

О. М. Іє, Є. О. Масюта

СТАТИСТИКА

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

**ДЕРЖАВНИЙ ЗАКЛАД
«ЛУГАНСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА»**

О. М. Іє, Є. О. Масюта

СТАТИСТИКА

**Навчальний посібник
для студентів II курсу спеціальності
6.030506 «Прикладна статистика»**

**Луганськ
ДЗ «ЛНУ імені Тараса Шевченка»
2013**

УДК 311(075.8)
ББК 60.6я73
І-30

Рецензенти:

- Димарський Я. М.* – доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри інформатики та інформаційних технологій у діяльності ОВС Луганського державного університету внутрішніх справ імені Е. О. Дідоренка
- Адаменко О. В.* – доктор педагогічних наук, професор кафедри державної служби управління навчальними й соціальними закладами, декан факультету допрофесійної підготовки Луганського національного університету імені Тараса Шевченка
- Різун В.І.* – кандидат фізико-математичних наук, професор Східноукраїнського національного університету імені Володимира Даля

І-30 Іє О. М., Масюта Є. О. Статистика: навч. посіб. для студ. спец. 6.030506 «Прикладна статистика». – Держ. закл. «Луган. нац. ун-т імені Тараса Шевченка». – Луганськ: Вид-во ДЗ «ЛНУ імені Тараса Шевченка», 2013. – 303 с.

Навчальний посібник з дисципліни «Статистика» структуровано відповідно до розділів робочої програми курсу «Статистика» кафедри математичного аналізу та алгебри ЛНУ імені Тараса Шевченка. Навчальний посібник складається з чотирьох модулів. Посібник містить програму курсу «Статистика», досить повну теоретичну базу з основних тем дисципліни “Статистика”, приклади розв’язування задач, питання та завдання для самоконтролю за темами курсу, матеріал для самостійного опрацювання.

Видання призначене для студентів та викладачів, які спеціалізуються з прикладних напрямків статистики, зокрема для студентів, що навчаються за спеціальністю 6.030506 «Прикладна статистика».

УДК 311(075.8)
ББК 60.6я73

*Рекомендовано до друку навчально-методичною радою
Луганського національного університету імені Тараса Шевченка
(протокол № 10 від 5 червня 2013 року).*

© Іє О. М., Масюта Є. О., 2013
© ДЗ «ЛНУ імені Тараса Шевченка», 2013

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА.....	7
ВСТУП.....	8
СТРУКТУРА КУРСУ ЗА ТЕМАМИ	10
МОДУЛЬ 1	12
ТЕМА 1. ПРЕДМЕТ, МЕТОД ТА ОСНОВНІ КАТЕГОРІЇ СТАТИСТИКИ ЯК НАУКИ.....	12
1.1. Статистика як наука	12
1.2. Предмет статистики та її категорії	17
1.3. Методологія статистики.....	21
1.4. Організація статистики в Україні та на міжнародному рівні.....	23
1.5. Питання для самоконтролю	24
ТЕМА 2. СТАТИСТИЧНЕ СПОСТЕРЕЖЕННЯ	26
2.1. Сутність статистичного спостереження та вимоги до нього	26
2.2. Програмно-методологічне та організаційне забезпечення статистичного спостереження	28
2.3. Форми, види та способи спостереження	32
2.4. Помилки спостереження та методи їх контролю.....	35
2.5. Питання для самоконтролю	37
Задачі до самостійної роботи студентів.....	38
Питання для самоконтролю до модуля №1	40
МОДУЛЬ 2	42
ТЕМА 3. ЗВЕДЕННЯ І ГРУПУВАННЯ ДАНИХ СТАТИСТИЧНОГО СПОСТЕРЕЖЕННЯ.....	42
3.1. Суть та організація статистичного зведення.....	42
3.2. Статистичні групування, їх зміст, завдання і види.....	46
3.3. Методологія статистичних групувань.....	52

3.4. Ряди розподілу	57
3.5. Статистичні таблиці	61
3.6. Статистичні графіки	67
3.7. Питання для самоконтролю	81
Задачі до самостійної роботи студентів.....	81
Питання для самоконтролю до модуля №2	91
МОДУЛЬ 3	92
ТЕМА 4. СТАТИСТИЧНІ ПОКАЗНИКИ.....	92
4.1. Види, типи та значення статистичних показників.....	92
4.2. Абсолютні та відносні величини	94
4.3. Середні величини	101
4.4. Показники варіації.....	117
4.5. Питання для самоконтролю	134
ТЕМА 5. ВИБІРКОВЕ СПОСТЕРЕЖЕННЯ	135
5.1. Суть вибіркового спостереження	135
5.2. Характеристики генеральної та вибіркової сукупностей.....	137
5.3. Помилки вибіркового спостереження.....	139
5.4. Різновиди вибірки.....	141
5.5. Питання для самоконтролю	151
Задачі до самостійної роботи студентів.....	152
Питання для самоконтролю до модуля №3	168
МОДУЛЬ 4	170
ТЕМА 6. РЯДИ ДИНАМІКИ.....	170
6.1. Поняття про ряди динаміки і їх види. Наукові умови побудови рядів динаміки.....	170
6.2. Показники ряду динаміки	174
6.3. Прийоми виявлення основної тенденції розвитку в рядах динаміки	184

6.4. Інтерполяція і екстраполяція. Прогнозування суспільних явищ	207
6.5. Аналіз сезонних коливань	211
6.6. Питання для самоконтролю	217
ТЕМА 7. ІНДЕКСИ ТА ЇХ ВИКОРИСТАННЯ В ЕКОНОМІКО- СТАТИСТИЧНИХ ДОСЛІДЖЕННЯХ.....	219
7.1. Поняття про індекси і їх роль в статистичному аналізі суспільних явищ	219
7.2. Класифікація індексів.....	224
7.3. Індивідуальні індекси	226
7.4. Агрегатна форма загальних індексів кількісних показників	231
7.5. Агрегатна форма загальних індексів якісних і змішаних показників	236
7.6. Середньозважені індекси	245
7.7. Загальні індекси середніх величин	249
7.8. Індексний аналіз	252
7.9. Питання для самоконтролю	259
Задачі до самостійної роботи студентів.....	260
Питання для самоконтролю до модуля №4	276
СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ	277
ГЛОСАРІЙ	282
АНОТАЦІЯ	299

ПЕРЕДМОВА

Даний посібник призначений для використання в навчальному процесі студентами, що навчаються за спеціальністю 6.030506 «Прикладна статистика», і розроблено відповідно до робочої програми курсу «Статистика».

Основу посібника складає зміст лекцій зі статистики, завдання для практичних робіт та самоконтролю. Цей посібник повинен допомогти студентам опанувати основи статистики у такому ступені, щоб вони могли не тільки усвідомлено застосовувати отримані знання в процесі навчання і роботи, але і в міру необхідності, поглиблювати і розширювати їх шляхом подальшої самоосвіти.

Курс «Статистика» вивчається протягом двох семестрів та поділений на чотири модуля.

Задача дисципліни – всебічне дослідження виникаючих у суспільстві глибоких перетворень економічних і соціальних процесів на основі науково обґрунтованих показників.

Завдання пропонованого навчального посібника – вироблення у студентів практичних навичок розв'язання статистичних задач, допомога в оволодінні методами статистичних досліджень і аналізу, без яких неможливий процес підготовки повноцінних і висококваліфікованих спеціалістів. Виходячи із завдань підвищення рівня і дієвості статистичного аналізу, тут викладено основні теми курсу, що мають практичне значення. По кожній темі досить повно викладено теоретичний матеріал, вміщено задачі й методичні вказівки щодо їх розв'язання.

ВСТУП

У сучасному суспільстві важливу роль у механізмі управління економікою виконує статистика. Вона здійснює збір, наукову обробку, узагальнення та аналіз інформації, що характеризує розвиток економіки країни, культури і рівня життя населення. В результаті надається можливість виявлення взаємозв'язків в економіці, вивчення динаміки її розвитку, проведення міжнародних зіставлень і в кінцевому підсумку – прийняття ефективних управлінських рішень на державному та регіональному рівнях. Тому вивчення і оволодіння статистичною наукою при підготовці спеціалістів високої кваліфікації має велике значення в системі вищої економічної освіти.

Важливою умовою правильного сприйняття і практичного використання статистичної інформації, кваліфікованих висновків і обґрунтування прогнозів є завдання статистичної методології вивчення кількісної сторони соціально-економічних явищ, природи масових статистичних сукупностей, пізнавальних властивостей статистичних показників, умов їх застосування в економічному дослідженні.

Одним із основних завдань статистики є оптимізація звітності, проведення об'єму інформації о сучасних потреб системи управління в умовах переходу до ринку. Потрібно впроваджувати замість суцільної звітності вибіркові обстеження, одноразові обліки чи опитування, що приведе до оперативного і поглибленого аналізу.

Забезпечення надійності і достовірності статистичної інформації можливе через підвищення наукового рівня всієї статистичної методології, наближення її до методології і стандартів світової статистичної практики.

В даний час перед статистикою стоять проблеми подальшого вдосконалення системи показників, прийомів і методів збору, обробки, зберігання і аналізу статистичної інформації. Це має важливе значення для розвитку і підвищення ефективності автоматизованих систем управління, створення автоматизованих банків даних, розподільчих банків даних, які в свою чергу могли б сприяти створенню Єдиної статистичної інформації

системи, що надасть можливість запровадити в практику сучасні статистичні методи аналізу, імітаційні та прогнозні методи.

В запропонованому посібнику міститься системний вклад загальних категорій, принципів і методів статистичної науки, теоретичних основ соціально-економічних методів аналізу і прогнозування із застосуванням кореляційно-регресійного, табличного і графічного методів.

Мета навчального посібника полягає в наданні допомоги студентам у дослідженні актуальних економічних проблем та практичному використанні системи статистичних показників та методів аналізу. Пропоновані завдання складені таким чином, щоб забезпечити систематичну, самостійну роботу студентів над курсом.

Структура навчального посібника логічно побудована, містить теоретичну і практичну частини. Для самостійного засвоєння матеріалу в кінці кожного розділу наведені питання для повторення і завдання для самостійного рішення.

СТРУКТУРА КУРСУ ЗА ТЕМАМИ

Модуль №1

Тема 1. Предмет, метод та основні категорії статистики як науки

- 1.1. Статистика як наука
- 1.2. Предмет статистики та її категорії
- 1.3. Методологія статистики
- 1.4. Організація статистики в Україні та на міжнародному рівні

Тема 2. Статистичне спостереження

- 2.1. Сутність статистичного спостереження та вимоги до нього
- 2.2. Програмно-методологічне та організаційне забезпечення статистичного спостереження
- 2.3. Форми, види та способи спостереження
- 2.4. Помилки спостереження та методи їх контролю

Модуль №2

Тема 3. Зведення і групування даних статистичного спостереження

- 3.1. Суть та організація статистичного зведення
- 3.2. Статистичні групування, їх зміст, завдання і види
- 3.3. Методологія статистичних групувань
- 3.4. Ряди розподілу
- 3.5. Статистичні таблиці
- 3.6. Статистичні графіки

Модуль №3

Тема 4. Статистичні показники

- 4.1. Види, типи та значення статистичних показників
- 4.2. Абсолютні та відносні величини
- 4.3. Середні величини
- 4.4. Показники варіації

Тема 5. Вибіркове спостереження

- 5.1. Суть вибіркового спостереження
- 5.2. Характеристики генеральної та вибіркової сукупностей
- 5.3. Помилки вибіркового спостереження
- 5.4. Різновиди вибірки

Модуль №4

Тема 6. Ряди динаміки

- 6.1. Поняття про ряди динаміки і їх види. Наукові умови побудови рядів динаміки
- 6.2. Показники ряду динаміки
- 6.3. Прийоми виявлення основної тенденції розвитку в рядах динаміки
- 6.4. Інтерполяція і екстраполяція. Прогнозування суспільних явищ
- 6.5. Аналіз сезонних коливань

Тема 7. Індекси та їх використання в економіко-статистичних дослідженнях

- 7.1. Поняття про індекси і їх роль в статистичному аналізі суспільних явищ
- 7.2. Класифікація індексів
- 7.3. Індивідуальні індекси
- 7.4. Агрегатна форма загальних індексів кількісних показників
- 7.5. Агрегатна форма загальних індексів якісних і змішаних показників
- 7.6. Середньозважені індекси
- 7.7. Загальні індекси середніх величин
- 7.8. Індексний аналіз

МОДУЛЬ 1

ТЕМА 1. ПРЕДМЕТ, МЕТОД ТА ОСНОВНІ КАТЕГОРІЇ СТАТИСТИКИ ЯК НАУКИ

1.1. Статистика як наука

У сучасному суспільстві важливу роль у механізмі управління економікою виконує статистика. Вона здійснює збір, наукову обробку, узагальнення та аналіз інформації, що характеризує розвиток країни. У результаті надається можливість виявлення взаємозв'язків в економіці, вивчення динаміки її розвитку, проведення міжнародних зіставлень і в кінцевому рахунку – прийняття ефективних управлінських рішень на державному та регіональному рівнях.

Історія людства свідчить, що без статистичних даних неможливе управління державою як соціальним організмом, розвиток народного господарства і культури, розробка програм соціально-економічного розвитку. З давніх часів людство здійснювало облік багатьох явищ і предметів, які виникали в процесі його життєдіяльності. Це і чисельність чоловічого та жіночого населення країни, і прибуток скарбниці держави, і земельні угіддя та їх кількість, і сировинні ресурси та ін. При подальшому поглибленні суспільного розподілу праці, збільшенні її продуктивності, розвитку суспільних відносин відбувалось зростання кількості враховуваних факторів у виробничій та соціальній сферах, встановились їх зв'язки на господарському, регіональному та загальнодержавному рівнях. З урахуванням цих факторів зв'язані і методи їх обчислення, створення розрахункових показників.

Всю перераховану інформацію надає суспільству статистика. Термін “статистика” визначається сукупністю латинських та італійських слів: “status” (становище, стан справ); “stato” (керована область, держава); “statista” (державний чоловік, політик, знавець держави). В наукове використання термін “статистика” було введено німецьким вченим, професором Геттингенського університету Г. Ахенвалем у 1743 році для визначення сукупності знань, які

характеризують державний устрій, визначні пам'ятки країни, що характеризує її добробут. Однак таке визначення далеко від сучасного тлумачення поняття “статистика”. В даний час під статистикою розуміють галузь практичної діяльності, економічної науки та навчальної дисципліни з вивчення способів збирання, обробки та аналізу даних про масові соціально-економічні явища і процеси.

В якості галузі практичної діяльності статистика займається збиранням, накопиченням, обробкою цифрових даних, які характеризують економіку, населення, культуру, освіту та інші явища в житті суспільства.

Статистикою називають також особливу науку, тобто галузь знань, яка вивчає масові явища в житті суспільства з їх кількісної сторони. Основою для вивчення масових явищ є закон великих чисел. Сутність його полягає в тому, що кожне одиничне явище випадкове (воно може бути або не бути), але у з'єднанні великої кількості таких явищ в загальній характеристиці їх маси випадковість зникає в тім більшій мірі, чим більше з'єднано одиничних явищ. Так, урожайність на одному конкретному полі може бути більша або менша, навіть якщо воно удобрено краще іншого. Врожайність в цілому великої кількості добре удобрених полів буде вище, чим на великій кількості менш удобрених. Математика, зокрема теорія ймовірностей і математична статистика, розглядає в чисто кількісному вираженні закон великих чисел, виражає його цілою серією математичних теорем (Бернуллі, Чебишева, Ляпунова, Маркова та ін.). Вони показують, при яких умовах можна розраховувати на відсутність випадковості в охоплюваних масу характеристиках, так як це зв'язане з чисельністю присутніх в ній індивідуальних явищах. Статистика базується на цих теоремах у вивченні кожного масового явища.

Між статистикою як наукою і практикою існує тісний взаємозв'язок: наука статистика використовує дані практики, узагальнює та розроблює методи проведення статистичних досліджень; в свою чергу в практичній діяльності

статистикою використовуються теоретичні положення статистичної науки для вирішення конкретних задач економіки та менеджменту.

В якості навчальної дисципліни статистика є складовою нормативної частини дисциплін навчальних планів фахівців з економіки та менеджменту. Перехід економіки України до ринкових відносин наповнює новим змістом роботу підприємців, економістів та менеджерів. А це пред'являє підвищені вимоги до рівня їх статистичної підготовки.

Статистика як наука являє собою цілісну систему наукових дисциплін:

- а) теорія статистики;
- б) економічна статистика та її галузі;
- в) соціальна статистика та її галузі;
- г) інші (галузеві) види статистики.

Теорія статистики – це наука про загальні принципи та методи статистичних досліджень будь-яких соціально-економічних явищ. Вона розробляє понятійний апарат та систему категорій статистичної науки, розглядає методи збирання, зведення та групування, узагальнення та аналізу статистичних даних. Таким чином, теорія статистики є методологічною основою всіх галузевих статистик.

Економічна статистика розробляє і аналізує: макро- і мікроекономічні показники національної економіки; структуру, пропорції та взаємозв'язок галузей; особливості розміщення продуктивних сил, склад і використання матеріальних, трудових та фінансових ресурсів; загальну макроекономічну модель ринкової економіки у вигляді системи національних рахунків (СНР). Галузями економічної статистики є статистика промисловості, сільського господарства, транспорту, будівництва, навколишнього середовища та ін.

