4), выразить p_u, q_u и q_x, p_y; после чего условие интегрируемости можно переписать в виде:

$$P\Phi_x + Q\Phi_y + (pP + qQ)\Phi_u - (X + Up)\Phi_p - (Y + Uq)\Phi_q = 0. \qquad (6)$$

Затем равенство (6) необходимо записать в виде системы Коши, откуда следует найти решение данного уравнения.

Рассмотрим применение данных методов на конкретных примерах.

Пример 1. Решить уравнение в частных производных, используя метод Лагранжа-Шарпи [6]:

$$\left(p^2 + q^2\right)y = qz \qquad (7)$$

Решение: Перепишем данное уравнение (7) в следующем виде:

$$f\left(x, y, z, p, q\right) : \left(p^2 + q^2\right)y - qz = 0$$

Вычислим частные производные функции:

$$f_p = 2py,\ f_q = 2qy - z,\ f_z = -q,\ f_x = 0,\ f_y = p^2 + q^2.$$

При этом вспомогательные уравнения Лагранжа-Шарпи имеют вид:

$$\frac{dx}{2py} = \frac{dy}{2qy - z} = \frac{dz}{2y\left(p^2 + q^2\right) - qz} = \frac{dp}{pq} = \frac{dq}{-p^2} \qquad (8)$$

Приравняем последние два члена равенства (8) и получим:

$$\frac{dp}{q} = \frac{dq}{-p} \Rightarrow pdp + qdq = 0 \Rightarrow p^2 + q^2 = a^2. \qquad (9)$$

Подставим значение $p^2 + q^2$ в уравнение Лагранжа-Шарпи (8), тогда получим: $q = \dfrac{a^2 y}{z}$.

Таким образом: $p^2 = a^2 - q^2 \Rightarrow p = \dfrac{a}{z}\sqrt{z^2 - a^2 y^2}$

Подставим значение p в уравнение Пфаффа: $dz = pdx + qdy$, получим:

$$zdz = a\sqrt{z^2 - a^2 y^2}dx + a^2 ydy$$

$$adx = \frac{1}{2}\frac{d\left(z^2 - a^2y^2\right)}{\sqrt{z^2 - a^2y^2}}$$

$$ax = \sqrt{z^2 - a^2y^2} - b \Rightarrow z^2 - a^2y^2 = \left(ax + b\right)^2$$

Решение уравнения имеет следующий вид: $z^2 = a^2y^2 + \left(ax + b\right)^2$.

Пример 2. Решить уравнение в частных производных, используя метод Лагранжа-Шарпи: $z^2 = pqxy$ [2].

Решение: В исходном уравнении перенесём всё в одну сторону и получим следующее уравнение:

$$f(x, y, z, p, q): pqxy - z^2 = 0 \tag{10}$$

Продифференцируем полученное уравнение (10) по каждой из переменных:

$$f_p = qxy,\ f_q = pxy,\ f_z = -2z,\ f_x = pqy,\ f_y = pqx \tag{11}$$

Тогда вспомогательные уравнения (11) Лагранжа-Шарпи принимают вид:

$$\frac{dx}{qxy} = \frac{dy}{pxy} = \frac{dz}{2pqxy} = \frac{dp}{p\left(2z - qy\right)} = \frac{dq}{q(2z - px)} \tag{12}$$

Приравняем два последних члена равенства (12), имеем:

$$\frac{dp}{p(2z - qy)} = \frac{dq}{q(2z - px)}$$

$$\frac{\frac{dp}{p} - \frac{dq}{q}}{-qy + px} = \frac{\frac{dy}{y} - \frac{dx}{x}}{px - qy}$$

$$\frac{dp}{p} + \frac{dx}{x} = \frac{dy}{y} + \frac{dq}{q}$$

Откуда: $px = a^2qy$, где a –произвольная постоянная. Подставим данное равенство в исходное уравнение (10) и получим: $z^2 = a^2q^2y^2 \Rightarrow q = \dfrac{z}{ay}$.

Таким образом, $\dfrac{dz}{z} = \dfrac{adx}{x} + \dfrac{1}{a}\cdot\dfrac{dy}{y}$.

Следовательно, $\ln|z| = \ln\left|bx^a y^{1/a}\right|$ или $z = bx^a y^{1/a}$.

Тогда решение уравнения имеет вид: $z = bx^a y^{1/a}$.

Пример 3. Решить уравнение $\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha^2 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$ [5] методом разделения переменных.

Данное параболическое уравнение является одномерным уравнением теплопроводности.

Воспользуемся методом разделения переменных. Для этого предположим, что решением исходного уравнения является функция вида

$$T(x,t) = X(x)Y(t). \tag{13}$$

Подставляя решение (13) в исходное уравнение, получим: $\frac{X^n}{X} = \frac{1}{\alpha^2}\frac{Y'}{Y} = \lambda,$ где λ – константа разделения. Отсюда получим:

$$\frac{d^2X}{dx^2} - \lambda X = 0$$

$$\frac{dY}{dt} - \alpha^2 \lambda Y = 0$$

При решении данных уравнений могут возникать три случая. Рассмотрим каждый из них:

1 случай:

Если $\lambda = \alpha^2$, то решение будет иметь вид: $X = C_1 e^{\alpha x} + C_2 e^{-\alpha x}, Y = C_3 e^{\alpha^2 \alpha^2 t}$.

2 случай:

Если $\lambda = -\alpha^2$, то в этом случае решение будет иметь вид: $X = C_1 \cos \alpha x + C_2 sn\alpha x, Y = C_3 e^{-\alpha^2 \alpha^2 t}$.

3 случай

Если $\lambda = 0$, то решение будет иметь вид: $X = C_1 x + C_2, Y = C_3$.

Запишем все решения данного уравнения:

$$T(x,t)=(Ae^{\alpha x}+Be^{-\alpha x})e^{\alpha^2\alpha^2 t}$$

$$T(x,t)=(A\cos\alpha x+B\sin\alpha x)e^{-\alpha^2\alpha^2 t}$$

$$T(x,t)=Ax+B,$$

где $A=C_1C_3$ и $B=C_2C_3$.

Пример 4. Рассмотрим нелинейное уравнение третьего порядка для функции тока [3]:

$$\frac{\partial w}{\partial y}\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}-\frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}=v\frac{\partial^3 w}{\partial y^3} \tag{14}$$

Будем рассматривать точное решение этого уравнения с функциональным разделением переменных в виде:

$$w(x,y)=x\psi(y)+\theta(y), \tag{15}$$

где $\varphi_1(x)=x,\varphi_2(x)=1$. Подставим точное решение (15) в рассматриваемое уравнение (14), после чего получим:

$$(x\psi+\theta)'_y((x\psi+\theta)'_x)'_y-(x\psi+\theta)'_x((x\psi+\theta)'_y)'_y=v\left(\left((x\psi+\theta)'_y\right)'_y\right)'_y$$

$$\left(x\psi'_y+\theta\right)\psi'_y-\psi\left(x\psi''_{yy}+\theta''_{yy}\right)=v\left(x\psi'''_{yyy}+\theta'''_{yyy}\right)$$

$$x\left(\psi'_y\right)^2+\psi'_y\theta'_y-x\psi\psi''_{yy}-\psi\theta''_{yy}=vx\psi'''_{yyy}+v\theta'''_{yyy}$$

$$x\left(\psi'_y\right)^2+\psi'_y\theta'_y-x\psi\psi''_{yy}-\psi\theta''_{yy}-xv\psi'''_{yyy}-v\theta'''_{yyy}=0$$

$$x\left(\left(\psi'_y\right)^2-\psi\psi''_{yy}-v\psi'''_{yyy}\right)+\left(\psi'_y\theta'_y-\psi\theta''_{yy}-v\theta'''_{yyy}\right)=0$$

При любых значениях x равенство будет верным, если обе скобки будут обращаться в нуль, то есть:

$$\begin{cases}\left(\psi'_y\right)^2-\psi\psi''_{yy}-v\psi'''_{yyy}=0\\ \psi'_y\theta'_y-\psi\theta''_{yy}-v\theta'''_{yyy}=0\end{cases}$$

Данная система будет иметь точное решение вида:

$$\psi=\frac{6v}{y+C_1},\theta=\frac{C_2}{y+C_1}+\frac{C_3}{y+C_1}+C_4, \tag{16}$$

где C_1, C_2, C_3, C_4 – произвольные постоянные.

Подставим (16) в точное решение вида (15) и получим решение нелинейного уравнения в частных производных вида (14):

$$w = \frac{6\nu x}{y + C_1} + \frac{C_2}{y + C_1} + \frac{C_3}{\left(y + C_1\right)^2} + C_4.$$

Выводы и перспективы дальнейших исследований:

Таким образом, нелинейные дифференциальные уравнения в частных производных часто находят применение в различных областях физики, механики, химии и т.д., а также в большом количестве технических приложений. При этом общее решение таких уравнений удаётся найти только в исключительных случаях. В связи с этим приходится ограничиваться нахождением и анализом частных решений. В данной работе проведено исследование метода обобщенного разделения переменных, метода функционального разделения переменных и метода Лагранжа-Шарпи для решения нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных. Данные методы проиллюстрированы на конкретных примерах. Анализ рассмотренных методов показал, что наиболее часто используются метод разделения переменных и метод Лагранжа-Шарпи. На основе проведённого анализа, можно сделать вывод, что наиболее рациональным методом решения является метод функционального разделения переменных. Преимущество данного метода заключается в выборе типа решения, который обусловлен зависимостью переменной z от x. Это существенно облегчает решение уравнений. Так же довольно часто при решении нелинейных уравнений в частных производных используется метод Лагранжа-Шарпи. Недостатком данного метода является возникновение трудностей при вычислении интегралов для нахождения точного решения.

Список литературы

1. *Воронова, М. Е.*, Симакова М. Н., Симаков Е. Е. Методы решения нелинейных уравнений // Юный ученый. – 2016. – №3. –102-105 с.

2. *Копытов, А. В.* Линейные и нелинейные уравнения физики: учебное пособие/А. В. Копытов, А. В. Кособуцкий. – Кемерово: Кемеровский государственный институт, 2018. – 82 с.

3. *Петровский, Г. И.* Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. – М. : ФИЗМАТЛИТ,2009. – 208 с.

4. *Шарма, Дж. Н.* Уравнения в частных производных для инженеров / Дж. Н. Шарма, К. Сингх. – М. : Техносфера, 2002. – 320 с.

5. *Полянин, А. Д.*, Журов А. И. Методы разделения переменных и точные решения нелинейных уравнений математической физики. – М. : Издательство «ИПМех РАН», 2020. – 384 с.

6. *Шарма, Дж. Н.* Уравнения в частных производных для инженеров / Дж.Н. Шарма, К. Сингх. –М. : Техносфера, 2002. – 320 с.

Ekaterina V. Gorodovichenko
2nd year student of the Master
Profiles:Mathematics
GOU VO LPR "Lugansk State
Pedagogical University "
e-mail:missis.infinity99@yandex.ru
Svetlana V. Temnikova
Candidate of Technical Sciences, Associate Professor,
Acting Head of the Department of Fundamental Mathematics
GOU VO LPR "Lugansk State
Pedagogical University "
e-mail: temnikovasvetlana@rambler.ru

INVESTIGATION OF METHODS FOR SOLVING NONLINEAR PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS

Annotation. The article discusses the main methods for solving nonlinear partial differential equations: the method of generalized separation of variables, the method of functional separation of variables, the Lagrange-Sharpie method. The effectiveness of the considered methods is illustrated

by concrete examples of solving nonlinear equations of various types. Based on the analysis, the most rational solution method was identified.

Keywords: nonlinear partial differential equations; solution methods; equations of mathematical physics.

УДК 336.761:51-7

Добрынина Анна Игоревна
студентка 4 курса направления подготовки
01.03.01 Математика. Математика в цифровой экономике
ГОУ ВО ЛНР «Луганский государственный
педагогический университет»
e-mail: anna_dobrunina@mail.ru
Полищук Наталья Алексеевна
старший преподаватель
кафедры фундаментальной математики
ГОУ ВО ЛНР «Луганский государственный
педагогический университет»
e-mail: nata_pl@list.ru

О НЕКОТОРЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДАХ ФОРМИРОВАНИЯ ОПТИМАЛЬНОГО ПОРТФЕЛЯ ЦЕННЫХ БУМАГ

Аннотация. Статья посвящена основной проблеме, возникающей при формировании портфеля ценных бумаг. Рассмотрена математическая модель Марковица. Рассмотрена задача поиска портфеля ценных бумаг с минимальным значением риска при заданном значении ожидаемой доходности. Найдена функция, позволяющая вычислить риск такого портфеля.

Ключевые слова: портфель ценных бумаг, оптимизация, математическая модель, модель Марковица, функция Лагранжа.

Актуальность и постановка проблемы. В современном мире финансовая составляющая играет важную роль. Одной из форм получения дохода является инвестирование в ценные бумаги. Развивающийся рынок ценных бумаг не однороден, на нем встречаются бумаги с высокой и низкой доходностью, сопряженные с рисками разной степени. Главной целью инвестора является получение максимального дохода от инвестиций. Реализуя эту цель, приходится сталкиваться с несколькими проблемами. Одна из которых связана с необходимостью определения в какие активы из доступных и в каких пропорциях необходимо вкладывать имеющиеся денежные средства; вторая – с необходимостью выбора актива с более высоким уровнем доходности и большим риском или актива с гарантированным невысоким доходом. Для получения гарантированного дохода необходимо инвестировать в разные проекты с различными соотношениями риска и доходности. Диверсификация финансовых инвестиций и составляет основу формирования инвестиционного портфеля ценных бумаг. В связи с чем и возникает задача оптимизации портфеля ценных бумаг, решение которой требует применения современных математических методов, позволяющих проанализировать эффективность финансовых инвестиций.

Изложение основного материала. Решением рассматриваемой задачи оптимизации портфеля ценных бумаг занимались экономисты на протяжении многих лет. Впервые теория портфельных инвестиций возникла в 1952 г., когда Гарри Марковиц опубликовал свою статью «Выбор портфеля». В ней было сформулировано понятие оптимального портфеля ценных бумаг, предложена математическая модель формирования такого портфеля [3]. Его идеи заложили основу современной теории портфелей.

Сформулируем стандартные утверждения, используемые для составления модели и решения упомянутой задачи.

Модели, используемые для решения указанных задач, базируются на стандартных предположениях относительно рынка и поведения инвесторов, а также принципах статистического анализа данных. К основным предположениям относятся следующие утверждения:

1) количество активов на рынке конечно и их доходности для рассматриваемого периода являются случайными величинами;

2) инвестор оценивает портфель на основании ожидаемой доходности (например, на основании статистических данных) и риска ценных бумаг;
3) инвестор формирует допустимые портфели, доходность которых рассматривается как нормально распределенная многомерная случайная величина, не зависящая от времени;
4) инвестор сравнивает портфели только по двум критериям – риску и средней доходности;
5) инвестор не склонен к риску, то есть при прочих равных условиях будет выбран портфель с наименьшим риском.

Рассмотрим следующую задачу оптимизации – поиск портфеля ценных бумаг с минимальным значением риска в форме дисперсии доходности при заданном значении ожидаемой доходности. Эту задачу называют диверсификацией Марковица, ее можно представить в виде задачи математического программирования.

Пусть в портфеле n видов ценных бумаг. Случайная доходность R_j ценной бумаги j-го вида имеет числовые характеристики $\mu_j = E\left(R_j\right)$ и $\sigma_{ij} = \operatorname{cov}\left(R_i, R_j\right)$, $i, j = 1, 2, \ldots, n$. Заданная доходность портфеля $\mu = \sum_{j=1}^{n} x_j \mu_j$, где x_j – доля ценных бумаг j-го вида, при этом $\sum_{j=1}^{n} x_j = 1, \sigma_{ef}^2 = \min_{\{x_j\}} \sigma^2$.

Определим доли x_j ценных бумаг в портфеле ценных бумаг, которые бы минимизировали риск и обеспечивали заданную величину ожидаемой доходности μ. Рассчитаем риск такого портфеля и представим его в виде функции $\sigma_{ef} = f(\mu)$.

Запишем эту задачу в виде задачи математического программирования со следующей математической моделью:

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} x_i x_j \sigma_{ij} \to \min,$$

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} x_j \mu_j = \mu, \\ \sum_{j=1}^{n} x_j = 1. \end{cases} \qquad (1)$$

Данная задача представляет собой задачу условной оптимизации, ее решение основывается на нахождении экстремума функции Лагранжа:

$$L = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} x_i x_j \sigma_{ij} + \lambda_1 \left(\sum_{j=1}^{n} x_j \mu_j - \mu \right) + \lambda_2 \left(\sum_{j=1}^{n} x_j - 1 \right). \qquad (2)$$

Оптимальный портфель будет определяться системой уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{\partial L}{\partial x_j} = 0,\ j = 1, 2, \ldots, n, \\ \dfrac{\partial L}{\partial \lambda_k} = 0,\ k = 1, 2. \end{cases} \qquad (3)$$

Вычислив частные производные, получим:

$$\begin{cases} 2\sum_{j=1}^{n} x_j \sigma_{ij} + \lambda_1 \mu_i + \lambda_2 = 0,\ i = 1, 2, \ldots, n, \\ \sum_{j=1}^{n} x_j \mu_j = \mu, \\ \sum_{j=1}^{n} x_j = 1. \end{cases} \qquad (4)$$

Представим систему в виде матричного уравнения $AX = B$, где

$$A = \begin{pmatrix} 2\sigma_{11} & 2\sigma_{12} & \cdots & 2\sigma_{1n} & \mu_1 & 1 \\ 2\sigma_{21} & 2\sigma_{22} & \ldots & 2\sigma_{2n} & \mu_2 & 1 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 2\sigma_{n1} & 2\sigma_{n2} & \ldots & 2\sigma_{nn} & \mu_n & 1 \\ \mu_1 & \mu_2 & \ldots & \mu_n & 0 & 0 \\ 1 & 1 & \ldots & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},\ X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \ldots \\ x_n \\ \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \ldots \\ 0 \\ \mu \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Тогда решение определяется по формуле $X = A^{-1}B$.

Решение системы существует и единственно, только при условии, что $\mu_1 \neq \mu_2 \neq \ldots \neq \mu_n$. В противном случае для матрицы A не существует обратной.

Теперь представим риск найденного портфеля в виде функции $\sigma_{ef} = f(\mu)$. Для удобства решения рассмотрим задачу оптимизации в матричном виде.

Обозначим:

$$X = (x_1, x_2, \ldots, x_n)^T;\ I = (1,1,\ldots,1)^T;\ \Sigma = (\sigma_{ij})_{n\times n};\ \ \mu = (\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_n)^T.$$

Тогда математическую модель (1) рассматриваемой задачи можно записать в виде:

$$\sigma^2 = X^T \Sigma X \to min,$$

$$\begin{cases} X^T \mu = \mu, \\ X^T I = 1. \end{cases} \tag{5}$$

Составим функцию Лагранжа:

$$L = X^T \Sigma X + \lambda_0 \left(\mu - X^T \mu\right) + \lambda_1 (1 - X^T I),$$

найдем частные производные, получим:

$$\begin{cases} 2\Sigma X - \lambda_0 \mu - \lambda_1 I = 0, \\ \mu - X^T \mu = 0, \\ 1 - X^T I = 0. \end{cases}$$

Решая эту систему, найдем $X_{opt} = B + \mu C$, где:

$$B = \frac{1}{d} \Sigma^{-1} (a_{22} I - a_{12} \mu),\ C = \frac{1}{d} \Sigma^{-1} (a_{11} \mu - a_{12} I),$$

$$\left(a_{ij}\right) = \begin{pmatrix} I^T \Sigma^{-1} I & I^T \Sigma^{-1} \mu \\ I^T \Sigma^{-1} \mu & \mu^T \Sigma^{-1} \mu \end{pmatrix},\ d = \det\left(a_{ij}\right) = a_{11} a_{22} - a_{12}^2.$$

Определим множество эффективных портфелей, подставив полученное X в выражение дисперсии портфеля. Получим:

$$\sigma_{ef}^2 = X_{opt}^T \Sigma X_{opt} = \mu^2 C^T \Sigma C + 2\mu B^T \Sigma C + B^T \Sigma C.$$

Минимальная граница рисков задается функцией:

$$\sigma_{ef} = \sqrt{\mu^2 C^T \Sigma C + 2\mu B^T \Sigma C + B^T \Sigma C}\text{, где } \mu > \mu_0 = \frac{-B^T \Sigma C}{C^T \Sigma C}.$$

Таким образом, для каждого значения ожидаемой доходности μ имеется единственный портфель X_{opt}, обеспечивающий минимальное значение риска σ_{ef}.

Выводы и перспективы дальнейших исследований. Портфельная теория Марковица постоянно развивается и дополняется. Трудно переоценить ее значение для формирования финансовой сферы. Данная модель была разработана для рынков капитала, на которых наблюдается постоянный рост стоимости активов и отсутствуют резкие колебания курсов, что не характерно, для современного этапа развития экономики. Однако, несмотря на сложности использования данной модели в современной экономике, модель Марковица применима для таких низковолатильных активов как недвижимость, облигации товарные фьючерсы и т.д.

Список литературы

1. *Аскинадзи, В. М.*. Инвестиции: учебник для вузов / В. М. Аскинадзи, В. Ф. Максимова, 2-е изд., перераб. и доп. М. : Издательство Юрайт, 2020. – 385 с.

2. *Никитина, Т. В.* Основы портфельного инвестирования: учебник для бакалавриата и магистратуры / Т. В. Никитина, А. В. Репета-Турсунова, М. Фрёммель, А. В. Ядрин, 2-е изд., испр. и доп. М.: Издательство Юрайт, 2018. – 195 с.

3. *Markowitz, H.* Portfolio selection / H. Markowitz // The Journal of Finance. – 1952. –Vol. 7, № 1. –77-91 p.

Anna I. Dobrunina
4th year student of the field of study
01.03.01 Mathematics. Mathematics in the digital economy
GOU VO LPR "Lugansk State
Pedagogical University"

e-mail: anna_dobrunina@mail.ru
Natalya A. Polishchuk
Senior Lecturer
Departments of Fundamental Mathematics
GOU VO LPR "Lugansk State
Pedagogical University"

ABOUT SOME MATHEMATICAL METHODS OF FORMING AN OPTIMAL SECURITIES PORTFOLIO

Annotation. The article is devoted to the main problem that arises when forming a securities portfolio. The mathematical model of Markowitz is considered. The problem of searching for a portfolio of securities with a minimum risk value at a given value of expected profitability is considered. A function has been found that allows calculating the risk of such a portfolio.

Keywords: securities portfolio, optimization, mathematical model, Markowitz model, Lagrange function

УДК 330.101.5 : 330.36.053-026.374

Дюбо Елена Николаевна
старший преподаватель кафедры высшей математики и
методики преподавания математики
ГОУ ВО ЛНР «Луганский государственный
педагогический университет»
e-mail: dyubo_elena@mail.ru

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ УСТОЙЧИВОСТИ К ИССЛЕДОВАНИЮ ДИНАМИЧЕСКИХ ЭКОНОМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

Аннотация. В статье рассматривается использование методов теории устойчивости к исследованию базовых макроэкономических динамических моделей по нахождению условий, в которых экономика попадает в ситуации стагнации и сбалансированного экономического роста.

Ключевые слова: теория устойчивости, динамическая система, экономическая модель.

Актуальность и постановка проблемы. В условиях ускорения социально-экономического развития перед обществом стоят сложные проблемы: наряду с классическими задачами планирования и прогнозирования непрерывных эволюционных изменений поведения макроэкономической системы возникает неординарная задача прогнозирования качественных, скачкообразных изменений. Если решение первой задачи при наличии экономико-статистической информации, то есть планирование от достигнутого, существует, то вторая задача предполагает изучение сущности и понимание механизма развития системы. Решение указанной задачи может быть найдено в рамках общей теории развивающихся систем с последующим применением для экономических систем.

В классических работах по теории устойчивости анализируются возмущения, возникающие в исходном состоянии системы. Для современного подхода типично исследование возмущений в структуре самой системы. В первом и втором случае цель изучения – определить, значительно ли изменится поведение системы в результате незапланированных изменений в режиме управления. Практическая ценность такого исследования в том, что возникает возможность определения попадания в критическую зону, что является своеобразным сигналом для разработки и внедрения мер, позволяющих влиять на объект, не допуская падения темпов роста его эффективности.

Переходные процессы в экономике возникают под влиянием внешних или внутренних (в том числе управляющих) воздействий (изменения технологического уровня, конъюнктуры внутреннего или внешнего рынков, новые правила регулирования поведения субъектов экономики, изменения в структурной политике и т.д.). Такие процессы (особенно краткосрочные) удобно изучать в непрерывном времени, используя для этого принципы математического моделирования.

Именно использование математических моделей и методов в экономике позволяет выделить и формально описать наиболее важные, значимые связи экономических переменных и объектов, а также получить новую информацию о них, которая может быть использована при планировании экономической деятельности.

Цель исследования – рассмотреть практические аспекты приложения теории устойчивости к исследованию экономических моделей по нахождению условий, в которых экономика попадает в ситуации стагнации и сбалансированного экономического роста.

Изложение основного материала. Основные результаты в исследовании динамических систем с непрерывным временем были получены при изучении технических систем, при этом в качестве основного математического инструмента выступал аппарат дифференциальных уравнений. Полученные вначале для технических систем результаты теорий устойчивости сегодня адаптируются и используются в экономике.

Главная роль отводится исследованию развивающихся социально-экономических систем с целью решения проблем народнохозяйственных процессов на уровне государства, отрасли, межотраслевых комплексов, регионов. Именно для их моделирования используют макромодели, использующие обобщенные, агрегированные технико-экономические характеристики.

К базовым линейным динамическим экономическим моделям относят модели Самуэльсона-Хикса, Рамсея и Эванса.

Рассмотрим модель Самуэльсона-Хикса:

$$I(t) = r[y(t) - y(t-1)] + I, \quad (1)$$

где $I(t)$ – изменяющиеся со временем t инвестиции; $y(t)$ – объем ВВП; r $(0 < r < 1)$ – коэффициент акселерации, показывающий, на сколько возрастут инвестиции, если ВВП вырастет на единицу.

Считается, что ВВП $y(t+1)$ следующего года равняется совокупному спросу прошлого (текущего) года, а совокупный спрос, состоящий из спроса на потребительские (C) и инвестиционные (I) товары, зависит только от ВВП в текущем году:

$$y(t+1) = C[y(t) + I(t)]$$

При линейной зависимости спроса на потребительские товары от ВВП и непостоянства спроса на инвестиционные товары приходим к отношению:

$$y(t+1) = \underline{C} + cy(t) + I(t) \qquad (2)$$

где $\underline{C}$ – минимальный объем фонда потребления; c $(0 < c < 1)$ – склонность к потреблению.

Подставляя (2) в (1) модель Самуэльсона-Хикса примет вид:

$$y(t+1) = \underline{C} + cy(t) + r[y(t) - y(t-1)] + I$$

или $y(t+1) - 2y(t) + y(t-1) = \underline{C} + I - (1-c)y(t) - (1-r)[y(t) - y(t-1)]$.

Последнее выражение при дискретности Δt примет вид:

$$y(t+\Delta t) - 2y(t) + y(t-\Delta t) = [\underline{C} + I - (1-c)y(t)](\Delta t)^2 - (1-r)[y(t) - y(t-\Delta t]\Delta t$$

При переходе к непрерывному времени, то есть при $\Delta t \to 0$, окончательно получаем уравнение линейного динамического звена:

$$\frac{1}{1-c}\frac{d^2y}{dt^2} + \frac{1-r}{1-c}\frac{dy}{dt} + y = \frac{I + \underline{C}}{1-c}.$$

Данное уравнение имеет частное стационарное решение: $y_e = \dfrac{I + \underline{C}}{1-c}$.

Общее решение уравнения равно сумме частного и общего решения однородного уравнения $\dfrac{1}{1-c}\dfrac{d^2y}{dt^2} + \dfrac{1-r}{1-c}\dfrac{dy}{dt} + y = 0$.

Общим решением последнего является линейная комбинация экспоненты $e^{\lambda t}$, параметра λ, удовлетворяющих характеристическому уравнению:

$$\frac{1}{1-c}\lambda^2 + \frac{1-r}{1-c}\lambda + 1 = 0$$

Путем преобразований характеристическое уравнение модели приобретает вид:

$$\lambda^2 + (1-r)\lambda + 1 - c = 0, \quad 0 \le r < 1, \quad 0 < c < 1 \tag{3}$$

а его решения $\lambda_{1,2} = -\frac{1-r}{2} \pm \sqrt{(\frac{1-r}{2})^2 - (1-c)}$ (4)

Если дискриминант положительный $(1-r)^2 - 4(1-r) \ge 0$, т.е. $r \le 1 - 2\sqrt{1-c}$, то решения действительны и, как видим из (4), отрицательные $(\lambda_1 < 0, \lambda_2 < 0)$, поэтому экономика неустойчива и ведет себя как два последовательно соединенных инерционных звена с постоянным временем $(-\frac{1}{\lambda_1}; -\frac{1}{\lambda_2})$ (экспоненциальное угасание).

Если дискриминант отрицательный $(1-r)^2 - 4(1-r) < 0$, т.е. $r > 1 - 2\sqrt{1-c}$, то уравнение имеет комплексные, взаимосвязанные решения: $\lambda_{1,2} = -\alpha \pm \omega, \alpha = \frac{1-r}{2}, \omega = \sqrt{(1-c) - (\frac{1-r}{2})^2}$.

Поскольку действительные части решений отрицательные, то экономика устойчива и ведет себя как колебательное звено.

Одним из условий функционирования сложной агрегированной системы является потребление. Взаимосвязь производства и потребления, а также динамика таких факторов как рабочая сила и основные фонды можно отразить с помощью моделей агрегированных систем управления научно-техническим прогрессом. Наиболее простая модель взаимодействия между производством и потреблением предложена Ф. Рамсеем.

Рассмотрим главные предпосылки данной модели. В каждый момент времени t выпуск y делится на две части: C – потребление выпуска системы, I – капиталовложения (инвестиции) в развитие системы $y = C(t) + I(t)$, или, если ввести коэффициент отчисления на развитие системы $S(t)$, при этом $0 \le S(t) \le 1$, то

$$y(t) = (1-S)y(t) + Sy(t) \tag{5}$$

Предполагается, что трудовые ресурсы ведут себя так же, как и население страны, т.е. $L(t) = L_0 e^{\eta t}$.

Если свести все уравнения вместе, получим следующую модель развития системы:

$$\begin{cases} y(t) = F[K(t), L(t)] \\ C(t) = (1-S)y(t) \\ \dot{K}(t) = S(t)y(t) \\ L(t) = L_0 e^{\eta t} \\ K(0) = K_0 \end{cases} \tag{6}$$

Перейдем к относительным переменным $k = K/L$, $c = C/L$ (капиталовложение и потребление на одного работника):

$$\dot{k} = \frac{d}{dt}\left(\frac{K}{L}\right) = \frac{\dot{K}L - K\dot{L}}{L^2} = \frac{1}{L}S[F(K,L)] - \frac{K}{L} * \frac{\dot{L}}{L} = Sf(k) - k\frac{\eta e^{\eta t} t L_0}{L_0 e^{\eta t}} = Sf(k) - \eta k,$$

$$c = \frac{C}{L} = (1-S)f(k). \tag{7}$$

Если подставить полученные выражения в (6), то получим модель в более простом виде:

$$\begin{cases} \dot{k} = Sf(k) - \eta k \\ C = (1-S)f(k) \\ k(0) = k_0 \end{cases} \tag{8}$$

Исходную модель можно усложнить. Предположим, что

$$K_{t+1} = K_t + I_t - \mu K_t, \tag{9}$$

где μ – норма амортизации. В этом случае μK_t – это часть капитала, идущая на замещение изношенных основных фондов. Совершая в (9) предельный переход, получим $I(t) = \dot{K}(t) + \mu(t)$.

Вводя по-прежнему обозначения $y = \frac{Y}{L}$, $k = \frac{K}{L}$, $i(t) = \frac{I(t)}{L(t)}$, $c(t) = \frac{C(t)}{L(t)}$, получим уравнение материального баланса в виде

$$\begin{cases} i(t) = \dot{k} + (\mu + \frac{\dot{L}}{L})k \\ y(t) = c(t) + i(t) \end{cases} \tag{10}$$

Если приравнять экспоненциальный рост рабочей силы с темпом постоянства, то получим

$$i(t) = k + (\mu + \eta)k = \dot{k} + \lambda k, \tag{11}$$

где $\lambda = \mu + \eta$ – сумма нормы амортизации и темпа роста рабочей силы [1, с. 44].

Сопоставляя (10) и (11), можно записать одно дифференциальное уравнение экономического роста данной организационной системы:

$$f[k(t)] = c(t) + \lambda k(t) + \dot{k}(t) \tag{12}$$

Экономическое содержание (12) состоит в том, что удельный валовый продукт системы, приходящийся на одного работающего, распределяется на:

– удельное потребление $c(t)$;

– поддержание удельного уровня капиталовооруженности на прежнем уровне – $\lambda k(t)$;

– чистый прирост удельного уровня капиталовооруженности (удельных основных фондов).

Определим оптимальные точки развития системы для условий сбалансированного роста. Для этого перепишем модель (12) следующим образом:

$$f[k(t)] - c(t) = \lambda k(t) + \dot{k}(t), \; \lambda > 0 \tag{13}$$

Будем искать решение в виде

$$k = u(t) * v(t) \tag{14}$$

Подставляя (14) в (13), получаем

$$\dot{u}v + u\dot{v} + \lambda uv = f[uv] - c(t) \tag{15}$$

Это уравнение связывает две функции u и v, поэтому одна из них свободна. Пусть это будет функция u. Выберем ее из условия $\dot{u} + \lambda u = 0$, отсюда имеем $u = e^{-\lambda t}$ (16)

Подставляя (16) в (15), получим $\dot{v} = e^{\lambda t}[f(e^{-\lambda t}v) - c(t)]$. Отсюда

$$v = \int_0^t e^{\lambda t}[f(e^{-\lambda t}v) - c(t)]dt. \tag{17}$$

Пусть функции $f(k)$ та $c(t)$ такие, что интеграл (17) будет ограниченной величиной $\forall \quad t \in I$:

$$\left| \int_0^t e^{\lambda t}[f(e^{-\lambda t}v) - c(t)]dt \right| < C, \tag{18}$$

где C – некоторая постоянная величина.

Учитывая (16) и (17), получаем

$$k(t) = u * v = e^{-\lambda t}\int_0^t e^{\lambda t}[f(e^{-\lambda t}v) - c(t)]dt. \tag{19}$$

Из формулы (18) и условия (17) получаем, что динамическая модель развития Рамсея будет устойчивой $\forall \quad t \in I, \quad \lambda = \mu + \eta > 0$.

Рассмотрим главную модель установления равновесной цены, а именно модель Эванса. В данной модели рассматривается рынок одного товара. Время t считается непрерывным.

Обозначим через $d = d(t) = \phi[p(t)], \quad s = s(t) = \psi[p(t)]$ совокупный спрос и предложение в данный момент t, а через $p = p(t)$ цену товара в данный момент.

У модели спрос и предложение являются линейными функциями цены: $\phi(p) = a - bp, \quad a > 0, \quad b > 0$ (спрос с ростом цены уменьшается); $\psi(p) = \alpha + \beta p, \quad \alpha > 0, \quad \beta > 0$ (предложение с ростом цены увеличивается).

Кроме того, считается, что $a > \alpha$ (при нулевой цене спрос перевешивает предложение).

Основное предположение модели состоит в том, что изменение цены пропорционально увеличению спроса над предложением:

$$\Delta p = \gamma(d - s)\Delta t, \qquad \gamma > 0. \tag{20}$$

Согласно предположению (20) взаимодействие потребителей и производителей осуществляется таким образом, что отражающая это взаимодействие цена непрерывно приспосабливается к ситуации на рынке: в случае превышения спроса над предложением – растет, в противном случае – падает [2, с. 195-198].

Используя предположение, приходим к дифференциальному уравнению по цене:

$$\frac{dp}{dt} = -(b + \beta)p + a - \alpha, \qquad p(0) = p_0 \tag{21}$$

Это уравнение имеет стационарную (равновесную) точку $p^E = \dfrac{a - \alpha}{b + \beta} > 0$

Из (21) очевидно, что при $p_0 < p^E, \quad \dfrac{dp}{dt} > 0$; а при $p_0 > p^E, \quad \dfrac{dp}{dt} < 0$, поэтому $\lim\limits_{t \to \infty} p(t) = p^E$ (в первом случае цена достигает равновесного значения, возрастая при этом; во втором случае – снижаясь, при этом равновесная цена p^0 не зависит от первоначальной p_0).

Эти выводы получены без непосредственного решения уравнения (21). Они будут такими же, если непосредственно использовать решение уравнения $p(t) = p_0 e^{-\gamma(b+\beta)t} + \dfrac{a - \alpha}{b + \beta}[1 - e^{-\gamma(b+\beta)t}]$.

Таким образом, обладая информацией о величине спроса и предложения на данный товар, можно спрогнозировать установившуюся на рынке равновесную цену, а также прибыль, которая может быть получена на разнице между первоначальной и новой ценой.

Выводы и перспективы дальнейших исследований. Полученные результаты позволяют практически на основании статистических данных отдельного государства или региона спрогнозировать условия устойчивости макросистемы, спланировать необходимые изменения по достижению положения равновесия (в том числе за счет изменения направлений реализации государственной политики).

Список литературы

1. *Колемаев, В. А.* Математическая экономика: учеб. для вузов / В. А. Колемаев. – М.: Юнити-Дана, 2002. – 398 с.

2. *Кучин, Б. Л.* Управление развитием экономических систем: технический прогресс, устойчивость / Б. Л. Кучин, Е. В. Якушева. - М. : Экономика, 1990. – 156 с.

Elena N. Dyubo
senior lecturer of the department of higher
mathematics and methods of teaching mathematics
Lugansk State Pedagogical University

APPLICATION OF SUSTAINABILITY THEORY TO THE STUDY OF DYNAMIC ECONOMIC MODELS

Annotation. The article considers the use of sustainability theory methods for the study of basic macroeconomic dynamic models to find conditions in which the economy falls into situations of stagnation and balanced economic growth.

Key words: stability theory, dynamic system, economic model.

УДК 005.311.6:004.942

Ланько Юлия Михайловна
студентка 2 курса магистратуры
направления подготовки «Математика»
ГОУ ВО ЛНР «Луганский государственный
педагогический университет»
e-mail: yulia.com632@gmail.com
Научный руководитель:
Дымарский Яков Михайлович
доктор физико-математических наук, профессор,
профессор кафедры высшей математики
Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В ПРОЦЕССЕ ПРИНЯТИЯ УПРАВЛЕНЧЕСКОГО РЕШЕНИЯ

Аннотация. Статья посвящена актуальной на сегодняшний день проблеме, а именно процессу принятия управленческих решений. В данной статье рассматриваются причины и необходимость использования математического моделирования в процессе принятия управленческих решений. Показаны основные этапы процесса принятия управленческих решений на основе математического моделирования. Определены как положительные характеристики моделирования, так и описаны потенциальные риски, которые могут возникнуть при моделировании процесса принятия управленческих решений.

Ключевые слова: принятие решений, процесс принятия решений, управленческие решения, математическое моделирование, математические модели.

Актуальность и постановка проблемы. Основой любых управленческих действий является принятие решений. Другими словами, процесс принятия решения можно представить как центральное звено, вокруг которого вращаются остальные компоненты управления. Под принятием решения следует понимать сознательный выбор субъектом управления той или иной альтернативы с целью достижения желаемого результата. Совершенствование процесса принятия обоснованных объективных решений в ситуациях исключительной сложности достигается за счет использования научного подхода к этому процессу, моделей и количественных методов принятия решений.

Цель: рассмотреть причины и необходимость использования математического моделирования в процессе принятия управленческого решения.

Принятие решений – важнейшая составляющая процесса управления организацией. Менеджер не должен полагаться только на собственный опыт, он должен владеть методами принятия решений и работы с людьми. Важно отметить, что выбор альтернативы, обоснование решения и контроль за его исполнением содержат высокий уровень риска, который обусловлен изначально неверно выбранным действием со стороны руководителя. Проблемы могут также возникать из-за несвоевременного реагирования на изменения окружающей среды и недостаточного контроля за исполнителями. Поэтому, чтобы избежать таких рисков и снизить степень неопределенности, необходимо использовать методы математического моделирования. С помощью математических моделей можно отразить реальную систему (предприятие, его деятельность, внешнюю и внутреннюю среду) в виде символических уравнений или неравенств. На основе такого символического представления производятся различные расчеты относительно принимаемых решений, а удобство понимания общей картины достигается за счет использования универсального и лаконичного математического языка [3].

Принятие управленческого решения на основе математического моделирования осуществляется в пять этапов:

– определение перечня проблем, которые необходимо решить, с четким указанием конечной цели предпринимаемых действий;

– декомпозиция цели на составные элементы;

– формализация задачи;

– создание математической записи условий, на основе которых будет определяться выбор окончательного управленческого решения;

– построение математической модели принятия решений;

– проведение экономико-математического анализа для определения оптимальных решений [1]. Конечно, невозможно продумать абсолютно все нюансы управленческого решения и полностью исключить возможные риски и неопределенности. Однако такие проблемы можно предотвратить заранее, на этапе контроля за исполнением решений, тем самым предотвратив возможный ущерб и убытки. Математические модели также помогают в этом. Рассмотрим потенциальные риски, которые важно учитывать при моделировании и которые могут возникнуть в ходе управленческой деятельности.

1. При разработке управленческого решения руководитель может столкнуться с рядом проблем, которые выражаются в недостаточном уровне компетентности и полномочий, отсутствии необходимой информации или ее перенасыщенности, высокой неопределенности в поведении потребителей, стереотипности мышления.

2. Определенные проблемы могут возникнуть и при разделении решения для нижестоящих уровней управления. Например, к объективным проблемам относятся необходимость использования технологий, которые еще не доступны или не разработаны, отсутствие в математической модели механизма получения информации о состоянии исполнения решения или его несоответствие деятельности исполнителей. Субъективные проблемы заключаются, как правило, в неполной структуре дерева целей (чрезмерная абстрактность), недооценке потенциальных последствий, отсутствии субординационных связей между целями и задачами управленческого решения.

3. Недостатками процесса разработки плана действий ответственными лицами являются отсутствие временных ресурсов для выполнения определенной задачи, использование устаревших математических моделей, плохое распределение ролей между исполнителями, неправильный расчет временных ресурсов.

4. Необходимо обратить внимание на уточнение и корректировку принимаемых управленческих решений, когда отсутствуют критерии

определения эффективности принятого решения, не осуществляется должный независимый контроль за сбором данных о выполнении принятого решения, не учитывается влияние внешних факторов [2].

Положительными характеристиками моделирования являются:

– применение более совершенной технологии расчета по сравнению с другими методами;

– высокий показатель рациональности решений;

– уменьшение времени на выработку решений;

– возможность выполнения обратной операции.

Преимущество обратной операции состоит в том, что, имея модель и исходные данные, возможно не только просчитать результат, но и сориентироваться на желаемый результат и определить, какие исходные данные для этого необходимы. При принятии управленческих решений эта особенность очень важна [4].

Выводы и перспективы дальнейших исследований. Учет всех возможных проблем, рисков и неопределенностей и готовность к скрытым угрозам является одним из основных факторов успешной реализации принятых решений. Все это также следует учитывать при разработке математических моделей, которые должны быть максимально гибкими, чтобы в полной мере учитывать все нюансы управленческой деятельности. Следовательно, при идеальном исходе экономико-математическое моделирование позволит снизить уровень затраченных временных ресурсов, абстрагировать управление от воздействия природных факторов и снизить вероятность непредвиденных рисков. Чтобы обеспечить такие преимущества в математическом моделировании, важно накопить достаточное количество информации, проверить ее на достоверность и актуальность.

Список литературы

1. *Ариничева, И. В.* Применение математического моделирования при разработке и принятии управленческих решений / И. В. Ариничева, Т. Р. Романов, В. С. Ильина // Молодежь и системная модернизация страны. Сборник научных статей 3-й Международной научной конференции студентов и молодых ученых. В 4-х томах. – 2018. – 31-35 с.

2. *Доценко, А. Н.* Теоретические аспекты прогнозирования и планирования деятельности организации / А. Н. Доценко, И. В. Лукьянова // Экономика и предпринимательство. – 2016. – №2–2 (67) – 541-546 с.

3. *Костенко, И. В.* Применение методов математического моделирования в управлении персоналом организации / И. В. Костенко, С. Н. Косников // Цифровизация экономики: направления, методы, инструменты. Сборник материалов I всероссийской студенческой научно-практической конференции. – 2019. – 316-319 с.

4. *Никонов, О. И.* Математическое моделирование и методы принятия решений : учеб. пособие / О. И. Никонов, С. В. Кругликов, М. А. Медведева. – Екатеринбург : Изд-во Урал. ун-та, 2015. – 100 с.

Yulia M. Lanko
2nd year graduate student
areas of study "Mathematics"
State Educational Institution in the LPR "Lugansk State pedagogical university"
e-mail: yulia.com632@gmail.com
Scientific supervisor:
Yakov M. Dymarsky
Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor,
Professor of the Department of Higher Mathematics
Moscow Institute of Physics and Technology
(National Research University)

THE USE OF MATHEMATICAL MODELING IN THE PROCESS OF MAKING A MANAGEMENT DECISION

Annotation. The article is devoted to an urgent problem today, namely the process of making managerial decisions. This article discusses the reasons and necessity of using mathematical modeling in the process of making managerial decisions. The main stages of the management decision-making process based on mathematical modeling are shown. Both the positive characteristics of modeling are determined, and the potential risks that may arise when modeling the process of managerial decision-making are described.

Keywords: decision-making, decision-making process, management decisions, mathematical modeling, mathematical models.

УДК 514.752

Савельев Валерий Михайлович,
кандидат физико-математических наук
доцент кафедры общеобразовательных дисциплин
ГОУ ВО ЛНР «Луганский государственный
университет имени В. Даля»
e-mail: svm59@mail.ru
Козоброд Лариса Сергеевна,
магистрант 2-го курса направления подготовки «Математика»
ГОУ ВО ЛНР «Луганский государственный
педагогический университет»
e-mail: larisa.svetlova77@yandex.com

ПОВЕРХНОСТИ ЕВКЛИДОВА ПРОСТРАНСТВА, СВЯЗАННЫЕ С КАСАТЕЛЬНЫМИ КОМПОНЕНТАМИ ИХ ПОЛЕЙ РАДИУС-ВЕКТОРА

Аннотация. В работе исследуются поверхности $F^2 \subset E^{2+m}$ через тангенциальные компоненты их полей радиус-вектора. Методом ортогональной проекции найдены касательные компоненты радиус-вектора поверхности. Полученные результаты применены на примерах поверхностей и кривых с постоянным отношением длины касательной компоненты к длине нормальной компоненты радиус-вектора поверхности.

Ключевые слова: поле радиус-вектора; Т-постоянные подмногообразия; N-постоянные подмногообразия; подмногообразие постоянного отношения.

Актуальность и постановка проблемы. Дифференциальная геометрия подмногообразий – это классический раздел дифференциальной геометрии. Её истоком была теория кривых и поверхностей трёхмерного евклидова пространства. Обобщением этой теории является геометрия n-мерных поверхностей (подмногообразий) многомерного евклидова пространства [1]. Поле радиус-вектора есть наиболее элементарный и естественный геометрический объект подмногообразия евклидова пространства. Целью статьи является исследование некоторого специального класса 2-мерных поверхностей $F^2 \subset E^{2+m}$ через тангенциальные компоненты их полей радиус-вектора.

Изложение основного материала. Для n-мерного подмногообразия F^n евклидова пространства E^{n+m} существует естественное разложение поля радиус-вектора $\mathbf{x}$ [2-4]:

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}^T + \mathbf{x}^N,$$

где $\mathbf{x}^T$ и $\mathbf{x}^N$ касательная и нормальная компоненты $\mathbf{x}$, соответственно. Обозначим через $\left|\mathbf{x}^T\right|$ и $\left|\mathbf{x}^N\right|$ длины $\mathbf{x}^T$ и $\mathbf{x}^N$, соответственно. Ясно, что имеет место равенство $\left|\mathbf{x}^N\right| = \sqrt{\left|\mathbf{x}\right|^2 - \left|\mathbf{x}^T\right|^2}$. Если длина касательной и нормальной компонент постоянны, то подмногообразие называют тангенциально постоянным (соответственно нормально постоянным).

В статье Б.-Й. Чена [3] дается обзор результатов исследований подмногообразий евклидова пространства, ассоциированных с касательными компонентами их полей радиус-вектора. Обсуждаются подмногообразия евклидова пространства, касательные компоненты $\mathbf{x}^T$ которых допускают некоторые свойства: конкуррентность, концикулярность, торсо-формируемость, и так далее. Кроме того, в статье обсуждаются подмногообразия постоянного отношения, например, Риччи-решения на подмногообразиях евклидова пространства с потенциальными полями Риччи решений, возникающих из касательных компонент полей радиус-вектора. Представлены примеры гиперповерхностей, являющихся соответственно тангенциально постоянным подмногообразием (T-постоянным), N-постоянным подмногообразием, подмногообразием постоянного отношения.

В своей недавней статье [5], Б.-Й. Чен ввел понятие спрямляющих подмногообразий, расширив естественным путем понятие спрямляющих кривых. Некоторые базисные свойства и полная классификация спрямляющих подмногообразий были получены также в [5]. Кроме того, Б.-Й. Чен доказал в [5] что подмногообразие евклидова пространства является спрямляющим тогда и только тогда, когда касательная компонента ее поля радиус-вектора есть конкурентное векторное поле.

Рассмотрим специальный класс 2-мерных поверхностей F^2 в E^{2+m}, определенный радиус-вектором

$$\mathbf{x}(u,v) = \rho(u)\mathbf{y}(u,v), \tag{1}$$

где $\mathbf{y} = \mathbf{y}(u,v)$ удовлетворяет следующим условиям:

(а) $\mathbf{y} = \mathbf{y}(u,v)$ лежит на единичной гиперсфере $S^{1+m}(1)$,

(б) векторное поле $\mathbf{y}_u$ (производная радиус вектора $\mathbf{y}$ по u) ортогонально векторному полю $\mathbf{y}_v$.

Найдем касательную компоненту радиус-вектора поверхности (1). Для этого воспользуемся обычным методом линейной алгебры нахождения ортогональной проекции и ортогональной составляющей.

Имеем

$$\mathbf{x}_u = \rho'\mathbf{y} + \rho\mathbf{y}_u,\ \mathbf{x}_v = \rho\mathbf{y}_v.$$

Следовательно

$$\mathbf{x}^T = \alpha\mathbf{x}_u + \beta\mathbf{x}_v,\ \ \mathbf{x}^N = \mathbf{x} - \mathbf{x}^T.$$

Производя соответствующие вычисления коэффициентов α и β получаем:

$$\mathbf{x}^T = \frac{\rho\rho'}{\rho^2 + \rho'^2}\mathbf{x}_u.$$

Таким образом, имеем:

$$|\mathbf{x}^T|^2 = \frac{\rho^2\rho'^2}{\rho^2 + \rho'^2}, \tag{2}$$

$$|\mathbf{x}^N|^2 = \frac{\rho^4}{\rho^2 + \rho'^2}, \tag{3}$$

$$\frac{|\mathbf{x}^T|}{|\mathbf{x}^N|} = \frac{\rho'}{\rho}. \tag{4}$$

Из выражений (2)–(4) с помощью несложных расчетов получаем следующие результаты в виде теорем.

Теорема 1. Поверхность (1) является тангенциально постоянной тогда и только тогда, когда функция $\rho(u)$ является решением дифференциального уравнения $\rho^2\rho'^2=\lambda^2(\rho^2+\rho'^2)$.

Теорема 2. Поверхность (1) является поверхностью с постоянным отношением тогда и только тогда, когда $\rho=c_1e^{c_2u}$. При этом она имеет плоскую индуцированную и плоскую нормальную связность.

Теорема 3. Поверхность (1) является N-постоянной поверхностью тогда и только тогда, когда $\rho=c\sec(u)$.

Применение сформулированных теорем проиллюстрируем на примерах.

Пример 1. Рассмотрим поверхность $F^2\subset E^4$ вида

$$\mathbf{x}(u,v)=\begin{pmatrix} f_1(u) \\ f_2(u)\cos\theta\cos v \\ f_2(u)\sin\theta\cos v \\ f_2(u)\sin v \end{pmatrix},\quad f_1'^2+f_2'^2=1. \tag{5}$$

Для того чтобы найти касательную $\mathbf{x}^T$ и нормальную проекцию $\mathbf{x}^N$ радиус-вектора поверхности (5) необходимо найти касательные векторы. Получаем:

$$\mathbf{x}_u=\begin{pmatrix} f_1' \\ f_2'\cos\theta\cos v \\ f_2'\sin\theta\cos v \\ f_2'\sin v \end{pmatrix},\quad \mathbf{x}_v=\begin{pmatrix} 0 \\ -f_2\cos\theta\sin v \\ -f_2\sin\theta\sin v \\ f_2\cos v \end{pmatrix}.$$

Найдем касательную компоненту радиус-вектора (5). Для этого воспользуемся матрицей проектирования P на касательное подпространство, являющееся линейной оболочкой касательных векторов $\mathbf{x}_u$ и $\mathbf{x}_v$:

$$P=A(A^TA)^{-1}A^T,$$

где матрица A образована из столбцов $\mathbf{x}_u$ и $\mathbf{x}_v$. Тогда

$$\mathbf{x}^T = P\mathbf{x},\ \mathbf{x}^N = \mathbf{x} - \mathbf{x}^T = (E-P)\mathbf{x}.$$

Таким образом, получаем:

$$|\,\mathbf{x}^T\,|^2 = (f_1 f_1' + f_2 f_2')^2,\ \ |\,\mathbf{x}^N\,|^2 = (f_1 f_2' - f_2 f_1')^2.$$

Для данного действительного числа $a>0$ и для $u>0$ определим поверхность

$$\mathbf{x}(u,v) = \begin{pmatrix} a\sin(\frac{\sqrt{2au}}{a}) - \sqrt{2au}\cos(\frac{\sqrt{2au}}{a}) \\ (a\cos(\frac{\sqrt{2au}}{a}) + \sqrt{2au}\sin(\frac{\sqrt{2au}}{a}))\cos\theta\cos v \\ (a\cos(\frac{\sqrt{2au}}{a}) + \sqrt{2au}\sin(\frac{\sqrt{2au}}{a}))\sin\theta\cos v \\ (a\cos(\frac{\sqrt{2au}}{a}) + \sqrt{2au}\sin(\frac{\sqrt{2au}}{a}))\sin v \end{pmatrix}. \qquad (6)$$

Несложно показать, что в данном примере $|\,\mathbf{x}^T\,| = a$. Таким образом, поверхность (6) является тангенциально постоянной поверхностью.

Пример 2. Рассмотрим коническую кривую

$$f_1(u) = \frac{1}{\sqrt{2}}e^u\cos u,\ f_2(u) = \frac{1}{\sqrt{2}}e^u\sin u,\ f_3(u) = \frac{1}{\sqrt{2}}e^u.$$

Построим на ее основе поверхность

$$\mathbf{x}(u,v) = \begin{pmatrix} f_1(u)\cos v \\ f_1(u)\sin v \\ f_2(u)\cos v \\ f_2(u)\sin v \\ f_3(u) \end{pmatrix}. \qquad (7)$$

Касательное пространство поверхности (7) есть линейная оболочка следующих касательных векторов

$$\mathbf{x}_u = \begin{pmatrix} f_1' \cos v \\ f_1' \sin v \\ f_2' \cos v \\ f_2' \sin v \\ f_3' \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x}_v = \begin{pmatrix} -f_1 \sin v \\ f_1 \cos v \\ -f_2 \sin v \\ f_2 \cos v \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Как и в примере 1, для вычисления касательной и нормальной компонент радиус-вектора поверхности (7) воспользуемся матрицей проектирования. Несложно показать, что $|\mathbf{x}^T|^2 = \frac{2}{3}e^{2u}, |\mathbf{x}^N|^2 = \frac{1}{3}e^{2u}$. Таким образом, поверхность (7) является поверхностью постоянного отношения $|\mathbf{x}^T| : |\mathbf{x}^N| = \sqrt{2}$.

Пример 3. Снова рассмотрим коническую кривую

$$f_1(u) = \frac{1}{\sqrt{2}\cos(\frac{u}{\sqrt{2}})}\cos u,\ f_2(u) = \frac{1}{\sqrt{2}\cos(\frac{u}{\sqrt{2}})}\sin u,\ f_3(u) = \frac{1}{\sqrt{2}\cos(\frac{u}{\sqrt{2}})}.$$

Построим на ее основе поверхность (6). В этом примере получаем $|\mathbf{x}^N| = 1$. Поверхность (7) является N-постоянной.

Выводы и перспективы дальнейших исследований. Поле радиус-вектора есть наиболее элементарный и естественный геометрический объект подмногообразия евклидова пространства. Подобным образом, касательная компонента $\mathbf{x}^T$ поля радиус-вектора является наиболее естественным касательным векторным полем на подмногообразии. Нами представлены явные примеры некоторых поверхностей, связанных с $\mathbf{x}^T$. Авторы статьи предполагают получить в дальнейшем другие классы подмногообразий, связанные с касательной компонентой поля радиус-вектора.

Список литературы

1. *Аминов, Ю. А.* Геометрия подмногообразий / Ю. А. Аминов. – Киев : Наукова думка, 2002. – 467 с.

2. *Chen, B.-Y.* Topics in differential geometry associated with position vector fields on Euclidean submanifolds / B.-Y. Chen // Arab J. Math. Sci. 23 – 2017. №. 1. – P. 1-17.

3. *Chen, B.-Y.* Euclidean submanifolds via tangential components of their position vector fields / B.-Y. Chen // Mathematics 5 – 2017. – №. 4, Art. 51. – pp. 17.

4. *Chen, B.-Y.* Euclidean submanifolds with incompressible canonical vector field / B.-Y. Chen // Serdica Math. J., 43. – 2017. – P. 321-334.

5. *Chen, B.-Y.* Differential geometry of rectifying submanifolds / B.-Y. Chen // Int. Electron. J. Geom. Sci. 9(2). – 2016. – P. 1-8.

Valery M. Saveliev
candidate of physical and mathematical sciences,
associate professor of the department of general education disciplines
Educational Institution of Higher Education of the LPR
“Lugansk State University named after Vladimir Dahl”
e-mail: svm59@mail.ru
Larisa S. Kozobrod
2nd year master’s student of the filed of study “Mathematics”
Educational Institution of Higher Education
of the LPR “Lugansk State Pedagogical University”
e-mail: larisa.svetlova77@yandex.com

SURFACES OF EUCLIDEAN SPACE ASSOCIATED WITH TANGENT COMPONENTS OF THEIR POSITION VECTOR FIELD

Annotation. In this paper, surfaces $F^2 \subset E^{2+m}$ are studied in terms of the tangential components of their position vector field. The orthogonal projection method is used to find the tangent components of the radius vector of the surface. The results obtained are applied to examples of surfaces and curves with a constant ratio of the length of the tangent component to the length of the normal component of the surface radius vector.

Key words: position vector field; T-constant submanifolds; N-constant submanifolds; submanifold of constant relation.

УДК 519.17:519.217

Циркуленко Ольга Юрьевна
студент 2 курса магистратуры
направления подготовки «Математика»
ГОУ ВО ЛНР «Луганский государственный
педагогический университет»
e-mail: olga.tsirkulenko.99mail.ru
Темникова Светлана Владимировна
кандидат технических наук, доцент,
и.о. заведующего кафедрой фундаментальной математики
ГОУ ВО ЛНР «Луганский государственный
педагогический университет»
e-mail: temnikovasvetlana@rambler.ru

СТАЦИОНАРНЫЙ ОТКЛИК НЕЛИНЕЙНОЙ МАРКОВСКОЙ СИСТЕМЫ СКАЧКОВ ПРИ ШИРОКОПОЛОСНОМ СЛУЧАЙНОМ ВОЗМУЩЕНИИ

Аннотация. Рассматривается процесс моделирования стационарного отклика нелинейной марковской скачкообразной системы при широкополосном случайном возбуждении. Для аппроксимации исходной системы использована средневзвешенная система вероятностей. Затем она была сведена к системе, описываемой одномерными усредненными уравнениями Ито. Приближенные стационарные плотности вероятности исходной системы получены для различных правил прыжков путем решения соответствующего уравнения Фоккера-Планка-Колмогорова.

Ключевые слова: нелинейный марковский скачок, метод стохастического усреднения, широкополосное случайное возбуждение, уравнение Фоккера-Планка-Колмогорова.

Актуальность и постановка проблемы. Марковские прыжковые системы (МПС) представляют собой класс систем, в которых марковские переходы между формами определяются случайными резкими изменениями в их структуре, и они могут быть использованы для моделирования большого класса практических систем, таких как системы слежения за целью, производственные системы, химические процессы, энергетические системы и экономические системы. С тех пор как Красосвкий Н.Н. и др. впервые представили МПС в 1960-х годах, значительное внимание было уделено анализу и синтезу МПС [4]. Необходимые и достаточные условия для устойчивости моментов были получены с помощью явной формулы для соответствующей экспоненты Ляпунова для кусочно-детерминированной скачкообразной линейной системы. Кушнер применил концепцию почти уверенной устойчивости к скачкообразным линейным системам. Красовский исследовал LQR-управление марковскими скачкообразными линейными системами. Свордер решил проблему оптимального управления для конечного временного горизонта, используя принцип максимума. Проблема эргодического управления МПС изучается на принципе динамического программирования. Однако, предыдущие исследования МПС в основном сосредоточены на устойчивости и оптимальном управлении. Мало усилий было приложено к исследованию реакции МПС, особенно для стохастически возбуждаемых нелинейных МПС. Стационарный отклик нелинейных МПС, возбуждаемых гауссовским белым шумом, был изучен Хуаном и др. Таким образом, разработка методологии анализа нелинейных МПС заслуживает внимания.

За последние два десятилетия в области нелинейных колебаний были достигнуты значительные успехи. Заметный численный вклад в эту тему - применение метода гармонического баланса, многомодового подхода, метода вариационной итерации, метода возмущения гомотопии. С другой стороны, нелинейные структуры часто подвергаются сильным случайным нагрузкам из-за ветра, волн, землетрясений и т.д. Во многих случаях целесообразно рассматривать случайные нагрузки как широкополосный шум с рациональной спектральной плотностью. Учитывая, что отклик нелинейной системы не является диффузионным марковским процессом, трудно напрямую применить теорию диффузионного марковского процесса для решения проблемы отклика. Недавно был разработан метод стохастического усреднения для квазигамильтоновых систем [6].

Благодаря преимуществу аппроксимации исходной системы диффузионным марковским процессом, метод стохастического усреднения зарекомендовал себя как мощная техника для решения вышеупомянутых сложных ситуаций. Целью настоящей работы является прогнозирование стационарного отклика нелинейных МПС, возбуждаемых внешними и параметрическими возбуждениями широкополосных случайных процессов. Сначала для аппроксимации исходной системы может быть создана система взвешенного усреднения по вероятности без марковского скачка. Используя стохастическое усреднение, затем получаются усредненные уравнения Ито, управляющие амплитудной огибающей для каждой формы. Решается уравнение Фоккера-Планка-Колмогорова (ФПК), из которого выводятся приближенные стационарные вероятности для оценки долговременного поведения исходной системы для различных правил прыжков [3].

Изложение основного материала.

Рассмотрим стохастически возбуждаемую нелинейную систему с одной степенью свободы (ОСС) с марковским скачком

$$\begin{aligned} &\ddot{x} + g(x) = \varepsilon f(x, \dot{x}, s(t)) + \varepsilon^{1/2} h_k(x, s(t)) \xi_k(t) \\ &x(t_0) = x_0, s(t_0) = s_0 \end{aligned}, \qquad (1)$$

где $g(x)$ – нелинейная жесткость; ε – малый параметр; $\varepsilon f(x,\dot{x},s(t))$ обозначает легкое затухание марковского скачка; $\varepsilon^{1/2} h_k(x,s(t))$ $(k=1,2,..,m)$ представляют собой коэффициенты марковских скачков слабо внешних и (или) параметрических случайных возбуждений; $\xi_k(t)$ – широкополосные стационарные и эргодические случайные процессы с нулевым средним и корреляционными функциями $R_{kl}(\tau)$ или спектральными плотностями $S_{kl}(\omega)$, $s(t)$ – непрерывный во времени марковский скачкообразный процесс, представляющий собой модель или форму, в которой работает система. $s(t)$ принимает дискретные значения в заданном конечном множестве $S=\{1,2,...,l\}$ с вероятностью перехода

$$P\{s(t+\Delta t)=j\,|\,s(t)=i\}=\begin{cases}\lambda_{ij}\Delta t+o(\Delta t) & i\neq j\\ 1+\lambda_{ij}\Delta t+o(\Delta t) & i=j\end{cases}, \tag{2}$$

где $P\{s(t+\Delta t)=j\,|\,s(t)=i\}$ представляет собой вероятность того, что система примет форму j в момент времени $t+\Delta t$, учитывая, что в момент времени t она имела форму i. $\lambda_{ij}>0$ для $i\neq j$ – скорость перехода от i-той формы к j-той форме и

$$\lambda_{ii}=-\sum_{j=1,\,j\neq i}^{l}\lambda_{ij}\,. \tag{3}$$

Уравнение (1) может быть использовано, например, для моделирования класса линейных или нелинейных систем, чьи случайные изменения в их структуре могут быть следствием резких явлений, таких как отказ компонентов [8]. Нашей главной задачей здесь является стационарный отклик системы (1).

Для марковского процесса с непрерывным временем вероятность перехода системы в форму $s(t)$ удовлетворяет условию

$$P(s,t+\Delta t\,|\,k,t_0)=\sum_{r=1}^{l}P(s,t+\Delta t\,|\,r,t)P(r,t\,|\,k,t_0)\,, \tag{4}$$

где $P(s,t+\Delta t\,|\,r,t)$ – вероятность перехода, определяемая уравнением (2).

Подставляя уравнение (3) в уравнение (4) и, полагая $\Delta t\to 0$, получим следующее марковское уравнение прямого хода

$$\frac{\partial P(s,t\,|\,k,t_0)}{\partial t}=-\lambda_{ss}(t)P(s,t\,|\,k,t_0)+\sum_{u=1,u\neq s}^{l}\lambda_{us}(t)P(u,t\,|\,k,t_0),\qquad k,s\in S\,. \tag{5}$$

Умножая обе части уравнения (5) на $P(k,t_0)$ и суммируя k от 1 до l, получаем

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t}\left[\sum_{k=1}^{l}P(k,t_0)P(s,t\,|\,k,t_0)\right]&=-\lambda_{ss}(t)\sum_{k=1}^{l}P(k,t_0)P(s,t\,|\,k,t_0)+\\&+\sum_{u=1,u\neq s}^{l}\lambda_{us}(t)\sum_{k=1}^{l}P(k,t_0)P(s,t\,|\,k,t_0)\end{aligned} \tag{6}$$

Для марковского процесса заметим, что

$$P(s,t)=\sum_{k=1}^{l}P(k,t_0)P(s,t\,|\,k,t_0)\,. \qquad (7)$$

Подставляя уравнение (7) в уравнение (6), получим

$$\frac{\partial P(s,t)}{\partial t}=-\lambda_{ss}(t)P(s,t)+\sum_{u=1,u\neq s}^{l}\lambda_{us}(t)P(u,t)\,. \qquad (8)$$

Начальное условие

$$P(s,t_0)=P_0(s)\,. \qquad (9)$$

Стационарная вероятность марковского скачкообразного процесса $s(t)$ может быть получена, если $\partial P(s,t)/\partial t=0$ как

$$-\lambda_{ss}(t)P(s)+\sum_{u=1,u\neq s}^{l}\lambda_{us}(t)P(u)=0\,. \qquad (10)$$

При этом следует учесть, что

$$\sum_{u=1}^{l}P_s(u)=1,\quad P_s(u)\geq 0 \quad \text{для каждого } u\,. \qquad (11)$$

Затем, стационарная вероятность $P_s(u)$ марковского процесса скачка $s(t)$ может быть получена путем решения уравнений (10) и (11).

Для исходной системы используется двухэтапный метод усреднения. Сначала устанавливается средневзвешенная система по вероятности. Затем применяется метод стохастического усреднения к средневзвешенной системе для перехода состояния системы от быстро меняющихся скоростей и перемещений к медленно изменяющейся форме амплитуды [1].

Первый шаг

Подставляя найденную стационарную вероятность $P_s(u)$ в уравнение (1), можно получить систему взвешенных средних по вероятности следующим образом

$$\ddot{x}+g(x)=\varepsilon\sum_{u=1}^{l}f(x,\dot{x},u)P_s(u)+\varepsilon^{1/2}\sum_{u=1}^{l}h_k(x,u)P_s(u)\xi_k(t)\,. \qquad (12)$$

Согласно принципу ограниченного усреднения при $\varepsilon\to 0$, решение системы (12) сводится по вероятности к решению системы (1). После взвешенного усреднения исходная система может быть аппроксимирована системой без марковских скачков [5].

Второй шаг

Когда ε мало, система (12) имеет периодические случайные решения вокруг тривиального решения. Случайное решение может принять следующий вид:

$$x(t) = A\cos\Phi(t) + B, \qquad \dot{x}(t) = -Av(A,\Phi)\sin\Phi(t), \qquad \Phi(t) = \mu(t) + \Theta(t), \tag{13}$$

где A обозначает амплитуду осциллятора, а

$$v(A,\Phi) = \frac{d\mu}{dt} = \sqrt{\frac{2[U(A+B) - U(A\cos\Phi + B)]}{A^2\sin^2\Phi}} \tag{14}$$

обозначает мгновенную частоту. $U(x) = \int_0^x g(u)du$ – потенциальная энергия. A, Φ, μ, Θ, v – все случайные процессы. Функции $\cos\Phi(t)$ и $\sin\Phi(t)$ называются обобщенными гармоническими функциями. Функция $v^{-1}(A,\Phi)$ может быть разложена в ряд Фурье

$$v^{-1}(A,\Phi) = C_0(A) + \sum_{r=1}^{\infty} C_r(A)\cos r\Phi. \tag{15}$$

Интегрирование уравнения (15) по Φ от 0 до 2π дает средний период

$$T(A) = 2\pi C_0(A). \tag{16}$$

Рассматривая уравнение (13) как обобщенное преобразование Ван дер Поля от $(x,\dot{x})$ к (A,Θ), можно получить следующие дифференциальные уравнения для A и Θ

$$\begin{aligned} \frac{dA}{dt} &= \varepsilon F_1(A,\Theta,s(t)) + \varepsilon^{1/2}G_{1k}(A,\Theta,s(t))\xi_k(t) \\ \frac{d\Theta}{dt} &= \varepsilon F_2(A,\Theta,s(t)) + \varepsilon^{1/2}G_{1k}(A,\Theta,s(t))\xi_k(t) \end{aligned}, \tag{17}$$

где

$$F_1 = \frac{-A}{g(A+B)(1+h)} \sum_{u=1}^{l} f(A\cos\Phi + B, -Av(A,\Phi)\sin\Phi, u)P_s(u)v(A,\Phi)\sin\Phi$$

$$F_2 = \frac{-1}{g(A+B)(1+h)} \sum_{u=1}^{l} f(A\cos\Phi + B, -Av(A,\Phi)\sin\Phi, u) P_s(u) v(A,\Phi)(\cos\Phi + h)$$

$$G_{1k} = \frac{-A}{g(A+B)(1+h)} \sum_{u=1}^{l} h_k(A\cos\Phi + B, u) P_s(u) v(A,\Phi)\sin\Phi$$

$$G_{2k} = \frac{-1}{g(A+B)(1+h)} \sum_{u=1}^{l} h_k(A\cos\Phi + B, u) P_s(u) v(A,\Phi)(\cos\Phi + h)$$

$$h = \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}A} = \frac{g(-A+B) + g(A+B)}{g(-A+B) - g(A+B)}. \tag{18}$$

Поскольку ε является малым параметром, вышеприведенное соотношение показывает, что A является медленно меняющимся процессом, в то время как $\Phi(t)$ является обычно быстро меняющимся процессом относительно времени [2]. Согласно теореме Хасьминского, $A(t)$ в уравнении (17) слабо сходится к диффузионному марковскому процессу на временном интервале порядка ε^{-1} при $\varepsilon \to 0$. Используя формулу из теоремы Хасьминского и усреднение коэффициентов диффузии и дрейфа по Φ, можно получить следующие частично усредненные Ито стохастические дифференциальные уравнения.

$$\mathrm{d}A = \varepsilon m(A)\mathrm{d}t + \varepsilon^{1/2}\sigma(A)\mathrm{d}B(t), \tag{19}$$

где $B(t)$ - стандартные винеровские процессы.

$$m(A) = \left\langle F_1 + \int_{-\infty}^{0} \left(\frac{\partial G_{1k}}{\partial A}\Big|_t G_{1l}\Big|_{t+\tau} + \frac{\partial G_{1k}}{\partial \Theta}\Big|_t G_{2l}\Big|_{t+\tau} \right) R_{kl}(\tau)\mathrm{d}\tau \right\rangle_{\Phi}$$

$$b(A) = (\sigma(A))^{2=} \left\langle \int_{-\infty}^{\infty} \left(\partial G_{1k}\big|_t G_{1l}\big|_{t+\tau} \right) R_{kl}(\tau)\mathrm{d}\tau \right\rangle_{\Phi} \tag{20}$$

и $\langle\cdot\rangle_{\Phi}$ обозначает операцию усреднения по Φ от 0 до 2π, т.е.

$$\langle\cdot\rangle_{\Phi} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} (\cdot)\mathrm{d}\Phi. \tag{21}$$

Для получения явных выражений для $m(A)$ и $\sigma(A)$ в уравнении (20) были предприняты следующие шаги: сначала разложение F_1, G_{ik} в ряд Фурье по Φ, интегрирование по τ и затем усреднение по Φ.

Уменьшенные уравнения ФПК, связанные с усредненными уравнениями Ито, имеют следующие формы

$$0=-\frac{\partial(m(A)p(A))}{\partial A}+\frac{1}{2}\frac{\partial^2(b(A)p(A))}{\partial A^2}, \tag{22}$$

где $p(A)$ - стационарная плотность вероятности амплитуды. Стационарную плотность вероятности амплитуды $p(A)$ легко получить, решив уравнение (22), используя метод конечных разностей [7]. Стационарная плотность вероятности $p(q)$ обобщенного смещения тогда получается следующим образом

$$p(q)=\int_{-\infty}^{\infty}p(q,p)\mathrm{d}p, \tag{23}$$

где $p(q,p)$ - стационарная совместная плотность вероятности обобщенного смещения и обобщенного момента. Она определяется как

$$p(q,p)=\frac{p(H)}{T(H)}|_{H=H_{(q,p)}}, \qquad p(H)=p(A)\left|\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}H}\right|=\frac{p(A)}{g(A)(1+h)}|_{A=U^{-1}(H)-B}. \tag{24}$$

Это стационарная совместная плотность вероятности обобщенного смещения и обобщенного момента.

Отметим, что строгий анализ ошибок, возникающих при стохастическом усреднении, в открытой литературе не приводился. Поэтому аналитическая оценка погрешностей предложенного метода может быть проведена только путем сравнения с прямым моделированием.

Выводы и перспективы дальнейших исследований. В данной работе был предложен приближенный метод прогнозирования стационарного отклика (ОСС) нелинейной МПС при широкополосном случайном возбуждении. Исходная система может быть сведена к одномерному уравнению Ито с марковскими скачками на основе метода стохастического усреднения. Таким образом, соответствующее стационарное уравнение ФПК, которое оперирует плотностями вероятностей перемещений и моментов, решается. Сравнение аналитических результатов, полученных с помощью предложенного метода, с результатами цифрового моделирования показывает, что предложенный метод является целесообразным для решения задач случайных колебаний нелинейного МПС. Следует отметить, что предложенный метод может быть распространен на многоопорные МПС.

Список литературы

1. *Fang, YW,* Wu YL and Wang HQ. Optimal control theory of stochastic jump system. // Beijing: National Defense Industry Press, 2012.

2. *Ghosh, MK,* Arapostathis A and Marcus SL. Ergodic control of switching diffusions. // SIAM J Control Optim 1997.

3. *Fragoso, MD* and Hemerly EM. Optimal control for a class of noisy linear systems with Markovian jumping parameters and quadratic cost. // Int J Syst Sci 1991.

4. *Kats, L* and Krasosvkii NN. On the stability of systems with random parameters. // J Appl Math Mech 1960.

5. *Santilla´n, M* and Qian H. Stochastic thermodynamics across scales: Emergent inter-attractoral discrete Markov jump process and its underlying continuous diffusion. // Phys A 2013.

6. *Wu, ST.* The theory of stochastic jump system and its application. // Beijing: Science Press, 2007.

7. *Макаров, Б. П.* Нелинейные задачи статистической динамики машин и приборов. – М.: Машиностроение, 1983. – 264 с.

8. *Хасьминский, Р. З.* Устойчивость систем дифференциальных уравнений при случайных возмущениях их параметров. – М.: Наука, 1969. – 368 с.

Olga Yu. Tsirkulenko
2nd year Master's student of the direction of training
Profiles: Mathematics
GOU VO LPR "Lugansk State
Pedagogical University "
e-mail: olga.tsirkulenko.99mail.ru
Svetlana V. Temnikova
Candidate of Technical Sciences, Associate Professor,
Acting Head of the Department of Fundamental Mathematics
GOU VO LPR "Lugansk State
Pedagogical University "

STATIONARY RESPONSE OF NONLINEAR MARKOVIAN JUMP SYSTEM UNDER WIDE-BAND RANDOM EXCITATION

Annotation. We consider the process of modeling the steady-state response of a nonlinear Markovian jump-shaped system under broadband random excitation. A weighted average probability system was used to approximate the original system. It was then reduced to a system described by one-dimensional averaged Ito equations. Approximate stationary probability densities of the original system have been obtained for different jump rules by solving the corresponding Fokker-Planck-Kolmogorov equation.

Key words: nonlinear Markov jump, stochastic averaging method, broadband random excitation, Fokker-Planck-Kolmogorov equation.

УДК 517.956

Юрко Александр Валерьевич
магистрант 2 курса направления подготовки
«Математика»
ГОУ ВО ЛНР «ЛГПУ»
e-mail: svaerevich@gmail.com
Скринникова Анна Владимировна
старший преподаватель кафедры фундаментальной математики
ГОУ ВО ЛНР «ЛГПУ»
e-mail: ann3005@rambler.ru

ИССЛЕДОВАНИЕ ОДНОЙ ЛИНЕЙНОЙ ПЕРЕОПРЕДЕЛЕННОЙ СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ

Аннотация. В работе проведено исследование линейной системы дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка, применяющейся, в том числе, в механике деформируемого твердого тела. Переход к системе с большим числом неизвестных осуществлен заменой производных 1-го и 2-го порядков в правых частях новыми функциями осуществлен. Получены явные условия совместности системы. Результаты целесообразно использовать при решении прикладных задач теории упругости, механики, физики.

Ключевые слова: система уравнений в полных дифференциалах, механика деформируемого твердого тела.

Актуальность и постановка проблемы. Многие прикладные задачи гидродинамики, теории упругости, электромагнитной теории поля сводятся к переопределенным системам дифференциальных уравнений в частных производных.

Если в 1921 г. Э. Гурсом [6] исследовались в основном переопределенные системы первого порядка с одной неизвестной функцией, то начиная с 1970 г. [3] уже исследовались системы с одной, двумя и более неизвестными функциями, квазилинейные и нелинейные системы двух и трех уравнений.

Цель работы – исследование переопределенной системы в частных производных второго порядка, встречающейся в механике деформируемого твердого тела (МДТТ).

Изложение основного материала. В современных исследованиях по МДТТ, теории пластичности и в классической литературе подробно исследовались частные случаи реализации процессов однородной деформации твердого тела [1–6]. Исследованы влияния некоторых сдвиговых (сдвигающего, касательного, крутящегося) усилий на упругопластическое напряженное состояние тела, ослабленного, например цилиндрической полостью, при наличии внутреннего давления [4]. Исследование же свойств различных сжимаемых упругопластических тел (балок, пластин, грунтов, бетона и т.п.) сводится к нахождению условий совместности и уточнению множества решений переопределенных систем шести линейных уравнений в частных производных второго порядка, которые отражают происходящие в телах физические и механические процессы (в частности, неоднородно-простые деформации):

$$
\begin{cases}
V_{33}\dfrac{\partial^2 A}{\partial x_2^2}+V_{22}\dfrac{\partial^2 A}{\partial x_3^2}-2V_{23}\dfrac{\partial^2 A}{\partial x_2\partial x_3}=2\left(\dfrac{\partial V_{23}}{\partial x_3}-\dfrac{\partial V_{33}}{\partial x_2}\right)\dfrac{\partial A}{\partial x_2}+2\left(\dfrac{\partial V_{23}}{\partial x_2}-\dfrac{\partial V_{22}}{\partial x_3}\right)\dfrac{\partial A}{\partial x_3},\\
V_{11}\dfrac{\partial^2 A}{\partial x_3^2}+V_{33}\dfrac{\partial^2 A}{\partial x_1^2}-2V_{31}\dfrac{\partial^2 A}{\partial x_3\partial x_1}=2\left(\dfrac{\partial V_{31}}{\partial x_1}-\dfrac{\partial V_{11}}{\partial x_3}\right)\dfrac{\partial A}{\partial x_3}+2\left(\dfrac{\partial V_{31}}{\partial x_3}-\dfrac{\partial V_{33}}{\partial x_1}\right)\dfrac{\partial A}{\partial x_1},\\
V_{22}\dfrac{\partial^2 A}{\partial x_1^2}+V_{11}\dfrac{\partial^2 A}{\partial x_2^2}-2V_{12}\dfrac{\partial^2 A}{\partial x_1\partial x_2}=2\left(\dfrac{\partial V_{12}}{\partial x_2}-\dfrac{\partial V_{22}}{\partial x_1}\right)\dfrac{\partial A}{\partial x_1}+2\left(\dfrac{\partial V_{12}}{\partial x_1}-\dfrac{\partial V_{11}}{\partial x_2}\right)\dfrac{\partial A}{\partial x_2},\\
-V_{33}\dfrac{\partial^2 A}{\partial x_1\partial x_2}+V_{23}\dfrac{\partial^2 A}{\partial x_1\partial x_3}+V_{31}\dfrac{\partial^2 A}{\partial x_2\partial x_3}-V_{12}\dfrac{\partial^2 A}{\partial x_3^2}=\\
=\left(\dfrac{\partial V_{33}}{\partial x_2}-\dfrac{\partial V_{23}}{\partial x_3}\right)\dfrac{\partial A}{\partial x_1}+\left(\dfrac{\partial V_{33}}{\partial x_1}-\dfrac{\partial V_{31}}{\partial x_3}\right)\dfrac{\partial A}{\partial x_2}-\left(\dfrac{\partial V_{23}}{\partial x_1}+\dfrac{\partial V_{31}}{\partial x_2}-2\dfrac{\partial V_{12}}{\partial x_2}\right)\dfrac{\partial A}{\partial x_3},\\
-V_{11}\dfrac{\partial^2 A}{\partial x_2\partial x_3}+V_{31}\dfrac{\partial^2 A}{\partial x_2\partial x_1}+V_{12}\dfrac{\partial^2 A}{\partial x_3\partial x_1}+V_{23}\dfrac{\partial^2 A}{\partial x_1^2}=\\
=\left(\dfrac{\partial V_{11}}{\partial x_3}-\dfrac{\partial V_{31}}{\partial x_1}\right)\dfrac{\partial A}{\partial x_2}+\left(\dfrac{\partial V_{11}}{\partial x_2}-\dfrac{\partial V_{12}}{\partial x_1}\right)\dfrac{\partial A}{\partial x_3}-\left(\dfrac{\partial V_{31}}{\partial x_2}+\dfrac{\partial V_{12}}{\partial x_3}-2\dfrac{\partial V_{23}}{\partial x_1}\right)\dfrac{\partial A}{\partial x_1},\\
-V_{22}\dfrac{\partial^2 A}{\partial x_3\partial x_1}+V_{12}\dfrac{\partial^2 A}{\partial x_3\partial x_2}+V_{23}\dfrac{\partial^2 A}{\partial x_1\partial x_2}+V_{31}\dfrac{\partial^2 A}{\partial x_2^2}=\\
=\left(\dfrac{\partial V_{22}}{\partial x_1}-\dfrac{\partial V_{12}}{\partial x_2}\right)\dfrac{\partial A}{\partial x_3}+\left(\dfrac{\partial V_{22}}{\partial x_3}-\dfrac{\partial V_{23}}{\partial x_2}\right)\dfrac{\partial A}{\partial x_1}-\left(\dfrac{\partial V_{12}}{\partial x_3}+\dfrac{\partial V_{23}}{\partial x_1}-2\dfrac{\partial V_{31}}{\partial x_2}\right)\dfrac{\partial A}{\partial x_2},
\end{cases}
\tag{1}
$$

где $V_{ij}=V_{ij}\left(x_1,x_2,x_3\right)\in C^2, i, j=1,2,3$ являются заданными функциями, а $A=A\left(x_1,x_2,x_3\right)$ – неизвестная функция, которую можно найти из класса C^2, и иногда из C^3 – класса непрерывно-дифференцируемых функций 3-го порядка. Коэффициенты (1) удовлетворяют уравнениям (2), в силу механических свойств процессов, происходящих в твердых телах.

$$\begin{gathered}
\frac{\partial V_{33}}{\partial x_2^2}+\frac{\partial^2 V_{22}}{\partial x_3^2}-2\frac{\partial^2 V_{23}}{\partial x_2 \partial x_3}=0,\ \ \frac{\partial V_{11}}{\partial x_3^2}+\frac{\partial^2 V_{33}}{\partial x_1^2}-2\frac{\partial^2 V_{31}}{\partial x_3 \partial x_1}=0, \\
\frac{\partial V_{22}}{\partial x_1^2}+\frac{\partial^2 V_{11}}{\partial x_2^2}-2\frac{\partial^2 V_{12}}{\partial x_3 \partial x_1}=0,\ \ -\frac{\partial V_{33}}{\partial x_1 \partial x_2}+\frac{\partial}{\partial x_3}\left(\frac{\partial V_{23}}{\partial x_1}+\frac{\partial V_{31}}{\partial x_2}-\frac{\partial V_{12}}{\partial x_3}\right)=0, \\
-\frac{\partial V_{11}}{\partial x_2 \partial x_3}+\frac{\partial}{\partial x_1}\left(\frac{\partial V_{31}}{\partial x_2}+\frac{\partial V_{12}}{\partial x_3}-\frac{\partial V_{23}}{\partial x_1}\right)=0, \\
-\frac{\partial V_{22}}{\partial x_3 \partial x_1}+\frac{\partial}{\partial x_2}\left(\frac{\partial V_{12}}{\partial x_3}+\frac{\partial V_{23}}{\partial x_1}-\frac{\partial V_{31}}{\partial x_2}\right)=0.
\end{gathered} \tag{2}$$

Рассмотрим частные случаи системы уравнений (1), имеющие определенный механический смысл.