Соціальна статистика вивчає соціальні умови і характер праці, доходи, споживання матеріальних благ і послуг населення, її галузі – статистика народонаселення, рівня життя населення, політики, культури, науки, освіти, права та ін.

До інших (галузевих) видів статистики відносяться: санітарна, медична, демографічна статистика та ін.

Статистика має багатовікову історію. Довгий час статистика існувала як галузь практичної діяльності і зводилась, в основному, до статистичного спостереження (збирання даних про чисельність населення, його майно та доходи, земельні угіддя тощо) та операцій за їх систематизацією.

Найбільш ранні відомості були про облік чисельності населення у Стародавньому Китаї (XXII ст. до н.е.), потім за Стародавнім Єгиптом (вимір та оцінка земель), Стародавньою Грецією (чисельність і майнове положення класів населення). Достатньо досконалі форми організація статистики набула у Стародавньому Римі (VI ст. до н.е.) у вигляді цензу (даних за кожним римським громадянином про його ім'я, стать, вік, майнове положення тощо), цензи повторялись через кожні 5 років.

В середні віки загальнодержавна статистика вже не мала такого багатого матеріалу, як у Стародавньому Римі, так як вона поповнювалась новими даними винятково рідко (переписи населення, інвентаризація майна, внутрішньогосподарський облік феодалного майна тощо).

Поява капіталістичних виробничих відносин на фоні розкладання феодалного устрою вимагало більш високих форм організації статистики. Так, починаючи з XVI ст. в Голландії, Франції, Англії, Італії видаються збірки за характеристикою політичного устрою країни, чисельністю населення, рівнем промисловості та сільського господарства. Період остаточної перемоги капіталістичних відносин у ряді країн співпало з формуванням в них державної статистики у сучасних формах, коли зароджувалась статистична наука не лише збиранням даних, а їх обробкою та подальшим аналізом.

У середині XVIII ст. німецьким вченим Г. Ахенвалем в Геттингенському університеті вперше введено навчальну дисципліну, яку він назвав статистикою. Основним змістом цього курсу було опис політичного стану та визначних пам'яток держави. Цей напрямок розвитку статистики одержав назву

описувального. Зміст, задачі та предмет вивчення статистики в розумінні Г. Ахенваля були ще далекі від сучасного погляду на статистику як науку.

Значно ближче до сучасного розуміння статистики стала англійська школа політичних арифметиків, засновниками якої були В. Петті (1623-1687 рр.) та Дж. Граунт (1620-1674 рр.). Вони домагались шляхом узагальнення та аналізу факторів за допомогою цифр характеризувати стан і розвиток суспільства, закономірності розвитку суспільних явищ, що проявляються в масовому матеріалі. Історія показала, що саме школа політичних арифметиків стала джерелом виникнення статистики як науки, а В. Петті вважається засновником економічної статистики.

На початку XIX ст. виник третій напрям статистичної науки – статистико-математичний. Представниками цього напрямку були: бельгійський статистик А. Кетле (1796-1874 рр.) – засновник вчення про середні величини; англійські вчені Ф. Гамільтон (1822-1911 рр.) та К. Пірсон (1857-1936 рр.), які використали математичні методи статистики в біології; американські вчені Р. Фішер (1890-1962 рр.), М. Мітчел (1874-1948 рр.), В. Госсет, більш відомий під псевдонімом Ст'юдент (1876-1937 рр.), які використовували в статистичних дослідженнях методи теорії ймовірностей.

У розвитку вітчизняної статистичної науки і практики значна роль належить таким російським та українським вченим: І. Ф. Герману (1755-1815 рр.), Д. М. Журавському (1810-1856 рр.), які вивчали питання взаємодії статистики і політекономії, постановки статистичного спостереження та аналізу статистичних даних, розробки теорії групувань; Ю. Є. Янсону (1835-1893 рр.) – основоположнику статистичного аналізу; О. О. Чупрову (1874-1926 рр.), який вивчав питання аналізу зв'язків і залежностей суспільних явищ, проблем стійкості динамічних рядів; М. В. Птухі (1884-1961 рр.) – одному із основоположників вітчизняної демографічної статистики та багатьом іншим.

Сучасна статистична методологія знайшла розвиток в роботах відомих вітчизняних вчених-статистиків: С. Г. Струмліна, Т. В. Рябушкіна, В. С. Нємчинова, Б. С. Ястремського, А. Я. Боярського, С. С. Сергеева та ін.

Визначним кроком у розвитку сучасної статистичної науки є використання економіко-математичних методів і комп'ютерної техніки в аналізі соціально-економічних явищ і процесів.

1.2. Предмет статистики та її категорії

Статистика як суспільна наука має свій об'єкт та предмет дослідження. Розвиток статистичної науки, розміщення сфери використання статистичних досліджень на практиці, її активна участь в управлінні економікою привели до такого сучасного змісту поняття “статистика”. Статистика розглядається як суспільна наука, галузь практичної діяльності, навчальна дисципліна, яка вивчає кількісну сторону масових соціально-економічних явищ і процесів у нерозривному зв'язку з їх якісною стороною шляхом збирання, обробки та аналізу масових даних, вивченні їх структури та розподілу, розміщенні у просторі та за часом, тенденцій та закономірностей перебігу, щільності взаємозв'язків та взаємозалежностей.

Об'єктами статистичного аналізу можуть бути найрізноманітніші явища і процеси суспільного життя.

Предметом статистики є розміри і кількісні співвідношення між масовими суспільними явищами, закономірності їх формування, розвитку, взаємозв'язку.

У визначенні статистики підкреслюються дві її основні відмінності від інших суспільних наук. По-перше, статистика вивчає не поодинокі, а масові соціально-економічні явища і процеси суспільного життя. По-друге, предметом статистики є кількісна сторона явищ і процесів суспільного життя; при цьому статистика вивчає кількість не саму по собі, а у зв'язку з її якісним змістом у конкретних умовах місця та часу.

Кількісна сторона проявів суспільного життя – це насамперед розміри явищ і процесів та їх співвідношення. Так, при вивченні товарообігу, товарних запасів, витрат виробництва та інших показників комерційної діяльності встановлюють кількісні характеристики їх розвитку, визначають співвідношення між показниками, що дає цифрову оцінку виявлених при цьому закономірностям.

Таким чином, кількісну сторону масових суспільних явищ і процесів статистика виражає у вигляді статистичних показників (чисел). Статистичним показником називають узагальнену числову характеристику будь-якого масового явища (процесу) з його якісною визначеністю в конкретних умовах місця та часу. Прикладами статистичних показників є кількість працюючих на підприємстві на початок року, обсяги виробленої та реалізованої продукції, собівартість, рентабельність виробництва тощо.

Статистичні показники можуть бути виражені у вигляді абсолютних і відносних величин. Якщо статистичний показник стосується окремого явища (наприклад, конкретного підприємства), то його називають індивідуальним, якщо ж сукупності явищ (наприклад, однотипних підприємств регіону), то узагальненим, або зведеним. В статистиці використовується і система статистичних показників, якою називають сукупність взаємозв'язаних і розташованих у логічній послідовності узагальнених даних.

Статистика оперує з відповідними категоріями, тобто поняттями, які виражають суттєві всебічні властивості явищ дійсності. До основних категорій статистики можуть бути віднесені:

- а) статистична закономірність;
- б) статистична сукупність;
- в) одиниця та обсяг сукупності;
- г) ознака сукупності;
- д) варіація ознаки;
- ж) шкала ознаки.

Статистична закономірність – це повторюваність, послідовність і порядок у масових соціально-економічних явищах (процесах).

В основі статистичної закономірності лежить закон великих чисел, основним принципом якого є масовість явища або процесу. При масовості зникає вплив випадкових причин на досліджуваний результат, випадкові причини взаємно врівноважуються і це дає можливість виявити об'єктивну і не випадкову закономірність сторін суспільного життя.

Статистична закономірність притаманна лише сукупностям, тому що сукупність, а не окремий елемент, стає базою для встановлення конкретних законів.

Статистична сукупність – це множина одиниць (об'єктів, явищ), які об'єднуються однією якісною основою, але відрізняються між собою за рядом ознак.

Статистичній сукупності притаманні дві властивості, це – масовість та однорідність її одиниць. Прикладом статистичної сукупності є комерційні банки країни: їх об'єднує характер надання банківських послуг, хоча капітал, прибуток та інші ознаки різні.

Окремі елементи статистичної сукупності називають *одиницями сукупності*, а загальну їх кількість – *обсягом сукупності*.

Одиниці сукупності, як первинні елементи, виражають її якісну однорідність і виступають носіями певних ознак. Наприклад, одиницями сукупності можуть виступати акціонерні товариства, фірми, фермерські господарства, людина, сім'я, станок тощо. Одиниці сукупності повинні бути якісно однорідними.

Елементи сукупності характеризуються однією або кількома ознаками.

Ознака – це статистичний еквівалент властивостей, одиниць сукупності.

Так, для одиниці статистичної сукупності “підприємство” ознаками можуть бути: обсяги виробленої продукції, співвідношення власних та запозичених коштів, чисельність робітників тощо.

Однією з особливостей статистичної сукупності є наявність *варіацій* ознак, тобто відмінностей, коливань у числових значеннях окремих одиниць сукупності. Ознаки, які набувають різних значень, називають *варіюючими*.

Прикладами варіюючих ознак людини є вік, стать, сімейний стан, рівень освіти, а підприємства – спеціалізація, форма власності, рентабельність виробництва тощо.

Варіюючі ознаки поділяють на кількісні та атрибутивні (якісні). *Кількісні* ознаки виражаються числами (урожайність, заробітна плата, продуктивність праці та ін.). *Атрибутивними* називають ознаки, які не підлягають числовому вираженню і характеризують словами описові риси (стать, професія, галузь і т. ін.).

За характером варіювання кількісні ознаки поділяють на дискретні та неперервні. *Дискретними* називають такі кількісні ознаки, які можуть набувати тільки цілочислових значень (кількість автомобілів, кількість членів сім'ї та ін.). *Неперервними* кількісними ознаками є такі, які можуть в окремих межах набувати будь-яких значень (вік людини, стаж роботи, собівартість продукції тощо).

Ознаки поділяються також на істотні (основні) та неістотні (другорядні). *Істотними* називають такі ознаки, які є головними для даного явища. Наприклад, для підприємства ними є обсяг виробленої та реалізованої продукції, кількість працівників, продуктивність праці та ін. *Неістотними* є такі ознаки, які не пов'язані безпосередньо з суттю досліджуваного явища, наприклад: назва підприємства, його підпорядкування, територіальна належність тощо.

Ознаки, що характеризують статистичну сукупність, взаємопов'язані між собою, тому розрізняються факторні та результативні ознаки. *Факторні* ознаки – це незалежні ознаки, які впливають на інші ознаки і є причиною їх зміни. *Результативними* ознаками називають залежні ознаки, які змінюються під впливом факторних ознак. Так, кваліфікація, стаж роботи – факторні ознаки; продуктивність праці – результативна ознака.

Ознаки мають різний рівень вимірювання, що відображається у різних видах *шкал*. Існує така *класифікація* шкал ознак: *номінальна*, яка встановлює шкалу найменувань; *порядкова*, яка встановлює відношення подібності і послідовності; *метрична*, де за допомогою звичайних чисел вимірюються явища, ресурси, результати господарсько-фінансової діяльності.

1.3. Методологія статистики

Для вивчення свого предмету статистика розробляє і використовує різні методи, сукупність яких утворює статистичну методологію.

Теоретичною основою статистики як суспільної науки є філософія та економічна теорія (політична економія, макро- і мікроекономіка). На основі цих наук статистика виявляє кількісні зміни суспільних явищ (процесів), з урахуванням їх якісного змісту, при використанні своїх специфічних методів (прийомів, способів). До таких методів належать: статистичне спостереження; зведення і групування даних; визначення абсолютних, відносних та середніх величин, показників варіації, динаміки; використання вибіркового методу, кореляційно-регресійного аналізу, табличного і графічного методів тощо.

Будь-яке статистичне дослідження складається з трьох послідовних етапів:

1. Статистичне спостереження.
2. Зведення, класифікації та групування статистичних даних.
3. Аналіз статистичної інформації.

Розглянемо кожен етап статистичного дослідження більш докладно.

На *першому етапі* використовується *метод масового статистичного спостереження*, який забезпечує всебічність, повноту та представляємість (репрезентативність) початкової інформації. Вимога масовості одиниць спостереження цієї початкової стадії зумовлена тим, що статистичні

закономірності виявляються в достатню великому масиві даних на основі дії закону великих чисел.

На *другому етапі* зібрана в ході масового спостереження інформація підлягає обробці *методом зведення, класифікацій та статистичного групування*, що дозволяє виділити у сукупності соціально-економічні типи. На даній стадії здійснюється перехід від характеристики одиничних факторів до характеристики даних, які об'єднані в групи. Методи групувань розрізняються в залежності від задач дослідження та якісного складу первинного матеріалу. При обробці статистичної інформації обчислюються абсолютні, відносні, середні величини, статистичні коефіцієнти тощо.

На *третьому етапі* проводиться аналіз статистичної інформації з використанням *узагальнених статистичних показників*: абсолютних, відносних та середніх величин; варіацій; параметрів тісноти зв'язку та швидкості зміни соціально-економічних явищ за часом, індексів тощо. Проведення аналізу дозволяє перевірити причинно-наслідкові зв'язки явищ і процесів, визначити вплив та взаємодію різних факторів, оцінити ефективність прийнятих управлінських рішень, можливі економічні та соціальні наслідки створюваних ситуацій. У зрівнянні узагальнених статистичних показників явищ розраховуються кількісні оцінки їх розповсюдженості у просторі та розвитку за часом, встановлюються характеристики зв'язку та відповідні залежності.

При аналізі статистичної інформації широке розповсюдження мають *табличні та графічні методи*.

Завдання статистики на сучасному етапі нерозривно пов'язані із загальними проблемами переходу України до ринкових відносин:

- всебічні дослідження виникаючих у суспільстві глибоких перетворень економічних і соціальних процесів на основі науково обґрунтованих показників;
- узагальнення та прогнозування тенденцій розвитку господарства держави;
- виявлення резервів ефективності суспільного виробництва;
- своєчасне забезпечення господарських і керівних органів статистичною

інформацією;

- впровадження в статистику стандартів системи національних рахунків (СНР);
- розвернення системи моніторингів (спеціально організованих спостережень);
- подальша комп'ютеризація органів державної статистики;
- вдосконалення статистичної інформації та методологій розрахунків статистичних показників.

1.4. Організація статистики в Україні та на міжнародному рівні

Організація статистичної роботи в різних галузях України здійснюється *Державною службою статистики України* (Держстатом), очолюваною головою. Він одночасно є керівником *Колегії Держстату*. В структурі цієї організації утворена *Методична комісія*, яка займається розробкою необхідної документації на державному рівні з питань організації статистичних служб на місцях, статистичної звітності, переписів населення України, методологій статистики.

В умовах зміни соціально-політичної ролі статистики як фактора формування суспільної свідомості в умовах переходу України до ринкових відносин особливе значення має розширення привселюдності, доступності та оперативності надійної статистичної інформації для законотворчої влади, управлінських, виконавчих, господарчих органів і широкої громадськості. З цього приводу при Держстаті у 2000 році було утворено *Державне агентство з розповсюдження статистичної інформації* (Держстатінформ).

При Держстаті функціонує *Науково-дослідний інститут статистики*, який веде узагальнення наукових досліджень з теорії та методології статистики.

Держстат на місцях керує статистичною роботою регіональних органів статистики – *обласними управліннями статистики*.

Перехід України до ринкових відносин обумовлює необхідність впровадження в статистику та бухгалтерський облік системи національних рахунків (СНР), яка широко використовується в світовій практиці і відповідає особливостям і вимогам ринкових відносин.

В цьому зв'язку важливий розвиток професійних контактів вітчизняних статистичних органів з міжнародними службами ООН та її Статистичною комісією.

Статистична комісія ООН здійснює розробки з методологій статистичних робіт, порівнюваності показників, готує рекомендації для Статистичного бюро Секретаріату ООН, координує статистичну роботу спеціалізованих органів ООН, надає консультації з питань збирання, обробки, аналізу та розповсюдження статистичної інформації.

Статистичне бюро Секретаріату ООН є виконавчим органом, збирає статистичну інформацію від країн – членів ООН, публікує ці дані, готує доповіді з різних питань статистики та здійснює розробку методологічних питань статистики.

До *міжнародних організацій статистики* відносяться також: ЮНЕСКО (організація ООН з питань освіти, науки та культури); Міжнародна організація праці (МОП); Міжнародний валютний фонд (МВФ); Статистичне управління Європейських Співтовариств (Євростат); Статистичний комітет Співтовариства незалежних держав та ін.

1.5. Питання для самоконтролю

1. Як виникло слово “статистика” і ким воно запропоноване в наукове використання?
2. Які складові статистики як наукової дисципліни та їх суть?
3. Що вивчала статистика як сфера практичної діяльності у стародавні часи?