Исследуем (1), в случае если:

$$V_{12}\equiv V_{21}\equiv V_{13}\equiv V_{31}\equiv V_{23}\equiv V_{32}\equiv 0,\ V_{ii}\left(x_1,x_2,x_3\right)6=0,\ i=1,2,3 \tag{3}$$

При $2V_{11}\cdot V_{22}\cdot V_{33}6=0$ система (1) приводится к виду:

$$\begin{cases}
\dfrac{\partial^2 A}{\partial x_1^2}=a^{(1)}\dfrac{\partial A}{\partial x_1}=b^{(1)}\dfrac{\partial A}{\partial x_2}=c^{(1)}\dfrac{\partial A}{\partial x_3}, \\
\dfrac{\partial^2 A}{\partial x_2^2}=a^{(2)}\dfrac{\partial A}{\partial x_1}=b^{(2)}\dfrac{\partial A}{\partial x_2}=c^{(2)}\dfrac{\partial A}{\partial x_3}, \\
\dfrac{\partial^2 A}{\partial x_3^2}=a^{(3)}\dfrac{\partial A}{\partial x_1}=b^{(3)}\dfrac{\partial A}{\partial x_2}=c^{(3)}\dfrac{\partial A}{\partial x_3}, \\
\dfrac{\partial^2 A}{\partial x_1 \partial x_2}=a^{(4)}\dfrac{\partial A}{\partial x_1}=b^{(4)}\dfrac{\partial A}{\partial x_2}=c^{(4)}\dfrac{\partial A}{\partial x_3}, \\
\dfrac{\partial^2 A}{\partial x_2 \partial x_3}=a^{(5)}\dfrac{\partial A}{\partial x_1}=b^{(5)}\dfrac{\partial A}{\partial x_2}=c^{(5)}\dfrac{\partial A}{\partial x_3}, \\
\dfrac{\partial^2 A}{\partial x_3 \partial x_1}=a^{(6)}\dfrac{\partial A}{\partial x_1}=b^{(6)}\dfrac{\partial A}{\partial x_2}=c^{(6)}\dfrac{\partial A}{\partial x_3},
\end{cases} \tag{4}$$

где $a^{(i)},\ b^{(i)},\ c^{(i)}$ имеют вид

$$\begin{cases} a^{(1)} = \dfrac{\partial}{\partial x_1}\left[\ln\left(V_{22}\right)\cdot V_{33}\right],\ b^{(1)} = \dfrac{V_{11}}{V_{22}}\dfrac{\partial}{\partial x_2}\left[\ln\left(\dfrac{V_{33}}{V_{11}}\right)\right],\ c^{(1)} = \dfrac{V_{11}}{V_{33}}\dfrac{\partial}{\partial x_3}\left[\ln\left(\dfrac{V_{22}}{V_{11}}\right)\right], \\ a^{(2)} = \dfrac{V_{22}}{V_{11}}\dfrac{\partial}{\partial x_1}\left[\ln\left(\dfrac{V_{33}}{V_{22}}\right)\right],\ b^{(2)} = -\dfrac{\partial}{\partial x_2}\left[\ln\left(V_{22}\cdot V_{33}\right)\right],\ c^{(2)} = \dfrac{V_{22}}{V_{33}}\dfrac{\partial}{\partial x_3}\left[\ln\left(\dfrac{V_{22}}{V_{11}}\right)\right], \\ a^{(3)} = \dfrac{V_{33}}{V_{11}}\dfrac{\partial}{\partial x_1}\left[\ln\left(\dfrac{V_{33}}{V_{22}}\right)\right],\ b^{(3)} = \dfrac{V_{33}}{V_{22}}\dfrac{\partial}{\partial x_2}\left[\ln\left(\dfrac{V_{33}}{V_{11}}\right)\right],\ c^{(3)} = -\dfrac{\partial}{\partial x_3}\left[\ln\left(V_{11}\cdot V_{22}\right)\right], \\ a^{(4)} = -\dfrac{\partial}{\partial x_2}\left[\ln V_{33}\right],\ b^{(4)} = \dfrac{\partial}{\partial x_1}\left[\ln V_{33}\right],\ c^{(4)} = 0, \\ a^{(5)} = -\dfrac{\partial}{\partial x_2}\left[\ln V_{33}\right],\ b^{(5)} = \dfrac{\partial}{\partial x_1}\left[\ln V_{33}\right],\ c^{(5)} = 0, \\ a^{(6)} = -\dfrac{\partial}{\partial x_3}\left[\ln V_{22}\right],\ b^{(6)} = 0,\ c^{(6)} = -\dfrac{\partial}{\partial x_1}\left[\ln V_{22}\right], \end{cases}$$

и связаны между собой равенствами:

$$V_{33}a^{(2)} + V_{22}a^{(3)} = 0,\ V_{33}b^{(1)} + V_{11}b^{(3)} = 0,\ V_{22}c^{(1)} + V_{11}c^{(2)} = 0.$$

Приведем (4) к системе уравнений в полных дифференциалах с помощью подстановки

$$\frac{\partial A}{\partial x_1} = p\left(x_1, x_2, x_3\right),\ \frac{\partial A}{\partial x_3} = q\left(x_1, x_2, x_3\right),\ \frac{\partial A}{\partial x_2} = R\left(x_1, x_2, x_3\right),$$

где p, q и R - новые неизвестные функции, связанные между собой равенствами

$$\frac{\partial p}{\partial x_2} = \frac{\partial q}{\partial x_1},\ \frac{\partial p}{\partial x_3} = \frac{\partial R}{\partial x_2},\ \frac{\partial p}{\partial x_3} = \frac{\partial R}{\partial x_1},$$

которые следуют из тождеств:

$$\frac{\partial^2 A}{\partial x_1 \partial x_2} = \frac{\partial^2 A}{\partial x_2 \partial x_1},\ \frac{\partial^2 A}{\partial x_2 \partial x_3} = \frac{\partial^2 A}{\partial x_3 \partial x_2},\ \frac{\partial^2 A}{\partial x_3 \partial x_1} = \frac{\partial^2 A}{\partial x_1 \partial x_3}.$$

После преобразований получим систему в полных дифференциалах:

$$\begin{cases} \frac{\partial A}{\partial x_1}=p,\ \frac{\partial A}{\partial x_2}=q,\ \frac{\partial A}{\partial x_3}=R, \quad \frac{\partial p}{\partial x_1}=a^{(1)}p+b^{(1)}q+c^{(1)}R, \\ \frac{\partial p}{\partial x_2}=a^{(4)}p+b^{(4)}q,\ \frac{\partial p}{\partial x_3}=\frac{\partial R}{\partial x_1}=a^{(6)}p+b^{(6)}R, \\ \frac{\partial p}{\partial x_1}=\frac{\partial p}{\partial x_2}=a^{(4)}p+b^{(4)}q,\ \frac{\partial q}{\partial x_2}=a^{(2)}p+b^{(2)}q+c^{(2)}R, \\ \frac{\partial q}{\partial x_3}=b^{(5)}q+c^{(5)}R,\ \frac{\partial R}{\partial x_1}=a^{(6)}p+c^{(6)}R, \\ \frac{\partial R}{\partial x_2}=\frac{\partial q}{\partial x_3}=b^{(5)}q+c^{(5)}R,\ \frac{\partial R}{\partial x_3}=a^{(3)}p+b^{(3)}q+c^{(3)}R, \end{cases} \tag{5}$$

Чтобы получить систему (5) в работах [2; 4] приведена основательная теория. Из 12-ти равенств смешанных производных, которые обеспечивают совместность системы (5), первые три выполняются автоматически, остальные девять после замены появляющихся производных первого порядка правыми частями из системы (5) приводят к системе линейных уравнений [2]:

$$L_i \equiv M_i p + N_i q + Q_i R = 0, \quad i = 1,2,\dots,9. \tag{6}$$

где $M_i,\ N_i$ и $Q_i, i=1,2,\dots,9$ выражаются через коэффициенты системы (6) и их частные производные первого порядка. Так как L_2, L_6, L_9 связаны тождеством $L_2 + L_6 \equiv L_9$, которое несложно проверить, то можно отбросим $L_9 = 0$ и рассматривать только первые восемь уравнений в системе (6).

В [3] сформулирована важная теорема. Пусть дана система (1), где $V_{12} \equiv V_{21} \equiv V_{13} \equiv V_{31} \equiv V_{23} \equiv V_{32} \equiv\ 0,\ V_{ii} 6 = 0$ являются известными функциями из класса C^2, а A – искомая функция из класса C^3. Тогда при выполнении условий $M_i \equiv 0,\ N_i \equiv 0,\ Q_i \equiv 0,\ i=1,2,\dots,8$ задача (1), в которой

$$[A]_0 = c_1,\ \left[\frac{\partial A}{\partial x_2}\right] = c_2,\ \left[\frac{\partial A}{\partial x_3}\right] = c_3,\ \left[\frac{\partial A}{\partial x_4}\right] = c_4, \tag{7}$$

где константы $c_i, i = 1,2,3,4$ – произвольные, имеет единственное решение.

Иначе, при выполнении условий изложенной теоремы, в которых присутствуют и выражения (7), многообразие решений (1) содержит четыре произвольные константы c_1, c_2, c_3, c_4 .

Предположим наличие простого продолжения деформированного состояния с фиксированными в теле осями деформации. Тогда, если в системе уравнений:

$$\begin{cases} V_{33}\dfrac{\partial A}{\partial x_2^2} + V_{22}\dfrac{\partial^2 A}{\partial x_3^2} = -2\dfrac{\partial V_{33}}{\partial x_2}\cdot\dfrac{\partial A}{\partial x_2} - 2\dfrac{V_{22}}{\partial x_3}\cdot\dfrac{\partial A}{\partial x_3}, \\ V_{11}\dfrac{\partial A}{\partial x_3^2} + V_{22}\dfrac{\partial^2 A}{\partial x_1^2} = -2\dfrac{\partial V_{33}}{\partial x_3}\cdot\dfrac{\partial A}{\partial x_2} - 2\dfrac{V_{33}}{\partial x_1}\cdot\dfrac{\partial A}{\partial x_1}, \\ V_{22}\dfrac{\partial A}{\partial x_1^2} + V_{11}\dfrac{\partial^2 A}{\partial x_2^2} = -2\dfrac{\partial V_{22}}{\partial x_1}\cdot\dfrac{\partial A}{\partial x_1} - 2\dfrac{V_{11}}{\partial x_2}\cdot\dfrac{\partial A}{\partial x_2}, \\ -V_{33}\dfrac{\partial^2 A}{\partial x_1\partial x_2} = \dfrac{\partial V_{33}}{\partial x_2}\cdot\dfrac{\partial A}{\partial x_1} + \dfrac{\partial V_{33}}{\partial x_1}\cdot\dfrac{\partial A}{\partial x_2}, \\ -V_{11}\dfrac{\partial^2 A}{\partial x_2\partial x_3} = \dfrac{\partial V_{11}}{\partial x_3}\cdot\dfrac{\partial A}{\partial x_3} + \dfrac{\partial V_{11}}{\partial x_2}\cdot\dfrac{\partial A}{\partial x_2}, \\ -V_{22}\dfrac{\partial^2 A}{\partial x_3\partial x_1} = \dfrac{\partial V_{22}}{\partial x_1}\cdot\dfrac{\partial A}{\partial x_3} + \dfrac{\partial V_{22}}{\partial x_3}\cdot\dfrac{\partial A}{\partial x_1}, \end{cases} \tag{8}$$

$V_{ii}6 = 0$ – константы, то условия $M_i \equiv 0,\ N_i \equiv 0,\ Q_i \equiv 0,\ i = 1,2,...,8$, выполняются, и для системы (8) имеет место теорема без этих условий, сформулированная в [3].

Далее, исследуем (1) на плоскости в предположим, что заданные функции $V_{13} \equiv V_{31} \equiv V_{23} \equiv V_{32} \equiv\ 0, V_{11},\ V_{12},\ V_{21},\ V_{22}$ связаны уравнением

$$\frac{\partial^2 V_{22}}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 V_{11}}{\partial x_2^2} - 2\frac{\partial^2 V_{12}}{\partial x_1 \partial x_2} = 0$$

и условием $V_{33} - const \neq 0; A = A\left(x_1, x_2\right)$, где A – неизвестная функция, соответствующая случаю плоской деформации. В этом случае (1) можно привести к виду

$$V_{33}\frac{\partial^2 A}{\partial x_1^2} = 0, \quad -V_{33}\frac{\partial^2 A}{\partial x_1 \partial x_2} = 0,$$

$$V_{11}\frac{\partial^2 A}{\partial x_2^2} - 2\left(\frac{\partial^2 V_{12}}{\partial x_1} + \frac{\partial^2 V_{11}}{\partial x_2}\right)\frac{\partial A}{\partial x_2} = 2\left(\frac{\partial V_{12}}{\partial x_2} + \frac{\partial V_{22}}{\partial x_1}\right)\frac{\partial A}{\partial x_1}.$$

При выполнении условий

$$\frac{\partial}{\partial x_1}\left[\frac{1}{V_{11}}\left(\frac{\partial V_{12}}{\partial x_2} + \frac{\partial V_{22}}{\partial x_1}\right)\right] \equiv 0, \quad \frac{\partial}{\partial x_1}\left[\frac{1}{V_{11}}\left(\frac{\partial V_{12}}{\partial x_1} + \frac{\partial V_{11}}{\partial x_2}\right)\right] \equiv 0,$$

решение системы уравнений (1) имеет вид

$$\begin{gathered} A\left(x_1, x_2\right) = c_1 x_1 + \int\left\{\exp\left(2\int\frac{1}{V_{11}}\left(\frac{\partial V_{12}}{\partial x_1} - \frac{\partial V_{12}}{\partial x_2}\right)dx_2\right)\cdot\right. \\ \left.\cdot\left[c_2 + 2c_1\int\exp\left(-2\int\frac{1}{V_{11}}\left(\frac{\partial V_{12}}{\partial x_1} - \frac{\partial V_{11}}{\partial x_2}\right)dx_2\right)\frac{1}{V_{11}}\left(\frac{\partial V_{12}}{\partial x_2} - \frac{\partial V_{22}}{\partial x_1}\right)dx_2\right]\right\}. \end{gathered} \tag{9}$$

В случае простого пространственного продолжения плоской деформации: $V_{13} \equiv V_{31} \equiv V_{23} \equiv V_{32} \equiv V_{33} \equiv 0$, а оставшиеся коэффициенты в системе (1) являются заданными функциями $A = A\left(x_1, x_2, x_3\right)$. Такое состояние обобщает предыдущий случай плоской деформации. Система уравнений (1) при сделанных предположениях примет вид:

$$\begin{cases} V_{22}\dfrac{\partial^2 A}{\partial x_3^2}=0,\ V_{12}\dfrac{\partial^2 A}{\partial x_3^2}=0,\ V_{11}\dfrac{\partial^2 A}{\partial x_3^2}=0, \\ -V_{22}\dfrac{\partial^2 A}{\partial x_3\partial x_1}+V_{12}\dfrac{\partial^2 A}{\partial x_3\partial x_2}=\left(\dfrac{\partial^2 V_{22}}{\partial x_1}-\dfrac{\partial^2 V_{12}}{\partial x_1}\right)\dfrac{\partial A}{\partial x_3}, \\ V_{12}\dfrac{\partial^2 A}{\partial x_3\partial x_1}-V_{11}\dfrac{\partial^2 A}{\partial x_2\partial x_3}=\left(\dfrac{\partial^2 V_{11}}{\partial x_3}-\dfrac{\partial^2 V_{12}}{\partial x_1}\right)\dfrac{\partial A}{\partial x_3}, \\ V_{22}\dfrac{\partial^2 A}{\partial^2 \partial x_1}+V_{11}\dfrac{\partial^2 A}{\partial x_2^2}-2V_{12}\dfrac{\partial^2 A}{\partial x_1\partial x_2}=2\left(\dfrac{\partial V_{12}}{\partial x_2}-\dfrac{\partial V_{22}}{\partial x_1}\right)\dfrac{\partial A}{\partial x_1}+2\left(\dfrac{\partial V_{12}}{\partial x_1}-\dfrac{\partial V_{11}}{\partial x_2}\right)\dfrac{\partial A}{\partial x_2}. \end{cases} \tag{10}$$

Если $\Delta\equiv V_{11}V_{22}-V_{12}{}^2\neq 0$, то при выполнении условий

$$\frac{\partial}{\partial x_2}(J_1)-\frac{\partial}{\partial x_1}(J_2)\equiv 0,$$

$$2V_{12}J_1J_2-V_{22}J_1^2-V_{11}J_2^2+2\left(\frac{\partial V_{12}}{\partial x_2}-\frac{\partial V_{22}}{\partial x_1}\right)\cdot J_1+2\left(\frac{\partial V_{12}}{\partial x_2}-\frac{\partial V_{11}}{\partial x_2}\right)J_2\equiv 0,$$

где J_1 и J_2 можно выразить равенствами

$$J_1=\frac{V_{11}}{\Delta}\left(-\frac{\partial V_{22}}{\partial x_1}+\frac{\partial V_{12}}{\partial x_2}\right)+\frac{V_{12}}{\Delta}\left(-\frac{\partial V_{12}}{\partial x_1}+\frac{\partial V_{11}}{\partial x_2}\right),$$

$$J_2=\frac{V_{12}}{\Delta}\left(-\frac{\partial V_{12}}{\partial x_1}+\frac{\partial V_{22}}{\partial x_2}\right)+\frac{V_{22}}{\Delta}\left(-\frac{\partial V_{12}}{\partial x_1}+\frac{\partial V_{11}}{\partial x_2}\right),$$

система (1) может иметь решение вида:

$$A(x_1,x_2,x_3)=c_1x_3\exp(W(x_1,x_2))+\varphi(x_1,x_2), \tag{11}$$

где C_1 – постоянная, а $W(x_1,x_2)=\int\limits_0^{x_1}J_1dx_1+\int\limits_0^{x_0}J_2\left(x_1^0,x_2\right)dx_2$, а $\varphi\left(x_1,x_2\right)$ является функцией, удовлетворяющей равенству

$$V_{22}(x_1,x_2)\frac{\partial^2\varphi}{\partial x_1^2}+V_{11}(x_1,x_2)\frac{\partial^2\varphi}{\partial x_2^2}-2V_{12}(x_1,x_2)\frac{\partial^2\varphi}{\partial x_1\partial x_2}-$$

$$-2\left(\frac{\partial V_{12}}{\partial x_2}-\frac{\partial V_{22}}{\partial x_1}\right)\frac{\partial\varphi}{\partial x_1}-2\left(\frac{\partial V_{12}}{\partial x_1}-\frac{\partial V_{11}}{\partial x_2}\right)\frac{\partial\varphi}{\partial x_2}=0.$$

В случае нулевого определителя $\Delta \equiv V_{11}V_{22} - V_{12}{}^{2} \equiv 0$ и при $V_{11}\left(\frac{\partial V_{22}}{\partial x_1} - \frac{\partial V_{12}}{\partial x_2}\right) + V_{12}\left(\frac{\partial V_{11}}{\partial x_2} - \frac{\partial V_{12}}{\partial x_1}\right) \neq 0$, умножая 4-е уравнение системы (10) на V_{11}, а 5-е на V_{12} и складывая их, получим уравнение:

$$0 = \Delta \frac{\partial^2 A}{\partial x_3 \partial x_1} = \left(-V_{11}V_{22} + V_{12}^2\right)\frac{\partial^2 A}{\partial x_3 \partial x_1} = \left(V_{11}\left(\frac{\partial V_{22}}{\partial x_1} - \frac{\partial V_{12}}{\partial x_2}\right) + V_{12}\left(\frac{\partial V_{11}}{\partial x_2} - \frac{\partial V_{12}}{\partial x_1}\right)\right)\frac{\partial A}{\partial x_3},$$

откуда получим, что $\frac{\partial A}{\partial x_3} = 0$. По аналогии с [5], здесь имеет место случай простого пространственного продолжения плоской деформации тела.

В случае $V_{11}V_{22} - V_{12}^2 = 0$ и $V_{11}\left(\frac{\partial V_{22}}{\partial x_1} - \frac{\partial V_{12}}{\partial x_2}\right) + V_{12}\left(\frac{\partial V_{11}}{\partial x_2} - \frac{\partial V_{12}}{\partial x_1}\right) \equiv 0$ 4-е и 5-е уравнения системы (10) совпадают, и решение находим с двумя произвольными функциями $\phi(\omega)$ и $\psi(x_1,x_2)$:

$$A\left(x_1, x_2, x_3\right) = x_3 F\left(x_1, x_2\right)\phi(\omega) + \psi\left(x_1, x_2\right),$$

где функция $\omega = \omega(x_1,x_2)$ удовлетворяет тождеству $V_{12}\left(\frac{\partial \omega}{\partial x_1} - \frac{\partial \omega}{\partial x_2}\right) \equiv 0$, а $F(x_1,x_2)$ является известной функцией.

Выводы и перспективы дальнейших исследований. Исследование линейной системы дифференциальных уравнений в частных производных, встречающейся в механике деформируемого твердого тела, путем подстановки и получения переопределенной системы позволило уточнить множество частных решений, отражающих происходящие в телах механические процессы. Результаты целесообразно использовать при решении прикладных задач.

Список литературы

1. *Абдурагимов, Г. Э.* О существовании и единственности положительного решения краевой задачи для одного нелинейного функционально-дифференциального уравнения второго порядка // Материалы уфимской осенней математической школы, Уфа – 2021. URL: https://confbsu.bashedu.ru/media/konference-24-publicaciya-pdf-eb620e8d-0b36-4ea9-9a9d-3a571a50fa6f-3-4-6-7.pdf.

2. *Пиров, Р.* О некоторых нелинейных системах дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка / Р. Пиров // Известия вузов. Математика, 2017. – №1. – С. 132–140.

3. *Пиров, Р.* Онекоторых переопределенных системах дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка // Ученые зап. Казан. ун-та. Серия Физ.-мат. науки. – 2016. – Т. 158, кн. 4. – С. 544–556.

4. *Рахимова, М. А.* О некоторых функциональных уравнениях в пространствах Шварца и их приложениях / С. Байзаев, М. А. Рахимова // Уфимский математический журнал. 2018. – Том 10. №1. – С. 52.

5. *Шамсудинов, Ф. М.* Об одной переопределенной системе дифференциальных уравнений второго порядка с сингулярными коэффициентами / Шамсудинов Ф. М., Ханимкулов А.С. // Материалы уфимской осенней математической школы, Уфа – 2021. URL: https://conf-bashedu-fmit.ru/media/51e72c7a.pdf.

6. *Эльсгольц, Л. Э.* Дифференциальные уравнения. – М.: Едиториал УРСС, 2021 – 312 с.

Alexander V. Yurko
student of the 2nd year of the masters programm
01.04.01 «Mathematics»
Lugansk State Pedagogical University
e-mail: svaerevich@gmail.com
Anna V. Skrinnikova
Senior Lecturer of the Department of Fundamental Mathematics
Lugansk State Pedagogical University
e-mail: ann3005@rambler.ru

STUDY OF A LINEAR OVERDETERMINATED SYSTEM OF DIFFERENTIAL EQUATIONS IN PARTIAL DERIVATIVES

Abstract. In this paper studies a linear system of differential equations in partial derivatives of the second order, which is used, among other things, in the mechanics of a deformable solid body. The transition to a system with a large number of unknowns is carried out by replacing the derivatives of the 1st and 2nd orders in the right parts with new functions. Explicit conditions for system compatibility are obtained. It is expedient to use the results in solving applied problems of hydrodynamics, gas dynamics, elasticity theory, mechanics, and physics.

Keywords: system of equations in total differentials, mechanics of a deformable solid body.

СЕКЦИЯ 3

АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ МЕТОДИКИ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ В ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ УЧРЕЖДЕНИЯХ I–III УРОВНЕЙ АККРЕДИТАЦИИ

УДК 372.8:51

Антонова Ирина Владимировна
кандидат педагогических наук, доцент,
доцент кафедры высшей математики и
математического образования
ФГБОУ ВО «Тольяттинский
государственный университет»
e-mail: I.Antonova2@tltsu.ru
Оркина Эльвира Львовна
магистрант направления подготовки
«Педагогическое образование», направленность (профиль)
«Математическое образование»
ФГБОУ ВО «Тольяттинский
государственный университет»,
e-mail: zharnikova97@mail.ru

НЕКОТОРЫЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ОРГАНИЗАЦИИ ОБУЧЕНИЯ ТЕОРЕМАМ НА УРОКАХ ГЕОМЕТРИИ В ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ШКОЛЕ

Аннотация. В статье рассмотрены методические аспекты обучения теоремам в школьном курсе геометрии. Показана необходимость применения технологии деятельностного подхода при изучении школьного курса геометрии.

Ключевые слова: обучение теоремам, теорема, виды теорем, этапы изучения теорем, теорема о внешнем угле треугольника.

Актуальность и постановка проблемы. Геометрия является эффективным средством для развития умственных способностей у обучающихся и дает им «возможность правильно мыслить и рассуждать» [3]. Изучение геометрии способствует не только формированию у них определенных геометрических знаний, но и способствует развитию их личности, умению логически мыслить и доказательно обосновывать истинность утверждений в любой сфере деятельности. Как отмечал А.В. Погорелов, «главная задача преподавания геометрии в школе - научить учащегося логически рассуждать, аргументировать свои утверждения, доказывать. Очень немногие из оканчивающих школу будут математиками, тем более геометрами. Будут и такие, которые в их практической деятельности ни разу не воспользуются теоремой Пифагора. Однако вряд ли найдется хотя бы один, которому не придется рассуждать, анализировать, доказывать» [5].

Теоретические аспекты обучения теоремам описаны в работах В.А. Гусева [5]; Я.И. Груденова [4]; В.А. Далингера [6]; Т.А. Ивановой [12]; Е.И. Лященко [7]; Н.В. Садовникова [9]; Г.И. Саранцева [10]; Н.Л. Стефановой, Н.С. Подходовой [8] и др.

Анализ предшествующих диссертационных работ, посвященных вопросам совершенствования процесса обучения теоремам в курсе геометрии, показал, что они были рассмотрены в аспекте: «формирования геометрических понятий в средней школе с использованием компьютера» (Страбыкина Л.А. [11], 2002 г.); «методики формирования системы базовых знаний по геометрии с использованием компьютерных технологий» (Абдулгалимов Г.Л. [1], 2004 г.); «критериев выбора методов обучения доказательству теорем курса геометрии основной школы» (Шалина О.Н. [13], 2012 г.); «методики обучения учащихся основной школы доказательству теорем при изучении геометрии с использованием программы GEOGEBRA» (Широкова Т.С. [14], 2016 г.) и др.

Вопрос научно-методического обеспечения обучения теоремам в образовательном процессе является недостаточно изученным.

Изложение основного материала. В методической литературе описано понятие теоремы, ее структура и виды, основные методы доказательства теорем; этапы изучения теорем. Так, известно, что под теоремой понимается «математическое предложение, истинность которого устанавливается посредством доказательства; для словесной формулировки теоремы используются категорическая, условная и разделительная формы суждения; любая геометрическая теорема состоит из трех частей: разъяснительная часть; условие теоремы; заключение теоремы; виды теорем: прямая, обратная, противоположная обратной, обратная к противоположной» [6].

При организации работы с теоремой нами взята за основу технология деятельностного подхода Г.И. Саранцева, согласно которой при работе с ней необходимо придерживаться следующих этапов: «мотивация изучения теоремы; ознакомление с теоремой; формулировка теоремы; усвоение содержания теоремы; запоминание формулировки теоремы; ознакомление со способом доказательства; доказательство теоремы; применение теоремы; установление связей теоремы с изученными ранее» [10].

Рассмотрим некоторые аспекты методики работы с теоремой о *внешнем угле треугольника*.

Теорема о внешнем угле треугольника представлена во всех линиях УМК 7 класса общеобразовательной школы, является следствием теоремы о сумме углов треугольника; рассматривается после изучения вертикальных и смежных углов; признаков равенства треугольников. Формулировка теоремы: «Внешний угол треугольника равен сумме двух углов треугольника, не смежных с ним» [2, с. 70].

Логический анализ теоремы показывает, что она представлена в *категорической форме* суждения. Для работы на уроке будет необходима переформулировка теоремы в *условной форме*: «Если угол треугольника является внешним, то он равен сумме двух его углов, не смежных с ним». *Основные части* теоремы: разъяснительная - множество углов треугольника (внутренних и внешних); условие – угол треугольника является внешним; заключение - внешний угол треугольника равен сумме двух его углов, не смежных с ним. Приведем утверждения, которые можно сформулировать для данной теоремы:

1. «Если угол треугольника равен сумме двух других углов, не смежных с ним, то этот угол внешний» (обратное утверждение; ложное).

2. «Если угол треугольника не внешний, то он не равен сумме двух его углов, не смежных с ним» (противоположное утверждение; ложное).

3. «Если угол треугольника не равен сумме двух других углов, не смежных с ним, то этот угол не внешний» (противоположное к обратному утверждение; верное).

В формулировке теоремы рассматриваются *понятия*: внешний угол; треугольник; смежный угол; внутренний угол треугольника; сумма углов; отношения «быть равным»; «быть смежным» (в неявном виде, как видовое отличие внешнего угла), «быть не смежным». На теореме о внешнем угле треугольника основано доказательство теоремы о соотношениях между сторонами и углами треугольника.

Анализ доказательства теоремы показывает, что для обучающихся 7 класса приводится синтетический метод – метод преобразования условия теоремы. Теоретическую базу, на которую опирается доказательство теоремы составляют понятия внешнего угла, смежного угла, свойство смежных углов, теорема о сумме углов треугольника.

Опишем некоторые этапы работы над теоремой и приёмы организации учебной деятельности обучающихся.

В качестве *заданий на актуализацию опорных знаний* могут быть предложены задания на п*овторение теоремы о сумме углов треугольника;* понятия *смежных углов; обобщение понятия внешнего угла треугольника.*

Для организации *этапа мотивации к изучению теоремы* нами предлагается практическая работа.

Учитель дает школьникам чертежи с разными треугольниками (рис. 1), но с одинаковыми обозначениями углов, план работы. Они измеряют углы в парах, наносят данные в таблицу (табл. 1) на доске.

Таблица 1 – Рабочая таблица для сравнения углов

№ треугольника	Величина $\angle$ MBC	Величины углов, не смежных с $\angle$MBC	Результат сравнения $\angle$MBC и суммы углов, не смежных с ним

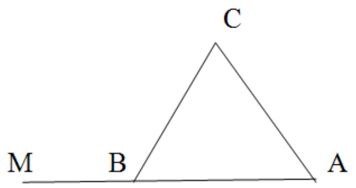


Рисунок 1 – К практической работе

План практической работы:

1. Измерьте с помощью транспортира ∠ MBC. Запишите ∠ MBC….

2. Отметьте углы Δ ABC, не смежные с∠ MBC.

3. Измерьте эти углы (∠A и ∠C).

4. Найдите сумму углов, не смежных с ∠MBC.

5. Сравните ∠MBC и сумму углов, не смежных с ним.

Для *запоминания формулировки теоремы* школьникам могут быть предложены задания:

1. Выберите из следующих предложений те, которые соответствуют теореме о внешнем угле треугольника:

− Внешний угол треугольника равен сумме его двух внутренних углов.

− Чтобы найти внешний угол треугольника, достаточно найти сумму двух внутренних углов этого треугольника, не смежных с ним.

− Сумма двух внутренних углов треугольника равна внешнему углу, смежному с третьим внутренним углом этого треугольника.

− Любой внешний угол равностороннего треугольника равен 120^0.

− Теорему о внешнем угле зашифровали знаками ®, £, ʒ, ¥. Получились равенства:

А. ® = £ + ʒ. Каким знаком обозначен внутренний угол треугольника, смежный с внешним углом? Ответ поясните.

Б. ® = 1800 – (1800 – (£ + ʒ)). Какими знаками обозначены углы внутренние углы, не смежные с внешним углом треугольника.

На этапе *установления связей данной теоремы с ранее изученными теоремами* учащиеся могут решать задачи на: нахождение внешнего угла в равнобедренном треугольнике; применение свойства внешнего угла треугольника при решении задач на доказательство; вычисление углов равнобедренного треугольника и угла, образованного биссектрисой треугольника; применение теоремы от сумме углов треугольника, свойств и признаков равнобедренного треугольника. Приведем некоторые из них:

1. Углы треугольника относятся как $2 : 3 : 4$. Найдите отношение внешних углов треугольника.

2. ABC – равнобедренный треугольник с основанием AC, CD – биссектриса угла C, $\angle ADC = 150°$. Найдите $\angle B$.

3. Точки M и N лежат на стороне AC треугольника ABC, причём $\angle ABM = \angle C$ и $\angle CBN = \angle A$. Докажите, что треугольник BMN равнобедренный.

4. Прямая, проходящая через вершину A треугольника ABC, пересекает сторону BC в точке M. При этом $BM = AB$, $\angle BAM = 35°$, $\angle CAM = 15°$. Найдите углы треугольника ABC.

5. BK – биссектриса треугольника ABC, $\angle AKB : \angle CKB = 4 : 5$. Найдите разность углов A и C треугольника ABC.

Выводы и перспективы дальнейших исследований. Проблема выявления методических особенностей обучения теоремам в курсе геометрии общеобразовательной школы является одной из актуальных в теории и методике обучения математике, поэтому некоторые ее аспекты требуют дальнейшей разработки: например, не представлены методические рекомендации по обучению теоремам в курсе геометрии общеобразовательной школы; необходимо спроектировать изучение темы «Теорема синусов и теорема косинусов» на основе технологии деятельностного подхода в школьном курсе геометрии; представить результаты проведенного педагогического эксперимента.

Список литературы

1. *Абдулгалимов, Г. Л.* Методика формирования системы базовых знаний по геометрии с использованием компьютерных технологий как основы обучения решению задач: автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Дагестан. гос. пед. ун-т. – Махачкала, 2004. – 16 с.

2. *Атанасян, Л. С.* Геометрия. 7-9 классы [Текст]: учеб. для общеобразоват. учреждений / Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев и др. – 2-е изд. – М.: Просвещение, 2014. – 383 с.

3. *Галилей, Г.* Избранные произведения в двух томах. М.: Наука, 1964. Т. 2. – С. 221.

4. *Груденов, Я. И.* Изучение определений, аксиом, теорем: пособие для учителей / Я. И. Груденов. – М.: Просвещение, 1981. – 95 с.

5. *Гусев, В. А.,* Орлов В. В., Панчищина В. А. Методика обучения геометрии: Учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений / В. А. Гусев, В. В. Орлов, В. А. Панчищина и др.; под ред. В. А. Гусева. – М.: Издательский центр «Академия». – 2004. – 368 с.

6. *Далингер, В. А.* Методика обучения математике. Обучение учащихся доказательству теорем: учебное пособие для вузов / В. А. Далингер. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: Изд-во Юрайт, 2022. – 338 с. – (Высшее образование).

7. *Лященко, Е. И.* Лабораторные и практические работы по методике преподавания математике: учеб. пособие для студентов физ.-мат. спец. пед. ин-тов / Е.И. Лященко. – М.: Просвещение, 1988. – 223 с.

8. *Методика и технология обучения математике.* Лабораторный практикум: учебн. пос. для студентов матем. факультетов пед. университетов / [Н.Л. Стефанова и др.]; под научн. ред. В.В. Орлова. – М.: Дрофа, 2007. – 320 с.

9. *Садовников, Н. В.,* Шакирзянова О. Г. Методические основы обучения теоремам в школьном курсе математики // IN SITU. – 2015. – №4. – С 112-115.

10. *Саранцев. Г. И.* Методика обучения математике в средней школе. М., 2002. – 224 с.

11. *Страбыкина, Л. А.* Формирование геометрических понятий в средней

школе с использованием компьютера: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02. – Киров, 2002. – 166 с.

12. *Теория и технология обучения математике в средней школе*: учеб. пос. для студ. математич. спец. пед. вузов / Т. А. Иванова [и др.]. Под ред. Т. А. Ивановой. 2-е изд., испр. и доп. Н. Новгород: НГПУ, 2009. – 355 с.

13. *Шалина, О. Н.* Критерии выбора методов обучения доказательству теорем курса геометрии основной школы: автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Морд. гос. пед. ин-т им. М. Е. Евсевьева. – Саранск, 2012. – 23 с.

14. *Ширикова, Т. С.* Методика обучения учащихся основной школы доказательству теорем при изучении геометрии с использованием GeoGebra: автореферат дис. ... кандидата педагогических наук: 13.00.02 / Ярослав. гос. пед. ун-т им. К.Д. Ушинского. - Ярославль, 2014. – 24 с.

Irina V. Antonova
Candidate of Pedagogical Sciences,
Associate Professor,
Associate Professor of the Department
of Higher Mathematics and
mathematics education
FGBOU VO «Togliatti State University»
e-mail: I.Antonova2@tltsu.ru
Elvira L. Orkina
master student of the direction of preparation
«Pedagogical education», focus (profile)
«Mathematics Education»
FGBOU VO «Togliatti State University»
e-mail: zharnikova97@mail.ru

SOME METHODOLOGICAL FEATURES OF THE ORGANIZATION OF TEACHING THEOREMS IN GEOMETRY LESSONS IN A COMPREHENSIVE SCHOOL

Annotation. The article discusses the methodological aspects of teaching theorems in a school geometry course. The necessity of using the technology of the activity approach in the study of the school course of geometry is shown.

Key words: teaching theorems, theorem, types of theorems, stages of studying theorems, theorem on the outer angle of a triangle.

УДК 373.091.31-048.42 : [373.016 : 51]

Апрышко София Евгеньевна
студентка 5 курса направления подготовки
«Педагогическое образование (с двумя профилями),
профили: Математика и информатика»
ГОУ ВО ЛНР «Луганский государственный
педагогический университет»
e-mail: sofia.aprushkooo@mail.ru
Научный руководитель:
Дюбо Елена Николаевна
старший преподаватель
кафедры высшей математики и
методики преподавания математики
ГОУ ВО ЛНР «Луганский государственный
педагогический университет»

ОСОБЕННОСТИ ОРГАНИЗАЦИИ ПРОБЛЕМНОГО ОБУЧЕНИЯ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

Аннотация. В статье рассматриваются теоретико-методологические особенности организации проблемного обучения на уроках математики в общеобразовательных учреждениях. Проанализирована сущность проблемной ситуации, методы и условия ее реализации, а также методологические особенности организации проблемного обучения на уроках математики.

Ключевые слова: проблемное обучение, проблемная ситуация, учебная проблема, проблемный урок.

Актуальность и постановка проблемы. В «Концепции развития математического образования в Российской Федерации» говорится, что «…каждому ученику предоставляется возможность развивать интеллектуальную деятельность, используя присущие математике красоту и увлекательность». В связи с этим перед школами стоит задача развития у учащихся способности логически мыслить, общаться и взаимодействовать с математическим материалом, находить решения новых задач и формировать внутренние представления и модели математических объектов.

Федеральные государственные образовательные стандарты основного общего образования предлагают при изучении математики использовать такой подход к обучению, который обеспечивает развитие учащихся как субъектов собственной деятельности, способных самостоятельно определять цели обучения, ставить и разрабатывать новые учебные задачи, т. е. решать учебные проблемы. Данный подход включает методы исследовательского обучения, в том числе проблемное обучение, которое заключается в решении проблемных ситуаций, созданных для образовательных целей – усвоение результатов научного познания и методов получения этих результатов [3, с. 43].

Изложение основного материала. Система проблемно-ориентированного обучения описана в работах И.Я. Лернера, И.Т. Огородникова, П.И. Пидкасистого и М.Н. Скаткина, которые указывают, что ученическое развитие мобильности происходит за счет поисково-учебной деятельности, выступающей своеобразным стержнем всей учебной деятельности.

Современная трактовка проблемного обучения как ведущей методики системно-деятельностного подхода описана в работе Е.Л. Мельниковой, одного из авторов педагогической системы «Школа 2100». Данная концепция содержит в себе следующую трактовку проблемного обучения: «Проблемно-диалогическое обучение – это тип обучения, обеспечивающий творческое усвоение знаний учащимися посредством специально организованного учителем диалога. Учитель сначала в побуждающем или подводящем диалоге помогает ученикам поставить учебную проблему, то есть сформулировать тему урока или вопрос для исследования, тем самым вызывая у школьников интерес к новому материалу, формируя познавательную мотивацию. Затем посредством побуждающего или подводящего диалога учитель организует поиск решения, или «открытие» нового знания» [6, с. 41].

Анализ источников и методической литературы приводит к выводу, что системы проблемного обучения не новы, их развитие началось еще в двадцатом веке и впервые было описано в работах американских ученых. Российские педагоги и психологи одобрили системы проблемного обучения как способ развития самостоятельности и активности учащихся в поисковой и познавательной деятельности.

Ученые определяют проблемное обучение как тип исследовательского обучения, сочетающий систематическую самостоятельную исследовательскую деятельность учащихся с усвоением ими готовых научных выводов и способов их получения, организованный с точки зрения развития внутренней мотивации и мыслительных навыков к обучению.

Проблемные ситуации и учебные проблемы – это методологические концепции проблемного обучения, которые представляют собой взаимодействие и взаимосвязь двух видов деятельности: учителя и ученика. Со стороны учителя – создание системы проблемных ситуаций, управляющей активной поисковой деятельностью учащихся. Со стороны ученика – деятельность по выполнению умственных действий: восприятие, анализ проблемной ситуации, формулировка проблемы и ее решение, процесс выдвижения предложений, гипотез, аргументация, обоснование и проверка правильности выводов и решений. Данное описание учебной деятельности «включает в проблемное обучение основной вид деятельности ученика – поиск, поэтому оно относится к поисковому методу обучения» [1, с. 76].

Проблемный урок – это урок, на котором школьники вовлекаются в процесс выявления, постановки и решения учебных проблем. Основой вовлечения школьников в проблемно-поисковую деятельность (т.е. деятельность по выявлению, постановке и решению учебных проблем) являются проблемная ситуация и учебная проблема.

Структура проблемных уроков включает логические элементы познавательных процессов (действенную логику умственной деятельности) и предоставляет возможности для управления самостоятельной учебно-познавательной деятельностью учащихся.

В зависимости от особенностей конкретного учебного задания план организации проблемных уроков математики является динамичным, т.е. реализуется полностью или частично, самостоятельные пункты плана могут комбинироваться и т.д.

В системе проблемно-ориентированного обучения самостоятельный поиск знаний характеризуется последовательностью обобщенных этапов процесса обучения:

1. Постановка проблемы, ее формулировка, выявление противоречий.
2. Анализ и поиск фактов для того, чтобы лучше понять проблему, прояснить ее, найти решения и возможности для ее решения.
3. Поиск новых знаний, информации, практических примеров, выдвижение идей, гипотез для решения проблемы.
4. Поиск решения, разработка планов по отбору информации, анализ полученных знаний, проверка идей и внедрение лучших решений.
5. Подведение итогов, предложение решения проблем, нахождение решений, признанных другими [5, с. 77].

Можно выделить наиболее типичные типы проблемных ситуаций в практике преподавания:

1. Возникает разница между существующей системой знаний учащегося и новыми требованиями (между старыми знаниями и новыми фактами, между более низким и более высоким уровнями знаний, между повседневными знаниями и научными знаниями).

2. Выявляется необходимость в разработке множества вариантов выбора из имеющейся системы знаний с последующим выбором необходимого варианта.

3. Учащиеся сталкиваются с новыми практическими условиями использования имеющихся знаний, возникают проблемы при поиске способов применения знаний на практике.

4. Существует противоречие между теоретически возможным методом решения проблемы и фактической непрактичностью или непригодностью выбранного метода, а также между фактическим результатом реализации задачи и отсутствием теоретической основы.

5. Не существует прямого соответствия между схематическим представлением и фактической конструкцией устройства или механизма.

6. Существует объективное и неотъемлемое противоречие между статической природой самого изображения и динамическим процессом, который необходимо прочитать в нем.

Проблемная ситуация возникает, если ученик не знает, как решить проблему, не может ответить на проблемный вопрос и не может понять новую истину в обучении или в жизни, то есть если ученик понимает, что для объяснения новой истины не хватает предыдущих знаний.

Например, на уроке геометрии по теме «Трапеции» учащимся может быть предложена задача: трапеция ABCD (BC||AD), в которой проведена средняя линия KL. Основание трапеции |AD| равно 14 см, |BC| = 6. Стороны AB и CD равны 5 см и 7 см соответственно. Вычислите периметр трапеции KBCL.

При решении задачи учащиеся должны найти боковые стороны новой трапеции; одно из оснований известно, поэтому нужно найти длину второго основания – средней линии, но учащиеся не могут найти неизвестное (недостаточное знание трапеций). Возникает конфликт между необходимостью решить проблему и отсутствием предыдущих знаний [3, с. 59].

Проблемные ситуации возникают, когда ученикам необходимо использовать ранее приобретенные знания в новых практических условиях. Преподаватели создают такие условия, чтобы ученики могли не только использовать свои знания на практике, но и столкнуться со своими недостатками. Осознание этого факта пробуждает познавательный интерес учащихся и стимулирует поиск новых знаний.

Например, перед уроком, посвященным объему усеченной пирамиды, ученикам было дано задание найти примеры применения усеченных пирамид в жизни и попытаться определить их объемы.

Чтобы мотивировать учащихся к выполнению задания, нужно объяснить, что для того, чтобы построить, например, железнодорожную насыпь, необходимо предварительно рассчитать количество строительных материалов, то есть отметить практическую значимость задания [2, с. 117].

Одной из особенностей проблемного обучения на уроках математики является опережающий характер работы, который вызывает у учащихся трудности и одновременно готовит их к усвоению новых знаний на уроке. Повторение и актуализация базовых знаний происходит в ходе самостоятельной работы, которая заключается в анализе решения конкретной задачи [4, с. 76].

Логика проблемного урока повторяет логику познавательных процессов и продуктивной мыслительной деятельности, а их структура повторяет уроки открытия нового в рамках системно-деятельностного подхода.

Для создания условий проблемности на уроках математики необходимо придерживаться рекомендаций к требованиям по выбору методов проблемного обучения (объяснительно-иллюстративный, частично-поисковый, исследовательский и эвристический), форматам обучения (фронтальная, мелкогрупповая, парная, групповая и индивидуальная работа) и подходам (учебники, комплекты задач, материалы, рисунки, таблицы, схемы, медиасредства и другие).

Выводы и перспективы дальнейших исследований. Проблемный урок, в отличие от структуры непроблемного, имеет элементы логики познавательного процесса и создает возможности управления самостоятельной учебно-познавательной деятельностью ученика. План организации проблемного урока математики динамичен; при этом учитель выполняет роль организатора, консультанта, помощника в работе учащихся по собственному открытию нового. Из этого следует, что применение проблемного обучения на уроках повышает эффективность усвоение материала, так как на большинство поставленных задач ученик ищет ответы самостоятельно. Дальнейшие исследования по заданной теме могут быть направлены на разработку задач или фрагментов урока с использованием элементов проблемного обучения.

Список литературы

1. *Брушлинский, А. В.* Психология мышления и проблемное обучение/ А. В. Брушлинский. – М.: Знание, 1983. – 311 с.

2. *Ильницкая, И. А.* Проблемные ситуации и пути их создания на уроке/ И. А. Ильницкая. – М.: Знание, 1985. – 380 с.

3. *Кудрявцев, Т. В.* Исследование и опыт проблемного обучения / Т. В. Кудрявцев. – М.: Высшая школа, 2016. – 218 с.

4. *Кудрявцев, Т. В.* Проблемное обучение: истоки, сущность, перспективы / Т. В. Кудрявцев. – М.:Знание, 2019. – 318 с.

5. *Махмутов, М. И.* Организация проблемного обучения в школе / М. И. Махмутов. – М.: Просвещение, 2017. – 240 с.

6. *Мельникова, Е. Л.* Проблемно-диалогическое обучение как средство реализации ФГОС / Е. Л. Мелникова. – М.: Наука, 2013. – 138 с.

Sofya E. Apryshko
5th year student of the direction of training
«Pedagogical education (with two profiles),
Profiles: Mathematics and Informatics»
Lugansk State Pedagogical University
e-mail: sofia.apruchkooo@mail.ru
Scientific adviser:
Elena N. Dyubo
senior lecturer of the department of higher
mathematics and methods of teaching mathematics
Lugansk State Pedagogical University

PECULIARITIES OF THE ORGANIZATION OF PROBLEM-BASED LEARNING IN MATHEMATICS LESSONS

Annotation. The article deals with the theoretical and methodological features of the organization of problem-based learning in the lessons of mathematics in secondary schools. Analyzed the essence of the problem situation, methods and conditions of its implementation, as well as the methodological features of the organization of problem-based learning in mathematics lessons.