4. В чому сутність описувального напрямку в розвитку статистики і його представники?
5. В чому сутність англійської школи політичних арифметиків в статистиці та її представники?
6. Предмет статистики в сучасному розумінні.
7. Сутність закону великих чисел.
8. Статистичні показники та їх види.
9. Розкрити поняття статистичної закономірності та статистичної сукупності.
- 10.Що називають одиницею статистичної сукупності та вимоги до неї?
- 11.Що називають ознакою сукупності? Види ознак.
- 12.Що називають варіацією ознаки?
- 13.Які етапи складають методологію статистики та їх суть?
- 14.Якими органами здійснюється статистична робота в Україні?

ТЕМА 2. СТАТИСТИЧНЕ СПОСТЕРЕЖЕННЯ

2.1. Сутність статистичного спостереження та вимоги до нього

Кількісна характеристика соціально-економічних процесів у безпосередньому зв'язку з їхньою якісною сутністю неможлива без глибокого статистичного дослідження. Використання різних способів і прийомів статистичної методології припускає наявність вичерпної і достовірної інформації про досліджуваний об'єкт, що включає етапи збору статистичної інформації і її первинної обробки, зведення й групування результатів спостереження у визначені сукупності, узагальнення й аналізу отриманих матеріалів.

Якщо при зборі статистичних даних допущені помилка або матеріал виявився недоброякісним, це вплине на правильність і вірогідність як теоретичних, так і практичних висновків. Тому статистичне спостереження від початкової до завершальної стадії повинне бути ретельно продуманим і чітко організованим.

Статистичне спостереження – це перша стадія всякого статистичного дослідження, що представляє собою науково організований по єдиній програмі облік фактів, які характеризують явища і процеси громадського життя, і збір отриманих на основі цього обліку масових даних.

Джерелами статистичного спостереження є соціально-економічні явища, які досліджуються для подальшого аналізу.

Статистичне спостереження здійснюється шляхом реєстрації (запису) відповідних ознак явищ і процесів, тобто притаманних їм властивостей, рис, особливостей. Цим статистичне спостереження відрізняється від інших форм спостереження у повсякденному житті, заснованих на чуттєвому сприйнятті: наприклад, спостереження покупця за якістю товару. Тому статистичним можна назвати тільки те спостереження, яке забезпечує реєстрацію встановлених фактів у облікових документах для подальшого узагальнення. Прикладами статистичного спостереження є: систематизоване збирання відомостей на машинобудівному підприємстві про кількість випущених вузлів машин, витрат виробництва,

прибутку; реєстрація обліковцем у переписних листах відповідей громадян на питання програми перепису населення та ін.

Реєструємі при спостереженні ознаки можуть бути класифікованими таким чином:

- *кількісні*, які виражаються числами;
- *атрибутивні*, що характеризують описові риси явища чи процесу словами;
- *дискретні* – кількісні ознаки, які набувають тільки цілочисельних значень;
- *неперервні* – кількісні ознаки, які в заданих межах можуть набувати будь-яких значень;
- *істотні*, які є головними для даного явища;
- *неістотні*, що не пов'язані безпосередньо з суттю розглядаємого явища.

Загальна задача будь-якого статистичного спостереження полягає в тому, щоб отримати початковий матеріал, на основі якого можна вивчати розглядаєме явище (процес).

Статистичне спостереження повинно задовольняти таким вимогам:

- а) нести цілком конкретне значення, наукову та практичну цінність;
- б) забезпечувати збирання масових даних, в яких відображається вся сукупність даних, що характеризують дане явище;
- в) бути орієнтовано на збирання не тільки тих даних, які безпосередньо характеризують вивчаємий об'єкт, а і ураховувати факти і події, під впливом яких здійснюється зміна стану об'єкта;
- г) забезпечувати достовірність інформації, яку збирають, для чого здійснюється ретельна перевірка якості зібраних даних – як одна з найважливіх характеристик статистичного спостереження;
- д) проводитись на научній основі за заздалегідь розробленому плану, програми, що забезпечує наукове вирішення всіх питань.

Щоб виконати ці вимоги, потрібно дотримуватись певних методичних принципів і правил проведення спостереження, які вирішують дві групи питань: програмно-методологічні та організаційні.

2.2. Програмно-методологічне та організаційне забезпечення статистичного спостереження

При проведенні будь-якого статистичного спостереження заздалегідь дбають про його програмно-методологічне та організаційне забезпечення.

До програмно-методологічних питань належать такі:

- а) встановлення мети та завдання статистичного спостереження;
- б) визначення об'єкта та одиниць сукупності і спостереження;
- в) розробка програми статистичного спостереження;
- г) підготовка інструментарію спостереження;
- д) додержання найважливіших принципів і правил проведення статистичного спостереження.

Готуючись до статистичного спостереження, перш за все визначають його мету та завдання. *Метою* статистичного спостереження є збирання вірогідної (відповідаючої реальному стану) та повної (за обсягом і змістом) статистичної інформації про досліджувані соціально-економічні явища і процеси. При цьому статистична інформація повинна бути своєчасною, порівняльною за часом та у просторі, доступною. *Завдання* спостереження і задачі, які впливають із цього, визначаються, виходячи з практичних та наукових проблем планування, організації та управління виробництвом, стану вивченості розглядаємого явища тощо.

В залежності від мети та завдань визначають об'єкт спостереження, одиницю сукупності та одиницю спостереження.

Об'єктом спостереження називають сукупність одиниць розглядаємого явища, про які повинна бути зібрана статистична інформація. Наприклад, при

обстеженні промисловості об'єктом спостереження є промислові підприємства, при перепису населення – населення. Для визначення меж об'єкта спостереження застосовують *цензи* – набір кількісних та якісних обмежувальних ознак. Так, при розгляді малих підприємств в Україні цензом буде максимальна допустима кількість працюючих в них – не більш 200 осіб.

Об'єкт спостереження складається з окремих одиниць – *одиниць сукупності*, від яких одержують початкову інформацію. Наприклад, одиницею сукупності під час перепису населення є кожна людина, а при реєстрації проданих на біржах нерухомості квартир – кожна продана квартира. Кожна одиниця сукупності може надати про себе інформацію, тому в ході обстеження відокремлюють також одиницю спостереження.

Одиниця спостереження – це елемент об'єкта спостереження, який несе відомості про ознаки одиниць сукупності. Так, одиницею спостереження при перепису населення є домогосподарство і кожний його член, при реєстрації проданих на біржах нерухомості квартир – кожна біржа. Отже, поняття одиниці сукупності та одиниці спостереження можуть збігатися, як, зокрема, під час перепису населення.

Найвідповідальнішим моментом статистичного спостереження є складання *програми спостереження* – переліку запитань, на які очікують отримати відповіді. Зміст та кількість запитань формують згідно з метою спостереження та реальними можливостями його проведення (грошовими та трудовими витратами, терміном отримання інформації). Від того, наскільки добре розроблена програма спостереження залежить цінність зібраної статистичної інформації. До програми слід включити лише істотні ознаки, які мають найбільше практичне та наукове значення для об'єкта спостереження.

Перелік запитань програми спостереження повинен забезпечувати повноту та вірогідність одержаних початкових статистичних даних. Якщо немає впевненості в одержанні таких даних за широкою програмою відомостей, то краще скоротити перелік запитань.

Зміст і кількість запитань програми, сформульованих чітко і зрозуміло для всіх, повинні бути такими, щоб уникнути зайвої інформації і зв'язаних з цим додаткових витрат праці і коштів. В той же час програма повинна враховувати все і її запитання (ознаки) мають становити систему взаємопов'язаних показників, заданих у логічній послідовності. При можливості в програму включають запитання, що взаємно контролюють показники.

До програми спостереження включають також розробку *статистичного інструментарію* – сукупності документів, в які будуть внесені відповіді на запитання програми. До інструментарію спостереження відносять два основних типа документів: статистичні формуляри та інструкції до їх заповнення.

Статистичний формуляр – це обліковий документ у вигляді бланку відповідної форми, де фіксуються відповіді на запитання програми спостереження. На практиці найчастіше використовують формуляри двох типів: *індивідуальні* (бланк-карта), які призначені для запису відомостей за однією одиницею спостереження; *спискові* (бланк-список) – для запису відомостей за кількома одиницями спостереження.

Формуляри статистичного спостереження супроводжуються *інструкцією* – переліком вказівок та роз'яснень, якими має керуватись обліковець чи реєстратор при заповненні бланків спостереження.

Додержання найважливіших принципів і правил проведення статистичного спостереження – основа статистичного дослідження. До таких принципів та правил відносяться:

- а) раціональне сполучення форм, видів і способів статистичного спостереження;
- б) централізоване керівництво спостереженням;
- в) одночасність та періодичність проведення спостереження;
- г) неприпустимість помилок в процесі спостереження;
- д) ретельна перевірка даних спостереження.

Оснoву *організаційного забезпечення* статистичного спостереження складає *організаційний план* – головний документ, в якому відображаються найважливіші питання організації та проведення намічених заходів. В організаційному плані вказують: органи спостереження; час, місце та строк спостереження; матеріально-технічне забезпечення відповідних робіт; порядок комплектування та навчання кадрів, необхідних для проведення спостереження; порядок проведення спостереження, прийому та здачі матеріалів; спосіб забезпечення точності результатів (система контролю та пробні обстеження) тощо.

При організації статистичного спостереження обов'язково повинно бути вирішено питання, коли проводиться спостереження, що включає вибір часу та сезону спостереження, встановлення періоду та критичного часу спостереження.

Час спостереження (об'єктивний час) – це час, якому відповідають дані спостереження.

Сезон (час року) для спостереження слід вибирати такий, в якому вивчаємий об'єкт перебуває в звичайному для нього стані. Наприклад, перепис населення краще проводити зимою, так як спостерігається найменше переміщення населення.

Під *періодом* (суб'єктивним часом) проведення спостереження розуміють час від початку до закінчення збирання відомостей.

Критичним часом спостереження називають дату за станом, на яку повідомляють дані зібраної інформації. При переписах населення встановлюють час початку та закінчення вивчаємих фактів.

Критичним моментом спостереження називають конкретно визначений час, до якого приурочені відомості. При переписах населення – це найчастіше північ – момент закінчення однієї доби і початок іншої.

Значне місце в організаційному плані спостереження належить проведенню підготовчих робіт. Найбільш суттєвий етап підготовчої роботи – це складання списку облікових одиниць. Цей список (наприклад, торгівельних

підприємств, підприємств ресторанного господарства) потрібен як для перевірки повноти та своєчасності даних, які надійшли, так і для встановлення обсягу робіт і розрахунку необхідної кількості працівників для проведення статистичного спостереження.

Важливе місце в системі підготовчих робіт має підбір і підготовка кадрів, а також інструктаж апарату обліково-економічних служб, залучених до збирання необхідної інформації.

В цілях успішного здійснення статистичного спостереження важливе значення має підготовка статистичного інструментарію (формулярів, інструкцій), його тиражування та своєчасне забезпечення ним персоналу, який проводить спостереження.

До важливих підготовчих заходів відноситься пропаганда статистичних робіт, що проводяться засобами друку, радіо, телебачення для роз'яснення задач та цілей обслідування. Все це сприятиме більш успішному їх проведенню.

2.3. Форми, види та способи спостереження

Статистичні дані можна отримати різними шляхами. З організаційної точки зору розрізняють *три форми* статистичного спостереження: звітність; спеціально організоване статистичне спостереження; реєстри.

Статистична звітність є основною формою статистичного спостереження в Україні. Це така форма спостереження, коли кожний суб'єкт діяльності (підприємство, організація, установа) подає свої дані у статистичні органи. Дані подаються у вигляді звітів, які підводять результати роботи суб'єкта діяльності за звітний період. Зміст звітності визначається її *програмою*. Звітність здійснюється за встановленою формою і називається *табелем звітності*. Тут наводяться дані про узагальнені статистичні показники, наприклад: фонд місячної заробітної плати для підприємства; показник

надходження товарно-матеріальних цінностей на основі аналізу документів з надходження вантажів тощо.

Розрізняють типову та спеціальну форму звітності. *Типова звітність* має однакову форму і зміст для всіх суб'єктів діяльності. *Спеціальна звітність* виражає специфічні моменти для окремих підприємств.

За принципом періодичності звітність поділяють на *річну* та *поточну*. Остання включає такі види звітності як квартальну, місячну, двотижневу, тижневу.

В залежності від способу передачі інформації розрізняють *поштову, телеграфну, факс-модемну* звітність.

Спеціально організоване статистичне спостереження є другою формою статистичного спостереження і має на меті отримати відомості, які не охоплені звітністю (переписи, обліки, спеціальні обстеження, опитування).

Реєстр – перелік одиниць об'єкта спостереження із зазначенням ознак, який складається та оновлюється під час постійного обстеження.

Наприклад, реєстром підприємств і організацій є перелік суб'єктів усіх видів економічної діяльності із зазначенням їх реквізитів та основних показників, реєстром населення – поіменний перелік мешканців регіону, який регулярно переглядається і містить паспортні та податкові відомості про кожного мешканця.

Статистичне обстеження розрізняється в залежності від часу реєстрації даних та ступеня охоплення одиниць спостереження.

Спостереження *за часом реєстрації даних* поділяються на поточне, періодичне та одноразове. При *поточному спостереженні* звітність постійно реєструється за мірою виникнення даних. *Періодичне спостереження* проводиться через певні проміжки часу, наприклад: перепис населення, виробничих площ, технологій, а також обстеження суб'єктів бізнесу щодо можливості інвестування.

За ступенем охоплення одиниць спостереження буває суцільним та несучільним. *Суцільним* називають таке спостереження, при якому обстежуються

всі без винятку одиниці сукупності, наприклад: перепис населення; облік випуску продукції та ін. При *несуцільному* спостереженні обстежується тільки частина одиниць сукупності.

Несуцільне обстеження у свою чергу поділяють на вибіркове, монографічне, основного масиву, анкетне, моніторинг. *Вибірковим* називають таке спостереження, при якому обстеженню підлягає певна частина одиниць сукупності, яку отримали на основі випадкового відбору; цей вид статистичного спостереження отримав значне визначення в статистичній практиці. *Монографічне спостереження* характеризується тим, що здійснюється докладне і всебічне обстеження окремих одиниць досліджуваної сукупності (опис нових технологій, виробництва окремих видів продукції, передового досвіду тощо). *Обстеження основного масиву* – це спостереження за частиною найбільших одиниць, питома вага яких переважає в загальному обсязі сукупності (дослідження найбільш крупних транспортних вузлів у загальній структурі вантажного потоку; спостереження за торгівлею на ринках у містах, де мешкає більшість міського населення та ін.). *Анкетне обстеження* ґрунтується на розсиланні анкет певному колу осіб або установ. *Моніторинг* є різновидом несуцільного обстеження за станом певного середовища (наприклад, моніторинг стану здоров'я мешканців зони посиленого екологічного контролю, моніторинг валютних торгів та аукціонів тощо).

Статистичне спостереження здійснюється в такі *три способи*: безпосередній облік фактів; документальний облік; опитування. При *безпосередньому обліку фактів* відомості, що підлягають фіксації, певним чином підраховуються, вимірюються, зважуються для одиниць об'єкта спостереження, наприклад: реєстрація товарних потоків, що перетинають кордон; облік готівкової грошової маси в банках тощо. *Документальне спостереження* ґрунтується на використанні різних документів (звітності, бухгалтерських документів, річних звітів та ін.), чим визначаються показники на макро- та мікрорівні: обсяги матеріальних, трудових і фінансових ресурсів; розмір доходів; обсяги експорту та

імпорту товарів та ін. *Опитування* – такий спосіб спостереження, при якому відомості отримують усно або письмово зі слів опитуваних осіб.

Опитування може бути експедиційним, кореспондентським та у формі самореєстрації. За *експедиційним способом* реєстрація фактів здійснюється спеціально підготовленими обліковцями з одночасною перевіркою точності реєстрації (як наприклад, під час перепису населення). При *кореспондентському способі* спостереження потрібні відомості надають особи, які добровільно виявили бажання відповісти на поставлені в анкетах запитання; кореспондентський спосіб спостереження застосовується, наприклад, для дослідження ринку товарів і послуг окремих регіонів, для обстеження процесу просування товарів в умовах ринку тощо. *Самореєстрація* – це реєстрація фактів самими респондентами після попереднього інструктажу з боку реєстраторів-обліковців; прикладом такого спостереження може бути бюджетне обстеження родин різних верств населення, при якому родини самі ведуть записи про свої доходи та витрати, а реєстратори-обліковці регулярно (двічі на місяць) відвідують їх, перевіряють повноту і правильність цих записів.

2.4. Помилки спостереження та методи їх контролю

Найважливіша задача статистичного спостереження полягає в забезпеченості точності та вірогідності первинної інформації. Але у процесі збирання статистичного матеріалу можуть виникнути неточності, які називають *помилками спостереження*. Кількісно вони визначаються розбіжністю між дійсними розмірами ознак явищ і їх величиною, встановленою при спостереженні.