Key words: problem-based learning, problematic situation, learning problem, problematic lesson.

УДК: 372.851

Евсеева Елена Геннадиевна
доктор педагогических наук, профессор,
профессор кафедры высшей математики
и методики преподавания математики,
Донецкий национальный университет, г. Донецк
e-mail: e.evseeva@donnu.ru
Мельникова Карина Павловна
студентка 3 курса направления подготовки
44.03.05 «Педагогическое образование с двумя профилями,
профили: математика и информатика»,
Донецкий национальный университет, г. Донецк
e-mail: melnikkarina00@mail.ru

ИНТЕРАКТИВНЫЙ МАТЕМАТИЧЕСКИЙ МУЗЕЙ КАК ФОРМА ОРГАНИЗАЦИИ ВНЕКЛАССНОЙ РАБОТЫ ПО МАТЕМАТИКЕ В ОСНОВНОЙ ШКОЛЕ

Аннотация. Статья посвящена проблеме организации внеклассной работы по математике в основной школе в интерактивной форме. Рассмотрены понятия «интерактивное обучение», «интерактивные технологии обучения», «интерактивные методы обучения». Сформулировано авторское определение понятия «интерактивный музей математики». Предложена интерактивная экскурсия в Национальный музей математики в Нью-Йорке в виде мультимедийной презентации, разработанной в программе PowerPoint, которая служит средством расширения и углубления математических знаний и умений учащихся.

Ключевые слова: обучение математике; внеклассная работа по математике; интерактивные методы обучения; интерактивный музей математики.

Использование интерактивных методов обучения широко практиковалось в образовательной практике в 20-х гг. XX в. (проектный, лабораторно-бригадный метод, производственные, трудовые экскурсии, практики). Дальнейшая разработка этих методов присутствует в трудах В. А. Сухомлинского, а также «педагогики сотрудничества» (70–80-е гг.) – В. Ф. Шаталова, Ш. А. Амонашвили, С. Н. Лысенковой и других. В последние десятилетия XX в. американские ученые и педагоги проводили многочисленные эксперименты и научные исследования в области интерактивных методов, разработали детальные руководства для педагогов.

Проблемой использования интерактивных средств в процессе обучения школьников, в том числе и во внеклассной работе, занимались такие педагоги и ученые как Г. Г. Брусницина, Н. Я. Виленкин, В. М. Глушков, Л. А. Жукова, В. А. Извозчиков, Г. М. Коджаспирова, И. В. Роберт и другие.

Наравне с активными методами обучения в образовательном процессе применяются интерактивные методы. Интерактивные методы обучения можно рассматривать как наиболее современную форму активных методов обучения [1, 3, 4, 5].

Термин «интерактивное обучение» является сравнительно новым в педагогике. Он появился в педагогическом лексиконе в 1990-ых годах, когда понятийное пространство педагогики стало интенсивно осваиваться смежными науками. Считается, что само понятие «интерактивное обучение» происходит от термина «интерактивность», заимствованного из научного направления в социологии.

Относительно появления данного термина существуют различные версии. В научной литературе достаточно часто встречается упоминание о том, что идея интерактивного обучения возникла в середине 1990-ых годов с началом развития сети Интернет. В связи с этим ряд авторов связывают интерактивное обучение с информационными технологиями, дистанционным образованием, с использованием ресурсов Интернета, а также электронных учебников и справочников, работой в режиме онлайн и т.д. [4].

Термин «интерактивные технологии» появился в 1960-х годах XX века. В данный период средства массовой информации произвели столь значительные изменения в характере общения, что стали говорить об информационной революции. Четкого определения интерактивных средств и технологий тогда не существовало. Под интеракцией, как правило, понимали взаимодействие пользователя и программ, базы данных с субъектами управления этими программами [5, с. 56].

Под интерактивными технологиями обучения в основной школе понимается форма взаимодействия, ориентированная на более широкое взаимодействие обучающихся, друг с другом и на доминирование активности в процессе обучения. Поэтому главная особенность интерактивных методов обучения в том, что процесс обучения происходит в совместной деятельности, а все виды групповой формы могут быть отнесены к формам интерактивного обучения. Сюда же можно отнести и коллективный способ обучения, под которым понимается такая форма организации учебной деятельности, когда один учит всех, а все учат каждого.

Использование интерактивных методов и форм организации внеклассной работы дает возможность справиться с определенными трудностями, возникающими в процессе обучения. Обучение путем «обращение к себе» – это путь индивидуального формирования учащегося, так как такого рода путь является базой для самостоятельного совершенствования. Применение интерактивных технологий обучения – не самоцель. Это только лишь способ создания условий, в которых ученик вовлекаются в учебно-познавательную деятельность.

В отличие от традиционной внеклассной работы, которая отвечала требованиям образования конца XX и начала XXI века, современная внеклассная работа – это, прежде всего работа, направленная на формирование и развитие универсальных учебных действий (УУД). Результатом является не успеваемость, не объем изученного материала, а приобретаемые универсальные учебные действия учащихся, развитию которых на занятии способствует применение интерактивных технологий, переход на интерактивное обучение.

С. Т. Колмогорова отмечает, что цели интерактивных методов и форм внеклассной работы: научить самостоятельному поиску, анализу информации и выработке правильного решения ситуации в процессе обучения; научить учащихся работе в группе, коллективе: уважать чужое мнение, проявлять толерантность к другой точке зрения; научить учащихся формировать собственную точку зрения, опирающееся на определенные факты [5].

Для решения воспитательных и учебных задач учителем могут быть использованы следующие интерактивные формы: интерактивная экскурсия; использование кейс-технологий; проведение видеоконференций; круглый стол; мозговой штурм; фокус-группа; деловые и ролевые игры; кейс-стади (анализ конкретных, практических ситуаций); учебные групповые дискуссии; тренинги.

Одной из инновационных форм организации интеллектуального досуга является интерактивный музей. Как писал Ф. Оппенгеймер, развивая идеи детского музея: «Объяснение науки и техники без реквизита напоминает попытку обучения плаванию без допуска ученика к воде. Попытки создания детского музея без бутафории обречены на неудачу; требуются приборы, которые люди могут видеть и испытывать; приборы, демонстрирующие явления, которые могут быть инициированы, изменены самими посетителями» [7]. В условиях постоянного развития технических средств, применяемых в образовании, на сегодняшний день интерактивный музей является реальной формой работы с широкой аудиторией современных детей и подростков.

В научной литературе имеется достаточно определений понятия «музей». Например, в толковом словаре С. И. Ожегова музей определяется как учреждение, занимающееся собиранием, изучением, хранением и экспонированием предметов – памятников естественной истории, материальной и духовной культуры, а также просветительской и популяризаторской деятельностью [6]. Его разновидность – школьный музей – В. Е. Туманов трактует как межпредметный кабинет, в котором педагоги проводят занятия по своим дисциплинам; форму дополнительного образования; форму профессиональной ориентации учащихся [8].

Сформулируем авторское определение понятия «интерактивный музей математики», под которым будем понимать игровое интерактивное образовательное пространство, специально организованное для расширения и углубления математических знаний и умений, развития познавательного интереса к математике, предполагающее индивидуальное взаимодействие обучающегося с другими обучающимися, организатором образовательного процесса, образовательным контентом, наполненным математическими моделями и объектами, позволяющими при взаимодействии с ними объяснять разнообразные математические факты, теории, закономерности.

Интерактивный музей математики интегрирован в образовательный процесс школы: через формы своей жизнедеятельности он тесно связан с преподаванием предмета и дополнительным математическим образованием. Экспонаты интерактивного музея представляют собой экранные изображения (документальные и художественные кино-, видео- и фотоматериалы, произведения компьютерной графики, анимации, web-дизайна) и образуют интерактивную экспозицию, могут выполнять разные функции в интерактивном музее: пояснять представленные материалы; облегчать посетителю ориентацию в музейном пространстве; привносить элементы игры и развлечения.

Рассмотрим подробнее проведение интерактивных экскурсий. От обычных экскурсий их отличает то, что посетители являются активными участниками демонстраций различных опытов, имея при этом возможность показать свою эрудицию, тем самым повышая зрелищность и соревновательность мероприятия.

Помимо интерактивных методов проведения экскурсий, существуют интерактивные экспозиции. Это могут быть структурные части обычных музеев, или музеи, целиком основанные на таком принципе. Такие экспозиции отличает активность действий посетителей (непосредственный контакт с интерактивным экспонатом, участие в каком-либо интерактивном действии и т.п. Отличительная особенность интерактивного музея – это игровое интерактивное образовательное пространство, в котором учащийся может делать что-то самостоятельно, по своему выбору: быть просто активным посетителем, входить в состав актива или совета музея, или просто, так или иначе, помогать музею [7].

Что касается интерактивных музеев, посвящённых исключительно математике, то первый такой музей был открыт в 1999 году в немецком городе Бонн (музей арифметики «Аритмеум»). В музее выставлена коллекция исторических вычислительных машин; организуются художественные выставки, демонстрирующие абстрактное геометрическое искусство; проходят концерты классической и современной музыки. Музей имеет практически полностью стеклянные стены и крышу, что, по задумке директора музея, должно символизировать «прозрачность науки». Ещё один подобный музей «Математикум» открыт в 2002 году в Германии в городе Гиссен. Особенность музея в том, что его экспонаты адаптированы для маленьких посетителей (дошкольников и младших школьников): уменьшены размеры, представлены более простые эксперименты. Основные темы экспонатов в Миниматематикуме: числа и формы. Сначала посетителям демонстрируется первый экспонат, далее дети самостоятельно изучают оставшиеся экспонаты, и, играя, получают знания. В заключение организуется небольшое обсуждение: что дети увидели и какие впечатления получили. Есть в Германии и другие интерактивные музеи математики. Например, математический музей с интерактивными экспонатами «Страна математических приключений», находящийся в Дрездене, представляет игровой формат экспозиции с отдельной секцией для школьников.

Самым популярным интерактивным музеем математики в США считается Национальный музей математики «MoMath» (Museum of Mathematics), созданный в 2012 году в Нью-Йорке. В нём находится более 100 интерактивных экспонатов [2].

Рассмотрим подробнее проведение интерактивных экскурсий на примере интерактивного путешествия в Национальный музей математики в Нью-Йорке.

Нами разработана мультимедийная интерактивная экскурсия в программе PowerPoint, которая не только знакомит школьников с экспонатами музея, но и служит средством расширения и углубления математических знаний и умений посетителей, совершенствования их творческих способностей, развития интереса к математике через совместный интеллектуальный отдых и развлечения (знакомство в интерактивной познавательной и игровой форме с математическими закономерностями и фактами).

Начинается экскурсия с того, как Музей математики встречает гостей – большими стеклянными дверями с ручкой в форме буквы греческого алфавита, обозначающей число «Пи». За нее нужно взяться, чтобы открыть двери в мир математики (рис. 1 а).

Мы предлагаем ученикам узнать, каким может быть вес этой ручки, если он равен числу «Пи», округленному до 2, 3, или 4 знака после запятой, взятому в килограммах; перевести вес в граммы или милиграммы. Кроме того, предлагаем создать эскизы других предметов, имеющих такую форму.

Следующий слайд описывает площадку в центре зала, по которой желающие катаются на велосипеде с квадратными колесами. Думаете, такое невозможно? Оказывается, это вполне осуществимо, если дорога не ровная, а волнистая. Рядом с вело-площадкой экран, на котором можно почитать, как принцип работы необычного велосипеда на ребристой поверхности объясняется с точки зрения физики и математики (рис. 1 б).

а)

б)

Рисунок 1 – а) Слайд с главным входом в Национальный музей математики;

б) Слайд с трёхколёсным велосипедом с квадратными колёсами

Каждое «колесо» может двигаться только по одной-единственной круговой траектории. Длина дуги «холмика» на полу должна в точности соответствовать стороне квадрата. Это значит, что все колёса у велосипеда должны быть разными, а размер каждого из них точно выверен. Здесь же можно посидеть на вращающемся кресле в центре гиперболоида и осмотреть эту геометрическую фигуру, что называется, изнутри.

После рассказа о необычном транспортном средстве предлагаем учащимся: нарисовать транспортное средство с колесами необычной формы; посчитать, какой путь может пройти колесо, имеющее определенную форму (например правильный треугольник), сделавшее заданное число оборотов, и другие задания.

Еще один слайд рассказывает о павильоне Матенаум. Название он получил по аналогии с греческим Атенеумом – храмом богини мудрости Афины, который также использовался как учебное заведение. Здесь математика сияет яркими цветами и удивляет разнообразием форм (рис. 2 а).

В Матенауме самому можно создать на экране фантастические объемные фигуры, экспериментируя с углами, гранями, размером и окрашивая все это в разные цвета. Можно «нарисовать» виртуальные фигуры от простейшего куба до более сложной антипризмы, а при желании воспроизвести на экране додекаэдр – объемный двенадцатигранник или даже икосаэдр – фигуру с двадцатью гранями. Если зарегистрироваться на сайте музея, то получится сохранить свое математическое творчество, а потом снова воспроизвести его – дома на компьютере.

Учащимся после просмотра слайда предлагается создавать всевозможные изображения, конструируя их из определенного набора геометрических фигур различных цветов. Например, составить звезду из пяти правильных треугольников и правильного пятиугольника.

Следующий слайд знакомит школьников с еще одним занимательным интерактивным экспонатом в музее, который называется Пути Галилео по имени великого итальянского ученого – математика, физика и астронома (рис. 2 б).

Посетителям предлагают поучаствовать в физическом эксперименте найти форму кривой, по которой машинка скатится до заданной точки быстрее всего. Играя, дети пытаются решить серьёзную задачку — найти «кривую скорейшего спуска» – сформулированную в 1696 году швейцарским математиком Иоганном Бернулли. Решение задачи такое: быстрее всего физическое тело скатится по дуге циклоиды (которая позволяет быстро набрать скорость) а не просто по прямой между двумя точками. Подобный эксперимент предлагается провести и школьникам после знакомства с этим экспонатом.

а)

б)

Рисунок 2 – а) Слайд «Павильон Матенаум»;

б) Слайд с экспонатом «Пути Галилео»

На минус первом этаже, как назвали его создатели музея, находится еще несколько математических аттракционов. Пока самые маленькие посетители музея математики рассматривают занимательные примеры и решают простейшие ребусы, взрослые могут, к примеру, освоить принцип работы шифровальной машины М-209. Есть слайд, который показывает это устройство, которое было изобретено шведским криптографом Борисом Хагелином и активно использовалось во время Второй Мировой войны и Корейской войны 1950-1953 годов (рис. 3 а).

После рассказа об этом экспонате, школьникам предлагается разгадать простейшие математические ребусы, например:

Пример 1. Расставить между числами 9 8 7 6 5 знаки арифметических операций так, чтобы результат был равен 0.

Пример 2. Определите, какое число зашифровано словом «ДАЧА» в примере: ПЛАН+ПЛАН=ДАЧА, если одинаковые цифры обозначены одинаковыми буквами, разные цифры – разными и известно, что буква Ч=5.

Еще один слайд представляет «Кафе загадок», в котором «угощают» не едой, а загадками. На каждом столе – один или несколько математических ребусов, которые могут порешать «голодные» до непростых задачек любители ребусов (рис. 3 б). По существу, головоломки вроде этой представляют собой топологические задачи. Вот как решается «Стальное сердце»:

а) б)

Рисунок 3 – а) Слайд с Шифровальной машиной М-209

б) Слайд с примером головоломки «Стальное сердце»

Подобные ребусы предлагаются и учащимся, пришедшим на интерактивную экскурсию.

Можно продолжить список экспонатов музеев, о которых могут узнать учащиеся – это и 3D-принтер, который умеет печатать разные объёмные объекты. Тут же хранятся и сами отпечатанные образцы. Два верхних объекта – это так называемые «бутылки Клейна», для которых не существует понятий «внутри» и «снаружи»; это и фракталы (то есть геометрические фигуры, составленные из нескольких частей, где каждая часть – уменьшенная копия всей фигуры целиком).

Насколько глубоко погружаться в математику в музее ее имени, учащиеся решают сами. Так, на экранах, рассказывающих об экспонатах, можно почитать их краткое описание. Но если хочется узнать больше, нужно лишь нажать на кнопку «больше математики», и о теме расскажут подробнее. Для заинтересовавшихся какой-то конкретной математической темой, здесь же есть ссылки на ресурсы и литературу, посвященные разным темам [2].

Таким образом, интерактивная внеклассная работа по математике выступает средством развития математических способностей школьника и познавательного интереса учащихся через свои цели, задачи, методы, содержание и формы проведения. Систематическое применение педагогом интерактивных методов обучения на внеклассных занятиях по математике создает благоприятные условия для формирования у обучающегося учебной деятельности и реализующих её общеучебных умений.

Список литературы

1. *Алиухина, Т. Г.* Активные и интерактивные образовательные технологии (формы проведения занятий) в школе: учебное пособие. Нижний Новгород: ННГАСУ, 2013. 497 с.

2. *Гоголь, С.* 17 удивительных вещей, которые можно увидеть в Манхэттэнском музее математики [Электронный ресурс] // mixstuff.ru : интересный интернет журнал. 2012. URL: http://mixstuff.ru/archives/14168 (дата обращения: 27.03.2022)

3. *Гусакова, М. А.* Интерактивное обучение как условие формирования познавательной активности учащегося как субъекта обучения // Интеллектуальный и научный потенциал XXI века, сборник статей международной научно-практической конференции: в 6 частях. (Казань, 20 декабря 2016 г.). Казань: Уфа: ООО «АЭТЕРНА», 2016. – 96-98 с.

4. *Капранова, Е. А.* Интерактивное обучение: концептуальные подходы // Вестник Полоцкого государственного университета. 2012. № 7. – 11-14 с.

5. *Колмогорова, С. Е.* Интерактивные формы и методы работы // Педагогическая техника. 2007. № 2. – 18-25 с.

6. *Ожегов, С. И.* Толковый словарь русского языка : около 100 000 слов, терминов и фразеологических выражений / под ред. Л. И. Скворцова. – 26-е изд., испр. и доп. – Москва : Оникс [и др.], 2009. 1359 с.

7. *Письмо Оппенгеймера* (черновой перевод). Целесообразность научного музея. Ноябрь, 1968 г. Франк Оппенгеймер (Кафедра Физики Университет Колорадо): [Интернет-ресурс]. Режим доступа: http://www.t-zn.ru/archives/opengeimer.pdf.

8. *Туманов,* В. Е. Школьный музей. Методическое пособие. Изд. 2-е, исправл. Москва : ЦДЮТиК, 2003. – 154 с.

Elena G. Evseeva
Doctor of Pedagogical Sciences, Professor,
Professor of the Department of Higher Mathematics
and Methods of teaching mathematics,
Donetsk National University, Donetsk
Karina P. Melnikova
3rd year student of the direction of preparation
44.03.05 «Pedagogical Education»,
Profile: Mathematics and Informatics,
Donetsk National University, Donetsk

INTERACTIVE MATHEMATICAL MUSEUM AS A FORM OF ORGANIZING EXTRA CLASS WORK FOR MATHEMATICS IN THE BASIC SCHOOL

Annotation. The article is devoted to the problem of organizing extra-curricular work in mathematics in the basic school in an interactive form. The concepts of «interactive learning», «interactive learning technologies», «interactive teaching methods» are considered. The author's definition of the term «interactive museum of mathematics» is formulated. An interactive excursion to the National Museum of Mathematics in New York is proposed in the form of a multimedia presentation developed in the PowerPoint program, which serves as a means of expanding and deepening the mathematical knowledge and skills of students.

Keywords: teaching mathematics; extra class work in mathematics; interactive teaching methods; interactive museum of mathematics.

УДК [373.016:51]-0.48.34

Жовтан Людмила Васильевна
кандидат педагогических наук, доцент,
доцент кафедры высшей математики и
методики преподавания математики»
ГОУ ВО ЛНР «Луганский государственный
педагогический университет», г. Луганск
e-mail: ludmila_zh@mail.ru

ОБУЧЕНИЕ УЧАЩИХСЯ ПОИСКУ ОПТИМАЛЬНЫХ ПУТЕЙ РЕШЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Аннотация. Статья посвящена вопросам активизации поисково-исследовательской деятельности учащихся на уроках математики. Изучено состояние данной проблемы в современной школе. Как одно из средств ее решения рассмотрено обучение учащихся поиску оптимальных путей решения математических задач. На примере решения иррациональных уравнения выделены особенности данного процесса и пути его реализации.

Ключевые слова: поиск оптимальных путей, математические задачи, активизация, поисково-исследовательская деятельность, иррациональные уравнения.

Актуальность и постановка проблемы. В современном обществе претерпевают изменения требования к образовательным услугам. Возникает острая потребность в людях, умеющих творчески мыслить, способных принимать нестандартные решения. В то же время в современной школе сложилась ситуация, при которой у определенной части учащихся наблюдается негативное отношение к знаниям и, как следствие, довольно низкий уровень интереса к учению. Из-за этого учащиеся размышляют шаблонно, стремятся действовать знакомым способом. Как известно, что отсутствие интереса к изучению того или иного предмета является одной из важнейших причин низких результатов обучения школьников. Зачастую для того, чтобы увлечь ребенка своим предметом, пробудить его интерес, учителю требуется немало сил, педагогической изобретательности. Особенно это касается математических дисциплин, которые по объективным причинам являются одними из наиболее сложных для восприятия и усвоения учащимися. В то же время возрастает значимость математического образования в силу приоритетности естественных и технических наук.

Поэтому одной из основных задач учителя математики является поиск различных форм организации учебной деятельности, методов и приемов обучения, способствующих активизации поисково-исследовательской деятельности учащихся на уроках:

На сегодняшний день практически отсутствуют исследования, посвященные методикам формирования приемов поисково-исследовательской деятельности по математическим дисциплинам. В статьях, касающихся этой проблемы, рассматриваются лишь некоторые эвристические приемы поиска решения задач.

Основные цели изучения математики в школе реализуются по следующим направлениям:

– направление личностного развития;

– метапредметное направление;

– предметное направление.

Одним из метапредметных результатов освоения данного учебного предмета является способность и готовность учащихся к самостоятельному поиску методов решения практических и аналитических задач.

Цель статьи – рассмотреть особенности обучения учащихся поиску оптимальных путей решения математических задач как средства активизации их поисково-исследовательской деятельности.

При этом понятие «задача» мы рассматриваем как собирательное, включающее в себя все виды математических упражнений и задач.

Изложение основного материала. Опыт преподавания дисциплин «Элементарная математика» и «Школьный курс математики» среди студентов математических и педагогических (связанных с преподаванием математики и физики) направлений подготовки позволяет констатировать практически отсутствующее умение у бывших школьников не просто решать математические задачи, а делать это рационально, максимально оптимизировав решение. Причем это справедливо по отношению к обеим математическим дисциплинам – как к алгебре, так и к геометрии. И эта проблема характерна абсолютно для всех разделов программы – как основной, так и старшей школы.

Рассмотрим данную проблему и пути ее решения на примере решений иррациональных уравнений.

Как известно, данный материал по действующей программе ЛНР по математике изучается в 10-м классе.

Выполнив обзор действующих учебников по алгебре и началам анализа, приходим к выводу, что они совершенно не способствуют решению описанной проблемы.

Так, в учебнике [1, с. 60–62] рассматривается единственный метод решения иррациональных уравнений – возведение обеих частей уравнения в одну и ту же натуральную степень. В рассмотренных в учебнике примерах применяется возведение во 2-ю, 4-ю и 3-ю степени. Уточняется, что данный метод приводит к уравнению-следствию, что чревато появлением посторонних корней. Единственным способом избавления от них предлагается проверка полученных корней. Именно по этой схеме решаются все предложенные в примерах уравнения – сначала возведение в степень, а затем – проверка. При этом эта схема применяется не только при возведении в четную степень, но и в нечетную, что излишне в силу равносильности преобразований.

В конце изложения материала сформулирована теорема о равносильных преобразованиях при решении иррациональных уравнений, но она не подтверждена примерами ее применения, а, значит, «повисла в воздухе».

При этом, несмотря на то, что в теоретической части параграфа задействован, как было сказано выше, только один метод решения, то в практической части предлагаются уравнения, решение которых данным методом – крайне нерационально, приведет к громоздким преобразованиям, что явно не способствует повышению у школьников интереса к заданиям данного рода.

Как известно, существует множество методов решения иррациональных уравнений [2, с. 31–53], и, демонстрируя применение их по отношению к различным уравнениям, можно приучать учащихся не только к формальному решению уравнений, но и к оптимизации решения, поиску рациональных путей. Это можно показать и на одном и том же уравнении с комментариями о преимуществах того или иного метода или недостаточной эффективности применительно к данному уравнению и целесообразности при решении других уравнений.

Продемонстрируем, как может быть решена проблема обучения учащихся поиску оптимальных путей решения иррациональных уравнений на примере № 163 из [1, с. 63]:

Решить уравнение $\sqrt{x^2+3x+12}-\sqrt{x^2+3x}=2.$.

<u>Шаг 1.</u> Прежде всего, данное уравнение можно решить при помощи метода решения, которому посвящен соответствующий параграф учебника.

Возведем обе части уравнения в квадрат:

$$x^2+3x+12-2\sqrt{x^2+3x+12}\cdot\sqrt{x^2+3x}+x^2+3x=4 \Rightarrow$$

$$x^2+3x+4=\sqrt{x^4+6x^3+21x^2+36x}.$$

Снова возведем в квадрат:

$$x^4+9x^2+16+6x^3+24x+8x^2=x^4+6x^3+21x^2+36x, \quad \Rightarrow \quad 4x^2+12x-16=0,$$

откуда $x_1=-4,\ x_2=1$. Выполнив проверку, убедимся, что они являются корням исходного уравнения.

Ответ: $x_1=-4,\ x_2=1.$

Шаг 2. Теперь можно решить то же уравнение при помощи упомянутой выше теоремы о равносильных преобразованиях, предварительно найдя его ОДЗ.

Область допустимых значений уравнения задается системой неравенств

$$\begin{cases} x^2+3x+12\geq 0, \\ x^2+3x\geq 0, \end{cases} \qquad (*),$$

откуда $x\in(-\infty;-3]\cup[0;+\infty)$. Запишем исходное уравнение в виде:

$$\sqrt{x^2+3x+12}=2+\sqrt{x^2+3x}.$$

Возведем обе части уравнения в квадрат. Так как они неотрицательны, данное преобразование является равносильным. Получим:

$$x^2+3x+12=4+4\sqrt{x^2+3x}+x^2+3x \quad\Rightarrow\quad 8=4\sqrt{x^2+3x} \quad\Rightarrow\quad 2=\sqrt{x^2+3x}\,.$$

Обе части полученного уравнения неотрицательны, поэтому возведем его в квадрат:

$$4=x^2+3x,$$

откуда $x_1=-4,\ x_2=1$. Так как оба значения входят в ОДЗ, делаем вывод, что исходное уравнение имеет два корня: $x_1=-4,\ x_2=1.$

Ответ: $x_1=-4,\ x_2=1.$

На данном шаге мы демонстрируем учащихся, что, следя за равносильностью преобразований и найдя ОДЗ уравнения, можно уйти от проверки, порой, очень громоздкой.

Шаг 3. Решим данное уравнение методом замены.

Введем замену

$$t=\sqrt{x^2+3x+12}\,,\ t\geq 0 \qquad (*).$$

Возведем обе ее части в квадрат:

$$x^2+3x+12=t^2 \Rightarrow x^2+3x=t^2-12.$$

Тогда исходное уравнение преобразуем в более простое иррациональное уравнение

$$t-\sqrt{t^2-12}=2 \Rightarrow t-2=\sqrt{t^2-12}.$$

Правая часть полученного уравнения неотрицательна (исходя из определения квадратного корня), поэтому, прежде чем возвести уравнение в квадрат, потребуем, чтобы его левая часть тоже была неотрицательна:

$$t-2\geq 0 \quad \Rightarrow \quad t\in[2;+\infty). \qquad (**)$$

Возведем уравнение в квадрат:

$$t^2-4t+4=t^2-12,$$

откуда $t=4$. Так как оно удовлетворяет условию (**), то вернемся к замене (*):

$$\sqrt{x^2+3x+12}=4 \Rightarrow \quad x^2+3x-4=0.$$

Корни $x_1=-4$, $x_2=1$ полученного квадратного уравнения являются корнями исходного уравнения.

Ответ: $x_1=-4$, $x_2=1$.

На данном шаге при помощи замены мы пришли к иррациональному уравнению с единственным корнем, что, бесспорно, намного проще.

<u>Шаг 4.</u> Попытаемся полностью уйти от иррациональных уравнений. Для этого при помощи замены обеих коней перейдем от иррационального уравнения к системе рациональных уравнений.

Обозначим:

$$a=\sqrt{x^2+3x+12},\ a\geq 0; \qquad b=\sqrt{x^2+3x},\ b\geq 0 \qquad (*).$$

Возведем обе части каждого из полученных уравнений соответственно в квадрат:

$$x^2+3x+12=a^2; \qquad x^2+3x=b^2.$$

Почленно вычтем из первого уравнения второе уравнение:

$$a^2-b^2=12.$$

Поскольку исходное уравнение примет вид

$$a-b=2,$$

придем к системе уравнений

$$\begin{cases} a-b=2, \\ a^2-b^2=12, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a-b=2, \\ \Downarrow \\ (a-b)(a+b)=12, \end{cases} \Rightarrow + \begin{cases} a-b=2, \\ a+b=6, \end{cases} .$$

$$2a=8 \Rightarrow a=4$$

Вернемся к замене (*):

$$\sqrt{x^2+3x+12}=4 \Rightarrow \quad x_1=-4,\ x_2=1.$$

Ответ: $x_1=-4,\ x_2=1.$

Шаг 5. Уравнение можно решать не только рационально, но и красиво. Этот прием может продемонстрировать учитель.

Умножим обе части уравнения на выражение, сопряженное его левой части. Применим к левой части уравнения формулу разности квадратов:

$$(x^2+3x+12)-(x^2+3x)=2\cdot\left(\sqrt{x^2+3x+12}+\sqrt{x^2+3x}\right).$$

После упрощения получим:

$$\sqrt{x^2+3x+12}+\sqrt{x^2+3x+12}=6.$$

Прибавим данное уравнение к исходному уравнению:

$$\begin{array}{l} \sqrt{x^2+3x+12}-\sqrt{x^2+3x}=2 \\ + \\ \sqrt{x^2+3x+12}+\sqrt{x^2+3x}=6 \\ \hline 2\sqrt{x^2+3x+12}=8 \Rightarrow \sqrt{x^2+3x+12}=4 \end{array}$$

Корни его: $x_1=-4,\ x_2=1$. Т.к. в процессе примененного преобразования возможно расширение области допустимых значений исходного уравнения и, как следствие, появление посторонних корней, то обязательной является проверка как составная часть решения уравнения. Она показывает, что оба значения являются корнями исходного уравнения.

Ответ: $x_1=-4,\ x_2=1.$

Именно решая уравнения при помощи таких, несколько необычных, приемов учащиеся могут по-настоящему оценить красоту математических рассуждений, а значит, и самой математики.

Таким образом, демонстрируя различные подходы к решению уравнений, различные методы (в том числе, нестандартные), мы приучаем учащихся к тому, что для каждого уравнения есть своя «изюминка», позволяющая решить его быстро и красиво. И задача – найти эту «изюминку». Только хорошо организованная (сначала групповая, а затем индивидуальная) поисково-исследовательская деятельность позволяет это эффективно реализовать.

Выводы и перспективы дальнейших исследований. Приведенный в статье подход к обучению учащихся поиску оптимальных путей решения математических задач может быть реализован не только при решении уравнений и неравенств, но и при работе с геометрическим материалом.

Список литературы

1. *Математика:* алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10–11 классы : учеб. для общеобразоват. организаций : базовый и углубл. уровни / [Ш. А. Алимов, Ю. М. Колягин, М. В. Ткачева и др.]. – М. : Просвещение, 2016. – 463 с.

2. *Жовтан, Л. В.* Избранные главы элементарной математики. Часть 1. Уравнения: Учебно-метод. пособ. для студентов очной и заочной форм обучения направлений подготовки 01.03.01 «Математика», 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями). Профили: математика и информатика» / Л. В. Жовтан; ГОУ ВПО ЛНР «Луганский национальный университет имени Тараса Шевченко». – Луганск : Книта, 2017. – 84 с.

Ljudmila V. Zhovtan
candidate of pedagogical sciences, associate professor,
Associate Professor of the Department of Higher Mathematics and
methods of teaching mathematics "
GOU VO LPR "Lugansk State
Pedagogical University "

TEACHING OF STUDENTS TO THE SEARCH OPTIMAL WAYS OF DECISION OF MATHEMATICAL TASKS

Annotation. The article is devoted to the questions of activation of searching-research activity students on the lessons of mathematics. The state of this problem at modern school is studied. As one of the means of its decision, teaching of students to the search optimal ways of decision of mathematical tasks is considered. On the example of decision irrational equalizations, the features of this process and way of its realization are considered.

Keywords: search of optimal ways, mathematical tasks, activation, searching-research activity, irrational equalizations.

УДК 372.851

Зыбина Анастасия Станиславовна
учитель математики ГУ ЛНР
«ЛОУСОШ №49 имени Ю.А. Гагарина»,
г. Луганск
e-mail: as.zybina@gmail.com

МЕТОДИЧЕСКАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА МАТЕМАТИЧЕСКОГО ДИКТАНТА КАК ЭФФЕКТИВНОГО СРЕДСТВА КОНТРОЛЯ И ОЦЕНКИ ЗНАНИЙ ПРИ ОБУЧЕНИИ АЛГЕБРЕ В 7-11 КЛАССАХ

Аннотация. Статья посвящена исследованию методических характеристик и психолого-педагогических особенностей реализации математических диктантов на уроках алгебры в основной и средней школе. Автор всесторонне рассматривает это эффективное средство контроля и оценки знаний при работе с учениками 7-11 классов, учитывая имеющиеся у них навыки, особенности психологического развития и прочие условия. Цель работы состоит в популяризации использования математических диктантов в рамках школьного обучения.

Ключевые слова: математическое образование, математический диктант, математическая грамотность, школьники, методика преподавания математики.

Актуальность и постановка проблемы. На современном этапе школьного образования огромное значение приобретает не просто обучение, но и формирование всесторонне развитой, подготовленной к социальной и экономической жизни личности. Это ставит перед учителем целый ряд инновационных задач, решение которых должно отвечать требованиям интенсивного развития современного общества. Помимо разработки новейших форм обучения, педагог должен уделять внимание совершенствованию учебно-воспитательного процесса, использованию инновационных форм контроля и коррекции знаний. В соответствии с этим актуальными требованиями, приоритетным направлением в обучении является создание условий для развития личности школьника, его познавательных и созидательных способностей. Особую роль в формировании всесторонне развитой личности играет обучение математике, что способствует развитию логического мышления и повышению интеллектуального уровня учащихся.

Важно понимать, что далеко не всегда необходимо прибегать непосредственно к созданию новых форм контроля и оценки знаний. Методика преподавания математики предоставляет педагогу множество возможностей для грамотного и эффективного оценивания обучающихся. Одним из них является математический диктант, который зачастую остается незаслуженно забытым, хотя в действительности может быть активно использован в учебном процессе. Таким образом, выбранная для исследования тема является бесспорно актуальной. Целью исследования служит раскрытие возможностей, перспектив и особенностей использования математических диктантов на уроках алгебры в основной и средней школе, характеристика этой формы контроля как одной из ключевых в формировании личности современного школьника.

История становления математических диктантов в школьном образовании берет свое начало в 60-е годы XX века, когда ведущие педагоги С. Л. Рубинштейн, П. Я. Гальперин, Л. С. Выготский и другие заинтересовались такой формой работы с учениками. Несмотря на то, что идея проведения математических диктантов существовала и раньше, не было методики их проведения. В 60-е годы XX века положение изменилось: были четко сформулированы цели проведения математических диктантов, появились методические указания, которые учитывали опыт их проведения. С течением времени методическая основа математических диктантов обогащалась, появлялись новые разработки, благодаря чему формировалась актуальная учебно-методическая система математических диктантов в основной и средней школе.

В настоящее время методические основы разработки и проведения математических диктантов отображены в работах таких известных педагогов-математиков, как Д. Н. Богоявленский, В. В. Давыдов, Л. В. Занкова, А. Н. Леонтьев, Н. А. Менчинская, С. Л. Рубинштейн, Н. Ф. Талызина, Г. И. Щукина и других. Немало внимания математическим диктантам и их месту в системе подготовки учеников уделяли и психологи, дидакты, методисты М. Н. Скаткина, Б. П. Есипова, П. И. Пидкасистый, П. Н. Дербенева, М. Е. Новосельцева, Н. И. Подберезина и другие.

Изложение основного материала. Математический диктант представляет собой одну из испытанных временем форм активной самостоятельной работы школьников. В ходе проведения исследования будем использовать следующее комплексное определение математического диктанта: математический диктант – это короткая самостоятельная письменная работа учащихся, состоящая из нескольких вопросов по одной или нескольким смежным темам, которые воспринимаются на слух и требуют кратких ответов без записи подробного решения.

Грамотно построенный математический диктант активизирует внимание школьников, эффективно тренирует устойчивость внимания, позволяет быстро проверить и оценить знания и умения, является хорошим организующим элементом урока и инструментом диагностики причин затруднений каждого ученика.

Структура каждого математического диктанта предполагает некую систему взаимосвязанных вопросов, которые относятся к одной или смежным темам. Одна из главнейших задач педагога при разработке математических диктантов состоит в том, чтобы сделать задания предельно понятными, комфортными для понимания, но при этом использовать математические термины, потребовать от ученика понимания темы, сути рассматриваемой темы. При этом важно, чтобы математический диктант не был перегружен вопросами, в противном случае он будет сложным к восприятию на слух и это приведет к искажению результатов [1, с. 124].

При проведении математического диктанта должны выполняться организационные требования, основными из которых являются:

– предварительная подготовка записей на доске или использование проектора;

– использование отдельных бланков ответов для ускорения проверки;

– громкая и четкая диктовка вопросов [2, с. 118].

Реализация на уроках алгебры математических диктантов единично или системно предоставляет педагогу множество преимуществ в работе с учениками:

1) возможность организовывать и управлять учебно-познавательной деятельностью школьников, включая в работу всех без исключения учеников;

2) включение математических диктантов в учебный процесс позволяет не только проверять, но и формировать знания, умения и навыки;

3) во многих случаях математические диктанты активно помогают реализовать индивидуальный подход в обучении, при этом учитывая и уровень подготовки класса, и возможности каждого ученика;

4) корректный анализ результатов проведения математических диктантов дает педагогу надежную информацию об уровне усвоения программного материала;

5) математические диктанты предоставляют учителю возможности для оперативного заполнения пробелов в знаниях [6, с. 89];

6) при помощи математических диктантов повышается математическая культура учеников, формируется и развивается математическая речь школьников.

Существенным преимуществом математического диктанта в сравнении с другими формами опроса является то, что он проводится в письменной форме. Часто устный опрос у доски не позволяет охватить весь пройденный материал, ответ ученика может быть скомкан из-за присутствующего факта волнения перед одноклассниками [3, с. 54]. Кроме того, при устных ответах активно работает лишь несколько учеников, остальные занимают пассивную позицию. Всех этих недостатков лишены математические диктанты: они позволяют единовременно опросить всех учащихся, не требуют устных ответов перед аудиторией, позволяют охватить значительный объем материала.

Помимо бесспорных преимуществ для учителя, математические диктанты являются полезными и для ученика. Выполняя задания диктанта, ученики приучаются к организованности, учатся экономить время, формируют привычку быстро сосредотачиваться. При помощи математических диктантов можно проконтролировать не только усвоение учениками изучаемой темы, но и проверить усвоение и закрепление только что поданного материала, выяснить, овладели ли учащиеся соответствующими умениями и навыками.

Основное назначение математических диктантов – помочь учителю эффективно тренировать устойчивость внимания детей, оперативную память, умение сосредоточиваться [4, с. 191].

Дидактическая наука определяет несколько целей проведения математических диктантов [8, с. 159]. Прежде всего, они помогают контролировать знания, умения и навыки учащихся. Проанализировав диктанты, учитель получает достаточно подробную информацию об уровне усвоения пройденного как отдельными учащимися, так и классом в целом. Это позволяет оперативно устранять пробелы в подготовке учащихся. Реализация данной цели математических диктантов позволяет учителю вести оперативный контроль над уровнем освоения программного материала. Также математические диктанты играют обучающую роль, способствуют развитию навыков логического мышления и выработке умения работать с чертежными инструментами, Проведение математических диктантов способствует и повышению общей грамотности учащихся. В результате систематического использования данной формы контроля знаний, умений и навыков резко уменьшается количество ошибок в написании математических терминов.

Дидактические функции математических диктантов ориентированы на систему упражнений, в которой ведущими являются приемы структурного анализа и синтеза, обобщения и конкретизации, классификации, аналогии и построения умозаключений [4, с. 175]. Другими словами, математические диктанты направлены на изучение способов и приемов, которые дают возможность подготовить учеников к более высокому уровню творческой деятельности, к решению более сложных «нестандартных» задач. Реализация этой функции открывает возможности для воспитания нестандартного математического мышления обучающихся.

С методологической точки зрения математические диктанты выполняют следующие функции:

– обучающая – систематизация и совершенствование знаний и умений в исследуемых областях;

– диагностическая – получение актуальной информации об ошибках, недочетах и пробелах в знаниях и умениях учащихся и порождающих их причинах;

– прогностическая – представление опережающей информации об учебно-воспитательном процессе и его эффективности, в результате чего педагог получает основания для прогноза о ходе определенного отрезка учебного процесса: достаточно ли сформированы конкретные знания, умения и навыки для усвоения последующей порции учебного материала;

– развивающая – стимулирование познавательной активности учащихся, развитие их творческих сил и способностей;

– промежуточная ориентирующая – получение информации о степени достижения цели обучения отдельным учеником и классом в целом, то есть информации о том, насколько та или иная тема глубоко и прочно была освоена;

– воспитывающая – воспитание у учащихся ответственного отношения к учению, дисциплины, аккуратности, сосредоточенности [7, с. 99].

Внедрение математических диктантов в образовательный процесс при обучении алгебре в основной и средней школе открывает для учителя возможности вариативного подхода к выбору вида и формы диктанта. При этом важно учитывать этап рассматриваемой темы программного материала, уровень подготовки учащихся, соответствие математического диктанта типу урока и его структуре, а также ряд других факторов.

Практика педагогической деятельности показывает, что при разработке и реализации математических диктантов по алгебре в основной и средней школе следует непременно учитывать уровень психологического развития учеников, тип мышления, индивидуальные особенности развития и ряд других факторов [8, с. 133]. Таким образом, психолого-педагогические особенности математических диктантов находятся в тесной взаимосвязи с общим уровнем психологического развития подростков.

К изучению алгебры школьники приступают в возрасте 12-13 лет. Это переходный возраст от детства к раннему юношескому возрасту. По сравнению с младшими школьниками, подростки отличаются быстрым ростом физических, умственных и волевых качеств. В переходный период головной мозг человека обогащается многими ассоциативными функциями, значительно повышается роль второй сигнальной системы. Кроме того, постепенно происходит изменение мышления: в конкретно-наглядном его содержании, свойственном ребенку раннего школьного возраста; под влиянием обучения создаются предпосылки для образования понятий. Подросток начинает пользоваться рассуждениями для выяснения причинно-следственных зависимостей. При этом у подростков появляется стремление пояснить, обосновать, доказать. К концу переходного периода роль абстрактного мышления значительно возрастает, повышается готовность к теоретическим рассуждениям [5, с. 74]. Роль уровня развития внимания подростка невозможно переоценить при подготовке математических диктантов. Убедившись в том, что внимание учеников приобрело новые грани, учитель может выбрать другой, быстрый темп речи, включать в математический диктант сложные вопросы, которые ранее сложно было воспринимать на слух без визуализации.

Это позволяет сформировать ряд методических условий проведения математических диктантов на уроках алгебры в 7-11 классах:

– небольшое количество вопросов;

– возможность быстрой проверки математических диктантов (самопроверка, взаимопроверка);

– наличие логической взаимосвязи между вопросами;

– строгое соответствие изучаемой теме;

– возможность поиска ответов за счет сравнения, сопоставления и применения прочих логических операций;

– соблюдение регламента проведения математических диктантов: первоначальное полное прочтение текста, повторное чтение по вопросам, заключительное прочтение заданий;

– использование оптимального темпа и манеры речи;

– подбор заданий с учетом этапа рассмотрения программного материала и уровня подготовки учеников в классе.

Выводы и перспективы дальнейших исследований. Анализируя методологические и практические особенности реализации математических диктантов на уроках алгебры можно сделать вывод о том, что благодаря развитию системы математических диктантов на уроках математики учитель получает уникальный инструмент контроля и оценки знаний на разных этапах освоения программного материала. Постоянное повторение терминологии, умение подобрать термин в соответствии с данным определением, развитие слухового восприятия математических терминов, развитие логического мышления и математического видения способствует формированию всесторонне развитой личности, математической грамотности как на уроках алгебры, так и в повседневной жизни школьника. Правильный с методической точки зрения подход к проведению математических диктантов позволит сделать этот инструмент незаменимым в арсенале педагогического мастерства современного педагога.