Розрізняють дві групи помилок статистичного спостереження: помилки реєстрації і помилки репрезентативності. Кожна з цих груп помилок поділяється на випадкові та систематичні. *Помилки реєстрації* виникають внаслідок неправильного встановлення фактів у процесі спостереження або помилкового

запису їх в формулярі. *Помилки репрезентативності* виникають при вибіркового спостереженні через несущільність реєстрації даних і порушення принципу випадковості відбору. *Випадкові помилки реєстрації* пояснюються дією різних випадкових причин (описки, обмови, неточний підрахунок тощо). Ці помилки мають різну спрямованість і внаслідок закону великих чисел взаємно погашаються. *Систематичні помилки реєстрації* виникають через дію певних постійних причин (свідоме перекручування фактів у бік зменшення або перебільшення їх величин, неточність вимірювальних приладів тощо). Такі помилки спрямовані в один бік і тому змінюють значення реєструємих ознак.

Запобігти помилок спостереження можна за такими напрямками:

- використання наукового підходу до визначення об'єкта спостереження;
- ретельна розробка програми та організаційного плану спостереження;
- використання єдиної методології організації обліку і звітності;
- систематична перевірка органами статистики стану обліку і звітності на об'єктах;
- ретельний інструктаж обліковців і реєстраторів при проведенні переписів населення.

Вірогідність даних статистичного спостереження встановлюється шляхом всебічної їх перевірки. З цією метою весь статистичний матеріал, який надходить у статистичні органи, перевіряється з точки зору його повноти і правильності оформлення. Потім він підлягає контролю двох видів: логічного та арифметичного. Суть *логічного контролю* полягає в перевірці відповідних даних між собою або інших аналогічних даних при зрівнянні попередніх періодів з плановими або нормативними показниками. Прикладом логічного контролю може бути порівняння відповідей респондентів про їх вік, сімейний стан, вид діяльності та джерела засобів існування. *Арифметичний контроль* полягає в арифметичній перевірці підсумкових та розрахункових показників, а також в арифметичній ув'язці пов'язаних між собою даних. Наприклад, розмір

акціонерного капіталу товариства можна визначити, коли відомі кількість акціонерів і розмір їхнього середнього внеску.

2.5. Питання для самоконтролю

1. В чому полягає суть статистичного спостереження і яка його відмінність від інших видів спостережень?
2. Як класифікуються реєструємі ознаки при статистичному спостереженні?
3. Які вимоги до статистичного спостереження?
4. Програмно-методологічні питання забезпечення статистичного спостереження.
5. Мета і завдання статистичного спостереження.
6. Об'єкт та ценз статистичного спостереження.
7. Що являє собою програма статистичного спостереження?
8. Інструментарії статистичного спостереження.
9. Які питання відображаються в організаційному плані статистичного спостереження?
10. Що називають об'єктивним та суб'єктивним часом спостереження?
11. Форми статистичного спостереження та їх сутність.
12. Різновиди статистичного спостереження та їх сутність.
13. Способи статистичного спостереження та їх сутність.
14. Що називають помилками статистичного спостереження?
15. На які дві групи поділяються помилки статистичного спостереження?
16. Види помилок реєстрації.
17. За якими напрямками можна запобігати помилок спостереження.
18. В чому суть логічного контролю?
19. В чому полягає суть арифметичного контролю?

Задачі до самостійної роботи студентів

Задача 1. Сформулюйте визначення об'єкта спостереження: а) перепису поштових відділень зв'язку; б) перепису торгових підприємств; в) перепису наукових установ; г) перепису комерційних банків; д) перепису лікарень, поліклінік та інших установ охорони здоров'я; е) перепису шкіл; е) обстеження організацій про склад витрат на робочу силу.

Задача 2. Складіть перелік найбільш істотних ознак наступних одиниць статистичного спостереження: а) фермерських господарств; б) житлового будинку (для житлової перепису); в) вузу; г) бібліотеки; д) театру; е) спільного підприємства.

Задача 3. Сформулюйте об'єкт, одиницю і мету спостереження, розробіть програму обстеження: а) дитячих садків; б) фірм, що випускають дитяче харчування; в) автозаправних станцій.

Задача 4. Сформулюйте основні питання програми таких спостережень:
а) ринку інвестицій в основний капітал;
б) думки споживачів рекламної продукції.

Задача 5. Вкажіть, що є об'єктом, одиницею спостереження, одиницею сукупності у таких спостереженнях:

- а) облік чисельності зарахованих до вузів студентів на початок навчального року;
- б) облік наявності касових апаратів у комерційних торговельних пунктах міста.

Задача 6. Складіть перелік найбільш істотних ознак наступних одиниць статистичного спостереження:

- фірми з метою вивчення плинності робочої сили;
- студентів з метою вивчення успішності;

- міського транспорту з метою вивчення ролі різних його видів у перевезеннях пасажирів.

Задача 7. Передбачається проведення одного з наступних статистичних спостережень: 1) обстеження працівників промислових підприємств; 2) перепис обладнання на промислових підприємствах; 3) обстеження сімей робітників і службовців; 4) обстеження будівельних організацій; 5) обстеження торгових підприємств; 6) вивчення попиту на деякі товари; 7) вивчення громадської думки щодо окремих питань. За вказаними спостереженнями визначте мету і завдання спостереження; об'єкти і одиницю спостереження; основні ознаки, що підлягають реєстрації; вид, форму і спосіб спостереження.

Задача 8. Торгова компанія «Дитячий світ» планує розробити бланк опитування покупців з метою вивчення контингенту відвідувачів фірми, задоволення їх попиту і витрат часу на придбання необхідних товарів. Визначте вид і спосіб спостереження.

Задача 9. Які б ознаки ви намітили для реєстрації при проведенні обстеження: а) страхових компаній; б) промислових підприємств з метою вивчення безробіття; в) ринку житла.

Задача 10. Менеджер супермаркету вирішив провести обстеження з метою виявлення резервів та напрямків покращення роботи його відділів. Допоможіть: 1) визначити і обмежити об'єкт і одиницю спостереження; 2) вибрати вид спостереження і розробити його програму; 3) підготувати формуляр і коротку інструкцію.

Задача 11. Вкажіть форму, вид і спосіб спостереження для наступних обстежень: річний баланс підприємства; перепис населення; вибори президента країни; реєстрація шлюбів; реєстрація підприємств в Єдиному державному реєстрі підприємств і організацій; сертифікація напоїв; іспит зі статистики.

Задача 12. З метою вивчення проблем молодих сімей в місті заплановано провести вибіркоче обстеження. Визначте перелік питань, які можна було б включити в анкету обстеження.

Задача 13. Визначте зв'язок між суцільним, вибіркочим спостереженням і монографічним описом.

Задача 14. Складіть інструментарій статистичного обстеження по збору даних для аналізу: а) екологічної ситуації в регіоні; б) ефективності рекламних об'яв; в) якості та вартості навчання у вузі.

Задача 15. Складіть анкету опитування покупців лиж або інший спортивної продукції, в якій всі питання були б а) відкритими; б) закритими.

Питання для самоконтролю до модуля №1

1. Що вивчає статистика і яка її особливість?
2. Що вивчала статистика як сфера практичної діяльності у стародавні часи?
3. В чому сутність статистико-математичного напрямку в розвитку статистики і його представники?
4. Що є об'єктами статистичного аналізу?
5. Основні категорії статистики.
6. Класифікація шкал ознак.
7. Навести приклади міжнародних органів статистики.
8. Якими органами здійснюється статистична робота в Україні?
9. В чому полягає суть статистичного спостереження
10. Програмно-методологічні питання забезпечення статистичного спостереження.
11. В чому відмінність одиниці спостереження від одиниці сукупності? Навести приклади.
12. Які найважливіші принципи і правила проведення статистичного

спостереження?

13.Що називають критичним часом і критичним моментом спостереження?

14.Які роботи належать до підготовчих робіт організаційного плану спостереження?

15.Форми статистичного спостереження та їх сутність.

16.Види статистичного спостереження та їх сутність.

17.Що називають помилками статистичного спостереження?

18.Причини виникнення помилок реєстрації.

19.Причини виникнення помилок репрезентативності.

20.Які види контролю результатів статистичного спостереження використовують статистичні органи?

МОДУЛЬ 2

ТЕМА 3. ЗВЕДЕННЯ І ГРУПУВАННЯ ДАНИХ СТАТИСТИЧНОГО СПОСТЕРЕЖЕННЯ

3.1. Суть та організація статистичного зведення

Статистичне спостереження дає змогу одержати велику кількість розрізнених первинних статистичних даних, які характеризують окремі елементи сукупності – її одиниці, але не досліджувану сукупність в цілому. Іноді в них без попередньої обробки дуже важко розібратися, побачити якусь тенденцію або закономірність, зробити висновки про об'єкт в цілому, його розвиток, зв'язки з іншими явищами.

Після того, як одержаний в результаті статистичного спостереження первинний матеріал проконтрольований, можна перейти до зведення і групування даних – другого етапу статистичного дослідження.

Одержані в результаті статистичного спостереження дані про кожен одиницю спостереження необхідно систематизувати, привести в необхідний порядок, обробити, узагальнити і за допомогою системи узагальнюючих показників дати характеристику досліджуваного суспільного явища. Це завдання вирішується на етапі зведення статистичних даних.

Під *зведенням* розуміють сукупність прийомів наукового узагальнення і обробки даних статистичного спостереження з метою отримання статистичних показників і подальшого їх аналізу.

На основі цих показників має бути дана характеристика чисельності сукупності, розміру притаманних їй ознак, структури сукупності та її якісний склад, встановлені специфічні особливості і закономірності досліджуваного явища, взаємозв'язку між ознаками та ін.

У результаті зведення здійснюється перехід від даних, які зібрані по кожній окремій одиниці об'єкта спостереження, до підсумкових даних по сукупності в цілому або групах, що виділені в її межах. Цими даними

заповнюються складені макети таблиць або бланки статистичних звітів і формулярів.

Етап зведення і групування, який являє собою початок наукової обробки і аналізу статистичної інформації, не менш важливий ніж етап статистичного спостереження, оскільки тільки за умови правильної обробки первинних матеріалів можна виявити існуючі тенденції і закономірності розвитку досліджуваних явищ, їх характерні риси та зв'язки з іншими явищами. Саме у результаті цих дій утворюються якісно однорідні статистичні сукупності, з'являється можливість оперувати узагальненими показниками (абсолютними і відносними, процентами, коефіцієнтами, середніми величинами тощо). На першому ж етапі були лише одиничні розрізнені відомості, які містилися в документах первинного обліку (статистичних картках, журналах, довідках тощо).

Метою зведення є систематизація первинних даних і одержання на цій основі всебічної і системної характеристики об'єкта дослідження в цілому за допомогою узагальнених статистичних показників.

Тобто, якщо при статистичному спостереженні збирають дані про ті або інші ознаки кожної одиниці сукупності, то результатом зведення є докладні відомості про всю сукупність в цілому.

Розрізняють зведення у вузькому і широкому розумінні слова.

Під статистичним *зведенням у вузькому розумінні слова* розуміють підрахунок підсумків у групах і підгрупах і оформлення одержаного матеріалу в таблицях.

Статистичне зведення в широкому розумінні слова включає такий комплекс операцій: 1) групування даних статистичного спостереження, яке включає відбір групувальних ознак, визначення числа груп і величини інтервалу, формування груп і підгруп; 2) підсумовування (зведення у вузькому розумінні слова) показників по окремих групах і по всій сукупності, тобто одержання абсолютних статистичних показників; 3) розрахунок на основі

абсолютних показників середніх і відносних величин; 4) табличне і графічне оформлення результатів зведення та їх аналіз.

Статистичне зведення – відповідальний етап статистичного дослідження. Від якості зведення залежить і зміст отриманих на його основі висновків.

Вся багатогранна та складна робота за статистичним зведенням складається з таких етапів:

1. Формування мети та завдань статистичного зведення.

2. Формування груп з одиниць спостереження, визначення групувальних ознак, кількості груп та величини інтервалу; рішення питань, пов'язаних із здійсненням групування, виділення суттєвих ознак.

3. Здійснення технічної сторони зведення, тобто перевірка повноти та якості зібраного матеріалу, підрахунок результатів і необхідних показників для характеристики всієї сукупності та її частин.

Програма статистичного зведення встановлює такі види робіт:

- вибір групувальних ознак;
- встановлення порядку формування груп;
- розробка системи статистичних показників для характеристики груп і об'єкта в цілому;
- розробка макетів статистичних таблиць для представлення результатів зведення;
- вибір способу зведення даних статистичного спостереження.

Як і будь-яка велика робота, статистичне зведення має здійснюватись за заздалегідь розробленим планом. У план зведення включаються питання пов'язані з послідовним здійсненням його окремих етапів, з черговістю обробки матеріалів спостереження. При складанні плану зведення розробляються макети зведених статистичних таблиць, на основі яких дається всебічна характеристика досліджуваних явищ і процесів. У плані зведення вказується також, хто і в які строки здійснює зведення, яким способом, куди надходять зведені дані, хто проводить їх подальшу обробку, аналіз та оформлення його результатів у таблицях, публікаціях, статистичних збірниках та ін.

Статистичні зведення відрізняються рядом ознак: за складністю побудови, способом розробки матеріалів статистичного спостереження і місцем проведення.

За *складністю побудови* зведення можуть бути простими і складними. *Просте зведення* полягає в одержанні зведеного підсумку по всьому масиву вихідної інформації. При цьому будь-яке попереднє групування і систематизація вихідної інформації не виконуються. Тому просте зведення має в основному допоміжні цілі. *Складне зведення* поєднує комплекс операцій, групування одиниць; підбиття групових і загальних підсумків; подання результатів зведення у формі статистичних таблиць, графіків, рядів розподілу.

За *способом розробки матеріалів статистичного спостереження* зведення підрозділяють на ручні і машинні. При *ручному* зведенні всі основні операції (шифровка, сортування, підрахунок підсумків і т.д.) виконуються вручну за допомогою карток або списків. Нині розробка статистичних матеріалів вручну застосовується дуже рідко, як виключення. В основному здійснюється *машинне зведення* даних за допомогою електронно-обчислювальних машин. При машинному зведенні первинні дані переносять з статистичних формулярів на технічні носії інформації, які потім вводять у машину разом з програмою обробки інформації.

За *місцем проведення* зведення може бути централізованим і децентралізованим. *Централізованим* називається зведення, при якому всі первинні статистичні матеріали зосереджуються в одному місці, де вони розробляються за єдиною програмою в потрібних розрізах і групах. *Децентралізованим* називається таке зведення, при якому підсумкові дані одержують на основі їх обробки послідовними етапами. Наприклад, спочатку виконується зведення даних по району, потім порайонні дані об'єднуються в областях, потім обласні зведення об'єднуються у Державній службі статистики України. Цим способом розробляються дані державної статистичної звітності.

Кожний вид зведення має свої переваги і недоліки.

При централізованому зведенні головною перевагою є наявність більшої можливості проведення його за єдиною методологією розробки даних з включенням додаткових групувань і розрахунків похідних показників, а також можливості використання найбільш ефективних технічних засобів обробки даних. Цей вид зведення відрізняється відносно невеликими затратами праці і високою точністю розрахунків. Однак при централізованому зведенні трудніше проконтролювати вірогідність первинних даних, має місце суттєвий розрив у часі між збиранням даних і результатом їх обробки, що знижує їх оперативну значущість.

При децентралізованому зведенні місцеві органи швидше отримують потрібні матеріали для оперативного управління і прийняття рішень, а також швидше здійснюється виправлення виявлених помилок у первинних документах. Однак при цьому матеріал розпиляється, не створюється достатньо великого масиву документів для впровадження більш ефективних засобів для обробки статистичної інформації.

У статистичній практиці частіше застосовують децентралізоване зведення, так як його результати можна швидше використовувати на місцях. Інколи централізоване і децентралізоване зведення поєднують. Так, при розробці матеріалів перепису населення короткі попередні підсумки щодо загальної чисельності і складу населення в окремих населених пунктах і областях отримують за допомогою децентралізованого зведення, а кінцеві детальні підсумки перепису – в результаті централізованого зведення.

3.2. Статистичні групування, їх зміст, завдання і види

Зведення статистичних даних, як правило, не обмежується простим підрахунком загальних підсумків по досліджуваній сукупності. Найчастіше вихідна інформація на цій стадії статистичного дослідження впорядковується, систематизується, ділиться на групи за суттєвими ознаками. Це досягається за

допомогою статистичних групувань – основного і вирішального моменту зведення.

Статистичне групування – являє собою поділ сукупності масових суспільних явищ на однорідні типові групи за суттєвими для них ознаками з метою всебічної характеристики їх стану, розвитку і взаємозв'язків.

За допомогою статистичних групувань можна обробити зібрану інформацію і одержати зведені, узагальнюючі показники, які об'єктивно відображають дійсність і дають змогу провести поглиблений аналіз досліджуваної сукупності, виявити існуючі зв'язки між явищами, встановити закономірності і тенденції досліджуваних процесів, оцінити вплив окремих факторів на результативні показники та ін.

Метою статистичного групування є поділ сукупностей на однорідні типові групи за існуючими для них кількісними ознаками з метою всебічної характеристики їхнього стану, розвитку і взаємодії.

За допомогою групувань вирішують три важливі взаємопов'язані завдання: виділення різних соціально-економічних типів явищ (процесів) та всебічна їх характеристика; дослідження структури масової сукупності; вивчення взаємодії між окремими ознаками сукупності.

Найбільш відповідальним моментом групування є відбір ознак, які дозволять відокремити один від одного дійсно суттєво відмінні групи одиниць. Кожна одиниця спостереження володіє багатьма ознаками. Одні з цих ознак виражають суть, найбільш характерне у даному явищі, інші – другорядне, поверхневе, нетипове.

Від правильного вибору груповальної ознаки (основи групування) залежать висновки, які одержують в результаті статистичного дослідження.

Метод статистичних групувань, який є одним з найбільш ефективних методів обробки масових даних, відкриває широкі можливості для вивчення взаємозв'язків між явищами, виявлення об'єктивних закономірностей досліджуваних явищ і процесів, встановлення на певному етапі переходу кількісних змін у якісні. Побудувавши групування досліджуваних об'єктів за

будь-якою суттєвою ознакою і охарактеризувавши виділені групи різними показниками, можна прослідкувати залежність між ознаками, що покладені в основу групування, і вибраними показниками.

Метод статистичних групувань дає змогу так розробити первинний статистичний матеріал, щоб всі суттєві риси і особливості досліджуваних суспільних явищ отримали чітке вираження. Цим визначається роль групувань як наукової основи зведення.

Використання методу групувань створює умови для застосування багатьох інших статистичних методів наукового пізнання, перед усім відносних і середніх величин, індексного, кореляційного, дисперсійного методу та ін. Перераховані методи ефективні тільки на основі групувань і в поєднанні з ними.

Залежно від цілей і завдань, які вирішують за допомогою групувань, розрізняють такі їх види: типологічні, структурні та аналітичні.

Групування, що приводять до виділення у складі масових явищ їх соціально-економічних типів (тобто однорідних частин за якістю та умовам розвитку, в яких діють одні і теж закономірності факторів) називають *типологічними*. Прикладом цього виду групувань є групування населення за віковим складом, групування підприємств за формою власності тощо. Побудова цих групувань на тривалий час дозволяє простежити процес розвитку суспільства, форм власності. Групування, що направлені на вирішення даних задач, займають ведуче місце у вітчизняній статистиці.

Структурні групування характеризують склад однорідної сукупності за будь-якою ознакою. З допомогою таких групувань аналізують структуру сукупності і структурні зрушення в розвитку соціально-економічних явищ і процесів. До них належать групування населення за статтю, віком, а на виробництві групування робітників за виробничим стажем, рівнем кваліфікації тощо.

Групування, які спрямовані на виявлення зв'язку між окремими ознаками вивчаемого явища, називаються *аналітичними*. Прикладом таких групувань

можуть бути групування, в яких вивчаються взаємозв'язки між собівартістю та її факторами, продуктивністю праці та її факторами і т.п.

За кількістю групувальних ознак, покладених в основу групування, розрізняють прості та комбінаційні групування. *Простим* називають групування, яке проводиться за однією ознакою. У разі поєднання двох і більше ознак групування є *комбінаційним*. У комбінаційних групуваннях групи з однією ознакою поділяються на підгрупи з іншою ознакою (наприклад, групування підприємств за формою власності, розміром прибутку, рівню рентабельності або за іншими ознаками – продуктивністю праці, фондівіддачею та ін.).

Поряд з первинним групуванням, види якого розглянуті вище, у статистиці застосовують *вторинне*, яке проводять на основі раніше здійсненого. Воно використовується для кращої характеристики досліджуваного явища, якщо первинне групування не дає змоги чітко визначити характер розподілу одиниць сукупності.

Завдання всебічного комплексного аналізу соціально-економічних явищ не може бути вирішене шляхом побудови одного групування: необхідна їх система – ряд взаємопов'язаних, доповнюючих і конкретизуючих один одне групувань. У системі групувань першорядна роль належить результативним, факторним і комбінаційним групуванням.

Розглянемо деякі особливості застосування зазначених групувань, їх взаємозв'язки, переваги і недоліки.

Результативні групування дають змогу вивчити відмінності в результатах, виділити типові групи і охарактеризувати їх особливості.

При групуванні за результативною ознакою групи мають бути охарактеризовані комплексом найважливіших факторів, які формують досліджуваній результативний показник.

Результативне групування дає змогу вивчити спільний вплив на результат комплексу найбільш суттєвих факторів, ступінь відмінностей груп за окремими факторами, відібрати головні з них, визначити напрямок і оцінити силу їх дії.

Такі фактори відбирають на основі теоретичного аналізу досліджуваного явища, причому це можуть бути найістотніші, такі, що формують даний результат.

При побудові аналітичного групування для характеристики взаємозв'язків і подальшого аналізу між ознаками по групах можна обмежитися відбором 2-3 найважливіших факторів.

Результативні групування мають істотний недолік: в групах з різними результатами за ними можна визначити лише рівнодійну всіх факторів, отже в одній групі об'єднуються одиниці з однаковим результатом, незалежно від того, за рахунок яких факторів цей результат досягнуто. У групі ж у цілому ці фактори можуть вирівнюватись і на перше місце виходять інші фактори. Тому, щоб точніше оцінити вплив комплексу та окремих факторів на результат, результативні групування треба застосовувати в комплексі з факторними, які дають змогу в узагальненому вигляді розкрити ступінь впливу на результат окремих факторів, що діють у різноманітних умовах.

При групуванні за факторною ознакою групи характеризують комплексом найважливіших результативних показників, а також важливими факторами. Це дає змогу обгрунтованіше віднести відмінності в результатах за рахунок факторної ознаки, покладеної в основу групування. Факторні групування значною мірою дають змогу усереднити вплив інших факторів на результат і вивчити середню зміну результативної ознаки під впливом ознаки, покладеної в основу групування.

Проте відмінності в результатах можна віднести за рахунок досліджуваного фактора в тому випадку, якщо інші умови (фактори) у групах у середньому буде вирівняно. На практиці при вивченні суспільних явищ внаслідок тісного взаємозв'язку факторів такого вирівнювання немає і досягти цього дуже важко.

Оскільки вплив сукупних умов (факторів) у більшості випадків не розглядають, то висновки про дію факторів (у разі групування за однією ознакою) будуть неточними, а відмінності в результатах цілком відносять за

рахунок досліджуваного фактора. Ця особливість і зумовлює основний недолік факторних групувань, застосованих на практиці.

Точніше і обґрунтованіше можна визначити вплив факторів на результат на основі комбінаційного групування, коли здійснюють спеціальне статистичне вирівнювання інших умов.

Слід також мати на увазі, що будь-яке групування (типологічне, структурне, аналітичне) певною мірою є аналітичним оскільки дає можливість встановити залежність між досліджуваними явищами і процесами. Виходячи з цілей дослідження необхідно використовувати той чи інший вид групування, а при комплексному аналізі – всі три види групувань разом узяті.

З питанням про відокремлення сукупностей тісно пов'язане не тільки питання про групування, але й про класифікації.

Розподіл одиниць сукупності по групах здійснюється на основі прийнятої конкретною наукою класифікації, під якою в статистиці розуміють однаковий розподіл одиниць сукупності за класами і групами, які мають загальнометодологічне значення і передбачають введення загальних розділів і часткових підрозділів відповідно до класифікаційних ознак.

Від звичайних групувань класифікація відрізняється більш детальним і розгорнутим розчленуванням сукупності об'єктів, перелік яких розглядається як статистичний стандарт, затверджений статистичною установою.

Основою класифікації найчастіше виступають якісні (атрибутивні) ознаки: класифікація занять (професій), виробництва і т.д.

Логічне завершення класифікації – характеристика виділених груп відповідними абсолютними, відносними і середніми величинами за допомогою статистичних таблиць і графіків та аналіз отриманих результатів.

3.3. Методологія статистичних групувань

Статистичні групування здійснюються у кілька послідовних етапів: 1) теоретичний аналіз досліджуваного явища або процесу; 2) вибір групувальної ознаки (ознак); 3) визначення кількості груп і величини інтервалу; побудова інтервального ряду розподілу одиниць сукупності за досліджуваною групувальною ознакою (ознаками); 4) визначення та обґрунтування системи статистичних показників для виділення і характеристики типових груп; складання макетів таблиць; 5) обчислення абсолютних, відносних і середніх показників; 6) табличне і графічне оформлення результатів групування; 7) аналіз одержаних результатів; формулювання висновків та пропозицій.

Безпосередній побудові групування має передувати глибокий теоретичний аналіз досліджуваного явища або процесу, в якому провідна роль належить з'ясуванню тенденцій і закономірностей розвитку явища, специфіці виникнення в ході цього розвитку нових типів та форм явищ. Важлива роль в теоретичному аналізі відводиться також вивченню взаємозв'язку досліджуваного явища з іншими явищами, встановленню впливу окремих факторів на результативні показники.

Принципове значення при побудові групувань має вибір групувальної ознаки, визначення кількості груп і величини інтервалу. Вибір групувальної ознаки, тобто ознаки, на основі якої виділяють різні типи, групи, підгрупи, є одним з найважливіших моментів побудови групувань.

Вибір групувальної ознаки має бути оснований на аналізі якісної природи досліджуваного явища. Всебічний теоретичний аналіз якісної природи досліджуваного явища має бути спрямований на те, щоб у відповідності з метою і завданнями дослідження покласти в основу групування суттєві ознаки.

Правильний вибір таких ознак – найважливіший момент наукової побудови статистичних групувань, оскільки один і той самий матеріал може дати діаметрально протилежні висновки при різних прийомах групувань.

Групувальними ознаками можуть бути кількісні, атрибутивні (якісні), результативні та факторні ознаки.

Відібравши групувальну ознаку (ознаки) і побудувавши ранжирований ряд за цією ознакою, встановлюють кількість груп, на які буде поділено сукупність, що вивчається, і величину інтервалу.

Кількість груп залежить від загальної чисельності одиниць сукупності, характеру групувальної ознаки і виду групувань. Разом з тим при вирішенні цього питання слід дотримуватися двох важливих умов побудови групувань: 1) виділені групи мають відрізнятися якісною однорідністю; 2) кількість одиниць у кожній групі має бути досить великою. Ця вимога впливає із закону великих чисел.

Визначення числа груп і інтервалів у групуванні перед усім залежить від того, якою є групувальна ознака – атрибутивною чи кількісною. Якщо групування здійснюють за атрибутивною (якісною) ознакою (стать, соціальна група, професія тощо), то виділяють стільки груп, скільки є градацій ознаки. Аналогічно виділяють групи і при групуванні за дискретною кількісною ознакою, яка змінюється в невеликих межах (кількість членів родини, оцінки студентів, тощо).

Якщо ж групують за кількісною ознакою (вік, розмір заробітної плати, сума штрафу, збитків тощо), що змінюється безперервно і набуває в певних межах будь-яких дрібних значень, то групи виділяють шляхом встановлення для кожної з них інтервалів, зазначених верхньою і нижньою межами величини ознаки для даної групи.

При встановленні числа груп і меж інтервалів важливо встановити за кількісними змінами якісні переходи, щоб виділити типи, не змішати суттєво відмінні одиниці спостереження в одній групі. Це завдання вирішується на основі теоретичного аналізу досліджуваного явища (процесу), порівняння групувальної ознаки з раніше оціненими величинами, для яких якісні переходи відомі.

Якщо ж заздалегідь характер зміни кількісної ознаки і якісні переходи в ньому оцінити важко, то групування доцільно проводити в такій послідовності.

Побудувати ранжирований ряд розподілу за обґрунтовано виділеною ознакою, в якому всі одиниці спостереження розташовуються у порядку зростання або зменшення групувальної ознаки. Ранжирований ряд показує інтенсивність зміни величини групувальної ознаки. Різка зміна його величини при переході від однієї одиниці спостереження до другої є свідомством якісних відмін між ними. Аналізуючи ранжирований ряд, особливо його графічне зображення, можна виділити якісно відмінні групи.

Побудувати інтервальний варіаційний ряд розподілу з виділенням достатньо великого числа груп, який дасть змогу одержати уявлення про склад досліджуваної сукупності і характер розподілу. При встановленні числа груп і величини інтервалу слід уникати як надмірного подрібнювання сукупності на групи (не виявиться властива масовим даним закономірність в розподілі), так і занадто малого числа груп (об'єднуються в групу якісно відмінні одиниці). Інтервальний ряд при поступовій (плавній) зміні ознаки будується звичайно з рівними інтервалами. Якщо групувальна ознака змінюється нерівномірно, то інтервали можуть бути нерівними.

Побудувати проміжне аналітичне групування і шляхом об'єднання мілких однорідних груп перейти до типологічного групування. Аналітичне групування дає змогу на основі аналізу його показників дати якісну оцінку виділеним в інтервальному ряду групам. Якщо цей аналіз показує однорідність кількох (двох, трьох і т.д.) послідовно розташованих в інтервальному ряду груп, то є підстави для їх об'єднання в одну типову групу.

Для побудови інтервального варіаційного ряду необхідно встановити число груп і величину інтервалу.

Питання щодо числа груп і величини інтервалу слід вирішувати з урахуванням множини обставин, перед усім виходячи з цілей дослідження, особливостей досліджуваного явища та ін. При цьому число груп і величину інтервалу слід встановити такими, які б дозволили більш рівномірно розподілити одиниці сукупності по групах і досягти при цьому їх представництва, якісної однорідності.

При визначенні числа груп потрібно брати до уваги розмах варіації ознаки, тобто різницю між його максимальним і мінімальним значенням. Чим більший цей розмах, тим, як правило, більше утворюється груп. Необхідно також враховувати чисельність досліджуваної сукупності. Доцільно, щоб число груп не було занадто великим і малим і щоб в кожену групу попало достатньо велике число одиниць спостереження.

Число груп наближено можна визначити за формулою Стерджесса:

$$n = 1 + 3,322 \lg N,$$

де N – чисельність сукупності.

Виведена на основі теоретичних доведень формула Стерджесса не враховує особливостей і характеру варіації і розподілу досліджуваної ознаки. Тому механічне її застосування може призвести до неправильних висновків.

Визначення числа груп за формулою Стерджесса обґрунтоване в тих випадках, коли розподіл одиниць сукупності за даною ознакою наближається до нормального, застосовуються рівні інтервали в групах і при незначній варіації ознаки. В решті випадків кількість груп має бути визначено у вище викладеній послідовності (побудова ранжированого ряду, інтервального ряду, проміжного аналітичного групування).

Після встановлення числа груп визначають величину інтервалу.

Інтервалом групування називають різницю між максимальним і мінімальним значенням ознаки в кожній групі.

Однак цю величину можна визначити як різницю між верхніми і нижніми межами значень ознаки в суміжних групах. У практиці статистичних групувань правильне встановлення величини інтервалу має першорядне значення для утворення якісно однорідних груп.

Коли значення групової ознаки в ранжированому ряду має плавний наростаючий характер, величина інтервалу визначається за формулою:

$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n},$$

де x_{\max} і x_{\min} – максимальне і мінімальне значення ознаки; n – число груп.

З формули видно, що величина інтервалу знаходиться у прямій залежності від розмаху варіації і в оберненій від числа груп: чим більше розмах варіації, тим більше величина інтервалу, чим більше число груп, тим менше величина інтервалу.

Застосування цієї формули правомірно для випадків, коли всі значення ознаки мають плавний, поступовий характер наростання, а чисельність сукупності достатньо велика. Якщо ж невелика частина сукупності значно віддалена за розміром групувальної ознаки від сукупності основного масиву, то замість x_{\max} всієї сукупності необхідно взяти x_{\max} основного масиву сукупності, а різко відмінні одиниці виділити в особливу групу. Невиконання цієї вимоги може призвести до того, що переважна частина одиниць сукупності сконцентрується в одній – двох групах, в той час, як в решту груп увійде дуже невелике число одиниць або взагалі не увійде не одної одиниці.

За способом побудови інтервали можуть бути рівними і нерівними, відкритими і закритими, спеціалізованими. Вибір того або іншого виду інтервалу залежить від характеру розподілу одиниць досліджуваної сукупності.

Рівними називають інтервали, у яких різниці між верхньою і нижньою межами однакові. Групування з рівними інтервалами застосовуються тоді, коли варіація ознаки проявляється у порівняно вузьких межах і розподіл носить більш або менш рівномірний характер. Визначення величини інтервалу у випадку групування із застосуванням рівних інтервалів здійснюється за вище наведеною формулою. Наприклад, прибутковість активів комерційних банків коливається в межах від 5 до 45%. При прийнятті кількості груп $n = 4$ ширина інтервалу $h = \frac{45 - 5}{4} = 10$. Тоді межі інтервалів становлять відповідно: 5 – 15, 15 – 25, 25 – 35, 35 – 45. Оскільки межі інтервалів збігаються (15 – в першій та другій групі, 25 – в другій та третій, 35 – в третій і четвертій), то для виключення невизначеності віднесення межових значень ознаки до той чи іншої групи використовують правило: ліве число не включає в себе значення

ознаки, праве – включає. Тоді, наприклад, число 15 повинно бути віднесено до другої групи, а не першої.

Нерівними називають інтервали, у яких різниця між верхньою і нижньою межами неоднакові. Нерівні інтервали обчислюються в тих випадках, коли досліджувана ознака змінюється в широких межах. Наприклад, розподіл селищ міського типу за кількістю жителів (тис. чол.): до 3; 3 – 4,9; 5 – 9,9; 20 – 49,9.