Список литературы:

1. *Груденов, Я. И.* Совершенствование методики работы учителя математики / Я. И. Груденов. – М.: Просвещение, 2012. – 218 с. 17

2. *Загвязинский, В. И.* Исследовательская деятельность педагога / В. И. Загвязинский – М.: Академия, 2016. – 220 с. 23

3. *Колеченко, А. К.* Энциклопедия педагогических технологий: пособие для преподавателей / А. К. Колеченко. – СПб.: КАРО, 2011. – 400 с. 25

4. *Манвелов, С. Г.* Конструирование современного урока математики / С. Г. Манвелов. – М.: Просвещение, 2016. – 240 с. 31

5. *Мордкович, А. Г.* 25 бесед с учителями математики на актуальные темы. / А. Г. Мордкович. – М.: Мнемозина, 2014. – 296 с.

6. *Селевко, Г. К.* Технологии развивающего обучения / Г. К. Селевко. – М.: НИИ школьных технологий, 2005. – 185 с.

7. *Фридман, Л. М.* Теоретические основы методики обучения математике. Пособие для учителей, методистов и педагогических высших учебных заведений / Л. М. Фридман – М.: Флинта, 2008. – 224 с.

Anastasia S. Zybina
Teacher of Mathematics,
GU LPR "LOUSOSH № 49 named after Y.A. Gagarin",
Lugansk
e-mail: as.zybina@gmail.com

METHODOLOGICAL CHARACTERISTICS OF MATHEMATICAL DICTATION AS AN EFFECTIVE CONTROL AND KNOWLEDGE ASSESSMENT RESOURCE IN ALGEBRA SCHOOLING IN GRADES 7-11

Annotation. The article is devoted to the study of methodological characteristics and psychological and pedagogical features of the implementation of mathematical dictations in algebra lessons in primary and secondary schools. The author comprehensively considers this effective resource of monitoring and evaluating knowledge when working with students in grades 7-11, taking into account their skills, features of psychological development and other conditions. The purpose of the research is to popularize the use of mathematical dictations in the framework of school education.

Key words: mathematical education, mathematical dictation, mathematical literacy, schoolchildren, methods of teaching mathematics.

УДК 373.5.016:512

Ивашкова Анна Андреевна
студентка 2 курса магистратуры
Тольяттинского государственного университета, г. Тольятти
e-mail: ivashkova.anna9616@gmail.com
Научный руководитель:
Липилина Вера Васильевна
кандидат педагогических наук,
доцент Тольяттинского государственного
университета, г. Тольятти

ОТДЕЛЬНЫЕ АСПЕКТЫ ОБУЧЕНИЯ РЕШЕНИЮ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ЗАДАЧ В ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ШКОЛЕ КАК СРЕДСТВУ ФОРМИРОВАНИЯ АНАЛИТИЧЕСКИХ УМЕНИЙ УЧАЩИХСЯ

Аннотация: В статье затрагиваются отдельные аспекты обучения решению алгебраических задач в курсе алгебры и начал анализа на старшей ступени в общеобразовательных учебных заведениях. Рассмотрены основные элементы обучения и некоторые из существующих проблем. Выделены ключевые моменты одной из тем и рассмотрены способы их доступного изложения для учащихся.

Ключевые слова: алгебраические задачи, аналитические способности, системы уравнений, нестандартные методы.

Цели и задачи обучения математике и, в частности, решению алгебраических задач основаны на действующих стандартах образования. Отличие стандартов базового и профильного уровней математического образования обусловлено различием целей обучения математике. Профильный уровень довольно сильно отличается от базового уровня в содержании, обязательных умениях и навыках учащихся.

Термин «задача» используется в жизни и науке очень широко. Этим термином обозначаются многие и весьма различные понятия, до настоящего времени нет общего определения понятия «задача». В учебно-педагогической литературе встречаются самые разнообразные подходы к понятию задачи.

Пожалуй, наиболее простое определение задачи было дано известным педагогом-математиком С.О. Шатуновским. Оно гласит: «Задача есть изложение требования «найти» по «данным» вещам другие «искомые» вещи, находящиеся друг к другу и к данным вещам в указанных соотношениях».

При этом предполагается, что понятия «вещь», «найти», «данные», «искомые» в каждом отдельном случае особо определяются [3].

Формирование аналитических умений учащихся и повышение мотивации к учебно-познавательной деятельности являются теми факторами, которые помогают достижению уровня знаний, предполагаемого действующими стандартами. Развитие аналитических умений и самостоятельного мышления, творческого, поискового и исследовательского, и есть основная задача начального и среднего образования [1].

Алгебраические задачи, как важная составляющая часть математики, располагают огромным арсеналом средств для решения проблемы мотивации учащихся к развитию собственных аналитических умений, творчеству, самообразованию, пополнению и обогащению знаний.

К числу таких средств для учащихся старших классов относятся нестандартные методы решения алгебраических задач, изучение которых представляется целесообразным в рамках элективных курсов различной направленности. К задачам, требующим применение нестандартных методов, традиционно принято относить те, для решения которых [2]:

- требуются, на первый взгляд, неочевидные шаги и подходы, неординарные идеи,
- учащихся пока не обладают в полной мере необходимой техникой и стандартным алгоритмом,
- требуется совмещение и применение навыков и знаний, полученных при изучении различных областей математики,

- требуется предварительный анализ оригинального содержания и причинно-следственных связей.

Именно применение нестандартных интеллектуальных методов для решения алгебраических задач, способствует развитию аналитических умений для создания чего-то субъективно нового в учебно-познавательной деятельности для каждого конкретного учащегося.

Представляется, что основной задачей элективных курсов является развитие аналитических умений учащихся с учетом их мотивации к учебно-познавательной деятельности. Традиционно, в научно-педагогической литературе принято относить учебную мотивацию учащихся к одному из пяти видов [2].

- Учащиеся с наиболее высоким уровнем мотивации отличаются стремлением достичь наилучших результатов, творческим подходом к решению задач и заинтересованностью во внеклассовых занятиях и элективных курсах.
- Учащиеся с относительно высокой мотивацией достигают хороших результатов в усвоении материала и отличаются общей прилежностью по многим предметам школьной программы, посещают дополнительные занятия.
- К третьей группе можно отнести учащихся, которые, в целом, положительно относятся к учебному процессу и школе, однако достигают лишь средних показателей в освоении предмета и не имеют мотиваций к внеклассовым занятиям.
- Низкой мотивацией отличаются учащиеся четвертой группы. Они нерегулярно посещают учебное заведение, не отличаются внимательностью на занятиях, испытывают проблемы с адаптацией к коллективу и школе в целом.
- Учащиеся с крайне низкой, практически отсутствующей мотивацией, имеют отрицательное отношение к школе, неуживчивы в коллективе. У них плохие отношения с преподавателя, часто агрессивны и отказываются выполнять установленные правила и распорядки.

Следует отметить, что для развития аналитических умений учащиеся должны в полной мере владеть основными методами и приемами решения алгебраических уравнений, неравенств, их комбинаций и систем, к которым в той или иной мере, сводятся все алгебраические задачи.

В целом, деление методов решения систем уравнений на стандартные и нестандартные не является чем-то, однозначно определенным и устоявшимся при обучении алгебре и началам анализа.

К числу стандартных можно отнести методы решения уравнений и их систем, с которыми учащиеся начинают знакомиться, уже начиная со средней ступени обучения. Приведем примерный перечень основных стандартных методов:

- Метод подстановки,
- Метод исключения,
- Метод алгебраических преобразований,
- Метод замены уравнений,
- Метод разложения на множители,
- Метод введение новой переменной,
- Функционально-графический метод.

К нестандартным следует отнести методы, которые предполагают творческий подход для их реализации, достаточный уровень знаний и мотивации к повышению собственной предметной компетенции:

- Метод функциональной подстановки,
- Метод тригонометрической подстановки,
- Метод использования свойств неравенств,
- Методы использования ограниченности и монотонности функций,
- Методы анализа уравнений с помощью элементов начала анализа,
- Методы, основанные на использовании свойств векторов,
- Методы решения для систем уравнений с целыми и дробными частями.

Одним из нестандартных методов решения систем уравнений является **метод использования свойств векторов**. Учитывая, что в курсе геометрии векторам уделяется недостаточно времени, учащимся вначале следует объяснить основные понятия коллинеарности векторов

$\vec{a}=(x_1;y_1;z_1)$ и $\vec{b}=(x_2;y_2;z_2)$: $\frac{x_1}{x_2}=\frac{y_1}{y_2}=\frac{z_1}{z_2}$.

Если, помимо этого, известно, что векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ сонаправлены, то: $|\vec{a}|+|\vec{b}|=|\vec{a}+\vec{b}|$.

Если векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ направлены противоположно, то

$|\vec{a}|+|\vec{b}|=|\vec{a}-\vec{b}|$.

Перпендикулярность векторов проверяется и с помощью других соотношений:

$$x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2=0$$

Проиллюстрируем идею применения векторов на следующем примере решения системы уравнений.

Пример 1.

Решить систему уравнений:

$$\begin{cases}\sqrt{(x+1)^2+y^2}+\sqrt{(x-3)^2+y^2}=4\\ x^2+y^2-8x+12=0\end{cases}$$

Выражение в левой части по своей форме напоминает сумму длин двух векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ с координатами:

$\vec{a}=(x+1;y)$, $\vec{b}=(x-3;y)$

По виду векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ видно, что вектор $\vec{c}=\vec{a}-\vec{b}$ имеет координаты, не зависящие от x и y:

$\vec{c} = \vec{a} - \vec{b} = (4;0)$, $c = |\vec{c}| = 4$.

Таким образом, первое уравнение системы принимает вид:

$a + b = c$ или $|\vec{a}| + |\vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$.

Это означает, что векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ коллинеарны и противоположно направлены. Однако, у векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ вторая координата одинакова. Следовательно, векторы могут быть коллинеарны и противоположно направлены лишь, если их первые координаты равны со знаком «минус», что в данном случае возможно лишь, если $y = 0$. Система приобретает вид:

$$\begin{cases} |x+1| + |x-3| = 4 \\ x^2 - 8x + 12 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |x+1| + |x-3| = 4 \\ (x-6)(x-2) = 0 \end{cases}$$

Единственным решением этой системы является: $x = 2$.При этом, векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ оказываются противоположно направленными:

$\dfrac{x+1}{x-3} = \dfrac{3}{-1} < 0$.

К числу нестандартных относятся методы, основанные на **монотонности и ограниченности функций**.

Основная идея использования ограниченности заключается в сравнении предельных значений функций, входящих в систему уравнений. Если на некотором отрезке

$$a_1 \le x \le a_2$$

функция $f(x)$ является монотонно возрастающей, т.е.

$f(x_1) > f(x_2)$, если $a_2 \ge x_1 > x_2 \ge a_1$

и функция $g(x)$ является монотонно убывающей, т.е.

$g(x_1) > g(x_2)$, если $a_1 \le x_1 < x_2 \le a_2$, то тогда уравнение $f(x)=g(x)$ может иметь лишь единственный корень, либо не имеет корней. Для исследования функций на ограниченность и монотонность зачастую приходится использовать производную и другие знания начал анализа.

Пример 2.

Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} 7y\log_x 3 - x^2 - 2y^2 = -x - y \\ (x+2)^{\lg(2-y)} = 1 \end{cases}$$

Из первого уравнения следует, что $x>0, x\neq 1$.

Тогда: $x+2>2, x+2\neq 3$ и из второго уравнения следует:

$\lg(2-y)=0 \Rightarrow 2-y=1 \Rightarrow y=1$.

Подставляя в первое уравнение, находим:

$$7\log_x 3 = x^2 - x + 1 \Rightarrow \log_3 x = \frac{7}{x^2-x+1}.$$

Функция

$$f(x)=\log_3 x$$

является монотонно возрастающей для $x>0$. Далее, исследуем функцию

$$g(x)=\frac{7}{x^2-x+1}$$

с помощью производной

$$g'(x)=-\frac{7(2x-1)}{\left(x^2-x+1\right)^2}.$$

При $0\leq x<0{,}5$ функция является возрастающей, т.к. $g'(x)>0$. Зная, что:

$$g(0)=7, \quad g\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{28}{3} \quad \text{и} \quad f\left(\frac{1}{2}\right)=\log_3\frac{1}{2}<7,$$

на этом участке

$$g_{\min}(x)>f_{\max}(x)$$

и уравнение не имеет решений.

При $x > 0{,}5,\ \ x \neq 1,$ функция $g(x)$ является монотонно убывающей и уравнение

$$f(x) = g(x)$$

может иметь единственное решение. Подбором находим, что при $x = 3$:

$$f(3) = \log_3 3 = 1, \qquad g(3) = \frac{7}{3^2 - 3 + 1} = 1.$$

Решение системы уравнений

$$x = 3, \qquad y = 1.$$

Приведенные примеры указывают, что для развития аналитических умений учащихся важную роль играет их обучение технике использования существующих алгоритмов решения широкого спектра как стандартных, так и нестандартных алгебраических задач.

Список литературы

1. *Гусев, В. А.* Психолого-педагогические основы обучения математике. М.: ООО «Изд-во «Вербум- М», «Издательский центр «Академия», 2003. – 432 с.

2. *Васильева, Г. Н.* Методические аспекты деятельностного подхода при обучении математике в средней школе./Г. Н. Васильева. – Пермь, 2009. – 136 с.

3. *Титова, Е. И.* Различные трактовки понятия «задача» и методика их решения / Е. И. Титова, А. В. Чапрасова. – Текст : непосредственный // Молодой ученый. – 2014. – № 6 (65). – С. 760-762. – URL: https://moluch.ru/archive/65/10503/ .

4. *Колягин, Ю. М.* Задачи в обучении математике. – М.: Просвещение, 1997. – Ч. I.

5. *Колягин, Ю. М.* Задачи в обучении математике. – М.: Просвещение, 1997. – Ч. II.

6. *Колягин, Ю. М.* и др. Методика преподавания математики в средней школе: Общая методика. – М.: Просвещение, 1995.

7. *Фридман, Л. М.* Как научиться решать задачи. М.: Московский психолого-соц. ин-т; Воронеж: Изд-во НПО «МОДЭК», 1999. – 240 с.

8. *Столяр, А. А.* Методы обучения математике. – Минск: Вышейшая школа, 1996.

9. *Манвелов, С. Г.* Конструирование современного урока математики: Книга для учителя. М.: Просвещение, 2002. – 175 с.

10. *Алгебра,* и начала математического анализа. Учебник для 10 класса / С. М. Никольский, М. К. Потапов, Н. Н. Решетников, А. В. Шевкин. – М.: Просвещение – 2009 – 436с.

11. *Васильева, Г. Н.* Методические аспекты деятельностного подхода при обучении математике в средней школе./Г. Н. Васильева. – Пермь, 2009. – 136с.

12. *Жафяров, А. Ж.* Профильное обучение математике старшеклассников [Электронный ресурс] : учеб.-дидакт. комплекс / А. Ж. Жафяров. – Новосибирск : Сибир. унив. изд-во, 2017. – С. 127–137. – ЭБС IPRbooks. http://www.iprbookshop.ru/65152.html

Anna A. Ivashkova
2nd year graduate student of Togliatti State University, Togliatti
E-mail: ivashkova.anna9616@gmail.com
Scientific supervisor:
Vera V. Lipilina
Candidate of Pedagogical Sciences,
Associate Professor of Togliatti State
University, Togliatti

SOME ASPECTS OF TEACHING THE SOLUTION OF ALGEBRAIC PROBLEMS IN SECONDARY SCHOOL AS A MEANS OF FORMING ANALYTICAL SKILLS OF STUDENTS

Annotation: The article touches upon certain aspects of teaching the solution of algebraic problems in the course of algebra and the principles of analysis at the senior level in general educational institutions. The main elements of training and some of the existing problems are considered. The key points of one of the topics are highlighted and the ways of their accessible presentation for students are considered.

Keywords: algebraic problems,analytical abilities, systems of equations, non-standard methods.

УДК [373.5.016:514]:517.93

Исаенко Елизавета Александровна
студентка 2 курса магистратуры
направления подготовки «Математика»
ГОУ ВО ЛНР «Луганский государственный
педагогический университет»
e–mail: elizavetka.isaenko@inbox.ru
Научный руководитель:
Дымарский Яков Михайлович
доктор физико-математических наук, профессор,
профессор кафедры высшей математики
Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)

МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ GEOGEBRA В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ ГЕОМЕТРИИ

Аннотация. В статье обоснована целесообразность внедрения компьютерной поддержки учебного процесса. Проанализированы возможности существующих педагогических программных средств. Выделены преимущества программы GeoGebra, которые позволяют эффективно использовать ее в процессе изучения математики общеобразовательной школы. Рассмотрены методические особенности применения динамической системы Geogebra в школьном курсе геометрии.

Ключевые слова: школьный курс геометрии, педагогические программные средства, динамическая система, Geogebra.

Актуальность и постановка проблемы. В современной системе образования происходят глубокие изменения, требующие обновления естественнонаучного образования в соответствии с государственными образовательными стандартами и современным уровнем развития общества [1].

В процессе обучения учащихся в средней школе целесообразно применять инновационные методы обучения, соответствующие педагогические технологии, использование которых способствует развитию интереса школьников к изобретательской деятельности и научно-техническому творчеству. Инновационные технологии дают максимальный образовательный эффект в сочетании с различными формами их применения.

Цель данной статьи: рассмотреть методические особенности применения динамической системы Geogebra в школьном курсе геометрии.

Изложение основного материала. Сегодня, разработаны и используются большое количество педагогических программных средств (Derive, GeoGebra, Gran1, Gran-2D, Gran-3D, DG, Maple, Mathematika, MathLab, Maxima, Numeri, Reduce, Statgraph и др.). Условно их можно разделить на программные средства, которые ориентированы: на специалистов достаточно высокой квалификации в области математики; на учащихся средних учебных заведений, изучающих школьный курс математики; на студентов высших учебных заведений при изучении высшей математики.

Следует подчеркнуть, что значительное внимание уделяется использованию современных компьютеров и информационных технологий с целью реализации практической направленности в обучении математике на основе дидактических возможностей современных средств информационно-коммуникационных технологий:

– компьютерная визуализация учебной информации;

– компьютерное моделирование изучаемых объектов;

– возможность «математического эксперимента» для исследования математических закономерностей, свойств геометрических фигур.

Для поддержки обучения математике в средних учебных заведениях наиболее целесообразным является использование комплекта программ GeoGebra, GRAN (Gran1, Gran-2D, Gran-3D), Derive, DG, Advanced Grapher, KmPlot, за счет простоты их использования и максимально приближенным к интерфейсу наиболее распространенных программ общего назначения.

Однако при имеющихся положительных качествах, большая часть программных средств может использоваться при изучении одной или нескольких тем по геометрии или алгебре.

GeoGebra является свободно распространяемым программным средством, в состав которого внесены системы динамической геометрии и компьютерной алгебры, электронные таблицы и другие компоненты [6].

В отличие от других программ для динамического манипулирования геометрическими объектами, идея GeoGebra заключается в интерактивном сочетании геометрического, алгебраического и числового моделирования содержания задачи. Это позволяет организовать целенаправленное наблюдение за взаимосвязью величин, предоставляет возможность экспериментально проверить гипотезу.

Возможности программы GeoGebra позволяют эффективно использовать ее в процессе изучения математики: качественные изображения математических объектов (графики функций, графики уравнений, геометрические фигуры, формулы, диаграммы, и т.д.) для подготовки наглядных учебных моделей при демонстрации учебного материала, использования в мультимедийных презентациях или «традиционных» дидактических материалах (карточки заданий, плакаты).

В целом, GeoGebra имеет мощный набор инструментов, возможности которых выходят за пределы школьного курса математики. В данной статье выделим инструменты, которые целесообразны при изучении геометрии в общеобразовательных учебных учреждениях [3; 4]:

– построение различных геометрических фигур на плоскости (точек, прямых, лучей, ломаных, векторов, углов, многоугольников, правильных многоугольников, биссектрис углов, срединных перпендикуляров, параллельных и перпендикулярных прямых, кругов (с центром и точкой по центру и радиусу, по трем точкам), дуг кругов и конических сечений, касательных к окружности и тому подобное);

– вычисление площадей: многоугольника, круга, части плоскости, ограниченной эллипсом, сектора;

– нахождения: градусной меры угла, длины отрезка, периметра многоугольника, длины вектора, расстояния от точки до прямой, тангенса угла между прямой и положительным направлением оси абсцисс и др.;

– преобразование фигур в плоскости: симметрия относительно точки и прямой, поворот вокруг точки, гомотетия, параллельный перенос;

– нахождение точек пересечения двух фигур (двух прямых, прямой и окружности и т. п);

– нахождение середины отрезка, центра круга (эллипса).

Таким образом, на основе имеющегося опыта в практическом применении динамической системы Geogebra в школьном курсе геометрии можно выделить следующие методические особенности:

– возможность использования программного средства как в школе, так и дома при различных формах проведения занятий и компьютерной оснащенности учебного процесса;

– повышение эффективности усвоения нового учебного материала, овладения математическими знаниями, умениями и навыками;

– возможность реализации деятельностного и эвристического подходов при изучении школьного курса геометрии, а именно внедрения в учебный процесс элементов эксперимента и исследования;

– повышение степени мотивации учащихся, обеспечение возможности постановки творческих задач и организации проектной работы для формирования изобретательности учащихся и их готовности применять математику для решения разноотраслевых задач;

– возможность моделирования и визуализации геометрических понятий для формирования у учащихся умений выделять характерные признаки, устанавливать закономерности, делать обобщения и выдвигать гипотезы [2; 5].

Таким образом, внедрение в образовательный процесс новых, трансформированных форм организации обучения, элементов STEM-образования позволяет создать условия для усиления визуальной и экспериментальной составляющей обучения математике; для развития творческого потенциала личности, самостоятельного критического мышления, ценностных ориентаций, адекватных современным жизненным реалиям.

Список литературы

1. *Методические* рекомендации по преподаванию учебных предметов в 2018-2019 учебном году в образовательных организациях (учреждениях) Луганской Народной Республики / Приложение к приказу Министерства образования и науки Луганской Народной Республики от «17» августа 2018 № 772-од – 113 с.

2. *Дорохова, Г. И.* Инновационные формы проведения уроков математики. [Электронный ресурс] / Г. И. Дорохова. Режим доступа: https://infourok.ru/innovacionnie-formi-provedeniya-urokov-matematiki-319000.html (дата обращения: 11.11.2019).

3. *Атанасян, Л. С.* Геометрия. 10–11 классы : учеб. для общеобразоват. учреждений : базовый и профил. уровни / Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев и др.. – М.: Просвещение, 2014. – 255 с.

4. *Геометрия*. Программы общеобразовательных учреждений 10-11 классы : учебное издание / составитель Т. А. Бурмистрова – 2-е изд. – М.: Просвещение, 2010. – 98 с.

5. *Обучение* геометрии с использованием возможностей GeoGebra: учебно-методическое пособие / Федер. гос. автоном. образоват. учреждение высш. проф. Образования «Север. (Аркт.) федер. ун-т им. М. В. Ломоносова» ; [О. Л. Безумова, Р. П. Овчинникова, О. П. Троицкая и др. ; отв. ред. О. Л. Безумова]. – Архангельск : КИРА, 2011. – 140 с.

6. *Официальный* сайт программы GeoGebra. – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.geogebra.org/cms/ (дата обращения: 10.03.2022).

Elizaveta A. Isaenko
2nd year graduate student
areas of study «Mathematics»
State Educational Institution in the LPR «Lugansk State pedagogical university»
e-mail: elizavetka.isaenko@inbox.ru
Scientific supervisor:
Yakov M. Dymarsky
Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor,
Professor of the Department of Higher Mathematics
Moscow Institute of Physics and Technology
(National Research University)

METHODOLOGICAL FEATURES OF THE APPLICATION OF THE GEOGEBRA DYNAMIC SYSTEM IN THE SCHOOL GEOMETRY COURSE

Annotation. The article substantiates the expediency of the introduction of computer support for the educational process. The possibilities of existing pedagogical software tools are analyzed. The advantages of the GeoGebra program are highlighted, which make it possible to use it effectively in the process of studying mathematics at a secondary school. The methodological features of the application of the dynamic Geogebra system in the school geometry course are considered.

Keywords: school geometry course, pedagogical software, dynamic system, Geogebra.

УДК 372.851

Кандаурова Алёна Васильевна
учитель математики
ГУ ЛНР «Луганское
общеобразовательное учреждение –
специализированная школа №21»
город Луганск
e-mail: moyadress12345@gmail.com

ПРИМЕНЕНИЕ БИНАРНЫХ УРОКОВ В СИСТЕМЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКИ В ШКОЛЕ

Аннотация. Статья посвящена рассмотрению целесообразности внедрения бинарных уроков в школьный курс математики. Целью таких уроков является создание благоприятных условий для взаимодействия между учителем и учеником, в ходе которого достигаются основные цели учебно-воспитательного процесса, раскрываются принципы доступности и научности обучения.

На современном этапе развития школьного образования внедрение бинарных уроков является неотъемлемой частью совершенствования методики преподавания математики и усвоения теории математических знаний.

Ключевые слова: бинарный урок, школьный курс математики, изучение, интеграция, мотивация, учебные программы.

Актуальность и постановка проблемы. Важным условием повышения качества образования является повышение профессионального уровня педагогов. Саморазвитие и самообразование являются основополагающей деятельностью современного учителя.

Современная школа ставит перед педагогом новые требования к организации обучения. В наших реалиях уже недостаточно простой передачи знаний от учителя к учащемуся. Получить информацию или знания ребенок может самостоятельно, используя современные средства, но показать важность этих знаний, научить применять их в жизни, объяснить, как пользоваться этими знаниями на практике – может только учитель. С целью повышения качества урока, уровня заинтересованности ученика, необходимо построить деятельность учителя таким образом, чтобы взаимодействие с учащимися было цельным и продуктивным. Замотивировать ребенка к активному обучению сложно, но необходимо. Ценность урока прямо пропорциональна качеству полученных знаний и умений.

Для оптимизации и повышения уровня образованности необходимо внедрять новые виды деятельности, пересматривать подходы к взаимодействию с учащимися. Вследствие этого возникает проблема поиска новых граней в методической работе учителя.

Изложение основного материала. Методическая работа – важное звено непрерывного образования учителя, в своей деятельности педагоги должны организовывать работу таким образом, чтобы она способствовала усвоению материала обучающимися.

Основными критериями эффективности методической работы являются результативные показатели уровня педагогического мастерства, внедрение педагогических технологий, формирование инновационного потенциала педагогов.

Современные педагогические технологии – это синтез многолетнего опыта педагогической науки и практики, сочетание традиционных элементов прошлых и современных педагогических достижений.

Современный урок включает в себя как традиционные формы и методы, так и инновационные технологии. Главное в нем – стремление добиться хорошего результата проявляя творчество педагога и учащегося.

При разработке современного урока все чаще используются различные формы и методы организации обучения. Поэтому современный урок, сохранив присущие ему признаки, в то же время является постоянно развивающейся формой. Главное же направление этого развития видится в стремлении добиться того, чтобы урок стал результатом креативной деятельности не только педагога, но и учащихся.

Одним из факторов для достижения этой цели может являться проведение бинарных уроков.

Бинарные уроки – это нетрадиционный вид урока, являющийся формой реализации межпредметных связей и интеграции учебных предметов. Урок на одну общую тему ведут два или несколько педагогов - предметников.

Такие уроки позволяют интегрировать знания из разных областей для решения одной проблемы, дают возможность применить полученные знания на практике, соединить полученные знания по основным предметам с предметами иного (например, эстетического) направления.

Интеграция – это основательное взаимопроникновение, слияние, насколько это допустимо, в одном учебном материале обобщенных знаний в той или иной области [3].

В рамках интегрированной образовательной технологии наибольший интерес вызывают бинарные уроки, основанные на межпредметных связях, так как предполагает использование синтеза различных педагогических технологий.

И.М. Фролов считает, что интегрированное обучение является образованием будущего. По его мнению, современная система образования характеризуется дифференцированным подходом к обучению: каждый предмет изучается отдельно, сам по себе, в отрыве от реальной жизни. Таким образом, именно бинарные уроки расширяют возможности учителя выступать в роли экспериментатора [1].

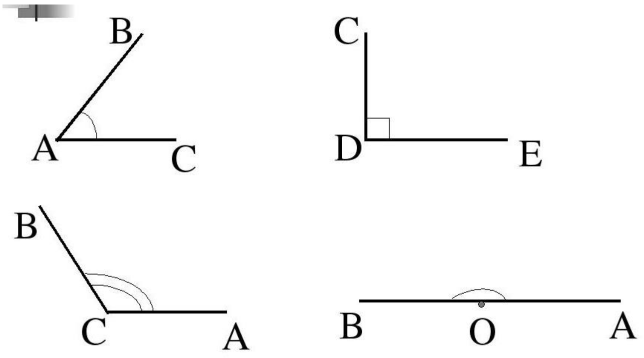
Цель бинарных уроков – не только объединить содержание двух предметов, но и показать ребятам возможности использования специализации на других уроках: раскрыть тему основного предмета с помощью музыки, танца, изобразительного искусства.

Например, при изучении темы по геометрии в 7-м классе «Измерение углов» можно использовать бинарность с уроком хореографии «Основные танцевальные позиции рук и ног». Рассмотрим фрагмент такого урока.

Учитель математики:

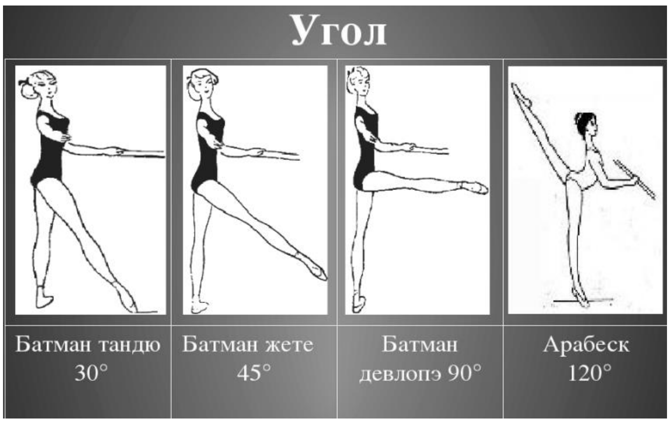
– Угол – это фигура, расположенная в заданной плоскости, образованная двумя несовпадающими лучами, имеющими общее начало. Сторона угла является лучом, вершина – общее начало сторон.

Один градус называют углом, который имеет одну сто восьмидесятую часть развернутого угла. Градус обозначают при помощи знака «°», тогда один градус – 1 °. Следовательно, развернутый угол состоит из 180 таких углов, состоящих из одного градуса. Чтобы измерить угол, мы воспользуемся транспортиром. Посмотрите, какие углы мы видим на рисунке? (ответы детей)



Учитель хореографии:

– Итак, ребята, перейдем к хореографии. Давайте посмотрим на рисунок и что мы видим? Да углы! Поговорим о них и их градусах.



Упражнение Батмант жете на 45°

Упражнение Гранд батмант жете на 90°

Упражнение Батмант девелоппе на 90°

Упражнение Ронд де жамб ан лер на 45°

Проведение бинарного урока требует от педагогов тщательной подготовки:

1) Необходимо провести анализ учебного материала выбранных дисциплин, с целью определения общей темы, которая может быть реализована на таком уроке.

2) Следует тщательно спланировать педагогами совместный ход урока, в котором четко будет определено место и роль каждого из них. Необходимо помнить, что бинарный урок должен состоять из дополняющих друг друга, не дублирующих частей разных учебных дисциплин.

3) Обязательное подведение итогов урока, этап рефлексии которого позволит справедливо оценить деятельность учащихся на уроке.

Бинарный урок позволяет выявить связь различных предметов, делает обучение целостным и системным. Проведение бинарных уроков требует педагогов особенной тщательной подготовки. Такие уроки могут быть успешными только при условии слаженной творческой работы обоих учителей. Учащимся такие уроки помогают лучше, полнее и осознаннее усвоить изученный материал [2].

Например, изучение темы «Пирамида» может стать отличным примером бинарного урока, состоящего из таких предметов как геометрия, изобразительное искусство и физическая культура. Рассмотрим отрывок такого урока.

Учитель геометрии.

– Какие ассоциации у вас возникают, когда вы слышите слово «пирамида»? (Египетские пирамиды).

Почти 5 тысячелетий тому назад была воздвигнута первая пирамида - колоссальная гора из камня, построенная по точному математическому расчету. Почему же на протяжении тысячелетий люди возводят именно пирамиды?

Чем так привлекает людей этот многогранник, какими свойствами он обладает?

Изучением пирамид занимались многие археологи, историки, географы.

Чтобы выяснить, почему пирамида вызывает такой интерес, мы тоже займемся изучением пирамиды, но только с точки зрения геометрии.

Определение. n-угольная пирамида – многогранник, составленный из n-угольника в основании и n треугольников, образованных при соединении точки вершины пирамиды со всеми вершинами многоугольника основания.

n-угольник называют основанием пирамиды.

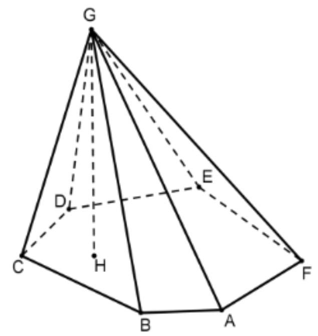
Треугольники – боковые грани пирамиды.

Общая вершина треугольников – вершина пирамиды.

Рёбра, выходящие из вершины – боковые рёбра пирамиды.

Перпендикуляр от вершины пирамиды к плоскости основания называют высотой пирамиды.

На рисунке – шестиугольная пирамида GABCDEF, проведена высота GH пирамиды.

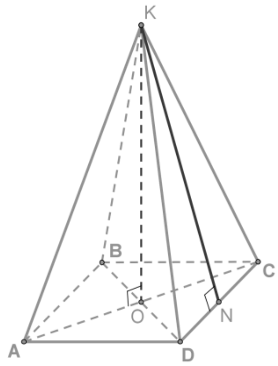


Пирамиду, в основании которой правильный многоугольник, и высота соединяет вершину пирамиды с центром правильного многоугольника, называют правильной.

У правильной пирамиды все боковые грани – равные равнобедренные треугольники. Если провести высоты этих треугольников, то они также будут равны.

Высоту боковой грани правильной пирамиды называют апофемой.

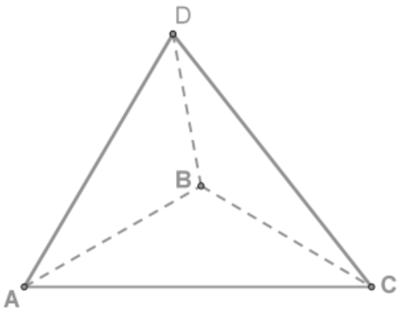
На рисунке – правильная четырёхугольная пирамида. Высота KO пирамиды проведена от вершины K к центру O основания.



Высота боковой грани KN – апофема.

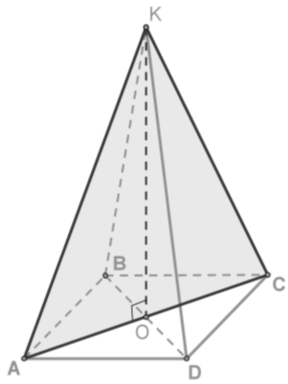
Если у правильной треугольной пирамиды все боковые грани – равносторонние треугольники (равные с основанием), то такую пирамиду называют правильным тетраэдром:

ΔABC=ΔABD=ΔACD=ΔBCD.



Если у многоугольника в основании есть диагонали, то через эти диагонали и вершину пирамиды можно провести диагональное сечение.

На рисунке проведено диагональное сечение правильной четырёхугольной пирамиды.



Основные формулы для расчётов в правильных пирамидах:

1. Боковая поверхность $S_{бок.} = 1/2\ P_{осн.} \cdot h$, где h – апофема. Для пирамид, которые не являются правильными, необходимо определить отдельно поверхность каждой боковой грани.

2. Полная поверхность $S_{полн.} = S_{осн.} + S_{бок.}$ Эта формула справедлива для всех пирамид, не только для правильных.

3. Объём $V = 1/3 \cdot S_{осн.} \cdot H$, где H – высота пирамиды. Эта формула справедлива для всех пирамид, не только для правильных.

4. Решение задачи:

Пирамида Хеопса: периметр основания – 922 м, длина ребра – 225 м, определить площадь боковой поверхности пирамиды.

5. «Физкультминутка»

Учитель физкультуры.

– Гимнастические пирамиды имеют вид тематических построений, изображающих конкретный рисунок. Этот рисунок должен выглядеть красочным и состоять из постановок, которые создали несколько человек разной физической подготовки.

Составляющие комбинаций

– стойки

– поддержки

– выпады

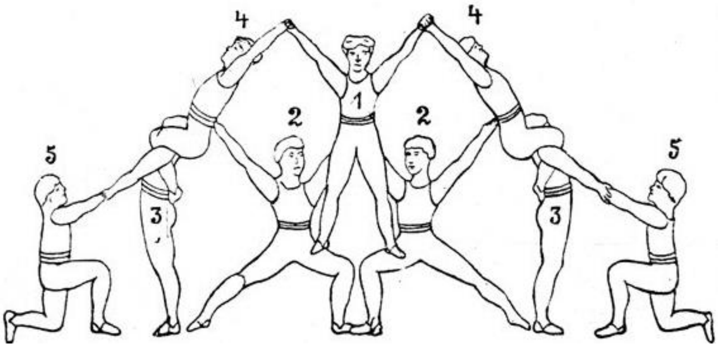
– упоры

– мосты

– равновесия

Последовательность изучения пирамид:

1. Зрительное ознакомление с рисунком или схемой пирамиды.
2. Определение мест и номеров каждого из участников пирамиды.
3. Освоение пирамиды по частям



Акробатические упражнения развивают силу, ловкость, быстроту реакции, ориентировку в пространстве и являются отличным средством тренировки вестибулярного аппарата.

6. Мастер-класс по изобразительному искусству

Учитель изобразительного искусства.

– Пирамиды в живописи. Пирамидальные пейзажи, сюжеты, картины.

Пирамиды – это мало познанные архитектурные памятники, пришедшие к нам из Древнего Мира планеты Земля (а может и не только). Пирамида представляет собой гигантское каменное строение, имеющее пирамидальную форму.

В Древнем Египте пирамиды использовались в качестве усыпальниц-гробниц для фараонов. Множество исследователей пирамид, так и не поняли, по какой причине разные народы строили сооружения пирамидальной формы. Пирамидами также стали называть курганные гробницы Древнего Китая – захоронения правителей и знати из династий Чжоу, Цинь, Хань, Суй, Тан, Мин. Известны также мезо американские пирамиды, являющиеся древней мезо американской архитектурой. Эти строения в основном – ступенчатые пирамиды с храмами на вершине. Самая большая мезо американская пирамида – Великая пирамида Чолулы, являющаяся самой большой из известных пирамид нашей планеты. Пирамиды Майя – это древние пирамиды, созданные цивилизацией древних индейцев Майя. Многие из этих пирамид засыпаны землёй, спрятаны в тропических зарослях и визуально выглядят как зеленеющие холмы. Основная часть пирамид Майя многослойные строения.

Под влиянием активизации интереса, восприятие учебного материала переходит на более высокий уровень, совершенствуется эмоциональная и логическая память, интенсивнее работает воображение.

Бинарный урок формирует у учащихся умение пользоваться теоретическими знаниями в разнообразных нестандартных ситуациях.

Выводы и перспективы дальнейших исследований. Практическая значимость бинарных уроков обоюдна: для учащихся – это применение знаний по нескольким предметам одновременно, для учителя – это активная практика применения современных технологий.

Результативность бинарных уроков заключается в повышении квалификации самих педагогов, расширении их педагогических навыков, способствует активизации управления процессом познавательной и практической деятельности, повышению уровня индивидуальности обучения, позволяет педагогам в тандеме нивелировать недостатки друг друга и активизировать их достоинства.

Многие школы активно внедряют проведение бинарных уроков. Целесообразно такое внедрение в специализированных школах художественно – эстетического или спортивного профиля, где часто происходит переформатирование ценности основных предметов и замена их предметами специализации. Бинарные уроки позволяют избежать данной проблемы, интегрировав спецдисциплины с основными школьными предметами.

Проблема введения бинарных уроков в школьном курсе математики актуальна, своевременна и обширна. Это дает возможность дальнейшего исследования данной темы в стандарте применения педагогических технологий обучения.

Список литературы

1. *Кукушин, В. С.* Современные педагогические технологии: нач. шк.: пособие для учителя / В.С. Кукушин. - Изд. 2-е, перераб. - Ростов н/Д: Феникс, 2004 (ЗАО Книга). – 379 с.: ил., табл.

2. *Соколова, Ю. Н.* Интеграция предметов художественно-эстетического цикла в современной школе как педагогическая проблема // Современные проблемы науки и образования. – 2013. – № 6. – 23 с.

3. *Широбокова, Т. С.* Нетрадиционные формы проведения уроков // Справочник классного руководителя. – 2012. – № 9. –1 4 с.

Alyona V. Kandaurova
math teacher
GU LNR "Lugansk
general education institution –
specialized school No. 21"
city of Lugansk
e-mail: moyadress12345@gmail.com

APPLICATION OF BINARY LESSONS IN THE SYSTEM OF TEACHING MATHEMATICS AT SCHOOL

Annotation. This article is devoted to the consideration of the feasibility of introducing binary lessons in a school mathematics course. The purpose of such lessons is to create favorable conditions for interaction between the teacher and the student, during which the main goals of the educational process are achieved, the principles of accessibility and scientific learning are revealed.

At the present stage of the development of school education, the introduction of binary lessons is an integral part of improving the methodology of teaching mathematics and mastering the theory of mathematical knowledge.

Key words: binary lesson, school mathematics course, study, integration, motivation, curriculum.

УДК 373.091.33 : 51”19”

Кривко Яна Петровна
доктор педагогических наук, доцент,
заведующий кафедрой высшей
математики и методики
преподавания математики
ГОУ ВО ЛНР «Луганский государственный
педагогический университет», г. Луганск, ЛНР
yakrivko@yandex.ru
Сухотинова Анна Сергеевна
старший преподаватель кафедры
высшей математики и методики
преподавания математики
ГОУ ВО ЛНР «Луганский государственный
педагогический университет», г. Луганск, ЛНР
asuhotinova@gmail.com

МЕТОДЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В ТРУДОВОЙ ШКОЛЕ НАЧАЛА XX ВЕКА КАК ПРООБРАЗ СОВРЕМЕННОГО МЕТАПРЕДМЕТНОГО ПОДХОДА К ОБУЧЕНИЮ

Аннотация. Статья посвящена анализу методов обучения в трудовой школе начала XX века. В работе представлен анализ целей и задач, ставившихся перед учителями трудовой школы при изучении математики на основе комплексного подхода в обучении как прообраза современного метапредметного подхода. Рассмотрены отдельные аспекты комплексного, синтетического, проектного методов обучения, их сущность. Проведено исследование особенностей выбора методов обучения математике для реализации поставленных целей на основе изучения программ для трудовой школы.

Ключевые слова: методы обучения, трудовая школа, комплексный метод, метод проектов, синтетический метод, программа по математике.

Актуальность и постановка проблемы. В современном образовании основной тенденцией последних лет выступает стремление максимального сближения школьного материала и изучения реальных процессов, происходящих в окружающем мире. Одним из путей реализации направления усовершенствования школьного обучения служит метапредметный подход как комплексное освоение системы знаний обучающимся. В его основе лежит овладение учеником универсальных способов действия, на основании которых учащийся сможет сам постигать новые знания, добывать новую информацию, делать выводы и выдвигать новые идеи.

Однако, данная идея не нова. Ее основы были заложены в начале XX века – времени создания так называемых трудовых школ, получивших широкое распространение в СССР сразу после революции 1917 года. В учебный процесс трудовой школы был внедрен так называемый комплексный метод обучения, который, по сути, и был прообразом метапредметного обучения. К его разновидностям относили синтетический метод, метод проектов и др.

Цель статьи – анализ особенностей методов обучения математике в трудовой школе в начале XX века, рассматриваемые как прообраз современного метапредметного подхода обучения.

Изложение основного материала. Отметим, что трудовая школа пришла на смену дореволюционной школе и ставила своей целью воспитание революционного борца, энтузиаста. Обучение должно было строиться на основе самостоятельного поиска учащимся новых знаний, при этом контроль со стороны учителя, выставление оценок считалось недопустимым пережитком прошлого.

Основной метод обучения в трудовой школе позиционировался комплексным методом, который достаточно быстро транспонировался в так называемый синтетический (связывающий) метод обучения. Сущность синтетического метода, по мнению педагогов начала XX, «…в связном, совокупном, целостном исследовании явлений;…это – марксистско-диалектический метод исследования явлений;…он исследует конкретную действительность, а не …отдельные учебные предметы;…работа производится…в определенных практических целях изучения действительности» [1, с. 24].

В это время в учебный процесс было привнесено большое количество зарубежных методик обучения, большей частью американских – Далтон-план, Виннетка-план, Плэтон-план, метод Декроли и др. Но наибольшее распространение получил, так называемый, метод проектов, причем предполагалось, что «…проект есть всякое действие, совершаемое от всего сердца и с определенной целью» [2, с. 4]. В этой связи под проектом понималось любое школьное задание – будь то решение задачи, поиск цитат, иллюстративного материала и т.д. К основным задачам проектного метода относили, во-первых, внушение детям любви к знанию, а во-вторых, предоставление им возможности удовлетворения своей любознательности [2, с. 5].