Відкритими називають інтервали, у яких наперед невідомі максимальне і мінімальне значення. Тому при групуванні перший і останній інтервал залишаються відкритими. Наприклад, групування міст за коефіцієнтом злочинності: до 7,0; 7,0 – 9,0; 9,0 – 11,0; 11,0 – 13,0; понад 13,0.

Закритими називають інтервали, у яких максимальне і мінімальне значення відомі. Наприклад, групування працівників суду за стажем роботи (років): 0 – 5; 5 – 10; 10 – 15; 15 – 20; 20 – 25; 25 – 30; 30 – 35; 35 – 40.

У групуваннях, що мають за мету відобразити якісну своєрідність груп, застосовуються *спеціалізовані* інтервали. В цьому випадку в кожній групі є особливий свій зміст і межа інтервалу встановлюється там, де відбувається перехід від одної якості до другої. Кількість груп встановлюється відповідно до теорії питання.

Часто для надання групуванням більшої визначеності верхню межу попередньої і нижню межу наступної групи позначають по-різному. Якщо групувальна ознака може приймати тільки цілі значення, то нижня межа наступної групи відрізняється від верхньої межі попередньої групи на одну цілу одиницю.

3.4. Ряди розподілу

Особливим видом групувань в статистиці є ряди розподілу, які є найпростішим способом упорядкування і узагальнення статистичних даних. Групування, в якому виділені групи характеризуються тільки їхньою

чисельністю або питомою вагою в загальному обсязі сукупності, називають *статистичним рядом розподілу*.

Статистичні ряди розподілу являють собою упорядкований розподіл одиниць досліджуваної сукупності на групи за групувальною ознакою. Вони характеризують структуру (склад) досліджуваного явища, дають змогу судити про однорідність сукупності, про варіювання досліджуваної ознаки.

Ряди розподілу складаються з двох елементів: найменування групи з відповідними значеннями досліджуваної ознаки і чисельності одиниць, що увійшли до кожної групи. В цьому їх відміна від статистичних групувань, при побудові яких кожна група характеризується системою зв'язаних і взаємозалежних між собою показників.

Найпростішим видом статистичних рядів розподілу є *ранжирований ряд*, в якому значення досліджуваної ознаки розташовані у порядку зростання або зменшення. Однак ранжирований ряд ще не дає загальної картини розподілу, так як не видно, яка закономірність закладена в розподілі, навколо якої величини концентруються варіанти. Тому виникає потреба подальшого узагальнення статистичних даних, об'єднання їх в окремі групи і підрахунку частот для кожної групи. В результаті здійснення цієї операції одержимо *варіаційний ряд розподілу*.

Ряди розподілу, утворені за якісною ознакою називають *атрибутивними*. Прикладом таких рядів можуть бути розподіли населення за статтю, зайнятістю, національністю, професією тощо.

В табл. 3.1 наведено атрибутивний ряд розподілу студентів університету за економічними спеціальностями.

Елементами (характеристиками) цього ряду розподілу є: значення атрибутивної ознаки (перша графа таблиці); частоти f_i – чисельні характеристики окремих значень ознаки, тобто числа, які показують, як часто зустрічається те чи інше значення ознаки в ряду (друга графа); частки φ_i – це частоти, виражені у відносних величинах (коефіцієнтах або процентах), що наведені у третій графі таблиці.

Розподіл студентів університету за економічними
спеціальностями на 01.09.2011 року

Назва спеціальності	Чисельність студентів, осіб, f_i	% від загальної кількості, φ_i
Фінанси	283	42,1
Менеджмент організацій	235	35,0
Маркетинг	154	22,9
Всього	672	100

Різновидом атрибутивних рядів розподілу є альтернативні ряди. *Альтернативними* називають ряди якісних ознак, які приймають тільки два значення, що виключають одне одного: так або ні.

Ряди розподілу, побудовані за кількісними ознаками, називають *варіаційними*. Варіаційний ряд розподілу являє собою упорядковану статистичну сукупність, в якій значення варіант розташовані в ранжирований ряд із зазначенням для кожного інтервалу (групи) відповідних частот (частостей).

Варіаційні ряди розподілу складаються з двох елементів: варіант і частот. *Варіанта* – це окреме значення ознаки, яке вона приймає в ряду розподілу. *Частотами* називають чисельності окремих варіант або кожної групи варіаційного ряду. Частоти можуть бути виражені як в абсолютних величинах, тобто числом будь-яких одиниць, так і у відносних величинах у вигляді часток і процентів до підсумку. Частоти, що виражені в частках одиниці або в процентах до підсумку, називають *частостями*. Суму частот варіаційного ряду називають його *обсягом*. Сума частот дорівнює одиниці, якщо вони виражені в частках одиниці, і 100%, якщо виражені в процентах. У математичній статистиці для визначення деяких характеристик (наприклад, медіани) розраховують *нагромаджені частоти* – сума частот (частостей) варіантів від

мінімального значення до даного значення. Нагромаджені частоти визначаються шляхом послідовного додавання до частот (частостей) першої групи частот наступних груп ряду розподілу.

Варіаційні ряди розподілу підрозділяються на дискретні (перервні) та інтервальні (безперервні).

Дискретні – це такі варіаційні ряди розподілу, в яких варіанти приймають значення тільки цілих чисел.

Прикладом дискретного ряду розподілу може бути розподіл сімей в населеному пункті за кількістю дітей.(табл. 3.2).

Таблиця 3.2

Розподіл сімей в населеному пункті за кількістю дітей
на 01.12.2011 року

Кількість дітей, x_i	Кількість сімей, f_i	В % від і загальної кількості сімей, φ_i
1	78	54,2
2	54	37,5
3	12	8,3
Всього	144	100

Інтервальними називають ряди розподілу, в яких варіанти дані у вигляді інтервалів (наприклад, розподіл заробітної плати працюючих в організації, розподіл основних фондів підприємства тощо).

В табл. 3.3 наведено інтервальний ряд розподілу комерційних банків у населеному пункті за величиною прибутку.

При побудові рядів розподілу виникають запитання щодо числа груп, величини інтервалу, його межі. Методологія побудови рядів розподілу ґрунтується на викладеній вище методології побудови статистичних групувань.

Розподіл комерційних банків у населеному пункті за величиною
прибутку на 01.01.2011 року

Розмір капіталу, млн. грн., x_i	Прибуток, млн. грн. f_i	В % до загального прибутку, φ_i
3 – 7	11	30,6
7 – 11	18	50,0
11 – 15	7	19,4
Всього	36	100

Якщо варіаційний ряд розподілу має групи з нерівними інтервалами, то частоти в окремих інтервалах безпосередньо неспівставні, так як залежать від ширини інтервалу. Для того щоб частоти можна було порівнювати, обчислюють *щільність розподілу* та *відносну щільність розподілу*. Перша характеристика визначається відношенням частоти до величини інтервалу, друга – відношенням частоти до величини інтервалу.

3.5. Статистичні таблиці

Результати статистичного зведення і групування, як правило, оформляються у вигляді статистичних таблиць.

Статистичні таблиці – це форма систематизованого, раціонального і наочного викладення статистичних даних про явища і процеси суспільного життя.

Значення статистичних таблиць полягає в тому, що вони дають змогу охопити матеріали статистичного зведення в цілому. Статистична таблиця по суті є системою думок про досліджуваний об'єкт, що викладається за допомогою цифр – об'єктивних статистичних показників.

Достоїнством статистичних таблиць є виразність, наочність і компактність. Змістом статистичної таблиці є та сукупність відомостей, яка викладена в системі показників. Являючись підсумком статистичного спостереження, зведення і групування і частково аналізу, таблиці мають велике пізнавальне, наукове і практичне значення.

По зовнішньому вигляду статистична таблиця являє собою ряд горизонтальних і вертикальних ліній, які перетинаючись по горизонталі утворюють рядки, а по вертикалі – графи (стовпчики, колонки), які в сукупності утворюють якби макет таблиці.

В утворенні всередині таблиці графо-клітини записується відповідна інформація. Кожна клітина має свій певний якісний зміст і кількісну міру, властиву статистичному показнику. Складену таблицю, але не заповнену цифрами прийнято називати макетом таблиці.

Макет таблиці містить загальний заголовок, який коротко і точно характеризує зміст таблиці, боковий і верхній заголовки як сукупність рядків і граф. В цих найменуваннях виражається зміст і форма статистичних показників. Розробка макета статистичної таблиці є найважливішим етапом побудови статистичної таблиці, що багато в чому визначає її якість.

По суті статистична таблиця являє собою статистичне речення, яке має підмет і присудок. *Підметом таблиці* є одиниці статистичної сукупності або їх групи, які підлягають характеристиці і вивченню. *Присудком таблиці* – цифрові дані, що характеризують підмет.

Звичайно складові частини досліджуваного об'єкта, що утворюють підмет, розташовують в лівій частині таблиці, а показники, що складають присудок, розміщують справа. Але буває і обернене розташування підмета і присудка таблиці, що зумовлюється метою дослідження, характером вихідної інформації.

В процесі економічних досліджень застосовуються різні види статистичних таблиць. Вони відрізняються різним числом одиниць і об'єктів, що характеризуються в них, формою підмета і присудка і т.д. Залежно від

побудови (розробки) підмета розрізняють три види статистичних таблиць: прості, групові та комбінаційні.

Простими називають такі статистичні таблиці, в підметі яких міститься простий перелік будь-яких об'єктів, територіальних підрозділів або хронологічних дат. Відповідно таблиці можуть бути названі простими переліковими, територіальними або хронологічними.

Прикладом простої перелікової таблиці є інформація про наявність будівельних машин в будівельних управліннях регіону:

Таблиця 3.4

Наявність будівельних машин у будівельних управліннях регіону
за станом на 01.01.2011 року

Вид машин	Кількість машин даного виду, тис. шт.
Бульдозери	42,7
Екскаватори	51,6
Крани пересувні	63,9
Скрепери	14,5
Всього	172,7

Підметом таблиці є вид машин, присудком – кількість різних їх видів.

Груповими називають статистичні таблиці, в яких статистичний підмет складається з груп, виділених за будь-якою однією суттєвою ознакою, а присудок містить ряд ознак, які характеризують зазначені групи (див. табл. 3.5).

Комбінаційними називають статистичні таблиці, в яких підмет являє собою комбінацію, сполучення двох або кількох ознак, а в присудку наводяться ознаки, що характеризують виділені групи і підгрупи.

Комбінаційні таблиці отримують внаслідок комбінаційних групувань (див. табл. 3.6). Комбінаційні таблиці мають дуже велике аналітичне значення. Вони дають змогу за допомогою комбінування різних групувальних ознак найбільш правильно охарактеризувати вплив окремих факторів на

результативні показники. Вирівнюючи сукупність в певних межах за однією ознакою і диференціюючи за другою і т. д., комбінаційні таблиці дають змогу не тільки встановити наявність зв'язку, але й виміряти ступінь цього зв'язку.

Таблиця 3.5

Групування магазинів за рівнем продуктивності
праці працівників за звітний період

Рівень продуктивності праці магазинів, тис. грн.	Кількість магазинів	Фондовіддача на 1 грн. активної частки основних фондів, грн.	Рентабельність активної частки основних фондів, %
До 60	4	40,42	2,3
60 – 70	4	43,1	2,8
70 – 80	7	75,8	4,7
80 – 90	7	65,9	4,0
90 – 100	3	93,1	5,1
Більше 100	7	109,3	6,4
Всього	32	х	х
В середньому	х	75	4,4

Таблиця 3.6

Групування продовольчих магазинів міста за часткою площі
торгівельного зала та тривалості робочого дня за звітний період

Групи та підгрупи магазинів за часткою площі торговельного зала (%) та тривалості робочого дня (год)	Кількість магазинів	Фондовіддача на 1 грн активної частки основних фондів, грн	Рентабельність активної частки основних фондів, %
До 35%	13	48,5	3,10
В тому числі: 8 – 10 год. більше 10 год.	4 9	41,2 57,5	2,20 4,02
35 – 45%	21	69,8	5,20
В тому числі: 8 – 10 год. більше 10 год.	6 15	54,6 77,4	3,08 7,10
45-55%	18	90,6	6,40
В тому числі: 8 – 10 год. більше 10 год.	5 13	68,9 108,7	4,17 7,98
Всього	52	х	х
В середньому	х	73,5	4,70

Залежно від завдання дослідження і характеру інформації присудок статистичних таблиць буває простим і складним. Показники присудка при простій розробці застосовуються послідовно один за другим. Розподіляючи показники на групи за однією або кількома ознаками в певному сполученні, одержують складний присудок.

При розробці і заповненні макетів таблиць необхідно строго дотримуватися правил їх побудови.

1. Статистичні таблиці не повинні бути надмірно громіздкими і ускладненими, вони повинні полегшувати, а не утруднювати їх аналіз. В зв'язку з цим по можливості таблицю слід скласти невеликою за розміром, легко доступною для огляду. Інколи доцільно замість однієї великої таблиці побудувати декілька зв'язаних між собою, послідовно розташованих таблиць.

2. Всі таблиці можуть бути пронумеровані арабськими цифрами. Номер таблиці вказують перед її заголовком. При цьому знак "№" не пишуть.

3. Кожна таблиця повинна мати загальний заголовок, в якому коротко і ясно відображається основний зміст таблиці, вказано до якої території і до якого періоду або моменту часу відносяться дані, що наведені в ній. Вимога точності, чіткості та ясності відноситься і до заголовків рядків і граф.

4. Показники таблиці обов'язково повинні супроводжуватись одиницями вимірювання. Якщо для всіх показників використовується одна одиниця вимірювання, то її пишуть в кінці заголовка таблиці, а якщо їх кілька – в кінці рядків або граф. Одиниця вимірювання відокремлюється від назви показника комою.

5. Слова в таблиці пишуться повністю. Можна використовувати тільки загальноприйняті скорочення.

6. Таблиці, як правило, мають бути замкненими, тобто мати підсумкові результати (в цілому, по групах і підгрупах).

7. При заповненні таблиць потрібно використовувати такі умовні позначення: при відсутності явища пишеться прочерк (–), якщо ж немає інформації про явище, ставиться три крапки (...) або пишеться "немає

відомостей", в тих випадках, коли клітинка не підлягає заповненню в зв'язку з відсутністю осмисленого змісту – ставиться знак множення (x). При наявності інформації по досліджуваному явищу, числові значення якого складають величину менше критичної в таблиці точності, прийнято записувати 0,0.

8. Однакова ступінь точності, обов'язкова для всіх чисел, забезпечується дотриманням правил їх заокруглення. Всі значення однойменних показників мають бути записані з однаковим ступенем точності (до цілих, до 0,1, до 0,01 і т.д.).

9. Коли одна величина перевищує другу багатократно, то отримані показники динаміки краще виражати не в процентах, а в разях (коефіцієнтах). Наприклад, замість 388% слід написати "в 3,9 разу більше". В аналітичних таблицях значність абсолютних цифр має бути найменшою. Тому великі числа необхідно заокруглювати до тисяч, мільйонів і т.д. Наприклад, замість числа 3400000 грн. краще написати 3,4 млн. грн.

10. Якщо в таблиці поряд із звітними даними наводяться відомості розрахункового порядку, то про це слід зробити відповідне застереження. По можливості ці пояснення краще зробити в самій таблиці або в заголовку до неї.

11. Якщо є потреба до таблиці можуть бути застосовані і виноска. Примітки даються у вигляді необхідності додаткових пояснень змісту окремих показників таблиці. У виносках звичайно вказують джерела одержаних у таблиці відомостей.

Аналіз і читання даних статистичних таблиць має велике пізнавальне і практичне значення. Перед тим як приступити до аналізу даних таблиць, слід ознайомитися з її назвою, заголовками граф і рядків і з'ясувати їх суть, цифрові дані необхідно починати читати з підсумків і тільки після цього переходити до аналізу даних окремих рядків і граф, тобто до оцінки частин досліджуваного об'єкта, вивчаючи при цьому спочатку важливі, а потім вже і решту елементів таблиці. Аналіз таблиць полягає в аналітичному осмисленні і тлумаченні табличних даних і спрямований на виявлення взаємозв'язків і взаємозалежностей між ознаками.

3.6. Статистичні графіки

Поряд з таблицями для характеристики результатів статистичного зведення і обробки масових даних широко застосовують статистичні графіки.

Статистичним графіком називають наочне масштабне зображення статистичних даних за допомогою геометричних ліній, точок, знаків, фігур, географічних картосхем та інших графічних засобів.

Графічний метод настільки міцно увійшов в арсенал засобів наукового узагальнення і в методику наукових досліджень, що сучасну науку неможливо собі уявити без його застосування.

Особливо велика роль цього методу в статистичних дослідженнях, де вивчаються складні взаємозв'язки, тенденції, закономірності соціально-економічних і соціально-економічних явищ і процесів у динаміці і просторі.

Застосування графічного методу у вивченні масових соціальних явищ досить різнопланове. Так, графіки застосовують для характеристики змін соціальних явищ і процесів у часі, вивчення структури явищ, порівняння, контролю виконання плану, дослідження взаємозв'язків між результативними і факторними ознаками, зображення розміщення явищ у просторі, ступеня розповсюдженості по території тих чи інших явищ, міжнародних порівнянь і зіставлень та в інших випадках.

В ряді випадків графіки є незамінним засобом аналізу, дослідження і виявлення взаємозв'язків, закономірностей і тенденцій суспільних явищ (наприклад, в кореляційному аналізі і динамічних рядах).

Статистичні графіки застосовуються для того, щоб зробити статистичні матеріали наочними, доступними, зрозумілими і такими, які б сприяли кращому їх аналізу. Завдання полягає в тому, щоб у кожному випадку вибрати найкраще графічне зображення, яке б відповідало характеру величин і більш повно розкривало їх зміст.

Графічне зображення статистичних даних здійснюється шляхом використання геометричних фігур, точок, ліній та інших символічних образів. Числові значення статистичних величин переводяться в графічні образи за

допомогою масштабу. Вміле розміщення графічних зображень створює діаграму, на якій статистичні дані представлені в наглядній формі, яка дає уявлення про загальні закономірності і тенденції розвитку досліджуваних явищ. При правильній побудові графіки стають виразнішими, доступнішими, сприяють кращому аналізу статистичних показників, їх узагальненню і вивченню.

Графічне зображення допомагає глибше і наочніше охарактеризувати багато статистичних показників, полегшує сприйняття і запам'ятовування певних фактів.

Графіки є найефективнішою формою відображення даних з точки зору їх сприйняття. Вони незамінні у випадку необхідності одночасного огляду декількох величин у часі або у просторі. Графічне зображення дає змогу одним поглядом охопити як всю сукупність явищ в цілому, так і окремі її частини, скласти цілісне уявлення про досліджувані явища. Внаслідок цього певна інформація за допомогою графіків може бути засвоєна незрівнянно швидше, ніж будь-якими іншими способами, а самі графіки виявляються більш наочними, ніж статистичні таблиці, продовженням і доповненням яких вони є.

Статистичні графіки можуть дати нові знання про предмет вивчення, які у вихідному цифровому матеріалі безпосередньо не проявляються. Виявлення закономірностей, які притаманні тим чи іншим явищам, факторів, які їх визначають, диференціації явищ у часі та просторі – завдання, які ефективно вирішуються з використанням графічного методу.

Графіки у виразній, доступній, лаконічній і компактній формі дозволяють наочно зобразити різні статистичні показники, допомагаючи досліднику виявляти їх рівні, співвідношення, зміну тенденцій, склад і структуру складних сукупностей.

Пізнавальна цінність статистичних графіків пояснюється їх здатністю відображати реальну дійсність у простому, ясному і наочному вигляді. Візуальна інтерпретація об'єктивних статистичних показників дає змогу полегшити пізнання предмету дослідження, робить його більш дохідливим.

Наочно зображуючи статистичні дані, полегшуючи їх сприйняття, графіки допомагають виявити найбільш характерні співвідношення і зв'язки явищ, виявити основні тенденції, закономірності розвитку досліджуваних явищ. Цим пояснюється широке використання графіків для популяризації статистичних даних.

Специфічною особливістю графіків є їх лаконічність, простота кодування інформації та однозначність тлумачення записів у символічній формі. До окремих особливостей статистичних графічних зображень належать також їх виразність, дохідливість, універсальність, доступність для огляду та ін.

Основні елементи графіка такі: поле графіка, геометричні знаки, просторові орієнтири, масштаб, експлікація графіка.

Поле графіка – простір, в якому розміщуються геометричні знаки, що утворюють графік. Він характеризується форматом і співвідношенням сторін.

Суттєвим фактором забезпечення найкращого зорового сприйняття відображуваних статистичних даних є вибір пропорцій співвідношення сторін графіка. Співвідношення сторін графіка визначається законами геометричної гармонії і вимогами забезпечення неспотвореного зорового сприйняття графічного образу. Як показує практика побудови і аналізу графіків найбільш зручні формати з співвідношенням сторін (ординат і абсцис) від 1:1,3 до 1:1,5. Водночас це не заперечує можливості застосування квадратної форми графіків, яка в окремих випадках є дуже зручною формою відображення статистичних даних.

Геометричні знаки – це сукупність геометричних чи інших графічних знаків, за допомогою яких відображаються статистичні дані і створюється графічний образ. Це точки, прямі і криві лінії та їх відрізки, площини (кола, квадрати та ін.), об'ємні фігури (куби, кулі та ін.), геометричні фігури (знаки-символи, зображення предметів). Геометричні знаки становлять основу графіка, його мову. Залежно від типу геометричних знаків графіки поділяють на лінійні, точкові, стовпчикові, стрічкові, квадратні, кругові, секторні, фігурні та ін.

Важливим моментом побудови графіків є вибір графічного знаку. Вибір графічного знаку визначається характером вихідної інформації, а також основною метою, яка закладена в даний графік. Вдалий його вибір сприяє його максимальному досягненню мети графіка і найбільш виразному зображенню статистичних даних. Так, наприклад, якщо метою дослідження є вивчення обсягу будь-якого суспільного явища в динаміці, то вихідні дані можуть бути зображені як у вигляді стовпчикової, кругової, квадратної та інших діаграм, так і за допомогою лінійної діаграми. Для відображення обсягу суспільного явища доцільно використати площинну (стовпчикову, кругову, квадратну та ін.) діаграму, а для відображення динаміки – лінійну діаграму.

Просторові орієнтири визначають розташування геометричних знаків у полі графіка. Вони задаються у вигляді координатних сіток (діаграми) або контурних ліній (картограми). Координатна сітка створюється перетином ліній, які проходять через поділки горизонтальної та вертикальної шкали. Для побудови графіка, як правило, використовується система прямокутних (декартових) координат, зокрема права верхня частина координатного поля, але нерідко зустрічаються графіки, які побудовані за принципом полярних координат (кругові, секторні, радіальні та інші діаграми). Криволінійні контурні лінії застосовують в статистичних картах (картограмах, картодіаграмах) як засіб просторової орієнтації.

На горизонтальній шкалі (вісь абсцис) прямокутних діаграм, як правило, відкладають незалежні змінні (часові відрізки, періоди, об'єкти та ін.), на вертикальній (вісь ординат) – залежні змінні (наприклад, значення результативних показників).

Масштабні орієнтири статистичних графіків включають масштаб і масштабні шкали. *Масштабом графіка* називають умовну міру переведення числової величини в графічну. Його звичайно виражають довжиною відрізка, прийнятого за одиницю зображуваної статистичної величини. Масштаб може бути показаний або масштабним відрізком або масштабною шкалою. Числове значення масштабу краще вказувати тільки на відмітках, що відповідають

круглим числам. Усі проміжні відмітки читають шляхом відліку від найближчого числа, позначеного на масштабній шкалі.

Вибираючи масштаб, слід виходити з того, щоб усі статистичні дані, які потрібно нанести на графік, розмістилися на полі графіка. На вертикальній шкалі графіка обов'язково має бути нульова відмітка.

При виборі масштабу довжину шкали ділять на різницю крайніх величин явищ, що зображаються. Припустимо, довжина шкали дорівнює 10 см, мінімальне значення явища, що зображається, дорівнює 20 грн., а максимальне – 120 грн., тоді масштаб становить $10 : (120 - 20) = 0,1$ см, тобто 0,1 см на масштабній шкалі буде відповідати одиниці даного явища.

Одним з основних елементів графіка є *масштабна шкала* графіка, тобто лінія, окремі крапки чи риси, якої можуть бути прочитані як певні числа.

Масштабна шкала складається з трьох елементів: 1) лінії, які є носієм чи опорою шкали; 2) поділок або позначок шкали (точки або риси, які розміщені в певному порядку на носії шкали); 3) цифрові позначення чисел, що відповідають певним точкам або рискам.

Носіями шкали можуть бути пряма лінія (осі координат) або крива лінія (коло, дуга).

Довжину відрізка між двома сусідніми поділками називають *графічним інтервалом*, а різницю між числовими значеннями цих поділок – *числовим інтервалом*.

Масштабні шкали можуть бути прямолінійними, криволінійними, неперервними, перервними, рівномірними і нерівномірними.

Прямолінійними називають шкали, в яких пряма лінія поділена на сантиметри і міліметри, криволінійними, в яких крива лінія (коло) поділена на 360° .

Неперервна шкала застосовується для величин, що безперервно змінюються, (всім точкам відповідає певне число, а усі проміжні значення можуть бути інтерпольовані). *Перервна* шкала – шкала з величинами, проміжне значення яких не інтерполуються (наприклад, якщо поділки шкали представлені

річними даними, то точка між двома роками нічого не означає, так як масштаб не передбачав місячних даних).

Рівномірною (арифметичною) називається шкала, в якій рівним відрізкам (поділкам) на шкалі відповідають рівні числові значення. В рівномірній шкалі графічні матеріали пропорційні абсолютним розмірам статистичних показників. Так, якщо значення показника зростає у два рази, то відрізок, що її відображає повинен відповідно збільшуватись у два рази. Такі шкали мають переважне застосування в статистичних графіках.

Шкала, в якій рівним графічним відрізкам відповідають нерівні числові значення, називають *нерівномірною*. Прикладом нерівномірної шкали може бути логарифмічна шкала, в якій рівним графічним відрізкам відповідають не рівні абсолютні числа, а рівні їх відношення (логарифми).

Експлікація графіка – це словесне тлумачення його змісту. Вона включає назву графіка, написи вздовж масштабних шкал і змістовних значень застосовуваних геометричних знаків.

Графіки можуть супроводжуватися умовними позначеннями, що розкривають зміст застосованих геометричних знаків. Пояснення до вертикальних і горизонтальних шкал повинні розкрити зміст показників, що відображаються, одиниці їх вимірювання.

Одним з найважчих і найважливіших завдань побудови графіка є відшукання правильної його *композиції*, під якою розуміють поєднання всіх його елементів. Правильна композиція графіка означає: ретельний відбір з наявного цифрового статистичного матеріалу даних, що підлягають графічному зображенню; вибір виду графіка; вибір формату (розміру і співвідношення сторін) графіка; підбір масштабу та геометричних знаків і їх розміщення в полі графіка; правильне розміщення і поєднання всіх елементів графіка тощо.

Не менш важливим завданням композиції графіка є його художнє та естетичне оформлення. Графік повинен притягувати увагу, забезпечуючи водночас легкість його читання та засвоєння.

Щоб композиція графіка відповідала зазначеним вище вимогам, необхідно при побудові графіків виконувати певні правила.

До побудови графіків відносять ті самі вимоги, що й до побудови таблиць. Кожен графік повинен мати чітку і повну назву, що відображає зміст досліджуваного явища, час і місто показників, що наводяться.

У графіку, крім заголовка, обов'язково необхідно наводити і другий текст, в який входять назва і цифри масштабу, назва ліній, цифри, що характеризують окремі частини графіка, умовні позначення, посилання на джерела даних, одиниці вимірювання та ін. Усі пояснювальні написи і заголовки графіка, як і в статистичній таблиці, повинні чітко, коротко і точно розкривати його зміст. Назву графіка, як правило, розмішують в нижній його частині. Пояснювальні написи можуть бути розміщені як на самому графіку, так і за його межами.

Масштаб на горизонтальній і вертикальній шкалах має бути оптимальним, таким що не перекручує реальне співвідношення аналізованих явищ. Горизонтальну шкалу (на осі абсцис) слід будувати зліва направо, а вертикальну (на осі ординат) – знизу вгору. Цифри шкали слід наносити ліворуч та знизу або вздовж осей. Якщо числові дані не включені у графік бажано їх дати окремо у формі таблиці. Нульові лінії (вертикальну та горизонтальну) рекомендується відокремлювати на графіку відмінно від усіх ліній координатної сітки. Густина координатної сітки має бути оптимальною і не ускладнювати читання графіка. У зв'язку з цим не слід перевантажувати графіки великою кількістю графічних знаків. Особливо не слід завантажувати графік цифрами. Він потрібний для того, щоб замінювати цифри, тому їх слід вписувати у графік лише у крайніх випадках (наприклад, у секторній діаграмі, де важко поглядом вловити співвідношення секторів).

Графік має бути наочним, зрозумілим, легко читатися та по можливості художньо оформленим. З цією метою лінії на графіку можуть бути зображені різним кольором або рисунком (суцільною, пунктирною, точковою, точково-пунктирною лінією).

Статистичні графіки відрізняються великою різноманітністю. Залежно від способу побудови їх можна поділити на дві великі групи: 1) діаграми і 2) статистичні карти.

Діаграми – це умовне зображення числових величин та їх співвідношень за допомогою геометричних знаків. Діаграми є найбільш розповсюдженим видом графіків. Виділяють такі основні види діаграм: лінійні, стовпчикові, стрічкові, квадратні, секторні, радіальні, трикутні, фігурні, знак Варзара та ін.

Залежно від кола розв'язуваних завдань усі діаграми можна поділити на діаграми порівняння, структури та динаміки.

Найрозповсюдженішим видом показових діаграм є *лінійні діаграми*, які використовуються здебільшого для характеристики динамічних рядів (див. рис. 3.1) та рядів розподілу. Поряд з цим лінійні діаграми широко використовуються для вивчення взаємозв'язків між явищами, порівняння кількох показників, ходу виконання планів тощо.

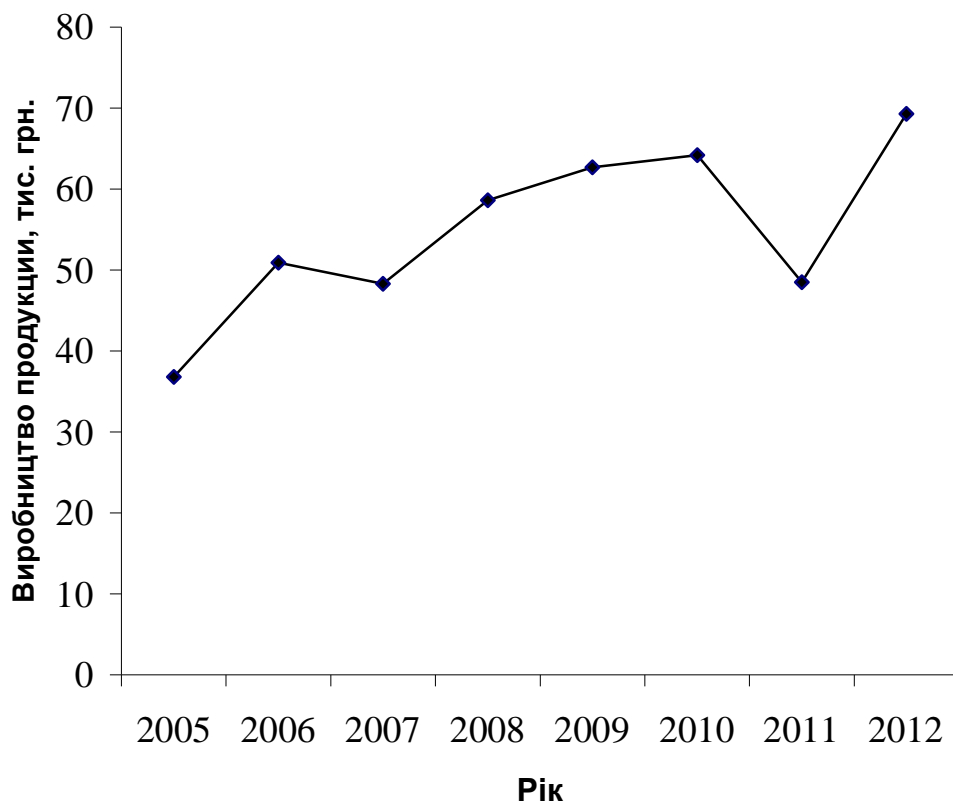


Рис. 3.1. Динаміка об'єму виробництва продукції в регіоні за 2005 – 2012 рр.

Лінійні діаграми дають можливість зобразити явища у вигляді ліній, які з'єднують точки, розташовані у координатному полі. Ламані лінії, що утворюються, показують характер розвитку явища у часі або особливості його розподілу за величиною якої-небудь ознаки, або зв'язку явищ.

За способом побудови – це графіки з рівномірною (арифметичною) шкалою. При їх побудові використовують прямокутну систему координат. Розташування будь-якої точки в цій системі визначається двома параметрами – абсцисою та ординатою. Іноді поле в межах осей координат для зручності нанесення геометричних знаків та читання графіка покривається горизонтальними і вертикальними лініями, проведеними за прийнятим масштабом. Ці лінії утворюють координатну числову сітку.

На горизонтальній осі (вісь абсцис) відкладають однакові за довжиною відрізки, що відображають періоди (роки, місяці, декади, дні і т.д.). На вертикальній осі (вісь ординат) у певному масштабі наносять значення досліджуваної величини. На перетині перпендикулярів відповідних значень досліджуваної ознаки і часових дат до осей координат отримують точки. Ламана лінія, яка з'єднує ці точки, характеризує зміну досліджуваного явища у часі.

Лінійні діаграми можуть бути побудовані з метою вивчення взаємозв'язків між двома ознаками: результативним і факторним (наприклад, між врожайністю і кількістю внесених добрив). При цьому на осі абсцис відкладають значення факторної ознаки (кількість внесених добрив), а на осі ординат – значення результативної ознаки (врожайність).

Діаграми у вигляді вертикальних стовпчиків і стрічок є найбільш простими і досить ефективними для аналізу соціально-економічних явищ видом графічного зображення.