Приоритет проектного метода и опора на него в процесс преподавания был обусловлен вниманием к нему Н.К. Крупской, которая неоднократно в своих публикациях обращала внимание именно на преимущества метода проектов. В ее статье «Метод проектов в полит-просветработе», опубликованной в № 9 журнала «Коммунистическое просвещение» за 1923 год, указывалось то, что этот метод есть метод увязки теории с практикой. Он может рассматриваться как система учебно-воспитательной работы, развивающая инициативу школьников, приучающая к плановой работе, дающая умение взвешивать все обстоятельства, учитывать трудности, наблюдать, проверять себя в ходе работы. Метод проектов учит правильной отчетности, развивает энергию, настойчивость в достижении цели, приучает к самостоятельности, устанавливает диалектическую связь между отдельными учебными предметами [3].

В этой связи именно метод проектов стал основой для создания новых программ советской школы, в том числе по математике. Математика изучалась как на первой, так и на второй ступени обучения в школе. Первая ступень включала в себя изучение арифметики и начального курса геометрии. Вторая – так называемый систематический курс геометрии и тригонометрии, курс «алгебры и начатков анализа», а также предлагались беседы по математике (преимущественно по истории математики) [4, с. 3]

Целью преподавания математики было способствование «…самодеятельности учащихся, побуждая их к самостоятельным изысканиям, знакомя их в посильной и доступной форме с приемами научного мышления и обогащая в то же время качественно тот тщательно извешенный по количеству материал, который может быть усвоен классом неспешно и основательно» [4, с. 5].

Именно этот подход обусловил максимальное прикладное направление в обучении математике в советской школе за весь период ее развития, а также наибольшее применение межпредметных связей в преподавании математики: «Учащиеся должны принять для себя правила – применять арифметические расчеты не только на уроках всех остальных предметов, в особенности ручного труда, геометрии, естествознания и географии, но и на экскурсиях, если эти расчеты не слишком затрудняют работу детей» [4, с. 12–13].

В этом контексте рекомендовались такие методы и приемы обучения математике, как составление задач самими учащимися (для чего предлагалось проводить специальные тематические экскурсии – на рынки, почтовые учреждения, железнодорожные станции и пр.) [программы, с. 13]; практические задания для изучения дробей и действий с ними; графические работы (в большей степени, связанные с постарением диаграмм, графиков, и т.д.). Активно использовались геометрические и графические интерпретации при изучении уравнений, формул сокращенного умножения.

Отметим, что при изучении стереометрии ведущую роль педагоги начала XX века отводили развитию пространственного мышления на основе наглядного обучения математике, ставя своей целью «…научить детей воспроизведению пространственных форм из бумаги, глины, палочек и т.д., и плоские формы на бумаге с помощью чертежных инструментов» [4, с. 20]. Исходя их этого утверждения, к основным методам обучения геометрии относили – черчение «…с помощью линейки, циркуля, чертежного треугольника и транспортира», «наложение одной фигуры на другую», «разрезывание, а затем превращение фигуры в равностороннюю», «измерение и оценка на глаз», изготовление моделей, в том числе подвижных и др. [там же с. 21]. Для старших школьников предлагалось проводить геодезические работы «…с самодельной астролябией, мензулой, эккером и высотометром» [там же, с. 27].

Выводы и перспективы дальнейших исследований. Таким образом, во многом эти интересные, на наш взгляд, идеи по объективным причинам не были реализованы в полной мере на практике в начале XX века. В первую очередь это произошло из-за крайне низкой подготовки преподавательского состава, слабой материальной базы школ, несбалансированной политики со стороны государства в отношении системы образования и других факторов. Однако, попытка максимальной опоры на естественную потребность ребёнка познавать явления окружающего мира через собственный опыт, может быть использована в школе XXI века.

Внедрение в современную педагогику наработок педагогов прошлых лет, в том числе начала XX века, наряду с современными возможностями позволит выбрать оптимальные методы обучения, обогатить содержание образования, повысить его эффективность.

Список литературы

1. *Автухов, И. Г.* Программы ГУСа и массовая школа : Опыт построения учебно-производственных планов на основе программ ГУСа и применения данных программ в массовой школе / И. Г. Автухов, И. Д. Мартыненко. – М. : Госиздат, [1925]. – 199 с.

2. *Кагаров, Е. Г.* Метод проектов в трудовой школе / Е. Г. Кагаров. – Ленинград : Брокгауз-Ефрон, 1926. – 88 с.

3. *Крупская, Н. К.* Метод проектов / Н. К. Крупская // Коммунистическое просвещение. –1923. – № 9. – С. 2–5.

4. *Союз* коммун Северной обл. Комиссариат народного просвещения. Отдел подготовки учителей. Материалы по реформе школы : Примерные программы. – 2-е изд. – Петербург : Отд. подготовки учителей Комисс. нар. просв. Союза коммун Северн. обл., 1919. – 62 с.

Yana P. Krivko
doctor of pedagogical sciences, associate professor,
acting head of the department of higher mathematics
and methods of teaching mathematics,
Lugansk State Pedagogical University,
Lugansk, LPR
e-mail: yakrivko@yandex.ru

Anna S. Sukhotinova
art. lecturer of the department of higher mathematics
and methods of teaching mathematics,
Lugansk State Pedagogical University,
Lugansk, LPR
e-mail: asuhotinova@gmail.com

METHODS OF TEACHING MATHEMATICS IN THE LABOR SCHOOL OF THE EARLY TWENTIETH CENTURY AS A PROTOTYPE OF THE MODERN META-SUBJECT APPROACH TO TEACHING

Annotation. The article is devoted to the analysis of teaching methods in the labor school of the early twentieth century. The paper presents an analysis of the goals and objectives that were set for teachers of a labor school in the study of mathematics based on an integrated approach to teaching as a prototype of the modern meta-subject approach. Some aspects of complex, synthetic, project teaching methods, their essence are considered. A study was made of the features of the choice of methods for teaching mathematics to achieve the goals set on the basis of studying programs for a labor school.

Key words: teaching methods, labor school, complex method, project method, synthetic method, mathematics program.

УДК 373.5.091.64:51 – 028.27

Павшок Дарина Романовна
студентка 5 курса направления подготовки
«Педагогическое образование (с двумя профилями),
профили: Математика и информатика»
ГОУ ВО ЛНР «Луганский государственный
педагогический университет»
e-mail: darina.pavshok.99@mail.ru
Научный руководитель:
Дяченко Светлана Владимировна
кандидат педагогических наук, доцент,
доцент кафедры информационных
образовательных технологий и систем
ГОУ ВО ЛНР «Луганский государственный
педагогический университет»
e-mail: dsv-selen@mail.ru

СОЗДАНИЕ ЭЛЕКТРОННОГО УЧЕБНИКА ПО МАТЕМАТИКЕ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ 5 КЛАССА СРЕДНЕЙ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ОРГАНИЗАЦИИ

Аннотация. В статье рассматривается создание и использование электронного учебника для изучения математики в 5 классе средней общеобразовательной организации. Рассмотрены основные научно-методические, технологические и воспитательные требования, предъявляемые к электронному учебнику, а также компоненты, которые обязательно должны быть в учебнике для того, чтобы его использование было эффективно. Описаны компьютерные программы (NeoBook, HTML-компиляторы, FlipCreator Global Edition) для создания электронного учебника. Обоснована целесообразность использования компьютерных технологий для лучшего усвоения учебного материала по математике.

Ключевые слова: математика, учебные материалы, электронный учебник, программы NeoBook, HTML-компиляторы, FlipCreator Global Edition, дистанционное образование.

Актуальность и постановка проблемы. Актуальность исследования заключается в том, что электронные учебники (ЭУ) могут сыграть роль полезного учебного материала, который, являясь дополнением к традиционным, может поспособствовать пониманию и запоминанию важнейших понятий, примеров и утверждений. Поэтому использование электронного учебника как дополнение к традиционному может позволить упростить процесс обучения и сделать его более эффективным.

Изложение основного материала. Как правило, обычный текстовый учебник может предоставить учащемуся только сухо изложенный материал, который сложен для понимания. Электронный учебник, в свою очередь, может послужить учебным материалом, который подает информацию более доступно и просто для учащихся.

Используя информационно-коммуникационные технологии (ИКТ), большинство современных учеников могут систематически и эффективно развивать информационные и коммуникативные навыки. Успех освоения школьных программ во многом зависит от применения ИКТ. Другими словами, информатизация является важнейшим направлением модернизации системы образования [4, с. 87].

Мы утверждаем, что использование электронного учебника способствует лучшему усвоению материала учебной программы по математике для учащихся 5 класса средних общеобразовательных организаций. Особенно это касается геометрии, поскольку использование мультимедийных материалов позволяет более доступно объяснить фактические аспекты, которые проблематичны для понимания.

Использование компьютерных технологий позволяет реализовать личностно-ориентированное обучение и адаптироваться ко всему учебному процессу, а самое главное – улучшить самообразование учащихся. Современные интерактивные и компьютерные методы и программное обеспечение должны изменить форму общения между преподавателями и учащимися и превратить обучение в сотрудничество. Это повышает мотивацию к обучению, что приводит к необходимости поиска новых форм и методов учебного процесса (включая отчеты, публичные презентации групповой проектной работы и другое), а также способствует повышению интенсивности и индивидуальности обучения [2, с. 3].

Во время разработки электронных учебников необходимо учесть ряд важнейших факторов:

– электронный учебник должен одновременно давать обучающемуся доступ к возможностям справочно-информационных систем, а также обладать функциями автоматизированного обучения и контроля;

– по сравнению с бумажным учебником, электронный позволяет эффективно учитывать индивидуальные особенности каждого учащегося, благодаря вариативному изложению учебного материала, а также упрощению обратной связи;

– главная задача использования электронного учебника – повысить результативность учебного процесса, используя возможности автоматизации механических операций. Здесь речь идет о проверке типовых заданий, упрощение поиска необходимой информации и многое другое;

– электронный учебник должен быть адаптированным к конкретному учебному процессу, так как неизвестно, каким именно образом он будет использоваться в той или иной ситуации;

– электронный учебник должен обладать высокой степенью интерактивности и задействовать мультимедийные возможности в процессе обучения.

Несмотря на то, что электронный учебник предполагается использовать как дополнение к уже имеющимся учебным материалам для учащихся, он может изучаться самостоятельно. Иначе, его эффективность может быть значительно ниже. Чтобы создать для учащихся 5 класса средней образовательной организации эффективный и исчерпывающий электронный учебник по математике, необходимо, чтобы его содержание обязательно включало в себя такие компоненты [2, с 5; 5, с. 23–24]:

– *информационная* составляющая или средства для изучения теоретических основ математики;

– *практическая* составляющая предполагающая наличие задач для выполнения учащимися;

– *методические рекомендации* для изучения каждой отдельной темы в электронном учебнике;

– средства *контроля* знаний;

– средства *управления* процессом обучения.

Создание качественного электронного учебника – это трудоемкий процесс, который предполагает серьезную подготовку, использование трудовых ресурсов и наличие специальных знаний. Не последняя роль в этом принадлежит программному обеспечению. От компьютерной программы, использующейся для создания ЭУ зависит как сложность и специфика процесса разработки электронного учебника, так и качество полученного результата.

Обратим внимание на то, что современные программные средства способны существенно упростить работу над созданием электронного учебника, при этом с хорошим качеством. Однако, при выборе программного обеспечения необходимо учесть цели, достижение которых требует конечный результат.

Опишем современные программные средства, которые можно использовать для создания электронных учебников. Все их можно разделить на три категории [3]. К первой категории относятся электронные редакторы, которые располагают весьма обширными возможностями для редактирования текста и использования мультимедийных средств. Зачастую такое программное обеспечение также обладает разнообразными шаблонами, которые упрощают процесс создания учебника. Но стоит учесть, что такие редакторы, как правило, достаточно дороги и требуют от пользователя навыков работы с ними. К таким программам можно отнести NeoBook, BookOffice, CourseLab и другие.

Вторая категория – это HTML-компиляторы. Данные программные средства способны объединять HTML-файлы, которые были заранее подготовлены. Они не имеют такого широкого функционала как редакторы, однако способны справиться с большинством задач и не требуют много времени на изучение. Отнести к этой категории можно такие программы как LCDS, eBookGold и так далее [3, с. 86].

Третья категория объединяет программное обеспечение для создания электронных книг. Это достаточно удобные средства, с помощью которых можно создавать как обычные электронные книги, так и электронные учебники с интерактивной частью. Но не все такие программные средства поддерживают форматы доступные для всех устройств, так что в качестве подходящих вариантов можно выделить FlipCreator Global Edition, Adobe Acrobat, BookDesigner и другие [3, с. 88].

Все три категории программного обеспечения подходят для создания электронного учебника. На наш взгляд, предпочтительным программным средством для создания электронного учебника по математике для учащихся 5 класса средней общеобразовательной организации являются программы для создания электронных книг, то есть программные средства третьей категории. Они обладают инструментами для работы как с текстом, так и графическими элементами, дают возможность проработать интерактивную часть учебника, а также достаточно просты в использовании.

Выводы и перспективы дальнейших исследований. Подводя итог, стоит отметить важность использования электронных учебников как средства повышения эффективности образовательного процесса. При изучении материала по математике для 5 класса средней общеобразовательной организации, электронный учебник может помочь лучшему усвоению информации за счет наглядной демонстрации примеров применения математических законов, быстрого доступа к необходимому материалу, а также упрощению процесса контроля знаний со стороны учителя.

Применение электронных учебников должно оказать существенное влияние на изменение деятельности учителя, инициировать распространение моделей уроков и форм взаимодействия с учащимися, основанных на сотрудничестве, а также появлению новых моделей обучения, в основе которых лежит активная самостоятельная деятельность обучающихся.

Список литературы

1. *Примерная* программа для образовательных организаций (учреждений) Луганской Народной Республики Математика V–IX классы Базовый уровень. – Электронный ресурс. – Режим доступа : http://nmcro.ru/uchebnye-programmy-dlya-sredneobrazovatelnyx-uchebnyx-uchrezhdenij-lnr/ (дата обращения 14.04.22).

2. *Башмаков, А. И.* Разработка компьютерных учебников и обучающих систем / А. И. Башмаков, И. А. Башмаков. – М. : Филинъ, 2003. – 316 с.

3. *Струнина, Н. В.* Обзор программ для создания электронных учебников // Вестник Курганского государственного университета. – 2018. – 86-88 с. – Электронный ресурс. – Режим доступа : https://cyberleninka.ru/article/n/obzor-programm-dlya-sozdaniya-elektronnyh-uchebnikov/viewer (дата обращения 14.04.22).

4. *Захарова, И. Г.* Информационные технологии в образовании : учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений / И. Г. Захарова. – М. : Академия, 2010. – 192 с. – Электронный ресурс. – Режим доступа : https://libraryiksu.kg/public/assets/upload/books/Захарова%20И.Г.%20Информационные%20технологии%20в%20образовании%20(6-е%20изд.,%20стер.).pdf5e5c8c154d725.pdf (дата обращения 14.04.22).

5. *Зильберберг, Н. И.* Урок математики: подготовка и проведение. Книга для учителя / Н. И. Зильберберг. – М. : Просвещение: ЛО «Учебная литература», 1996. – 176 с. – Электронный ресурс. – Режим доступа : https://www.mathedu.ru/text/zilberberg_urok_matematiki_podgotovka_i_provedenie_1996/p74/ (дата обращения 14.04.22).

Darina R. Pavshok
5th-year student of the direction of training
"Pedagogical education (with two profiles),
profiles: Mathematics and Computer Science"
State Educational Institution of the LPR "Lugansk State
Pedagogical University"
e-mail: darina.pavshok.99@mail.ru

Scientific supervisor:
Svetlana V. Dyachenko
Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor,
Associate Professor of the Department of Information
Educational Technologies and Systems
State Educational Institution of the LPR "Lugansk State
Pedagogical University"
e-mail: dsv-selen@mail.ru

CREATION OF AN ELECTRONIC TEXTBOOK ON MATHEMATICS FOR 5TH GRADE STUDENTS OF A SECONDARY EDUCATIONAL ORGANIZATION

Annotation. The article discusses the creation and use of an electronic textbook for studying mathematics in the 5th grade of a secondary educational organization. The main scientific, methodological, technological and educational requirements for an electronic textbook, as well as the components that must be in the textbook in order for it to be used effectively, are considered. Computer programs (NeoBook, HTML-compilers, FlipCreator Global Edition) for creating an electronic textbook are described. The expediency of using computer technologies for better assimilation of educational material in mathematics is substantiated.

Key words: mathematics, educational materials, electronic textbook, NeoBook, HTML-compilers, FlipCreator Global Edition, distance education.

УДК: 372.851

Рябухина Мария Александровна
студентка 5 курса направления подготовки
«Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)»
профиля «Математика; информатика»
Ишимского педагогического
института им. П.П. Ершова (филиала)
Тюменского государственного университета, г. Ишим, РФ
e-mail: marip.01@bk.ru
Научный руководитель:
Мамонтова Татьяна Сергеевна
кандидат педагогических наук, доцент,
доцент кафедры физико-математических
дисциплин и профессионально-технологического образования
Ишимского педагогического института им. П.П. Ершова (филиала)
Тюменского государственного университета,
г. Ишим, РФ

НЕКОТОРЫЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ОБУЧЕНИЯ УЧАЩИХСЯ ИССЛЕДОВАНИЮ СВОЙСТВ ФУНКЦИЙ

Аннотация: в статье автор поднимает проблему поиска эффективных способов обучения учащихся основной и старшей школы методам исследования свойств элементарных функций: элементарными средствами (с помощью графика или аналитической формулы) и средствами дифференциального исчисления. Приводится пример обучения учащихся методу исследования свойств функции элементарными средствами с помощью аналитической формулы, как наиболее трудному для понимания, на примере линейной функции. В качестве иллюстрации применения метода приведены задания курса алгебры 10 класса при изучении темы «Числовые функции и их свойства».

Ключевые слова: методика обучения математике; школьный курс алгебры; элементарные функции; методы исследования свойств функций.

Не секрет, что учащиеся испытывают определенные трудности при изучении методов исследования свойств функций как в основной, так и в старшей школе. Зачастую они не различают разные методы исследования функций, путая, скажем, исследование функции по графику элементарными средствами или исследование по аналитической формуле, задающей функцию.

Это приводит к тому, что в старших классах учащиеся затрудняются назвать свойства функции, график которой им не знаком, например, $y = \frac{x^2-1}{2x+3}$.

Обучение учащихся математическому моделированию, в основе которого лежит «перевод математической задачи на формальный математический язык формул» [1, с. 839], в том числе, аналитический анализ свойств функций с опорой только на исследование ее формулы, как отмечают многие исследователи (Мамонтова Т.С., Чепурненко Е.В. и др.), относится к важным проблемам методики обучения школьному курсу алгебры [3, с. 205].

Знание методов исследования свойств функций, как элементарных, так и трансцендентных, помогает учащимся успешно справляться с различными заданиями, например, на построение графиков функций или вычисление значений функций [2].

В данной статье дадим некоторые методические разъяснения особенностей обучения учащихся исследованию свойств некоторых элементарных функций.

Учащиеся в школьном курсе алгебры изучают общие сведения о многих элементарных функциях и их свойствах. Например, линейная функция вида $y = kx + b$, квадратичная функция вида $y = ax^2 + bx + c$ (и ее частные случаи), обратная пропорциональность $y = \frac{k}{x}$ и другие.

Перечислим основные *свойства функций*, которые изучают учащиеся в процессе овладения функциональной линией: область определения функции и множество значений функции; четность функции; периодичность функции; точки пересечения графика функции с осями координат; промежутки знакопостоянства функции; монотонность функции; экстремумы функции; ограниченность функции; непрерывность функции.

В методике обучения математике используется два метода исследования свойств функций:

1. Элементарными средствами:

а) с помощью графика;

б) с помощью аналитической формулы.

2. Средствами дифференциального исчисления.

С методом элементарными средствами с помощью аналитической формулы, не смотря на его некоторую сложность, нужно знакомить ребят время от времени как основной, так и старшей школы. Опыт применения метода поможет им преодолеть страх исследования свойств функций без опоры на его график.

Ребята могут познакомиться с данным методом уже на примере свойств функции $y(x) = kx + b$ (т.е. линейной функции).

1. Область определения функции. Для каждого действительного числа x_0 существует единственное действительное число y_0 такое, что $y_0 = kx_0 + b$. Следовательно $D(y) = (-\infty; +\infty)$.

Множество значений функции. Пусть y_0 – произвольное действительное число, тогда значение x_0 определится из формулы: $x_0 = \dfrac{y_0 - b}{k}$ или $x_0 = \dfrac{1}{k} y_0 - \dfrac{b}{k}$. Следовательно, рассуждая аналогично пункту 1, $E(y) = (-\infty; +\infty)$.

2. Четность функции.

$y(-x) = k(-x) + b = -kx + b \neq -y(x) \neq y(x)$, т.е. по определению функция ни четная, ни нечетная.

Рассмотрим частные случаи:

а) $b = 0$, тогда $y(-x) = -y(x)$, т.е. функция $y = kx$ – нечетная функция;

б) $k = 0$, тогда $y(-x) = y(x)$, т.е. функция $y = b$ – четная функция.

3. Периодичность функции.

$y(x \pm T) = k(x \pm T) + b = kx + b \pm kT \neq y(x)$, т.е. по определению функция непериодическая. Однако, если $k = 0$, то функция $y = b$ – периодическая с периодом T – любое действительное число.

4. Нули функции.

$kx + b = 0$; $x = -\dfrac{b}{k}$, при $k \neq 0$.

5. Промежутки знакопостоянства функции.

а) $kx + b > 0$

$x > -\dfrac{b}{k}$, если $k > 0$;

$x < -\dfrac{b}{k}$, если $k < 0$;

б) $kx + b < 0$

$x > -\dfrac{b}{k}$, если $k < 0$;

$x < -\dfrac{b}{k}$, если $k > 0$.

6. Монотонность функции.

а) пусть $k > 0$, тогда если при любых x_1 и x_2 из $D(y)$ $x_1 > x_2$, то $kx_1 > kx_2; kx_1 + b > kx_2 + b$, т.е. по определению функция возрастает на всей области определения;

б) пусть $k < 0$, тогда если при любых x_1 и x_2 из $D(y)$ $x_1 > x_2$, то $kx_1 < kx_2$; $kx_1 + b < kx_2 + b$, т.е. по определению функция убывает на всей области определения;

в) пусть $k = 0$, тогда $y = b$, т.е. функция постоянная на всей области определения.

7. Экстремумы.

Функция экстремумов не имеет, т.к. является строго монотонной (пункт 5).

8. Ограниченность.

Функция не ограничена, что видно из $D(y)$ (пункт 1) и $E(y)$ (пункт 2).

9. Непрерывность.

Функция непрерывна, что видно из $D(y)$ (пункт 1).

В качестве примера применения метода рассмотрим типичные задания курса алгебры 10 класса при изучении темы «Числовые функции и их свойства».

Задание 1. Исследовать свойства функции элементарными средствами с помощью аналитической формулы: $y = x^2 - 5x + 4$.

Решение.

1. Область определения функции и множество значений функции.

$D(f) = (-\infty; +\infty)$.

$x^2 - 5x + 4 - y = 0;$

$$x_1 = \frac{5 + \sqrt{25 - 4(4 - y)}}{2} = \frac{5 + \sqrt{9 + 4y}}{2};\ x_2 = \frac{5 - \sqrt{9 + 4y}}{2}.$$

$9 + 4y \geq 0;\ 4y \geq -9;\ y \geq -2,25$. Значит $E(f) = [-2,25; +\infty)$

2. Четность функции.

$$f(-x) = (-x)^2 - 5(-x) + 4 = x^2 + 5x + 4 \neq f(x) = -\left(-x^2 - 5x - 4\right) \neq -f(x).$$

Функция ни четная, ни нечетная.

3. Периодичность функции.

$$f(x+c) = (x+c)^2 - 5(x+c) + 4 = x^2 + 2xc + c^2 - 5x - 5c + 4 =$$
$$= \left(x^2 - 5x + 4\right) + \left(c^2 + 2xc - 5c\right) = \left(x^2 - 5x + 4\right) + c(c + 2x - 5) = f(x)$$

только при $c = 0$. Аналогично $f(x-c) \neq f(x)$. Значит функция не периодическая.

4. Точки пересечения графика функции с осями координат.

При x=0 y=2, значит (0;2) – точка пересечения с Оу.

При y=0 $2+\sin\frac{x}{3}=0$; $\sin\frac{x}{3}=-2$ – уравнение не имеет корней, значит с осью Ох точек пересечения нет.

5. Промежутки знакопостоянства функции.

$y>0$; $2+\sin\frac{x}{3}>0$; $\sin\frac{x}{3}>-2$ при любом x.

$y<0$; $2+\sin\frac{x}{3}<0$; $\sin\frac{x}{3}<-2$ таких x не существует.

6. Монотонность функции.

Функция $y=\sin x$ возрастает при $x\in\left(-\frac{\pi}{2}+2\pi n;\ \frac{\pi}{2}+2\pi n\right)$, тогда функция $y=2+\sin\frac{x}{3}$ возрастает при $x\in\left(-\frac{3\pi}{2}+6\pi n;\ \frac{3\pi}{2}+6\pi n\right)$.

Функция $y=\sin x$ убывает при $x\in\left(\frac{\pi}{2}+2\pi n;\ \frac{3\pi}{2}+2\pi n\right)$, тогда функция $y=2+\sin\frac{x}{3}$ убывает при $x\in\left(\frac{3\pi}{2}+6\pi n;\ \frac{9\pi}{2}+6\pi n\right)$.

7. Экстремумы функции.

Максимумы: $\left(\frac{3\pi}{2}+6\pi n; 3\right)$.

Минимумы: $\left(-\frac{3\pi}{2}+6\pi n; 1\right)$.

8. Ограниченность функции.

Функция ограничена снизу числом m=1, сверху числом M=3.

9. Непрерывность функции.

Функция непрерывная (см. п.1).

10. Дополнительные точки (поиск осуществляется при необходимости, например, в случае построения графика данной функции).

Рассматривая с учащимися конкретные примеры исследования свойств функций методом элементарных средств с помощью аналитической формулы, можно дать ребятам наглядное представление о нем, формируя навык построения резюмирующих выводов о свойствах функции только на основании аналитической записи функции без опоры на график.

Таким образом, целенаправленная и систематическая работа по выявлению свойств функций школьного курса алгебры различными методами, в том числе трудным для понимания методом элементарных средств с помощью аналитической формулы, способна решить проблему поиска эффективных способов обучения учащихся основной и старшей школы методам исследования свойств функций школьного курса алгебры.

Список литературы

1. *Мамонтова, Т. С.* Повышение качества школьного математического образования через использование учебных компьютерных моделей // Наука XXI века: опыт прошлого – взгляд в будущее: материалы II Международной научно-практической конференции. ФГБОУ ВО «Сибирская государственная автомобильно-дорожная академия (СибАДИ)». 2016. – 837-843 с.

2. *Мамонтова, Т. С.*, Мусякаева Е. И. Приемы запоминания значений тригонометрических функций // Научно-методический электронный журнал Концепт. 2018. № 8. – 51-56 с.

3. *Мамонтова, Т. С.*, Чепурненко Е. В. Стратегия развития математического образования в условиях модернизации Российского образования // Практико-ориентированная подготовка педагогов-исследователей в системе профессионального образования: сборник научных трудов. 2016. – 202-210 с.

Maria A. Ryabukhina
a 5th-year student of the training direction
"Pedagogical education (with two training profiles)"
of the profile "Mathematics; computer science"
Ishim Pedagogical
Institute named after P.P. Ershov (branch)
Tyumen State University, Ishim, Russia
e-mail: marip.01@bk.ru
Scientific supervisor:
Tatiana S. Mamontova
Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor,
Associate Professor of the Department of Physical and Mathematical
Disciplines and Vocational and Technological Education
Ishim Pedagogical Institute named after P.P. Ershov (branch)
Tyumen State University,
Ishim, Russia

SOME METHODOLOGICAL FEATURES OF TEACHING STUDENTS TO STUDY THE PROPERTIES OF FUNCTIONS

Annotation: in the article, the author raises the problem of finding effective ways to teach elementary and high school students the methods of studying the properties of elementary functions: by elementary means (using a graph or an analytical formula) and by means of differential calculus. An example of teaching students the method of studying the properties of a function by elementary means using an analytical formula, as the most difficult to understand, is given, using the example of a linear function. As an illustration of the application of the method, the tasks of the 10th grade algebra course in the study of the topic "Numeric functions and their properties" are given.

Key words: methodology of teaching mathematics; school algebra course; elementary functions; methods for studying the properties of functions.

УДК 372.851

Труш Марина Александровна
студентка 5 курса направления подготовки
«Педагогическое образование (с двумя профилями),
профили: Математика и информатика»
ГОУ ВО ЛНР «Луганский государственный
педагогический университет»
e-mail: maritrush@gmail.com
Научный руководитель:
Жовтан Людмила Васильевна
кандидат педагогических наук, доцент,
доцент кафедры высшей математики и
методики преподавания математики
ГОУ ВО ЛНР «Луганский государственный
педагогический университет»

СПЕЦИФИКА И НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ ТЕСТОВ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

Аннотация. Статья посвящена специфике применения тестов в процессе обучения математике в рамках школьного курса. Рассмотрены особенности применения тестирования в контексте решения задач, проблемного обучения и систематизации знаний. Указаны направления разработки принципов и правил составления математических тестов различной функциональной направленности и различного содержания с учетом рассмотренных особенностей.

Ключевые слова: задача, математика, проблема, систематизация, тест, школа.

Тестирование с момента своего возникновения и до наших дней прошло сложный путь развития. История эволюции тестов имела взлеты и падения. Однако интерес к тестированию никогда не снижался.

Применение тестов в процессе обучения математике во многом определяется спецификой самого учебного предмета: его содержанием, логикой построения, методикой преподавания.

Математика как учебный предмет с ее разнообразием фактического материала, строгой логикой и последовательной структурой, высокой степенью абстракций и обобщений, основополагающими теориями изобилует задачами разного уровня сложности. Основная особенность теста математического содержания – его восприятие как определенного вида математической задачи. В то же время математическому тесту присущи своеобразная логическая организация и структура, стандартизованная форма представления результатов, общие психологические требования к составлению и методике применения.

Известно, что задачи занимают ведущее место при изучении математики в школе. При этом математические задачи выступают как цель и средство обучения. Рассматривая математический тест как определенную задачу, между ними можно проводить параллели в самых различных аспектах: структура, классификация, дидактические функции и др.

В настоящее время существуют различные интерпретации содержательной стороны понятия «математическая задача», в том числе: задача как вопрос; задача как проблемная ситуация; задача как цель; задача как способ знакового предъявления задания и другие направления.

Таким образом, можно полагать, что любое тестовое задание может быть отнесено к определенному виду задач в рамках той или иной классификации. Это нужно учитывать, прежде всего, при разработке тестов.

В последнее время особое место в теории и методике обучения математике занимает идея проблемного обучения, дидактической основой которого является школьная математическая задача. Математический тест как особый вид математической задачи с полным правом может строиться на основных принципах проблемного обучения. В этом случае можно говорить о тестовых заданиях проблемного характера (проблемных тестах). Посредством теоретически грамотно составленных и методически обоснованно используемых проблемных тестов можно, во-первых, повышать уровень мотивации школьников, а во-вторых, реализовать принципы дифференцированного обучения.

Основная идея проблемного обучения состоит в том, чтобы некоторую часть новых знаний не сообщать учащимся в готовом виде, а использовать ее для самостоятельных «открытий» посредством преодоления познавательных затруднений.

Основой проблемного обучения служит система проблемных ситуаций.

Проблемная ситуация – это осознанные человеком интеллектуальные затруднения, пути преодоления которых ему неизвестны. Создание системы проблемных ситуаций, обеспечивающих развитие мыслительных способностей учащихся, есть сложная и важная методическая задача. Для успешной постановки проблемных ситуаций важно создать на уроке такие условия, при которых обычная учебная проблема принимается учениками «на себя», они становятся заинтересованными в ее решении, стремятся сделать «открытие».

При изучении любой темы ученики сталкиваются с познавательными затруднениями, которые нужно преодолеть. Необходимость же преодолеть трудности возникает у учеников чаще всего тогда, когда они сталкиваются с фактами:

1) недостаточности знаний для решения поставленной проблемы;
2) необходимости применения имеющихся знаний в новых условиях;
3) нерациональности выбранного способа решения задачи;
4) необходимости логического обоснования результатов, полученных опытным путем;
5) наличия противоречий между имеющимися знаниями и вновь установленными фактами [1].

Цель, достигаемая решением проблемы, должна стать для ученика субъективно важной. В связи с этим второе условие «принятия проблемы на себя» – создание различных мотивов деятельности учащихся.

Познавательный вопрос должен быть связан с эмоциями учащихся, их переживаниями. Он должен вызывать чувства удивления, успеха, восхищения.

Еще одной особенностью обучения математике является первостепенная важность этапа систематизации знаний.

Под систематизацией знаний понимается мыслительная деятельность, в процессе которой изучаемые объекты организуются в определенную систему на основе выбранного принципа [2].

В методике обучения математике проблема систематизации знаний учащихся сводится к реализации принципа последовательности в обучении, организации обобщающего повторения, реализации внутрипредметных связей, выбора принципов при составлении систем упражнений.

Особое внимание привлекают возможности тестового метода на этапе обобщающего повторения, которое играет наиболее важную роль в организации системных знаний.

Обобщение и систематизация на уровне понятий позволяют привить учащимся умение выделять существенные признаки понятий, давать понятиям определения через различную совокупность существенных признаков или через другое родовое понятие, умение подводить объект под понятие.

Тестовые задания, используемые в рамках такого типа обобщения и систематизации, можно разделить на следующие группы:

а) способствующие воспроизведению факта, закона, алгоритма, формулировок определений и теорем;

б) требующие анализа какого-то факта, закона, ситуации;

в) формирующие умения самостоятельно иллюстрировать теоретические положения примерами, в том числе и из практики;

г) приводящие к синтезу знаний;

д) развивающие мышление учащихся.

Обобщение и систематизация знаний на уровне системы понятий преследуют цель выработать у учащихся умения сопоставлять изученные понятия, отыскивать новые связи и отношения между ними, прослеживать развитие понятий в их иерархических зависимостях, то есть устанавливать подчиненность вида роду в случае сопоставимых понятий. При этом происходит либо обогащение и расширение ранее изученных понятий, либо образование новых. На данном уровне обобщения и систематизации определяется место и значение понятий в системе, происходит функциональное соотнесение понятий.

По мнению В.А. Далингера, обобщающее повторение на уровне системы понятий «формирует у учащихся целостное представление об изучаемом материале» [3, с. 55].

Приведем пример тестового задания, направленного на обобщение и систематизацию знаний на уровне системы понятий по теме «Замечательные точки в треугольнике».

Найдите эквивалентные понятия (определения) в следующем списке:

1. Точка, равноудаленная от сторон треугольника.
2. Точка, равноудаленная от вершин треугольника.
3. Точка пересечения медиан треугольника.
4. Точка пересечения высот треугольника.
5. Точка пересечения биссектрис треугольника.
6. Точка пересечения серединных перпендикуляров, проведенных к сторонам треугольника.
7. Центр окружности, вписанной в треугольник.
8. Центр окружности, описанной около треугольника.
9. Центр масс треугольника.
10. Ортоцентр треугольника.

Ответ: 1-5-7; 2-6-8; 3-9; 4-10.

Говоря об общих теоретических основах тестирования в процессе обучения математике, следует отметить его определенную специфику и зависимость от математики, как учебного предмета. Они проявляются не только в содержании, но и в структуре и типах тестовых заданий, в целях и задачах их использования. Это положение можно сформулировать как принцип единства психолого-педагогических основ математических тестов и закономерностей обучения математике.

В целом, общие научно-теоретические основы использования тестов в сочетании со спецификой предмета математики позволяют обеспечить разработку принципов и правил составления математических тестов различной функциональной направленности и различного содержания. Кроме того, научно-теоретические основы тестирования способствуют разработке конкретных тестовых методик, которые в интегрированном единстве с традиционными методами контроля и обучения должны повысить не только качество знаний учащихся, но и качество всего учебного процесса.

Список литературы

1. *Людмилов, Д. С.*, Дышинский, Е. А., Лурье, А. М.. Некоторые вопросы проблемного обучения математике: Пособие для учителя / Д. С. Людмилов, Е. А. Дышинский, А. М. Лурье. – Пермь, 1975. – 116 с.

2. *Менчинская, Н. А.* Проблемы учения и умственного развития школьников. – М.: Педагогика, 1989. – 218 с.

3. *Далингер, В. А.* Методика реализации внутрипредметных связей при обучении математике: Кн. для учителя. – М.: Просвещение, 1991. – 80 с.

Marina A. Trush
5rd year student of the field of study
«Pedagogical education (with two profiles),
Profiles: Mathematics and Informatics»
GOU VO LPR «Lugansk State
Pedagogical University»
e-mail: maritrush@gmail.com
Scientific adviser:
Lydmila V. Zhovtan
candidate of pedagogical sciences, associate professor,
Associate Professor of the Department of Higher Mathematics and
methods of teaching mathematics
GOU VO LPR "Lugansk State
Pedagogical University "

SPECIFICITY AND SOME PECULIARITIES OF USING TESTS IN MATHEMATICS TEACHING

Annotation. The article is devoted to the specifics of using tests in the process of learning mathematics in the school course. The features of tests in the context of problem solving, problem-based learning and systematization of knowledge are considered. The directions of developing the principles and rules of mathematical tests of different functional orientation and different content taking into account the considered features are pointed out.

Key words: task, mathematics, problem, systematization, test, school.

СЕКЦИЯ 4

ИННОВАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ПРЕПОДАВАНИИ МАТЕМАТИКИ

УДК 37.091.64:512(07)-028.27-048.52

Жовнир Анна Анатольевна
студент 1 курса магистратуры направления подготовки «Математика»
ГОУ ВО ЛНР «Луганский государственный педагогический университет»
e-mail: ann90518@mail.ru
Темникова Светлана Владимировна
кандидат технических наук,
доцент кафедры фундаментальной математики
ГОУ ВО ЛНР «Луганский государственный педагогический университет»
e-mail: temnikovasvetlana@rambler.ru

РАЗРАБОТКА ЭЛЕКТРОННОГО УЧЕБНОГО ПОСОБИЯ ПО АЛГЕБРЕ

Аннотация. Статья посвящена разработке электронного учебного пособия по алгебре для студентов бакалавриата направления подготовки 01.03.01 Математика. Рассмотрены основные особенности создания электронного учебного пособия. Разработанное электронное учебное пособие содержит элементы интерактивности, что позволяет быстро осуществлять поиск необходимой информации.

Ключевые слова: электронное учебное пособие, алгебра, образовательный процесс, структура, интерактивность, гиперссылка.

Актуальность и постановка проблемы. В настоящее время общество столкнулось с новым и ранее не ведомым понятием «Дистанционное обучение». Не имея возможности личного общения со студентами, преподаватели вынуждены искать новые методы качественного обучения студентов в удаленном формате. Одним из основных решений проблемы стало использование электронных учебных пособий. Широкие возможности, которые они предоставляют для учебного процесса, обусловили внедрение электронных учебников не только в дистанционный образовательный процесс, но и в программы самообразования, а также и как замены обычных бумажных учебников.

Цель работы заключается в создании электронного учебного пособия по дисциплине «Алгебра» для студентов бакалавриата направления подготовки 01.03.01 Математика.

Актуальность разработки электронного учебного пособия по алгебре заключается в необходимости повышения качества учебного процесса за счет использования компьютерных технологий для представления учебного материала. Потребность в таком электронном учебном пособии достаточно велика, а самих электронных учебных пособий по данной дисциплине крайне мало.

Изложение основного материала. Внедрение компьютерных технологий имеет весомое влияние на организацию образовательного процесса в вузах. По мнению специалистов, внедрение современных информационно-коммуникационных технологий в систему обучения позволяет качественно улучшить его [2; 3].

Использование современных технологий при изучении учебной дисциплины «Алгебра» создает принципиально новые вспомогательные возможности для организации качественного усвоения содержания курса. Компьютерные средства позволяют обогатить и усовершенствовать содержание, обеспечить новые активные формы и способы овладения учебным материалом. «Изменение технологии получения знания учащимися на основе таких важных дидактических свойств компьютера, как индивидуализация и дифференциация учебного процесса при сохранении его целостности, ведет к коренному изменению роли педагога. Главной его компетенцией становится роль помощника, консультанта, навигатора как в мире знаний, так и в становлении у ученика целостного качества быть Личностью» [1].

Основные преимущества электронных учебных пособий перед печатными заключаются в следующем [4]:

1) Обладают функцией быстрого поиска. Электронный учебник позволяет быстро находить необходимую информацию по интересующей теме.

2) Дают возможность структурирования учебного материала в виде гипертекста, что позволяет объединять самые важные материалы в логическую цепочку.

3) Снабжены мультимедийными функциями. Это позволяет использовать при изложении учебного материала не только иллюстрации и таблицы, но также анимированную компьютерную графику, видеоматериалы, презентации, моделирование и симуляции.

4) Позволяют использовать при обучении интерактивное моделирование. Учащимся дается возможность проводить визуальные эксперименты различной сложности, которые невозможно реализовать в учебной лаборатории.

5) Обладают интерактивной системой самопроверки. Это предоставляет учащемуся возможность в любой момент оценить уровень своих знаний и умений, более тщательно подготовиться к контрольным работам, зачетам и экзаменам.

Но, несмотря на многочисленные преимущества электронных учебных пособий, их внедрение в образовательный процесс проходит не так гладко, как хотелось бы.

Одной из важных проблем внедрения информационных технологий в процесс обучения является то, что большинство электронных учебных пособий представляют собой упрощенные справочники, весьма поверхностные. Они не могут стать источником системного, углубленного знания. В них методически не продуманные подачи учебного материала, учащимся предписывают действовать по определенной довольно строгой схеме, тем самым сковывая их самостоятельную деятельность. Мультимедийные средства, используемые при создании электронных учебных пособий, часто являются чрезмерными. Они мешают учащимся сосредоточиться, отвлекают, раздражают. Выразительные средства должны применяться в умеренном количестве и не подменять собою содержательную часть.

Для устранения выше перечисленным недостатков при разработке электронного учебного пособия по дисциплине «Алгебра» был предпринят ряд мер:

1) Был использован улучшенный механизм управления системой образования информационно-методических материалов.

2) Усовершенствована тактика отбора содержания, методов и форм организации обучения в соответствии с задачами развития личности учащихся в существующих условиях информатизации общества.

3) Разработана методическая система обучения, способствующая развитию интеллектуального потенциала обучаемого и формированию умений обработки и обобщения информации, экспериментально-исследовательской деятельности.

4) Созданы компьютерные тестирующие, диагностирующие, контролирующие и оценивающие системы.

В учебном пособии, разработке которого посвящена статья, имеется ряд преимуществ:

1) Полностью соответствует утверждённой рабочей программе дисциплины «Алгебра» для подготовки бакалавров по направлению подготовки 01.03.01 Математика.

2) Учебный материал логически разделен на тематические главы, наполненные профессионально ориентированным текстовым материалом.

3) Теоретический материал тщательно отобран и максимально доступен в смысловом и языковом отношении.

4) Умеренно использованы мультимедийные средства.

Электронное учебное пособие построено таким образом, чтобы студент смог самостоятельно изучить предложенные темы, на практике получить навыки решения задач, а затем проверить свои знания с помощью специально разработанного теста.

Выводы и перспективы дальнейших исследований. Разработанное электронное учебное пособие позволяет эффективно изучать теоретический и практический материалы по дисциплине «Алгебра» при самостоятельной работе студентов направления подготовки 01.03.01 Математика очной и заочной форм обучения, а также может быть полезным студентам и при дистанционной форме обучения.

Главным преимуществом разработанного электронного пособия является простота использования и интерактивность в процессе изложения учебного материала, что позволяет повысить интерес учащихся. Перспективой дальнейшей работы является повышение уровня интерактивности и разработка модуля для проверки качества усвоения знаний обучаемого.

Список литературы

1. *Селевко, Г. К.* Педагогические технологии на основе информационно-коммуникационных средств [Текст] / Г. К. Селевко. – М.: НИИ школьных технологий, 2005 г. – 101 с.

2. *Сташкевич, И. Р.* Информатизация как стратегический фактор развития профессионального образования [Текст] / И. Р. Сташкевич // Инновационное развитие профессионального образования. – 2016. – № 4 (12). – 25–28 с.

3. *Сташкевич, И. Р.* Использование информационных и телекоммуникационных технологий в системе среднего профессионального образования [Текст] / И. Р. Сташкевич, О. В. Башарина // Развитие информационно-образовательной среды в организациях среднего профессионального образования: Теория и практика: материалы II Междунар. науч.-практ. Конференции «Среднее профессиональное образование в информационном обществе» (Челябинск, 26 янв. 2017 г.). – Челябинск, 2017. – 9–13 с.

4. *Преимущества* электронных учебников [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://paidagogos.com/preimushhestva-elektronnyih-uchebnikov.html

Anna A. Zhovnir
1st year student of the master's degree
in the field of study "Mathematics"
GOU VO LPR "Lugansk State
Pedagogical University "
e-mail: ann90518@mail.ru
Svetlana V. Temnikova
candidate of technical sciences, associate professor,
Associate Professor of the Department of Fundamental Mathematics
GOU VO LPR "Lugansk State
Pedagogical University "
e-mail: temnikovasvetlana@rambler.ru

DEVELOPMENT OF AN ELECTRONIC TEXTBOOK ON ALGEBRA

Annotation. The article is devoted to the development of an electronic textbook on algebra for undergraduate students of the training direction 01.03.01 "Mathematics". The main features of creating an electronic textbook are considered. The developed electronic textbook contains elements of interactivity, which allows you to quickly search for the necessary information.

Keywords: electronic textbook, algebra, educational process, structure, interactivity, hyperlink.

УДК 519.173:51-37

Зокирова Елена Олимбоевна
студентка 2 курса магистратуры
направления подготовки «Математика»
ГОУ ВО ЛНР «Луганский государственный
педагогический университет»
e–mail: elizavetka.isaenko@inbox.ru
Давыскиба Оксана Викторовна
кандидат педагогических наук, доцент,
доцент кафедры фундаментальной математики
ГОУ ВО ЛНР «Луганский государственный
педагогический университет»

ПРИМЕНЕНИЕ СИСТЕМЫ КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ MAPLE К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ТЕОРИИ ГРАФОВ

Аннотация. В статье рассмотрена актуальность использования теории графов как элемента дискретной математики в рамках прикладного характера, выделены и проанализированы основные типы прикладных задач теории графов. Изучены возможности применения системы компьютерной математики Maple при решении задач теории графов, а также основные функции системы Maple непосредственно для решения задач теории графов.

Ключевые слова: теория графов, прикладные задачи, система компьютерной математики.

Актуальность и постановка проблемы. В современных рыночных условиях постоянно возрастает конкуренция субъектов как основной механизм регулирования производственного процесса. Конкурентоспособность любого предприятия возможно обеспечить высокопрофессиональным управлением всеми сферами его деятельности. Именно, современные информационные технологии, как совокупность методов, средств и приемов, используется для обеспечения эффективной деятельности людей в различных производственных и непроизводственных процессах. Современные информационные технологии расширяют возможности применения математической науки в различных сферах человеческой деятельности.

Целью статьи является анализ возможностей применения системы компьютерной математики Maple при решении задач теории графов.

Изложение основного материала. Для решения различных задач еще в древности использовались комбинаторно-логические методы. Дискретная математика как отдельная самостоятельная наука сформировалась к XVII веку благодаря первым работам Якоба Бернулли и Леонарда Эйлера в связанных с комбинаторикой и теорией графов областях [1].

Развитие теории графов за последнее время вошло в новый период интенсивных разработок. В данном процессе имеет существенное влияние запросы новых областей: теории игр, программирования, теории передачи сообщений, электрических сетей, контактных цепей, а также проблем психологии и биологии.

Дискретные математические структуры, которые широко используются при решении экономических задач, являются непосредственным объектом приложения дискретной математики. В свою очередь, рассматриваемая теория графов пересекается со многими разделами алгебры, теории множеств, геометрии, комбинаторной математики, теории матриц, математической закономерности, и других математических предметов. Очевидно, что теория графов стала значительной частью математического аппарата кибернетики, языком дискретной математики. Именно через теорию графов в значимой степени происходит внедрение математических методов в современную науку и технику.

На основе анализа научной литературы по теме исследования можно выделить основные прикладные задачи теории графов:

– задача нахождения кратчайшего пути в практических приложениях имеет большое значение. Например, задачи выбора наиболее экономичного маршрута перевозок; замена оборудования; составление расписания движения транспортных средств; размещение объектов жизнеобеспечения в населенных пунктах.

– задачи управления проектами, сетевого планирования и управления. Ориентированный граф является мощным средством для описания и анализа взаимодействия элементов сложных агрегатов, объединенных в единую систему; системных комплексов; проектов, требующих выполнения большого числа взаимосвязанных операций.

– задача нахождения максимального потока в сети при ограниченных пропускных способностях отдельных участков. Если каждой дуге графа приписать поток некоторого вещества, соответствующий пропускной способности линий электропередачи, трубопроводов различного назначения, то в этом случае граф является удобной моделью при исследовании ряда проблем (анализ пропускной способности коммуникационной сети; организация движения в динамической сети; оптимальное назначение интенсивностей выполнения работ; задача о распределении работ).

– понятия дерева для конструирования кратчайшей сети. Например, имеется несколько распределительных пунктов, подстанций, узлов нагрузки или электростанций, которые нужно объединить в единую сеть, создать систему.

Длительное время задачи теории графов решались вручную и с появлением компьютеров появилась возможность написания специальных программ на алгоритмических языках. Позднее появились пакеты аналитических вычислений Mathematica, MATLAB, Mathcad и Maple [2-4], которые позволяют выполнять аналитические символьные преобразования. Для решения задач, объектами которых являются графы, пакеты компьютерной математики являются незаменимыми.

Для работы с графами в пакете Maple предназначена библиотека GraphTheory. Команда подключения этой библиотеки – стандартная, т. е. достаточно воспользоваться оператором with: > with(GraphTheory):.

Среди основных функций, которые используются при решении задач с графами можно выделить следующие:

– Graph() – задание графа;

– AddEdge() – добавление ребер в граф;

– AddVertex() – добавление вершин в граф;

– DeleteEdge() – удаление ребер из графа;

– DeleteVertex() – удаление вершин из графа;

– DrawGraph() – построение графа;

– AdjacencyMatrix() – нахождение матрицы смежности;

– IncidenceMatrix() – нахождение матрицы инцидентности;

– MaxFlow() – нахождение максимального потока в транспортной сети и др. [5].

В контексте данного исследования, следует отметить работу М.Н. Кирсанова [5], где изложены решения задач теории графов, приведены описания основных алгоритмов на графах и тексты более 30 программ в системе компьютерной математике Maple. Также, приведены алгоритмы теории искусственного интеллекта (муравьиный алгоритм и метод отжига) для решения задачи коммивояжера.

Таким образом, рассмотренные примеры показывают важность и актуальность прикладного экономического приложения теории графов и дискретной математики в целом. Перспективами дальнейших исследований является практическая реализация в системе компьютерной математике Maple решений типовых задач теории графов.

Список литературы

1. *Родионов, А. В.* Применение теории графов при решении задач с экономическим содержанием / А. В. Родионов, К. Г. Любавских // Приоритетные научные направления: от теории к практике. 2016. №26-2. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/primenenie-teorii-grafov-pri-reshenii-zadach-s-ekonomicheskim-soderzhaniem (дата обращения: 27.04.2022).

2. *Дьяконов, В. П.* Maple 10/11/12/13/14 в математических расчетах / В. П. Дьяконов. – М.: ДМК Пресс, 2011. – 800 с.

3. *Дьяконов, В. П.* Mathcad 8-12 для всех. Серия «Библиотека студента» / В. П. Дьяконов. – М.: Солон-Пресс, 2010. – 682 с.

4. *Дьяконов, В. П.* Mathematica 5/6/7 / В. П. Дьяконов. – М.: ДМК Пресс, 2012. – 624 с.

5. *Кирсанов, М. Н.* Графы в Maple. Задачи, алгоритмы, программы / М. Н. Кирсанов. – М.: Физматлит, 2007. – 168 с.

Elena O. Zokirova
2nd year graduate student
areas of study «Mathematics»
State Educational Institution in the LPR «Lugansk State pedagogical university»
e-mail: elizavetka.isaenko@inbox.ru
Oksana V. Davyskiba
Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor,
Associate Professor of the Department of Fundamental Mathematics
State Educational Institution in the LPR «Lugansk State pedagogical university»

APPLICATION OF THE MAPLE COMPUTER MATHEMATICS SYSTEM TO SOLVING GRAPH THEORY PROBLEMS

Annotation. The article considers the relevance of using graph theory as an element of discrete mathematics within the framework of applied nature, identifies and analyzes the main types of applied problems of graph theory. The possibilities of using the Maple computer mathematics system in solving graph theory problems are studied, as well as the main functions of the Maple system directly for solving graph theory problems.

Keywords: graph theory, applied problems, computer mathematics system.

УДК 378.091.64:514.12-028.27-043.83

Косенко Юлия Андреевна
студент 1 курса магистратуры направления подготовки «Математика»
ГОУ ВО ЛНР «Луганский государственный педагогический университет»
e-mail: k_yuliya20@mail.ru
Темникова Светлана Владимировна
кандидат технических наук, доцент,
доцент кафедры фундаментальной математики
ГОУ ВО ЛНР «Луганский государственный педагогический университет»
e-mail: temnikovasvetlana@rambler.ru

РАЗРАБОТКА ЭЛЕКТРОННОГО УЧЕБНОГО ПОСОБИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ»

Аннотация. Статья посвящена разработке электронного учебного пособия по аналитической геометрии для студентов бакалавриата направления подготовки 01.03.01 «Математика». Рассмотрены основные аспекты и структура создания электронного учебного пособия. Разработанное электронное учебное пособие содержит элементы интерактивности, что позволяет быстро осуществлять поиск необходимой информации.

Ключевые слова: электронное учебное пособие, аналитическая геометрия, образовательный процесс, структура, интерактивность, гиперссылка, Web-страница.

Актуальность и постановка проблемы. В настоящее время активно разрабатываются компьютерные инструментальные средства для ведения учебных курсов. Практически по всем направлениям учебных дисциплин создаются электронные учебные пособия. Однако создание и организация учебных курсов с использованием электронных обучающих средств является непростой технологической и методической задачей. Компьютерные средства полезны при самостоятельной и индивидуальной работе, они очень важны для личностно-ориентационной системы обучения [4].

Актуальность создания электронного учебного пособия по дисциплине «Аналитическая геометрия» заключается в необходимости повышения качества учебного процесса за счет использования нетрадиционных форм представления учебного материала. В результате высоких темпов развития научно-технического прогресса и роста требований к уровню проведения учебного процесса, объем знаний, необходимый для полноценной профессиональной деятельности, также неуклонно растет. Поэтому встает задача непрерывного обновления запаса знаний. В связи с этими тенденциями все более актуальной становиться проблема создания качественных электронных учебников, пособий, лабораторных практикумов, справочников на базе современных компьютерных технологий.

Изложение основного материала. В статье [9] охарактеризованы основные структурные компоненты электронных учебных пособий. Рассматриваются основные требования к структуре и содержанию электронных учебных пособий, обеспечивающие их функциональность, направленность на их индивидуализацию образовательного процесса, самостоятельную работу студентов.

В статье Е.М. Воробьева и В.А. Никишкина [1] излагается методика создания JPS-файлов интерактивных учебных пособий системы ВебМатематика. В качестве примера выбрано учебное пособие по аналитической геометрии.

В электронном учебнике Ларина А.А. [5] полностью воспроизводится теоретическая часть курса, оформленная в виде презентаций, которые демонстрируют применение математики в других науках, в будущей профессиональной деятельности студентов, способствуют развитию наглядно-образного и наглядно-действенного типов мышления.

Электронное учебное пособие – учебное электронное издание, созданное на высоком научно-методическом и техническом уровне, частично заменяющее или дополняющее обычный учебник [2]. Содержание электронного учебного пособия должно соответствовать требованиям и содержанию программы образовательной дисциплины, утвержденной в установленном в учебном заведении порядке.

Использование электронных учебных пособий в образовательном процессе ВУЗа позволяет подробно изучить теоретический материал, ознакомиться с решением типовых задач, проверить свои знания с помощью тестовых заданий и т.д. Богатый и красочный иллюстративный материал позволяет наглядно продемонстрировать теоретическую информацию во всём её многообразии и комплексности.

Электронные учебные пособия состоят из следующих частей [8]:

- теоретическая часть, в основе которой содержится текст, графика (статические схемы, чертежи, таблицы и рисунки), анимация, видеозаписи, а также интерактивный блок;
- практическая часть, в которой должно быть представлено пошаговое решение типовых задач и упражнений по данному учебному курсу с содержанием минимальных пояснений;
- контрольная часть – содержит набор тестовых заданий, контрольных вопросов для самопроверки, тексты контрольных работ по темам;
- справочная часть, которая может включать в себя: предметный указатель, таблицы основных констант, размерностей, основные формулы по данному учебному курсу и другую необходимую информацию в графической, табличной или любой другой форме.

Плюсом электронного учебного пособия является общедоступность не только на аудиторных занятиях. Ввиду большого количества часов, отведенных на самостоятельное обучение на заочной форме обучения, учебное пособие – это «отличный помощник», который содержит весь материал (теоретические сведения, рекомендации к самостоятельному качественному освоению дисциплины, проверочный материал, подробное описание решения задач, тексты контрольных работ, различного типа тестовых заданий и т.д.), представленный в одном формате и в одном месте.

Электронное пособие в учебном процессе особенно эффективно в тех случаях, если пособие [6]:

1. Обеспечивает практически мгновенную обратную связь – свойство интерактивности. Интерактивное взаимодействие между студентом и элементами учебного пособия реализуется посредством адаптации интерфейса пользователя под индивидуальные запросы обучаемого, использования гиперссылок, всплывающих окон, личном участии обучаемого в моделировании изучаемых процессов, тестировании и т.д.
2. Использует простой и удобный механизм навигации по электронному пособию. Гиперссылки, фреймовые структуры и карты-изображения позволяют быстро перейти к нужному разделу или фрагменту и при необходимости так же быстро возвратиться обратно. Пользователю не нужно запоминать страницы, на которых был расположен изучаемый материал.
3. Помогает быстро найти необходимую информацию, поиск которой в обычном учебнике затруднен. Важен правильно организованный механизм поиска, как в пределах электронного пособия, так и вне его. Например, по гипертекстовым ссылкам можно перемещаться по тексту пособия, просматривать рисунки, обращаться к другим изданиям, ссылки на которые в нем имеются (литература и т.д.), написать электронное письмо автору пособия.
4. Экономит время при многократных обращениях к гипертекстовым объяснениям, адаптирует изучаемый материал к уровню знаний учащегося, что способствует улучшению восприятия и запоминанию информации. Адаптация основана на использовании слоистой структуры пособия.
5. Использует возможности и преимущества мультимедийных технологий.

6. Дополнительные средства воздействия на обучаемого позволяют быстрее осваивать и лучше запоминать учебный материал. К таким возможностям относят: использование анимационных моделей, звуковое сопровождения, соответствующее лекторскому тексту и т.д.
7. Позволяет быстро, но в индивидуальном темпе проверить знания по определенной теме, разделу, всему курсу. Использование слоистой структуры пособия дает возможность встроенного автоматизированного контроля уровня знаний обучаемого, соответствующего уровню его знаний.
8. Может обновить необходимую учебную информацию, например, с помощью сети Интернет.

Однако, кроме рассмотренных преимуществ, электронное пособие имеет и недостатки. Для использования такого пособия необходимо наличие дополнительного специального оборудования – компьютера с соответствующим программным и аппаратным обеспечением. Работе за монитором присуще повышенная утомляемость, поэтому необходимо дозировать время, отведенное работе с электронным пособием.

Дисциплина «Аналитическая геометрия» изучается студентами направления подготовки 01.03.01 Математика в 1-2 семестрах обучения. Структура учебного пособия соответствует требованиям и содержанию рабочей программы образовательной дисциплины. Согласно ГОСТу 01.03.01 Математика студент должен обладать следующими компетенциями**:**

- способностью к самоорганизации и самообразованию;
- готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии.

На изучение дисциплины «Аналитическая геометрия» отводится 288 часов (табл. 1).

Таблица 1 – Объем учебной дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Объем часов (зач. ед.)	
	Очная форма	Заочная форма
Общая учебная нагрузка (всего)	288 (8 зач. ед)	288 (8 зач. ед)
Обязательная аудиторная учебная нагрузка (всего) в том числе:	128	32
Лекции	64	12
Семинарские занятия	-	-
Практические занятия	64	20
Лабораторные работы	-	-
Контрольные работы (модули)	-	-
Курсовая работа (курсовой проект)	-	-
Другие формы и методы организации образовательного процесса	-	-
Самостоятельная работа студента (всего)	97	240
Итоговая аттестация	63 Экзамен - 27, экзамен -36	16 Зачет -4, экзамен -12

Из них аудиторных – 128 часов: лекции – 64 часа (табл. 2), практические занятия – 64 часа (табл. 3).

Таблица 2 – Лекции

<table>
<tr><th rowspan="2">№ п/п</th><th rowspan="2">Название темы</th><th colspan="2">Объем часов</th></tr>
<tr><th>Очная Форма</th><th>Заочная Форма</th></tr>
<tr><td colspan="4">1 семестр (1 триместр)</td></tr>
<tr><td>1</td><td>Векторы и аффинные операции над ними</td><td>8</td><td rowspan="2">2</td></tr>
<tr><td>2</td><td>Аффинные пространства. Прямые и плоскости в аффинном пространстве</td><td>12</td></tr>
<tr><td>3</td><td>Евклидовы пространства. Геометрия плоскостей и</td><td>12</td><td>2</td></tr>
</table>

	прямых евклидова пространства		
За 1 семестр (1 триместр):		32	4
2 семестр (2-3 триместры)			
4	Геометрические преобразования (аффинные преобразования, движения)	10	2
5	Квадрики в евклидовом и аффинном пространстве.	10	2
6	Проективное пространство	12	4
За 2 семестр (2-3 триместры):		32	8
Итого:		64	12

Таблица 3 – Практические занятия

№ п/п	Название темы	Объем часов	
		Очная форма	Заочная Форма
1 семестр (1 триместр)			
1	Векторы и аффинные операции над ними	8	2
2	Аффинные пространства. Прямые и плоскости в аффинном пространстве	12	2
3	Евклидовы пространства. Геометрия плоскостей и прямых евклидова пространства	12	4
За 1 семестр (1 триместр):		32	8
2 семестр (2-3 триместры)			
4	Геометрические преобразования (аффинные преобразования, движения)	10	4
5	Квадрики в евклидовом и аффинном пространстве	10	4
6	Проективное пространство	12	4
За 2-й семестр (2-3 триместры)		32	12
Итого:		64	20

Целью данной работы является разработка электронного учебного пособия по дисциплине «Аналитическая геометрия», предназначенного для студентов бакалавриата направления подготовки 01.03.01 Математика очной и заочной форм обучения.

Цель предопределила решения ряда задач:

- подбор и систематизация учебного материала по темам дисциплины (теоретической части, практическим работам, заданиям для самопроверки);
- разработка структуры пособия в соответствии с рабочей программой учебной дисциплины;
- выбор редактора языка HTML и описание процесса разработки электронного учебного пособия по аналитической геометрии;
- обеспечение удобной навигации по материалам пособия.

В качестве редактора языка HTML используется Microsoft Word, который является свободным текстовым редактором. Просматривать такой учебник можно как и веб-страницы средствами программы-браузера. Для разделения веб-страницы на области используются рамки. Рамки – это прямоугольные области, на которые разделяется окно браузера для структурирования информации в документе и облегчения доступа к ней [3]. В каждой области отображается отдельная Web-страница. Контейнер, в котором размещается группа рамок, называется страницей рамок. Структура электронного учебника аналогична веб-сайту.

Рассмотрим структуру данного пособия. При входе в электронное учебное пособие пользователь попадает на титульную страницу (рис.1), где указаны темы пособия. На титульной странице расположены внешние гиперссылки для перехода по темам пособия (они расположены в отдельных документах).

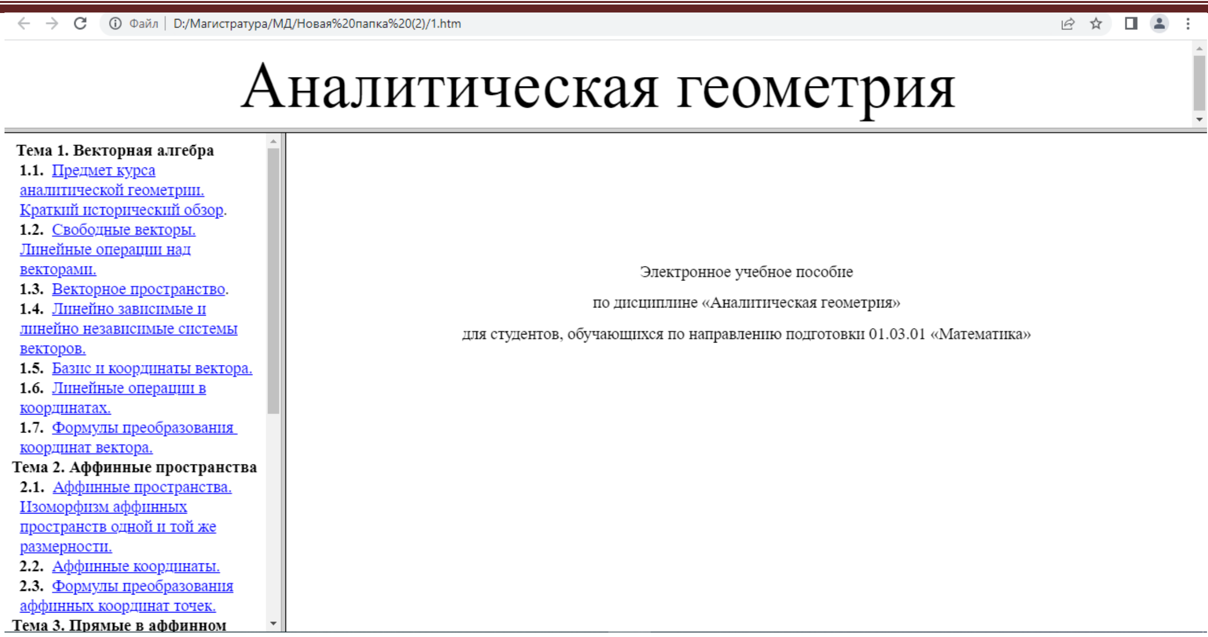


Рисунок 1 – Титульная страница электронного учебного пособия

В качестве примера рассмотрим структуру темы «Кривые второго порядка, заданные каноническими уравнениями» (рис. 2). Для удобного перемещения по тексту данная тема разбита на несколько пунктов, которые содержат в себе внутренние гиперссылки.

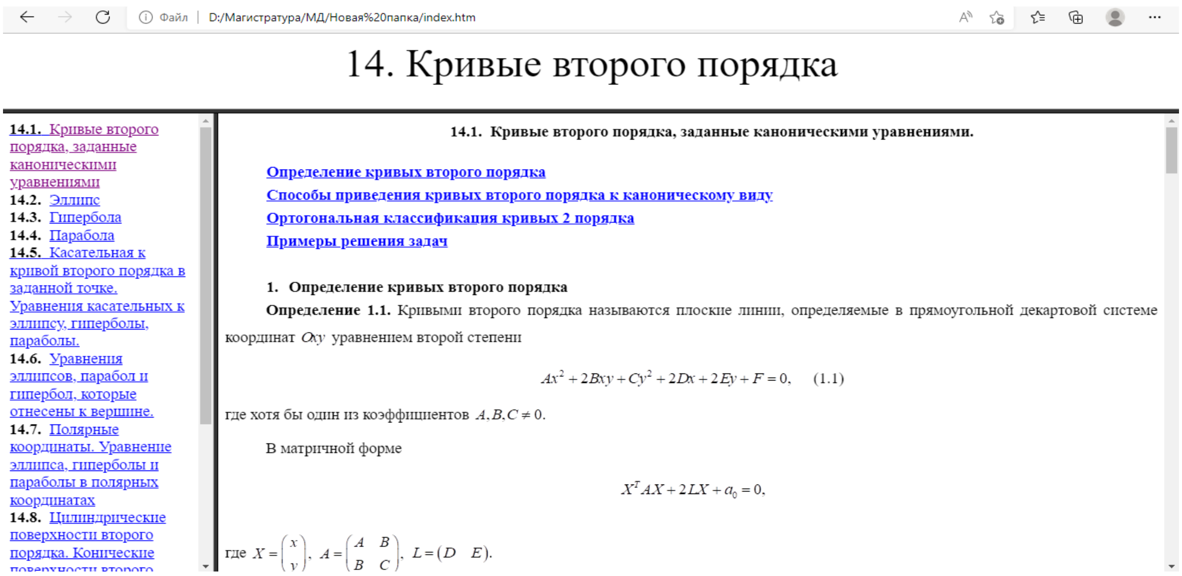
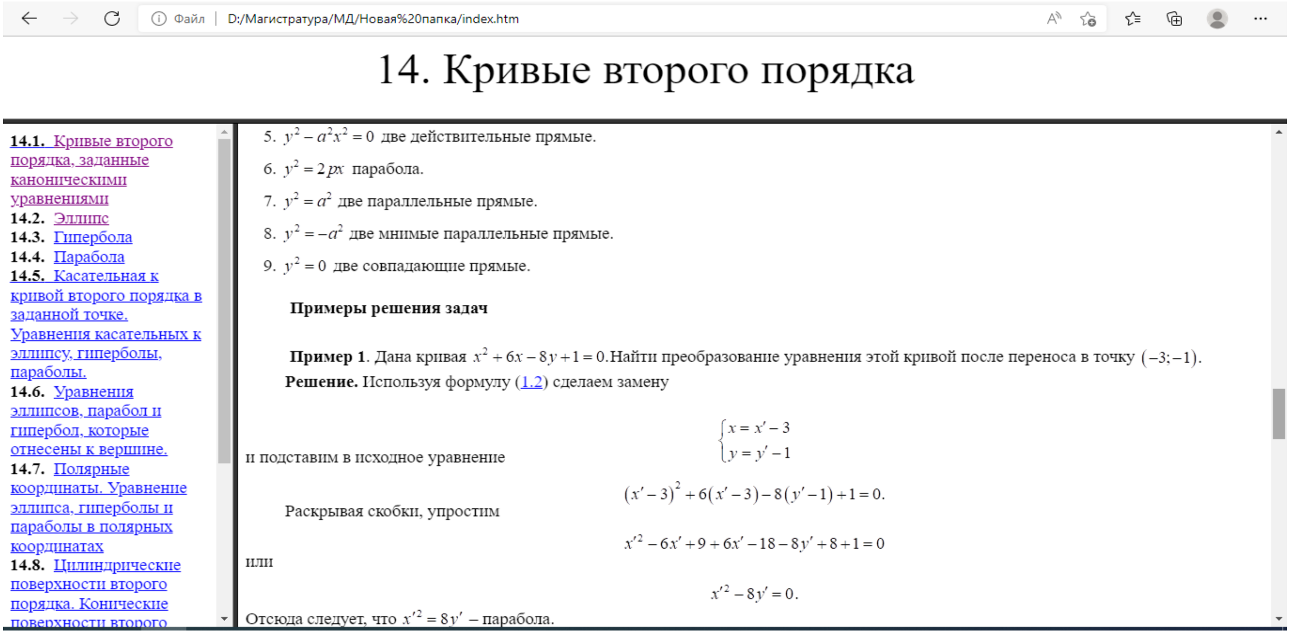


Рисунок 2 – Система внутренних гиперссылок

Формулы так же содержат гиперссылки (рис. 3).



Файл | D:/Магистратура/МД/Новая%20папка/index.htm

14. Кривые второго порядка

14.1. Кривые второго порядка, заданные каноническими уравнениями
14.2. Эллипс
14.3. Гипербола
14.4. Парабола
14.5. Касательная к кривой второго порядка в заданной точке. Уравнения касательных к эллипсу, гиперболы, параболы.
14.6. Уравнения эллипсов, парабол и гипербол, которые отнесены к вершине.
14.7. Полярные координаты. Уравнение эллипса, гиперболы и параболы в полярных координатах
14.8. Цилиндрические поверхности второго порядка. Конические поверхности второго

5. $y^2 - a^2x^2 = 0$ две действительные прямые.

6. $y^2 = 2px$ парабола.

7. $y^2 = a^2$ две параллельные прямые.

8. $y^2 = -a^2$ две мнимые параллельные прямые.

9. $y^2 = 0$ две совпадающие прямые.

Примеры решения задач

Пример 1. Дана кривая $x^2+6x-8y+1=0$. Найти преобразование уравнения этой кривой после переноса в точку $(-3;-1)$.

Решение. Используя формулу (1.2) сделаем замену

$$\begin{cases} x = x'-3 \\ y = y'-1 \end{cases}$$

и подставим в исходное уравнение

$$(x'-3)^2+6(x'-3)-8(y'-1)+1=0.$$

Раскрывая скобки, упростим

$$x'^2-6x'+9+6x'-18-8y'+8+1=0$$

или

$$x'^2-8y'=0.$$

Отсюда следует, что $x'^2=8y'$ – парабола.

Рисунок 3 – Гиперссылка

Темы дисциплины содержат иллюстративный материал (рис. 4).

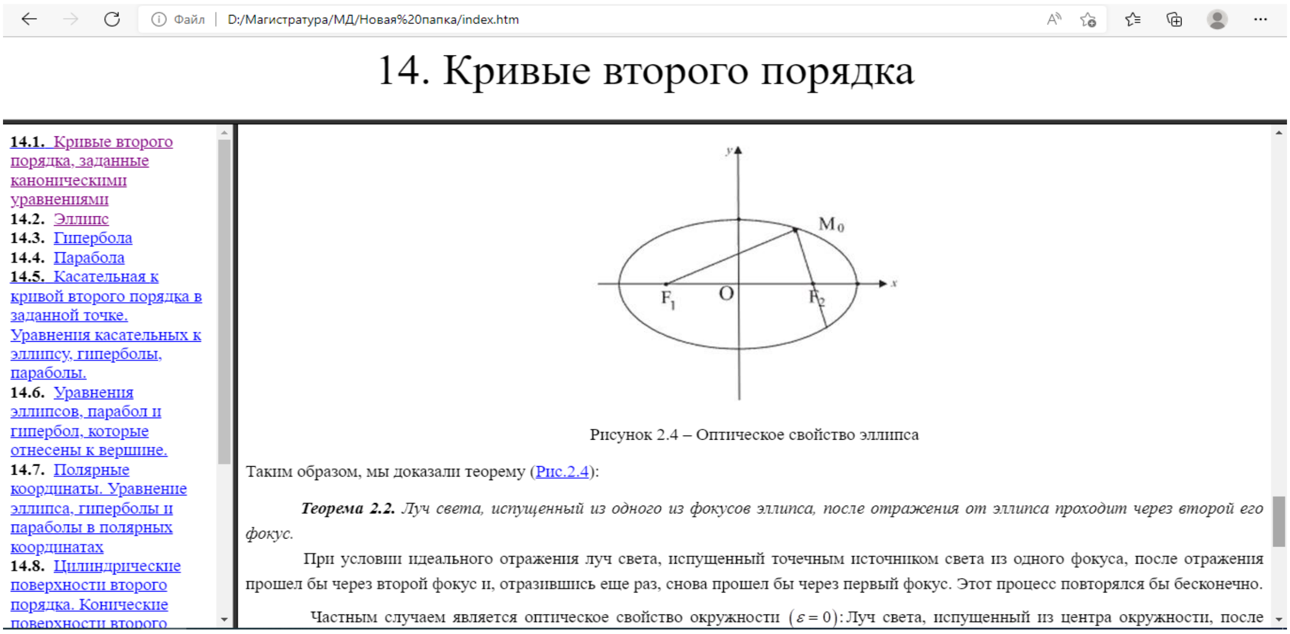


Рисунок 4 – Учебное пособие. Объект «Рисунок»

Выводы и перспективы дальнейших исследований. На основании всего вышеизложенного можно сделать следующие выводы:

– электронное учебное пособие – это издание, дополняющее или частично заменяющее электронный учебник, используемое наряду с традиционным учебником;

– электронное пособие позволяет повысить эффективность обучения благодаря использованию интерактивности, которая представляет собой совокупность текстовой, графической, речевой, музыкальной, видео-, фото- и другой информации, а также печатной документации пользователя. Электронное учебное пособие может быть выполнено на любом электронном носителе или размещено в локальной или глобальной компьютерной сети;

– разработанное электронное учебное пособие позволяет эффективно изучать материал при самостоятельной работе студентов направления подготовки 01.03.01 Математика на очной, заочной, а также дистанционной формах обучения в домашних условиях. В частности, печатный учебник не в состоянии вместить в себя весь объем информации, так как большой объем информации будет сложно усваиваться студентом.

– электронные учебные пособия являются перспективным направлением информатизации образования, и их значимость в дальнейшем будет лишь увеличиваться.

В дальнейшем в разработанное учебное пособие будут включены презентация, анимация, электронные тесты и т.д., что позволит эффективно освоить учебный материал.

Список литературы

1. *Воробьева, Е. М.*, Никишкина В. А. Методика разработки интерактивных учебных пособий по математическим дисциплинам для системы ВебМатематика. – Открытое образование, 2010. – № 3. – 25–32 с.

2. *Вуль, В. А.* Электронные издания. – М.: СПб.: Петербургский институт печати, 2013. – 308 с.

3. *Завьялова, О. В.* Методические рекомендации по разработке электронных учебников. – ГБПОУ «НПТ» г. Навашино Нижегородской области, 2019. – 14–15 с.

4. *Козлова, Е. И.* Электронные учебные издания в современном вузе: учебно-методическое пособие. – Москва: Форум, 2013. – 94–97 с.

5. *Ларин, А. А.* Курс высшей математики [Электронный ресурс]. – Режим доступа: URL: mailto:aalar@cityline.ru

6. *Создание* электронного учебного пособия «Разработке программ модульной структуры» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: URL: https://infourok.ru/sozdanie-elektronnogo-uchebnogo-posobiya-3251480.html#

7. *Руднев, А. Ю.*, Тегин В. А. Разработка и использование электронных учебных пособий. – М.: Lennex Corp., 2015. – 197–198 с.

8. *Панкратова, О. П.* Использование электронных пособий для самостоятельной работы студентов – [Электронный ресурс] – Режим доступа: http://ise.stavsu.ru/pedlab/public/%C8%F1%EF%EE%EB%FC%E7%EE%E2%E0%ED%E8%E5%20%FD%EB%20%EF%EE%F1%EE%E1%E8%E9.doc.

9. *Титова, Е. И.* О создание электронного учебника. – Молодой ученый. – 2015. – №3 (83). – 855-856 с. – URL:https://moluch.ru/archive/83/15335/ (дата обращения: 15.04.2022).

Yulia A. Kosenko
1st year student of the master's degree
in the field of study "Mathematics"
GOU VO LPR "Lugansk StatePedagogical University "
e-mail: k_yuliya20@mail.ru
Svetlana V. Temnikova
candidate of technical sciences, associate professor,
Associate Professor of the Department of Fundamental Mathematics
GOU VO LPR "Lugansk State Pedagogical University "
e-mail: temnikovasvetlana@rambler.ru

DEVELOPMENT OF AN ELECTRONIC TEXTBOOK ON THE DISCIPLINE "ANALYTICAL GEOMETRY"

Annotation. The article is devoted to the development of an electronic textbook on analytical geometry for undergraduate students in the direction of preparation 01.03.01 "Mathematics". The main aspects and structure of the creation of an electronic textbook are considered. The developed electronic textbook contains elements of interactivity, which allows you to quickly search for the necessary information.

Key words: electronic textbook, analytical geometry, educational process, structure, interactivity, hyperlink, Web page.

УДК 378

Кузнецова Ольга Александровна
кандидат педагогических наук
доцент кафедры «Высшая математика
и математическое образование»
Тольяттинский государственный университет
e-mail: oly--2009@yandex.ru

МЕТОДИКА ОРГАНИЗАЦИИ И ПРОВЕДЕНИЯ УНИВЕРСИТЕТСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ

Аннотация. В статье предлагаются методические рекомендации по организации и проведению университетской олимпиады по высшей математике. Представлены критерии оценки олимпиадных заданий, примеры пробного варианта, а также вариант заданий, предлагаемых для решения в основном туре университетской олимпиады.

Ключевые слова: олимпиада по высшей математике; цели и задачи олимпиады; критерии оценки олимпиадных задач; варианты олимпиадных задач.

Актуальность и постановка проблемы. Студенческие олимпиады и конкурсы имеют большое распространение в России. Они рассматриваются как одна из форм активизации научного творчества студентов.

В Тольяттинском государственном университете на базе кафедры высшей математики и математического образования проводится ежегодно Внутривузовская олимпиада по высшей математике среди студентов нематематических специальностей и приурочена она к полномасштабному мероприятию «Студенческие дни науки ТГУ».

Изложение основного материала. Целью проведения Внутривузовской студенческой олимпиады по дисциплине «Высшая математика» является выявление качества математической подготовки и определение наиболее одаренных и талантливых студентов различных направлений подготовки.

Задачи проведения Внутривузовской студенческой олимпиады по дисциплине «Высшая математика» следующие:

– стимулирование интереса к изучению математики и ее приложений;

– расширение и углубление знаний и умений, полученных в процессе теоретического и практического обучения;

– совершенствование учебной и внеучебной деятельности студентов;

– развитие соревновательных форм обучения;

– развитие коммуникативных форм общения студентов.

К участию во Внутривузовской студенческой олимпиаде по дисциплине «Высшая математика» допускаются студенты 1 и 2 курсов, обучающиеся в Тольяттинском государственном университете. Для отбора участников не позднее, чем за две недели до проведения олимпиады, преподаватели выдают студентам в потоках, у которых они ведут дисциплину «Высшая математика», пробный вариант олимпиадных заданий. Обучающиеся, успешно выполнившие пробный вариант, рекомендуются к участию в олимпиаде. Кроме того, по желанию студентов преподаватели организуют и проводят консультации по разбору заданий пробного варианта и подготовки к участию в основном (письменном) туре Внутривузовской студенческой олимпиады.

Ниже приводятся задачи одного из пробного вариантов для студентов 1-го курса обучения.

Задача 1. Найти неизвестную матрицу X из матричного уравнения

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 5 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}.$$

Задача 2. Определить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 4 & 5 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

Задача 3. Даны векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ такие, что $|\vec{a}| = 13$, $|\vec{b}| = 19$, $|\vec{a} + \vec{b}| = 24$. Найти $|\vec{a} - \vec{b}|$.

Задача 4. В эллипс $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ вписать прямоугольник со сторонами, параллельными осям координат, наибольшей площади.

Задача 5. Для прямой в пространстве, заданной уравнениями $\frac{x}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z}{n}$ найти такое значение параметра n, при котором эта прямая пересекается с прямой $\frac{x+1}{3} = \frac{y+5}{2} = \frac{z}{1}$. Найти координаты точки их пересечения.

Задача 6. Провести полное исследование функции и построить график:

$$y = \frac{x - 3}{\sqrt{1 + x^2}} .$$

Задача 7. Вычислить

$$\int_0^{a\sqrt{7}} \frac{x^3 dx}{\sqrt[3]{a^2 + x^2}}.$$

Для проведения основного тура Внутривузовской студенческой олимпиады по дисциплине «Высшая математика» готовится по одному варианту заданий для первого и второго курсов соответственно. Содержание олимпиадных заданий, позволяющих оценить уровень умений и навыков, включает материал по основным разделам высшей математики: линейная и векторная алгебра, аналитическая геометрия, математический анализ, теория вероятностей и математическая статистка. На выполнение олимпиадных заданий отводится 180 мин с момента выдачи заданий, каждое олимпиадное задание максимально оценивается в определенное количество баллов, которое указывается в варианте задач, предлагаемых студентам на основном туре.

Олимпиада включает выполнение олимпиадных заданий, содержание которых соответствует РПД «Высшая математика». Подборка заданий осуществляется так, чтобы «большинство предлагаемых задач имели нестандартный характер и требовали от обучающихся не только прочных знаний по программе, но и изобретательного, творческого подхода. Задания, как правило, должны иллюстрировать в упрощенной форме ту или иную глубокую математическую идею» [2].

Выполнение всех видов олимпиадных заданий оценивается максимально в 50 баллов. Варианты содержат по 7-10 задач, каждая из которых оценивается в определенное количество баллов. Предлагаются следующие критерии оценки каждого задания.

Если задача оценивается в 10 баллов:

- полное решение с обоснованием–10 баллов;
- полное решение, но есть недочеты, не влияющие на ход решения, ответ верный– 7-9 баллов;

– полное решение, но есть существенные ошибки, влияющие на ход решения, ответ неверный – 4-6 баллов;
– есть подходы к решению – 1-3 балла;
– решение отсутствует –0 баллов.

Если задача оценивается в 8 баллов:

– полное решение с обоснованием –8 баллов;
– полное решение, но есть недочеты, не влияющие на ход решения, ответ верный – 5-7 баллов;
– полное решение, но есть существенные ошибки, влияющие на ход решения, ответ неверный – 3-4 балла;
– есть подходы к решению – 1-2 балла;
– решение отсутствует – 0 баллов.

Если задача оценивается в 7 баллов:

– полное решение с обоснованием –7 баллов;
– полное решение, но есть недочеты, не влияющие на ход решения, ответ верный – 5-6 баллов;
– полное решение, но есть существенные ошибки, влияющие на ход решения, ответ неверный – 3-4 балла;
– есть подходы к решению – 1-2 балла;
– решение отсутствует – 0 баллов.

Если задача оценивается в 6 баллов:

– полное решение с обоснованием –6 баллов;
– полное решение, но есть недочеты, не влияющие на ход решения, ответ верный – 4-5 балла;
– полное решение, но есть существенные ошибки, влияющие на ход решения, ответ неверный – 2-3 балла;
– есть подходы к решению – 1 балл;
– решение отсутствует – 0 баллов.

Если задача оценивается в 5 баллов:

- полное решение с обоснованием –5 баллов;
- полное решение, но есть недочеты, не влияющие на ход решения, ответ верный – 3-4 балла;
- полное решение, но есть существенные ошибки, влияющие на ход решения, ответ неверный – 2 балла;
- есть подходы к решению – 1 балл;
- решение отсутствует – 0 баллов.

Далее приводится один из вариантов олимпиадных заданий письменного тура для участников первого курса обучения.

Задача 1. Найти объем тетраэдра, построенного на векторах $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}$, если эти векторы направлены по биссектрисам координатных углов и длина каждого вектора равна 2.

(5 баллов)

Задача 2. Для функции

$y = (x + 3)(x - 2)(x + 5)(x - 8)$,

определить число корней уравнения $f'(x) = 0$ не производя дифференцирования функции и указать интервалы, которым они принадлежат.

(5 баллов)

Задача 3. Найти

$$\lim_{n \to \infty} \left(\cos\frac{x}{2} \cdot \cos\frac{x}{4} \cdot \cos\frac{x}{8} \cdot \ldots \cdot \cos\frac{x}{2^n}\right).$$

(7 баллов)

Задача 4. На эллипсе $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{18} = 1$ найти точку M_0 такую, что треугольник, образованный касательной к эллипсу в данной точке и осями координат, имеет наименьшую площадь.

(7 баллов)

Задача 5. Вычислить

$$\int_{-5}^{5} \cos^3 x \cdot \ln\left|\frac{6+x}{6-x}\right| \cdot dx.$$

(7 баллов)

Задача 6. Исследовать совместимость и найти решение системы уравнений

$$\begin{cases} (3-\lambda)\cdot x + (2-\lambda)\cdot y + z = \lambda, \\ (2-\lambda)\cdot x + (2-\lambda)\cdot y + z = 1, \\ x + y + (2-\lambda)\cdot z = 1. \end{cases}$$

(9 баллов)

Задача 7. Провести полное исследование и построить график функции

$$y = -\ln\left|\frac{1+\sqrt{1-x^2}}{x}\right|.$$

(10 баллов)

Сразу по окончании письменного тура, работы студентов зашифровываются и жюри проверяет их в соответствии с разработанной методикой и критериями оценок, которые доводятся до сведения участников олимпиады перед началом выполнения заданий.

Результаты письменного тура, а также решения олимпиадных заданий вывешиваются на информационный стенд кафедры на следующий день после проведения второго тура.

Победители олимпиады определяются по лучшим показателям (баллам) выполнения олимпиадных заданий. Апелляция письменного этапа олимпиады проводится в течение академического часа после оглашения результатов проверки работ участников. По общим результатам жюри определяет победителей в письменном (индивидуальном) соревновании для студентов первых, вторых курсов. Жюри принимает решение о присуждении первого, второго и третьего места, студентам набравших наибольшее количество баллов (не более шести победителей) по каждому курсу; по результатам проверки заданий жюри может принять решение о поощрении в номинации «За оригинальное решение» (не более 3-х участников); при равенстве баллов жюри учитывает оригинальность решения.

Студентам, занявшим 1, 2, 3 места, вручаются дипломы и призы. Итоги олимпиады оформляются протоколом, подписанным председателем и всеми членами жюри.

Выводы и перспективы дальнейших исследований. Результаты Внутривузовской студенческой олимпиады по дисциплине «Высшая математика» за последние 5 лет показывают, что большинство студентов-участников испытывают значительные трудности в решении олимпиадных задач. Максимальное количество баллов, набранных в письменном туре, не превышало 27 (один участник), остальные набирают в среднем 12-17 баллов. Анализ представленных работ показывает, что обучающиеся справляются с теми задачами, в которых не требуется нестандартного (изобретательного) подхода к решению. Следовательно, необходимо включать в учебный процесс по высшей математике решение нестандартных задач, требующих творческого подхода, а также усилить подготовку хорошо успевающих и заинтересованных студентов к участию в математических олимпиадах и конкурсах.

Список литературы

1. *Герасимчук, В. С.*, Васильченко Г. С., Кравцов В. И. Курс классической математики в примерах и задачах. В 3 т. Т. 1. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. – 672 с.

2. *Садовничий, В. А.*, Подколзин А. С. Задачи студенческих олимпиад по математике. М.: идз-во «Наука», 1978. – 208 с.

Olga A. Kuznetsova
Candidate of Pedagogical Sciences
Associate Professor of the Department "Higher Mathematics and Mathematical Education"
Togliatti State University
e-mail: oly--2009@yandex.ru

METHODS OF ORGANIZING AND CONDUCTING THE UNIVERSITY OLYMPIAD IN HIGHER MATHEMATICS

Annotation. The article offers methodological recommendations on the organization and conduct of the university Olympiad in higher mathematics. The criteria for evaluating Olympiad tasks, examples of a trial version, as well as a variant of tasks proposed for solving in the main round of the university Olympiad are presented.

Keywords: Olympiad in higher mathematics; goals and objectives of the Olympiad; criteria for evaluating Olympiad problems; variants of Olympiad problems.

УДК 004.02

Мурашкин Андрей Александрович.
магистрант 2 курса направления подготовки
44.04.01 «Педагогическое образование,
магистерская программа Информатика и
образовательная робототехника»
ГОУ ВО ЛНР «Луганский государственный
педагогический университет»
e-mail: murashkin1999@gmail.com
Городовиченко Алексей Александрович
магистрант 2 курса направления подготовки
44.04.01 «Педагогическое образование,
магистерская программа Информатика и
образовательная робототехника»
ГОУ ВО ЛНР «Луганский государственный
педагогический университет»
e-mail: gorodovichenko_a@gmail.com
Гавриленко Петр Николаевич
кандидат технических наук, доцент,
доцент кафедры информационных
образовательных технологий и систем
ГОУ ВО ЛНР «Луганский государственный
педагогический университет»
e-mail: gavrilenko.luka@mail.ru

НЕЙРОННЫЕ СЕТИ В ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЯХ

Аннотация. В данной статье рассмотрена актуальность проблемы использования нейронных сетей в общеобразовательных технологиях. Анализ типов и возможных путей использования искусственных систем на основе нейронных сетей позволил выделить общую тенденцию их развития в образовательной сфере.

Ключевые слова: нейронная сеть, анализ данных, обучение студентов.

Актуальность и постановка проблемы. Нейронные сети (НС) – одно из направлений научных исследований в области создания искусственного интеллекта, основой которого является рвение повторить нервную систему человека. В том числе ее способность обдумывать, исправлять свои ошибки и самообучаться.

Это техническое определение термина, если говорить языком биологии, то нейронная сеть – это нервная система человека, та совокупность нейронов в головном мозге, благодаря которым мы думаем, принимаем решения, воспринимаем окружающий мир вокруг.

Под искусственными нейронными сетями понимают вычислительные системы, имеющие способность к самообучению, постепенному повышению своей производительности, основными элементами которой являются:

- искусственные нейроны, являющиеся элементарными, связанными единицами.
- синапсы – это соединения, которые используются для передачи информации между нейронами.
- сигналы – информация, которая подлежит передаче.

Область применения искусственных нейронных сетей с каждым годом все более расширяется, на сегодняшний день они используются в многих сферах народного хозяйства.

Машинное обучение (Machine Learning) – это разновидность искусственного интеллекта. В основе его лежит обучение искусственного интеллекта на примере тысяч однотипных задач. В наше время машинное обучение активно внедряют поисковые системы Google, Яндекс, Bing. Так на основе миллионов поисковых запросов, которые каждый день вводятся в систему поиска Google, их алгоритмы учатся показывать более релевантную выдачу, чтобы найти именно то, что требуется.

Изложение основного материала. В робототехнике НС используются в выработке множества алгоритмов для роботов.

Архитекторы компьютерных систем используют нейронные сети для решения проблемы параллельных вычислений.

С использованием нейронных сетей математики могут разрешать разные сложные математические задачи.

Для разных задач существуют и применяются различные виды и типы нейронных сетей, среди которых можно выделить:

- свёрточные нейронные сети (CNN),
- реккурентные нейронные сети,
- нейронную сеть Хопфилда.

Свёрточные НС – это одни из самых популярных типов искусственных НС. Они доказали свою эффективность в распознавании визуальных образов (видео и изображения), рекомендательных системах и системах обработки естественного языка. Такие сети хорошо масштабируются, могут использоваться для распознавания образов, любого большого разрешения. В таких сетях используются объемные трехмерные нейроны. Внутри одного слоя нейроны связаны лишь небольшим полем, названые рецептивным слоем. Нейроны соседних слоев связаны посредством механизма пространственной локализации. Работу множества таких слоев обеспечивают особые нелинейные фильтры, реагирующие на все большее число пикселей.

Рекуррентными НС называют такие сети, соединения между нейронами которых, образовывают ориентировочный цикл. Имеет такие характеристики:

- у каждого соединения есть свой вес, он же является приоритетом.
- узлы разделяются на два типа, вводные узлы и скрытые узлы.
- информация в рекуррентной НС передается не только по прямой, но и между нейронами.

Важной отличительной особенностью рекуррентной НС является наличие «области внимания», когда машине можно задать определенные фрагменты данных, которые требуют углубленной обработки.

Рекуррентные НС применяются в распознавании и обработке текстовых данных (на их основе работает Google переводчик, алгоритм Яндекс «Палех», голосовой помощник Apple Siri).

Нейронная сеть Хопфилда – сеть с полностью симметричной матрицей связей. В работе, динамика сходится к одному из положений равновесия. Эти положения равновесия определяются заранее и являются минимумами функционала, который называется энергией сети. Такая сеть может использоваться как фильтр, а также для решения некоторых задач оптимизации. В отличие от множества нейронных сетей, которые работают до получения ответа через определённое количество тактов, сеть Хопфилда работает до достижения равновесия, когда следующее состояние в точности равно предыдущему.

Одним из направлений развития информационных технологий являются системы, которые строятся на основе теории искусственного интеллекта, алгоритмы которые уже несколько превосходят своими показателями классические решения, не содержащие элементы искусственного интеллекта.
Интеллектуальный анализ данных – это процесс определения значимых корреляций, образцов, тенденций в больших объемах плохо формализованных данных. Одним из направлений, где возможно применение НС, является формализация знаний [4].

Методы НС можно использовать в любой ситуации, где необходимо определить значения неизвестных переменных или характеристик по известным данным или измерениям.

НС используются при следующих условиях:

- если задачу может решать человек;
- если в процессе решения задачи можно выделить множество входных факторов и выходных факторов;
- если изменения входных факторов приводит к изменению выходных.

Во многих областях, применение НС уже давно стало стандартом. Например, в банковском секторе фирма Neural Technologies работает вместе с ведущими кредитными организациями Великобритании над системами оценки кредитоспособности частных лиц. Некоторые финансовые организации используют эту технологию для создания моделей типов клиентов на основе их поведения в прошлом и используют полученные результаты в целях маркетинга.

В сфере образовательного профессионального образования можно выделить направления использования интеллектуальных систем: автоматизация организации, контроля и анализа процесса образования, ввод и эксплуатация систем СДО и электронных журналов, ввод и применение систем психологического анализа, обучение студентов различным дисциплинам.

Реализация приведенных примеров кроется в решении задачи выделения подгрупп объектов, с близкими, друг другу свойствами.

Определение уровня знаний учащихся тестированием. Входные данные, в этом случае, являются вопросами, заданные по степени важности. Выставив соответствующие коэффициенты для фильтрации, можно получить картину уровня знаний учащихся по отдельности – создание личного профиля знаний учащегося. Правильно оценив уровень знаний, можно обнаружить пробелы в знаниях учащегося. В результате, учебный процесс будет настроен на каждого ученика по отдельности, что даст большие плюсы [2].

Определение и контроль успеваемости студентов при помощи использования систем СДО и электронных журналов. Входными данными будут служить оценки, полученные за выполнение заданий в ходе обучения студентов. В таком случае, интеллектуальные системы способны определить пробелы в знаниях, указать на пути их решения. Такие системы способны выделить учащихся, которые действительно выделяют время на обучение, анализируя проведенное время учащимся в системе дистанционного обучения. Это даст возможности исключить мнение о том, что преподавательский состав образовательного учреждения, не уделяет время на обучение студентов. Тем более что в современном образовательном процессе, не только в профессиональном обучении, системы дистанционного образования, показали свою эффективность и удобство применения [3].

Психологическая стойкость, как никогда, ассоциируется со студенческим временем. Любому студенту, известно, что процесс образования может быть, как легким, так и тяжелым. Это мнение сугубо индивидуально. Контроль психологического состояния учащихся, является важным фактором в процессе обучения. Контроль, может осуществляться методов тестирования. Правильно проанализировав результаты, можно выделить индивидуальные склонности, таланты каждого учащегося.

Выводы и перспективы дальнейших исследований. Исходя из анализа существующих типов искусственных систем на основе нейронных сетей, и возможных путей их использования, выделяется общая тенденция их развития, в том числе и развития в образовательной сфере.

Список литературы

1. *Высоцкий, Л. Л.* Нейросетевые методы анализа и коррекции результатов аттестации / Л. Л. Высоцкий, В. А. Охонин, Н. А. Садовская. – М.: Пресса, 2015. – 356 с.

2. *Салов, А. Н.* Вопросы практического применения интеллектуальных систем на основе нейронных сетей / А. Н. Салов // [Электронный ресурс]. – Режим доступа http://www.bytic.ru/cue99M/cdhil7yijd.html. (дата обращения 20.12.2021).

3. *Кочаков, П. Е.* Исследование вопроса решения задачи класификации учреждений высшего профессионального образования на нейронных сетях / П. Е. Кочаков // [Электронный ресурс]. – Режим доступа http://www.look-out.ru/closed/viewwork.esp?ext=589 (дата обращения 10.12.2021).

4. *Вагеник, И. А.* Использование нейронных сетей в образовании и науке / И. А. Вагеник, М. Ю. Мартынов, А. А. Пивоваров// [Электронный ресурс]. –

Режим доступа http://www.FESTU.ru/ru/structure/institutes/csee/fret/GA/vageniktr.html. (дата обращения 18.12.2021).

Andrey A. Murashkin
2nd year master student of the direction of preparation
44.04.01 "Pedagogical education,
Master's Program Informatics and
educational robotics"
GOU VO LPR "Lugansk State
Pedagogical University"
e-mail: murashkin1999@gmail.com
Alexey A. Gorodovichenko
2nd year master student of the direction of preparation
44.04.01 "Pedagogical education,
Master's Program Informatics and
educational robotics"
GOU VO LPR "Lugansk State
Pedagogical University"
e-mail: gorodovichenko_a@gmail.com
Petr N. Gavrilenko
candidate of technical sciences, dosent,
Associate Professor of the Department of Information
educational technologies and systems
GOU VO LPR "Lugansk State
Pedagogical University"
e-mail: gavrilenko.luka@mail.ru

NEURAL NETWORKS IN EDUCATIONAL TECHNOLOGIES

Annotation. This article discusses the relevance of the problem of using neural networks in educational technologies. An analysis of the types and possible ways of using artificial systems based on neural networks made it possible to identify a general trend in their development in the educational field.

Key words: neural network, data analysis, student learning.

УДК 004.02

Надолинный Алексей Викторович
магистрант 2 курса направления подготовки
44.04.01 «Педагогическое образование,
магистерская программа Информатика и
образовательная робототехника»
ГОУ ВО ЛНР «Луганский государственный
педагогический университет»
e-mail: hsaleks1999@gmail.com
Маничко Вадим Владимирович
магистрант 2 курса направления подготовки
44.04.01 «Педагогическое образование,
магистерская программа Информатика и
образовательная робототехника»
ГОУ ВО ЛНР «Луганский государственный
педагогический университет»
e-mail: hsaleks1999@gmail.com
Гавриленко Петр Николаевич
кандидат технических наук, доцент,
доцент кафедры информационных
образовательных технологий и систем
ГОУ ВО ЛНР «Луганский государственный
педагогический университет»
e-mail: gavrilenko.luka@mail.ru

АВТОМАТИЗИРОВАННЫЕ СИСТЕМЫ В СФЕРЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

Аннотация. В работе рассмотрены основные методы и подходы к автоматизации рутинных задач документооборота, которые возникают на кафедральном уровне языка Python. Показано, что совершенствование управления образованием на основе информационных технологий является приоритетным направлением создания образовательной информационной среды.

Ключевые слова: автоматизация, высшее образование, ВУЗ, УМКД, python.

Актуальность и постановка проблемы. Автоматизированные информационные технологии с каждым днем все больше проникают в различные сферы образовательной деятельности. В условиях современного мирового социального прогресса они становятся необходимым элементом учебного процесса. С одной стороны информационные технологии позволяют оптимально автоматизировать учебный процесс, повышают его эффективность и результативность. С другой – информационная система позволяет автоматизировать процессы разработки, поиска или внесения изменений в учебно-методические комплексы и документооборот структурных подразделений вузов, автоматически поддерживает логические связи и целостность данных, что существенно снижает вероятность ошибок при анализе информации, содержащейся в документах и разработке новых документов на основе имеющейся информации. Данные вопросы поднимались множеством авторов, например в работах [1-4]. В работах [5, 6] более детально рассмотрены вопросы автоматизации именно на уровне кафедры. Также Швыров В.В. и Капустин Д.А. развивают тематику использования систем классификации и рубрикации, а также использования нейронных сетей в задачах автоматизации документооборота в работах [7-8].

Целью работы является изучение современных тенденций в области использования автоматизированных систем в сфере высшего образования, а также иллюстрация возможных подходов к предварительной обработке компонентов УМКД для дальнейшего их использования в качестве размеченных шаблонов.

Изложение основного материала. 1. Особенности организации документооборота системе высшего образования на кафедральном уровне

В современном мире любая организация сталкивается с необходимостью обработки колоссального объема информации и управление информационными ресурсами играет особую роль в ее деятельности. В большинстве учреждений со сложной структурой важное значение имеет организация взаимодействия подразделений и порядок обмена информацией между ними. Большая часть информации в системе документооборота ВУЗа передается в виде документов на бумажном носителе (обмен служебной документацией и отчетностью) и сохраняется на электронных носителях соответствующего подразделения учреждения.

В настоящее время на кафедрах растет количество разнообразных информационных потоков в учебном процессе, в научных исследованиях и в административном управлении. Следствием этого является повышение роли эффективной организации кафедрального документооборота. Документооборот кафедры представлен комплексом систем, основными из которых являются следующие системы документации.

1. Организационно-правовая документация: устав организации, положение об организации; положения о структурных подразделениях; должностные инструкции работников, правила, памятки и др. Организационно-правовые документы относятся к бессрочным и действуют до их отмены или до утверждения новых.

2. Распорядительная документация: в ней содержатся решения, идущие сверху вниз по системе управления – от управляющего органа к управляемому, то есть от вышестоящего к подведомственному, от руководителя организации к структурным подразделениям и работникам.

3. Информационно-справочная и справочно-аналитическая документация (отражает информацию о фактическом состоянии дел в системе управления): акты, справки, докладные записки, переписка и др. Документы этой группы инициируют управленческие решения, позволяют выбрать тот или иной способ действия.

4. Отчетная документация: документы, содержащие сведения о результатах деятельности учреждения за определенный период времени – год, полугодие, квартал, месяц, декада. Отчетные документы могут составляться по различным направлениям деятельности организации, например, о результатах научно-исследовательской или научно-внедренческой деятельности, о

результатах учебно-методической деятельности, о выполнении отдельных, разовых мероприятий.

2. Пример формализации модели компонентов УМКД

Приведем пример, который иллюстрирует подготовительный этап разметки шаблонов для дальнейшего использования в автоматизированных информационных системах. Так, рассматривая каждый из компонентов УМКД как отдельный документ, который по сути представляет собой последовательность слов, числовых литералов, знаков разметки и пунктуации возможна формализации задачи генерирования шаблонов, а также поиска дублированной информации.

Для формального представления документа введем следующие классы слов: слова разметки, числовые литералы разметки, знаки препинания, вариативные слова, вариативные числовые литералы.

Числовые литералы разметки могут быть использованы как якоря для поиска начала и конца структурных блоков в конкретном типе документов.

Слова разметки являются стационарными и находятся в шаблоне.

Примером вариативных числовых литералов являются – год, количество кредитов, сумма часов, число лекций, число лабораторных, число часов для самостоятельной работы, курс обучения, дисциплины.

С учетом всех стационарных слов и вариативных числовых литералов шаблон для аннотации (блок трудоемкость дисциплины) принимает вид

Общая трудоемкость дисциплины составляет {{ze}} зачетных единиц ({{itogo}} часов). Программой дисциплины предусмотрены для очной формы обучения {{lec}} {{lab}} {{pract}} самостоятельная работа студента {{samrab}} часов; для заочной формы обучения {{leczo}} {{labzo}} {{practzo}} самостоятельная работа студента {{samrabzo}} часов.

Рисунок 1 - Токенизация абзаца текста

Выводы и перспективы дальнейших исследований. В последнее время наблюдается непрерывное расширение сферы применения современных информационных технологий в деятельности образовательных учреждений.

Информатизация образования имеет два направления: внедрение информационных технологий непосредственно в процесс обучения и информатизация системы управления образованием.

Совершенствование управления образованием на основе информационных технологий является приоритетным направлением создания образовательной информационной среды в условиях модернизации системы образования, обновления содержания, методов и форм организации учебного процесса.

Список литературы

1. *Бершадский, А. М.* Информационная среда кафедрального документооборота / А. М. Бершадский, И. П. Бурукина – [Электронный ресурс] / Режим доступа – http://tehnologi.su/publ/34 – Загл. с экрана. – Яз. рус.

2. *Долгих, Т. Ф.* Язык Python 3 для научных исследований / Т. Ф. Долгих, Е. В. Ширяева. – Ростов-на-Дону: Ростов, 2017. –90 с.

3. *Елисеев, А. В.* Опыт построения системы электронного документооборота в Тверском государственном техническом университете / А. В. Елисеев, С. В. Большаков. – [Электронный ресурс] / Режим доступа – http://tehnologi.su/publ/34 – Загл. с экрана. – Яз. рус.

4. *Капустин, Д. А.* Разработка математической модели для формального описания межпредметных связей в учебном плане / Д. А. Капустин, В. В. Швыров // Современные информационные технологии в образовании и научных исследованиях (СИТОНИ-2021) : Материалы VII Международной научно-технической конференции, Донецк, 23 ноября 2021 года / Под общей редакцией В.Н. Павлыша. – Донецк: Донецкий национальный технический университет, 2021. – 41-48 с.

5. *Королева, И. Ю.* Автоматизация процесса разработки УМКД кафедры вуза [Текст] / И. Ю. Королева, Д. Г. Влазнева. – Молодой ученый. – 2012. – №3. – 92-95 с.

6. *Молодыченко, В. В.* Методические рекомендации к созданию учебно-методического комплекса по дисциплине / Сост .: В. В. Молодыченко, А. М. Солоненко, А. С. Максимов, И. А. Мальцева, В. А. Ляпунова. – МГПУ имени Богдана Хмельницкого, 2011. – 25 с.

7. *Швыров, В. В.* Комплексный подход к вопросам безопасности информации в корпоративных системах / В. В. Швыров, Д. А. Капустин // Взаимодействие вузов, научных организаций и учреждений культуры в сфере защиты информации и технологий безопасности : Сборник статей по материалам Международной конференции, посвященной памяти профессора А. А. Тарасова и О. В. Казарина, Москва, 21–22 апреля 2021 года / Под редакцией Д. А. Митюшина . – Москва: Российский государственный гуманитарный университет, 2021. – 197-206 с.

8. *Швыров, В. В.* Нейронные сети в задачах классификации документов и автоматизации документооборота кафедры / В. В. Швыров, В. Н. Шишлакова, Д. А. Капустин // Математика и естественные науки. Теория и практика : Межвузовский сборник научных трудов, Ярославль, 02–03 декабря 2016 года. – Ярославль: Ярославский государственный технический университет, 2016. – 316-323 с.

Alexey V. Nadolinny
2nd year master student of the direction of preparation
44.04.01 "Pedagogical education,
Master's Program Informatics and
educational robotics"
GOU VO LPR "Lugansk State
Pedagogical University"
e-mail: murashkin1999@gmail.com
Vadim V. Manichko
2nd year master student of the direction of preparation
44.04.01 "Pedagogical education,
Master's Program Informatics and
educational robotics"
GOU VO LPR "Lugansk State
Pedagogical University"
e-mail: murashkin1999@gmail.com
Petr N. Gavrilenko
candidate of technical sciences, dosent,
Associate Professor of the Department of Information
educational technologies and systems
GOU VO LPR "Lugansk State
Pedagogical University"
e-mail: gavrilenko.luka@mail.ru

AUTOMATED SYSTEMS IN HIGHER EDUCATION

Annotation. The paper discusses the main methods and approaches to automating routine document management tasks that arise at the cathedral level of the Python language. It is shown that the improvement of education management based on information technologies is a priority direction of creating an educational information environment.

Key words: automation, higher education, university, EMCD, python.

УДК 373

Харламова Светлана Александровна
студент 2 курса направления подготовки
«Педагогическое образование,
профиль: Математическое образование»
ФГБОУ ВО «Тольяттинский
государственный университет»
e-mail: kharlamova2602@mail.ru
Научный руководитель:
Кузнецова Ольга Александровна
кандидат педагогических наук, доцент,
доцент кафедры «высшей математики
и математического образования
ФГБОУ ВО «Тольяттинский
государственный университет»
e-mail: oly--2009@yandex.ru

ПРИМЕНЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ «GEOGEBRA» ДЛЯ РЕШЕНИЯ ПЛАНИМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ НА ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ И ПРИЗНАКОВ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

Аннотация. Статья посвящена опыту обучения учащихся решению задач на исследование свойств и признаков геометрических объектов посредством динамической системы «GeoGebra». Проанализированы идеи интеграции предмета «Информатика» в процесс обучения геометрии. Рассмотрены примеры решения планиметрических задач и основные факторы использования динамических систем, влияющие на обучение решению задач исследовательского характера в контексте личностно – ориентированного обучения.

Ключевые слова: школьный курс геометрии; исследовательские задачи; динамическая система «GeoGebra»; модели геометрических задач.

Актуальность и постановка проблемы. Сегодня, в век информационных технологий, уже недостаточно представить модель изучаемого объекта на доске, в виде каркасной или плоской модели, в виде развертки. На уроке, чтобы завладеть вниманием учащихся и привлечь его к некоторому геометрическому объекту, необходимо использовать технологии

3D – моделирования и возможности мультимедийного оборудования. Из опыта работы в общеобразовательной школе можем утверждать, что уроки геометрии, проводимые в IT-кабинете, проходят гораздо активнее. Если при объяснении нового материала использовать технологии виртуальной и дополненной реальности, то познавательный интерес не исчезает даже у самых «слабых» и длится в течение всего урочного времени.

Изложение основного материала. Большинство задач на исследование свойств и признаков геометрических объектов нуждаются в моделях исследуемых объектов (плоских фигур и объемных тел). Модели на уроках геометрии способствуют развитию пространственного видения и интуиции, что способствует достижению максимального результата при обучении решению исследовательских задач.

Так как геометрия – это источник функциональных зависимостей, то при осуществлении анализа и изучения, возможно создание новых экстремальных задач, исследование которых требует от учащихся интегрированных знаний из областей математики, информатики и геометрии.

Такие уроки можно проводить, используя следующие программные обеспечения, которые в своем арсенале имеют большой инструментарий для построения, моделирования и вращения геометрических объектов: «GeoGebra», «Живая математика», «Arloon Geometru», «Cabri 3D».

Методическая эффективность использования средств ИКТ доказана многими исследованиями. На первый план выносится возможность задействовать каждого ученика, с разным уровнем геометрической подготовки: «начальный» уровень – видят знакомые фрагменты и принимают посильное участие в общем решении; «базовый» уровень – способны воспринять отдельные звенья общей цепи рассуждений и постепенно приходят к полному пониманию; «профильный» уровень – воспринимают задачу целиком и видят полную картину логических рассуждений для решения задачи.

Рассмотрим применение динамической системы «GeoGebra» для решения планиметрических задач на исследование свойств и признаков геометрических объектов, в которых основная трудность – это технически сложное представление чертежа. Так как решение задач с использованием динамических систем является компьютерным экспериментом, то необходимо изменить стандартные этапы решения на следующие:

1. Формализация условия (представление условия задачи в виде математической модели).
2. Построение конструкции модели (поэтапное построение модели задачи с пошаговым выявлением скрытых связей между элементами).
3. Компьютерный эксперимент (выдвижение гипотезы с помощью выполнения определенных действий с моделью изучаемого объекта).
4. Тестирование доказательства (проверка решения и доказательство того, что полученный результат является верным).

Пример 1. По какой траектории движется отрезок AN, если этот отрезок имеет постоянную длину и при движении по плоскости его концы скользят по сторонам прямого угла CAB (рисунок 1).

Решение:

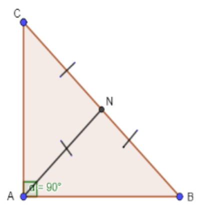


Рисунок 1 – Треугольник CAB

Треугольник CAB – прямоугольный, так как угол CAB=90°. Если N – середина CB, тогда $AN = CN = BN = \frac{1}{2}CB = conct$. Это значит, что искомые точки N удалены от точки A на фиксированное расстояние и принадлежат окружности с центром в точке A. Радиус окружности равен $R = \frac{1}{2}CB$ –

половине гипотенузы. Исходя из этого, четверть построенной окружности, находящаяся внутри угла САВ, является искомым геометрическим местом точек (ГМТ). По свойству прямоугольника, основания перпендикуляров задают отрезок заданной длины, поэтому любая точка построенной дуги принадлежит искомому ГМТ. Для визуализации данного утверждения на продолжении радиуса AN отложим отрезок $NK = NC$ и опустим из точки К перпендикуляры на стороны угла.

Построение конструкции модели:

1. Построим угол равный 90°.
2. На одной из сторон угла отметим точку N.
3. Построим окружность с центром в точке N и заданного радиуса так, чтобы окружность пересекала вторую сторону угла.
4. Отметим точкой L точку пересечения окружности со второй стороной угла.
5. Соединим точки N и L (построим отрезок).
6. Построим середину отрезка и зададим свойство «оставлять след».
7. Модель готова. Проведем эксперимент (рисунок 2).

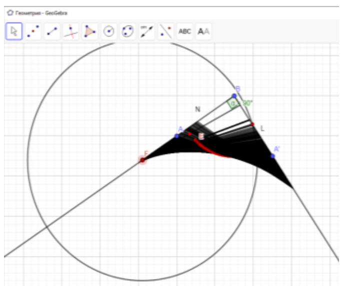


Рисунок 2 – Компьютерный эксперимент

Пример 2. «На сторонах треугольника ABC, углы которого меньше 120°, построили равносторонние треугольники. Покажите, что окружности, описанные около этих треугольников, пересекаются в одной точке. Она называется точкой Торричелли. Из неё стороны треугольника видны под углом 120°» [3, с. 92].

Решение:

Построение конструкции модели:

1. Построим треугольник ABC, углы которого меньше 120°.
2. На его сторонах треугольника построим равносторонние треугольники.
3. Опишем около построенных треугольников окружности.
4. Отметим точку их пересечения.
5. Найдём величины углов, под которыми видны стороны треугольника из этой точки.
6. Скроем обозначения построенных линий.
7. Проведем необходимые изменения.
8. Модель готова. Проведем эксперимент (рисунок 3).

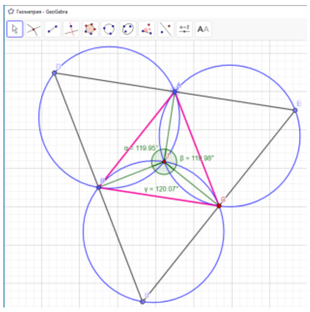


Рисунок 3 – Результат решения задачи

Наиболее интересными для исследования с помощью сред динамического моделирования являются многовариантные задачи. Рассмотрим пример решения такой задачи.

Пример 3. «Исследуйте трапецию AGFC с основанием равным 16 м и 8 м, боковая сторона которой равна $4\sqrt{7}$ м, а угол ACF=60°. Известно, что через вершину C проведена прямая β, делящая трапецию на два многоугольника, площади которых равны. Определите площадь трапеции и длину отрезка прямой β, заключенного внутри трапеции. Ответ предоставьте для всех случаев» [1]. В учебнике дается только один вариант ответа относительно боковой стороны GF (ответ: $4\sqrt{16-3\sqrt{7}}$), но в условии задачи не определено какая из боковых сторон равна $4\sqrt{7}$, поэтому считаем эту задачу многовариантной. Выявим подзадачу: «В трапеции AGFC с основание AC=16 м. и GF=8 м. Через вершину F проведите прямую β, делящую трапецию на два многоугольника, площади которых равны» [2, с. 101].

Решение:

Построение конструкции модели:

1. Построим основание трапеции AGFC = 16: прямая β; окружность радиусом 16 и центром в точке A; отметим точку C – точка пересечения окружности с прямой β.
2. Создадим ползунок для изменения угла трапеции от 0 до 180° (α=60°).
3. Проведем угол заданной величины с вершиной в точке C и луч CA'.
4. Отметим на луче точку F.
5. Построим основание трапеции GF: b||β; окружность радиуса 8 с центром в точке F; точка G – точка пересечения прямой b с окружностью.
6. Соединим точки A, G, F, C и построим трапецию.
7. Отметим на основании AC точку H.
8. Построим многоугольники AGFH и HFC.
9. Измерим площадь этих многоугольников.
10. Измерим расстояние от точки H до точек A и C.
11. Модель готова.
12. Проведем компьютерный эксперимент (рисунок 4).
    1) Передвигая точку H вдоль отрезка AC, можем наблюдать изменение площадей многоугольников, при этом находим положение точки H, при котором их площади становятся равными.
    2) Изменяя величину угла ACF и длину боковой стороны трапеции FC, наблюдаем, не смотря на изменения построенной нами трапеции, что отрезок HF делит ее площадь пополам. Объясняется это тем,

что основания трапеции AGFH и треугольника HFC остаются неизменными, не зависимо от изменения их высот, которые равны друг другу (по свойству трапеции).

Вывод: площади многоугольников равны при $HC + AH = HC \Rightarrow 8 + AH = 16 - AH, 2AH = 16 - 8, AH = 4$.

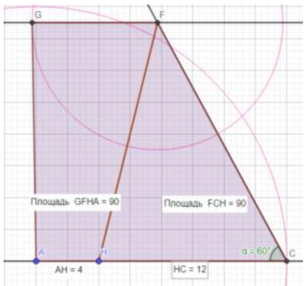


Рисунок 4 – Компьютерный эксперимент для решения задачи

Вернемся к исходной задаче и построим еще два чертежа: 1 чертеж – CB = $4\sqrt{7}$, 2 чертеж – AB = $4\sqrt{7}$. Обратим внимание на то, что $(4\sqrt{7})^2$ = 112=121-9=$11^2 - 3^2$.

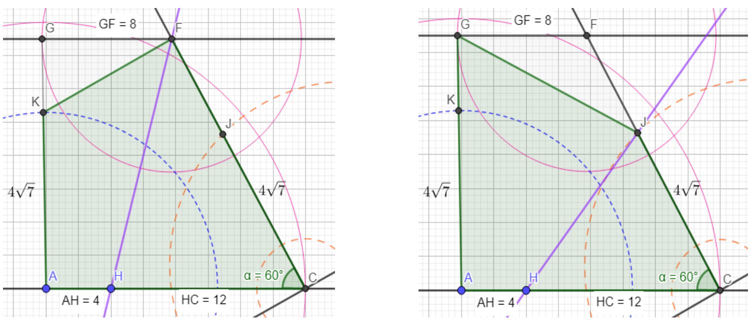
13.К стороне FC через точку C проведем перпендикуляр.

Построим две окружности, одну с центром в точке C и радиусом равным 3; вторую – с центром в точке I и радиусом равным 11.

14.Построим отрезок JC=$4\sqrt{7}$.

15.Проведем окружность с центром в точке A и R=JC.

16.Перемещая точку C_1 по лучу CB, получим два варианта трапеции: AKJC и AGFC. На рисунке 5а и 5б представлены альтернативные чертежи к условию основной задачи.



а) б)

Рисунок 5 – Альтернативные чертежи

Таким образом, обучение решению задач на исследование свойств и признаков геометрических объектов в контексте личностно – ориентированного обучения на уроках геометрии, посредством динамических систем будет эффективным при соблюдении следующих условий:

1. Формирование исследовательских умений и реализация дидактических целей.
2. Постановка учащегося в активную позицию, вовлекая из в процесс решения задач посредством активных методов обучения.
3. Создание обучающей среды, основанной на выборе самим учащимся заданий соответствующего уровня сложности в зависимости от личностно – значимого для него содержания.
4. Осуществление дифференцированного подхода в соответствии с уровнем обученности.
5. Применение средств информационно-коммуникационных технологий в качестве геометрических лабораторий и тренажеров.

Выводы и перспективы дальнейших исследований. В данной статье показаны возможности использования динамической системы «GEOGEBRA» при решении исследовательских задач планиметрии. Дальнейшую работу целесообразно проводить в старших классах при обучении решению стереометрических задач на исследование свойств и признаков геометрических объектов и подготовке к ЕГЭ.

Список литературы

1. *Атанасян, Л. С.* Геометрия, 7-9 [Текст]: Учеб. для общеобразоват. учреждений / Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев и др. 18-е изд. М.: Просвещение, 2008.

2. *Безумова, О. Л.* Обучение геометрии с использованием возможностей GeoGebra [Текст]: учебно-методическое пособие / О. Л. Безумова,

Р. П. Овчинникова, О. П. Троицкая и др.; отв. ред. О. Л. Безумова. - Архангельск: КИРА, 2011. - 140 с.

3. *Смирнов, В. А.* Геометрия с GeoGebra. Планиметрия [Текст]: методическое пособие для учителя / Смирнов В. А., Смирнова И. М. – М.: «Прометей», 2018. – 206 с.

Svetlana A. Kharlamova
2rd year student of the field of study
«Pedagogical education,
profiles: Mathematics education»
FSBEI HE « Togliatti State University»
e-mail: kharlamova2602@mail.ru.ru
Scientific adviser:
Olga A. Kuznetsova
candidate of pedagogical sciences, associate professor,
Associate Professor of the Department of Higher Mathematics
and Mathematical Education»
FSBEI HE « Togliatti State University»
e-mail: oly--2009@yandex.ru

APPLICATION OF THE "GEOGEBRA" DYNAMIC SYSTEM FOR SOLVING PLANIMETRIC TASKS FOR THE STUDY OF PROPERTIES AND FEATURES OF GEOMETRIC OBJECTS

Annotation. The article is devoted to the experience of teaching students to solve problems for the study of properties and features of geometric objects through the dynamic system "GeoGebra". The ideas of integrating the subject "Computer Science" into the learning process of geometry are analyzed. Examples of solving planimetric problems and the main factors of using dynamic systems that affect learning to solve research-related problems in the context of personality–oriented learning are considered.

Keywords: school geometry course; research tasks; dynamic system "GeoGebra"; models of geometric tasks.

УДК 378.091.64:517-028.27

Шарова Дарья Андреевна
студент 1 курса магистратуры
направления подготовки «Математика»
ГОУ ВО ЛНР «Луганский государственный
педагогический университет»
e-mail: sharovadaria2000a@gmail.com
Темникова Светлана Владимировна
кандидат технических наук,
доцент кафедры фундаментальной математики
ГОУ ВО ЛНР «Луганский государственный
педагогический университет»
e-mail: temnikovasvetlana@rambler.ru

К ВОПРОСУ РАЗРАБОТКИ ЭЛЕКТРОННОГО УЧЕБНОГО ПОСОБИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»

Аннотация. Статья посвящена разработке электронного учебного пособия по математическому анализу для студентов направления подготовки 01.03.01 Математика. Рассмотрены основные требования к созданию электронного учебного пособия. Разработанное электронное учебное пособие содержит полный курс лекций, упражнения различной сложности, тестовые задания с удобной навигационной системой.

Ключевые слова: электронное учебное пособие, математический анализ, образовательный процесс, интерактивность.

Актуальность и постановка проблемы. В настоящее время всё более актуальным становится использование в сфере образования электронных обучающих средств. Электронные учебные пособия стремительно заменяют ресурсы на бумажных носителях. Использование различных учебных пособий является основным фактором повышения качества учебного процесса. Такая система повышает интерес студентов, повышает их мотивацию к обучению, развивает ряд практических навыков и улучшает общую систему обучения.

Актуальность создания электронного обучающего пособия по дисциплине заключается в необходимости повышения качества усвоения учебного материала. В современной системе образования возрастает роль информационных технологий, которые охватывают дополнительные возможности как для повышения качества и эффективности процесса обучения, так и для расширения сфер его применения. Быстрыми темпами развивается новая прогрессивная форма организации учебного процесса на основе принципа самостоятельного обучения ученика с помощью различных информационных ресурсов – дистанционное образование. В связи этими тенденциями целесообразным является создание новых содержательных и качественных учебных пособий.

Изложение основного материала. В статье [1] изложены концепции образовательных электронных изданий и ресурсов. Описаны структура и основные положения проекта концепции, описывающей сущность, порядок разработки, экспертизы и использования образовательных электронных изданий. Перечислены группы основных требований, предъявляемых к образовательным электронным изданиям.

В статье [3] С. Лобачева излагается методика создания интерактивных электронных образовательных пособий.

В электронном учебнике [2] К. Гурьяновой, У. Алексеевой и В. Бояршинова изложена вся теоретическая часть курса математического анализа и рассмотрены типовые примеры к каждой теме.

Новая парадигма обучения, непосредственно связанная с развитием информационных технологий, определяет новые подходы к проведению учебных занятий. Следует отметить ряд преимуществ данных подходов. Во-первых, учащийся сам выбирает время и место для обучения, кроме того, лица, которые лишены возможности получения традиционного образования, имеют доступ к информационным образовательным ресурсам, во-вторых, новые информационные технологии активно используются в учебном процессе. Также, следует отметить, что применение электронных учебников и учебных пособий дают возможность индивидуализировать обучение. К достоинствам электронных учебников можно отнести их мобильность, доступность связи с развитием компьютерных сетей и адекватность уровню развития современных научных знаний. Электронное учебное пособие представляет собой электронное издание, которое может частично или полностью заменять или дополнять учебник и официально утвержденное в качестве данного вида издания. Электронный учебник должен максимально облегчить понимание и запоминание наиболее существенных понятий, утверждений и примеров, вовлекая в процесс обучения иные, нежели обычный учебник, возможности человеческого мозга, в частности, слуховую и эмоциональную память, а также используя компьютерные объяснения.

Электронные учебники позволяют решать такие основные педагогические задачи, как:

- начальное ознакомление с предметом, освоение его базовых понятий и конструкций;
- базовая подготовка на разных уровнях глубины и детальности;
- контроль и оценивание знаний и умений;
- развитие способностей к определенным видам деятельности;
- восстановление знаний и умений.

При использовании электронного учебного пособия возможна интенсификация учебного процесса за счет повышения информативной емкости учебного материала, развития навыков самостоятельной работы и увеличения доли самостоятельной работы в учебном процессе и, следовательно, активизации учебно-познавательной деятельности студентов.

Для создания электронного учебного пособия следует разработать его структуру, порядок следования учебного материала, вид навигации по разделам.

Учебная дисциплина «Математический анализ» входит в базовую часть дисциплин учебного плана по направлению подготовки 01.03.01 Математика и изучается студентами в 1-4 семестрах обучения. Структура электронного учебного пособия соответствует требованиям и содержанию рабочей программы образовательной дисциплины.

На изучение дисциплины «Математический анализ» отводится 720 часов (табл. 1).

Таблица 1. Объем учебной дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Объем часов (зач. ед.)	
	Очная форма	Заочная форма
Общая учебная нагрузка (всего)	720 (20 зач. ед)	720 (20 зач. ед)
Обязательная аудиторная учебная нагрузка (всего часов) в том числе:	304	76
Лекции	152	36
Семинарские занятия	-	-
Практические занятия	152	40
Лабораторные работы	-	-
Контрольные работы	-	-
Курсовая работа	36	36
Другие формы организации учебного процесса	-	-
Самостоятельная работа студента (всего часов)	254	569
Форма аттестации	126 экзамен (письменный)	39 экзамен (письменный)

Целью является разработка электронного учебного пособия по дисциплине «Математический анализ», которое послужит инструментом в изучении дисциплины студентами высших учебных заведений.

Для достижений данной цели необходимо выполнить следующие задачи:

- систематизировать материал для разработки электронного учебного пособия по математическому анализу;
- разработать содержание и структуру электронного учебного пособия;
- подготовить задачи различной сложности;
- подготовить материалы для контроля знаний;
- выбрать редактор языка HTML;
- создать удобную навигацию.

Возможности Microsoft Word по созданию Web-страницы в формате HTML позволяют использовать текстовый редактор для создания интерактивных электронных учебников, которые можно структурировать, задавать фон, форматировать текстовую информацию, вставлять графические, звуковые, видео файлы. Web-страницы в Word могут быть сохранены с расширением .html. Просматривать такой учебник можно, как и веб-страницы средствами программы-браузера. Структура электронного учебника может быть аналогичной веб-сайту.

Данное электронное учебное пособие можно использовать и как обычное пособие на бумажных носителях. Электронное учебное пособие состоит из 5 разделов:

1. Введение в математический анализ.
2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной.
3. Интегральное исчисление функций одной переменной.
4. Ряды.
5. Дифференциальное и интегральное исчисление функций нескольких переменных.

Каждый раздел разбит на темы. Каждой теме соответствуют типовые задания и упражнения для закрепления теоретического материала. В конце каждого раздела предложены задания для самостоятельного решения, вопросы для самоконтроля и систематизации полученных знаний. Для контроля знаний и умений студентов к каждому разделу создан электронный тест с помощью конструктора электронных тестов MyTest. Материал в электронном пособии структурирован и логически связан. Краткость, четкость и информативность позволяет быстрее усваивать изучаемый материал.

Студенты, завершившие изучение дисциплины «Математический анализ», должны

- знать основные понятия, определения, леммы, теоремы и методы математического анализа;
- уметь использовать методы математического анализа; решать типовые задачи; обращаться к информационным системам (Интернет, математическая литература) для пополнения и уточнения математических знаний;
- владеть навыками научно-исследовательского анализа и моделирования, навыками практического использования базовых знаний и методов математического анализа.

Выводы и перспективы дальнейших исследований. Таким образом, электронные учебные пособия имеют большую практическую ценность. В связи с информатизацией образования электронные учебные пособия являются эффективным методом обучения, их востребованность увеличивается.

Электронное учебное пособие является дополнением к традиционным формам обучения и позволяет эффективно изучать материал. Благодаря своей интерактивности электронные учебные пособия вызывают интерес у студентов.

В данный момент, электронное учебное пособие по математическому анализу находится в разработке. В дальнейшем разработанное электронное учебное пособие может быть использованным студентами очной и заочной форм обучения направления подготовки 01.03.01 Математика, а также может оказаться полезным в условиях дистанционной формы обучения.

Список литературы

1. *Григорьев, С. Г.*, Краснова Г. А., Роберт И. В. и др. Разработка концепции образовательных электронных изданий и ресурсов // Открытое и дистанционное образование. Томск, 2002. № 3 (7). – 31-33 с.

2. *Гурьянова, К. Н.* Математический анализ : [учеб. пособие] / К. Н. Гурьянова, У. А. Алексеева, В. В. Бояршинов ; М-во образования и науки Рос. Федерации, Урал. федер. ун-т. – Екатеринбург : Изд-во Урал. ун-та, 2014. – 330 с.

3. *Лобачев, С. Л.* Основы разработки электронных образовательных ресурсов / Лобачев С. Л.. – Москва : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Эр Медиа, 2019. – 188 с.

Daria A. Sharova
1st year student of the master's degree
in the field of study "Mathematics"
GOU VO LPR "Lugansk State
Pedagogical University "
e-mail: sharovadaria2000a@gmail.com
Svetlana V. Temnikova
candidate of technical sciences, associate professor,
Associate Professor of the Department of Fundamental Mathematics
GOU VO LPR "Lugansk State
Pedagogical University "
e-mail: temnikovasvetlana@rambler.ru

ON THE ISSUE OF DEVELOPING AN ELECTRONIC TEXTBOOK ON THE DISCIPLINE «MATHEMATICAL ANALYSIS»

Annotation. The article is devoted to the development of an electronic textbook on mathematical analysis for undergraduate students of the direction of preparation 01.03.01 "Mathematics". The basic requirements for the creation of an electronic textbook are considered. The developed electronic textbook contains a full course of lectures and exercises of varying complexity with a convenient navigation system.

Key words: electronic textbook, mathematical analysis, educational process, interactivity.

ДЛЯ ЗАМЕТОК

ДЛЯ ЗАМЕТОК

Научное издание

Теоретико-методологические аспекты преподавания математики в современных условиях

Сборник материалов V Международной научно–практической конференции
(4-5 мая 2022, г. Луганск)

Редакционная коллегия оставляет за собой право технического и стилистического редактирования статей. Авторы статей несут полную ответственность за содержание статьи.

Под общей редакцией – ***С.В. Темникова, О.В. Давыскиба***
Дизайн обложки – ***Н.А. Полищук***
Корректор – ***А.Р. Жабинская***
Верстка – ***А.В. Скринникова***

Подписано в печать 23.06.2022. Бумага офсетная.
Гарнитура Times New Roman.
Печать ризографическая. Формат 60×84/16. Усл. печ. л. 15,81.
Тираж 50 экз. Заказ № 90.

Издатель
ГОУ ВО ЛНР «ЛГПУ»
«Книта»
ул. Оборонная, 2, г. Луганск, ЛНР, 91011. Т/ф: (0642)58-03-20
e-mail: knitaizd@mail.ru