Стовпчикові та стрічкові діаграми переважно застосовуються для порівняння різних показників у просторі і у часі, а також аналізу структури явищ.

Стовпчикові діаграми – це графіки, в яких різні величини подано у вигляді стовпчиків однакової ширини, які розташовані один від одного на однаковій відстані або щільно (див. рис. 3.2). Висота стовпчика визначається величиною досліджуваного явища. Якщо стовпчики розташовуються не вертикально, а горизонтально, то такі діаграми називають *стрічковими* (*смуговими*).

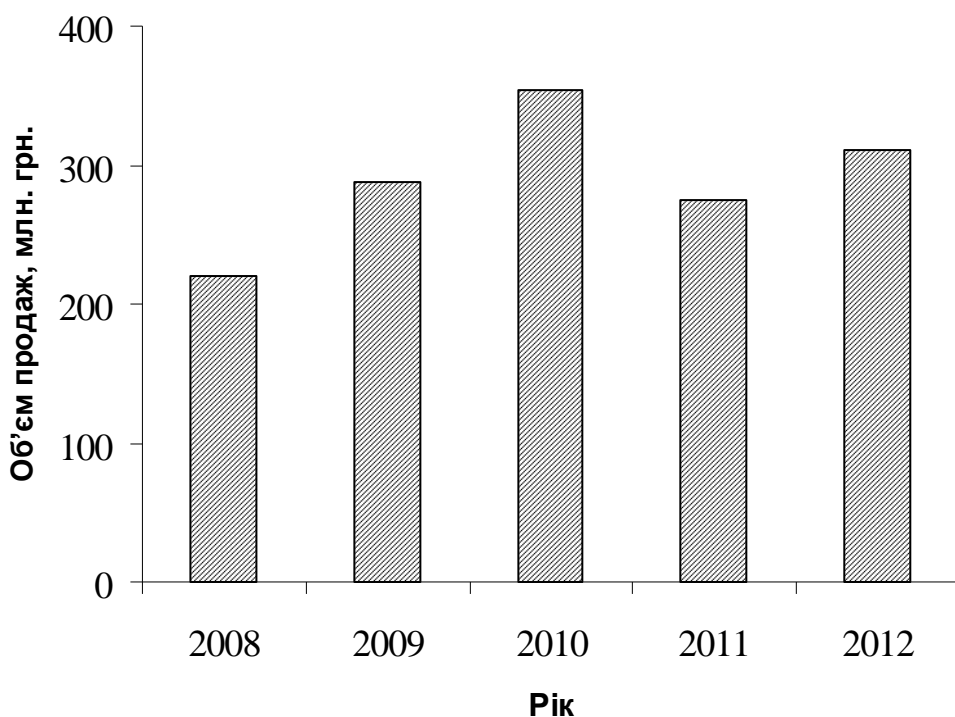


Рис. 3.2. Динаміка об'єму продаж товарів в регіоні за 2008 – 2012 рр.

При побудові стовпчикових (стрічкових) діаграм, слід додержуватись таких правил. Основи стовпчиків (стрічок) мають бути рівними. Стовпчики (стрічки) розміщують на однаковій відстані один від одного або щільно. Звичайно додержуються правила, щоб ширина проміжків була вдвоє меншою за ширину самих стовпчиків (стрічок). Висота стовпчиків і довжина стрічок повинні строго відповідати зображуваним цифрам.

Рекомендується включення в діаграму масштабної шкали, яка дає змогу визначити висоту стовпчика і довжину стрічки. Шкала може співпадати з

гранню першого стовпчика або стрічки або розташовуватися на окремій лінії зліва (в стовпчиковій діаграмі) або у верхній частині (в стрічковій діаграмі). Шкала, на якій встановлюється висота стовпчиків або довжина стрічок повинна бути безперервною і починатися з нуля.

Стовпчикові і стрічкові діаграми краще за лінійні передусім у тих випадках, коли порівнюваних величин не так багато, порушується безперервність у часі (порівнюють не суміжні періоди) і потрібно звернути увагу не на відносну зміну, а на абсолютну величину порівнюваних рівнів.

Стовпчикову діаграму можна використати не тільки для характеристики загального розміру, а й структури певного явища. При побудові стовпчикової структурної діаграми висоту стовпчика беруть за 100% і поділяють на частини пропорційно структурі явищ. Щоб полегшити читання й аналіз таких діаграм, окремі складові роблять різного кольору або заштриховують (див. рис. 3.3).

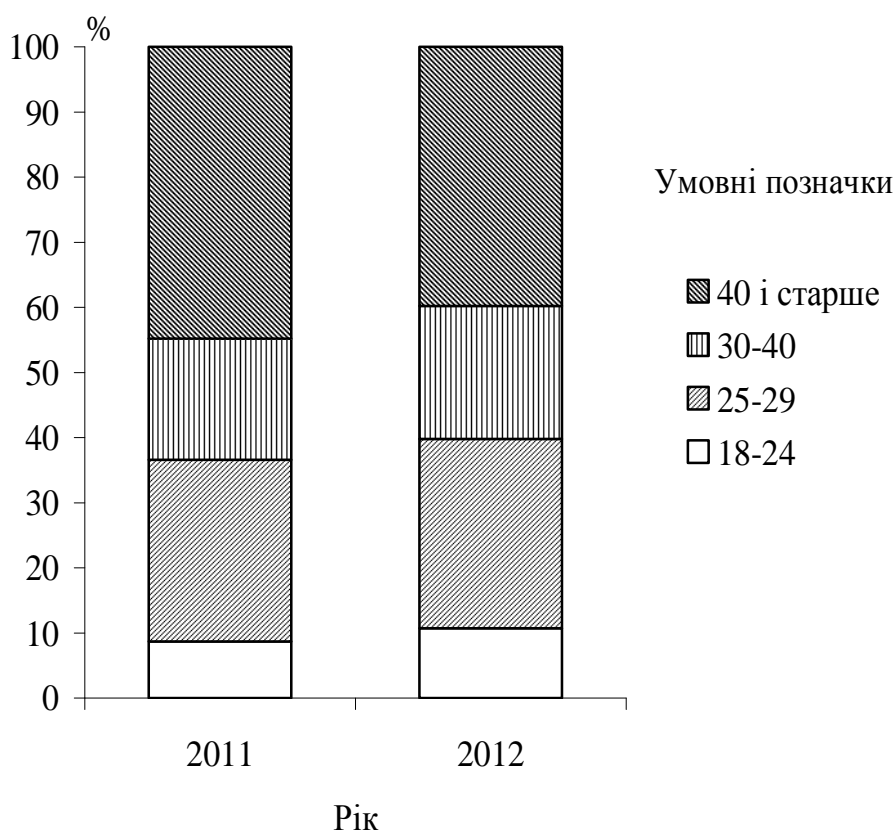


Рис. 3.3. Вікова структура робітників підприємства за 2011 і 2012 рр.

Під *круговою* і *квадратною діаграмами* розуміють графіки, що виражають однорідні величини через площі кругів (квадратів).

Щоб побудувати кругову і квадратну діаграми, із порівнювальних статистичних величин потрібно добути квадратні корені, а потім зобразити круги і квадрати із сторонами, пропорційними одержаним результатам.

Порівняємо між собою чисельність учителів (4 тис. чол.) та учнів (18 тис. чол.) області в 2010 р. Корені квадратні з чисельності учителів та учнів відповідно становлять $\sqrt{4} = 2$ і $\sqrt{18} = 4,24$. Якщо взяти 1 см за 1 тис. чол., то чисельність учителів та учнів можна зобразити або кругом з радіусом відповідно 2 і 4,24 см, або квадратом із сторонами відповідно 2 і 4,24 см.

Побудуємо в прийнятому масштабі кругову і квадратну діаграми (рис. 3.4).

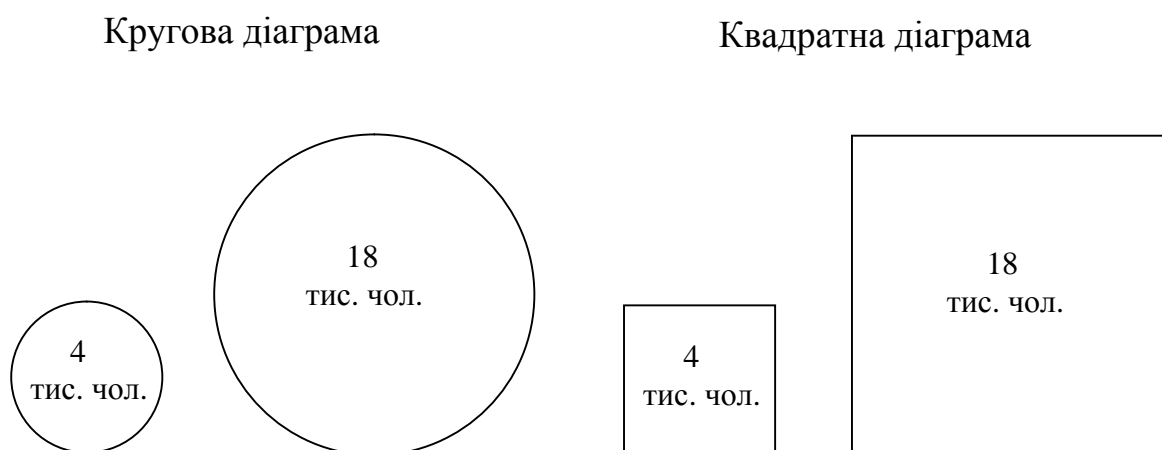


Рис. 3.4. Чисельність чисельності учителів та учнів в області в 2010 р.

Як видно з рис. 3.4, користуватися круговими і квадратними діаграмами для порівняння рівнів показників (розміру, обсягу) потрібно з обережністю, так як вони не дають точного уявлення про дійсні співвідношення порівнюваних величин і можуть навіть переколювати уявлення про них. Це зумовлено тим, що візуально складно визначити, на скільки і у скільки разів одна фігура більша або менша за іншу.

У зв'язку з цим перевагу слід віддавати здебільшого одномірним (лінійним) порівнянням, використовуючи для цих цілей стовпчикові або стрічкові діаграми.

Секторна діаграма являє собою круг, розділений радіусами на окремі сектори, кожен з яких характеризує питому вагу відповідної частини в загальному обсязі зображуваної величини. Секторні діаграми використовуються переважно для характеристики структури явищ (див. рис. 3.5).

Будуючи секторну діаграму коло поділяють на сектори, площі яких пропорційні часткам частин досліджуваного явища. Площа круга зображує загальний обсяг явища і беруть її такою, що дорівнює 100% або 360°. Перед будовою діаграми абсолютні величини переводять у проценти, а проценти у градуси. Кожен процент дорівнює 3,6° (360:100).

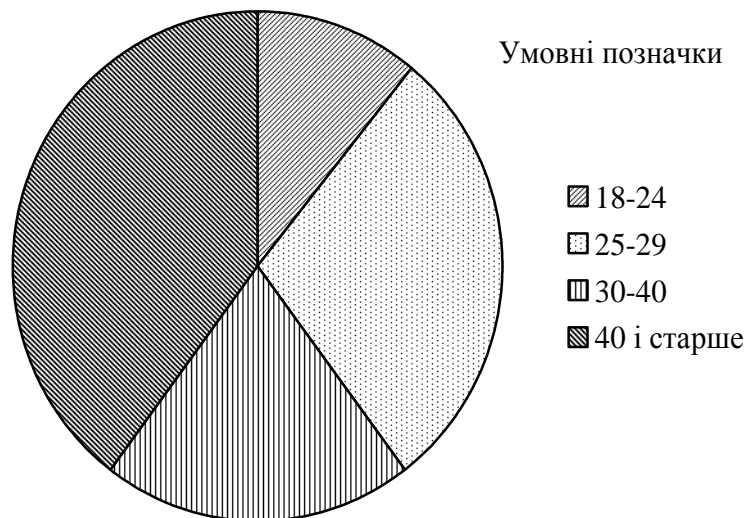


Рис. 3.5. Вікова структура робітників підприємства в 2012 р.

Радіальні діаграми використовуються для зображення явищ, які періодично змінюються у часі (переважно сезонних коливань) (див. рис. 3.6). Для побудови їх застосовують полярну систему координат. Круг поділяють на 12 рівних частин, кожна з яких означає певний місяць. Величину радіуса беруть за середньомісячний рівень (100%) і відповідно до цього масштабу на

променях, починаючи від центра круга, відкладають відрізки, що зображують місячні рівні. Кінці цих відрізків з'єднують між собою, внаслідок чого створюється замкнена фігура – дванадцятикутник, який характеризує сезонні коливання досліджуваного явища.

В радіальній діаграмі за ось абсцис беруть коло, а за ось ординат – його радіуси, які є носіями масштабної шкали з точкою відліку від центра кола.

Залежно від того, який зображується цикл досліджуваного явища – замкнений або продовжуваний (з періоду в період) – розрізняють замкнені і спіральні радіальні діаграми. Наприклад, якщо зображуються дані по місцях за кілька років, то при з'єднанні рівня грудня даного року з рівнем січня цього ж року діаграма буде замкненою; при з'єднанні рівня грудня даного року з рівнем січня наступного року утвориться спіральна діаграма. Спіральна діаграма застосовується втому разі, якщо поряд з сезонними коливаннями відбувається систематичне зростання досліджуваного явища.

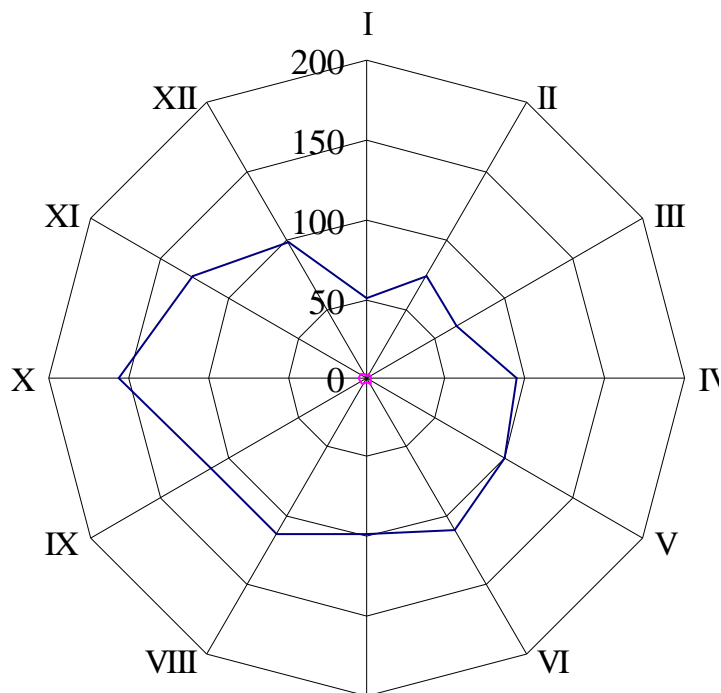


Рис. 3.6. Сезонність травматизму в ДТП в області (в середньому за 2010 – 2012 рр.).

Графік показує, що найбільше в ДТП травмується людей восени (вересень – листопад), а найменше – взимку (грудень – лютий).

3.7. Питання для самоконтролю

1. Яке зведення називається простим? Складним?
2. Суть централізованого та децентралізованого зведення.
3. Що розуміють під класифікацією в статистиці?
4. Що являє собою статистичне групування?
5. Які питання вирішують при групуванні?
6. Що називається групувальною ознакою і які її види?
7. Як визначають кількість груп у групуваннях з атрибутивною ознакою?
8. Як визначають кількість груп у групуваннях з кількісною ознакою?
9. Що називають рядами розподілу? Їх характерна ознака?
10. Для чого використовуються статистичні таблиці?
11. Що називається макетом таблиці?
12. Що називають статистичними графіками і для чого вони застосовуються?
13. Види діаграм. В яких випадках вони використовуються?
14. Які основні елементи графіка?
15. З якою метою використовуються лінійні, стовпчикові і секторні діаграми?

Задачі до самостійної роботи студентів

Задача 1. Які з указаних угруповань є типологічними?

- а) групування населення за статтю;
- б) групування населення, зайнятого в народному господарстві по галузях;
- в) групування капітальних вкладень на будівництво об'єктів виробничого та невиробничого призначення;
- г) групування підприємств громадського харчування за формами власності.

Задача 2. Приводяться такі дані по 20 сім'ях, що характеризують число членів в кожній сім'ї:

5 2 4 3 5 3 6 3 2 4 2 3 2 5 7 2 3 4 2 6

Скласти дискретний варіаційний ряд і проаналізувати характер розподілу сімей по числу членів в них.

Задача 3. На іспиті зі “статистики” студенти одержали такі оцінки:

3 5 4 3 3 4 5 2 3 5 4 4 4 3 3 2 4 4 5 5 5 3 3 3 4 4 4 3 5 2

Побудувати дискретний варіаційний ряд розподілу студентів за результатами іспиту. Зобразити його графічно. Визначити елементи ряду розподілу і зробити висновки.

Задача 4. На основі даних таблиці встановити тип ряду розподілу:

Групи магазинів	Число магазинів на кінець року	
	одиниць	у % до підсумку
Продовольчі	8311	47,4
Непродовольчі	7052	40,2
Змішані	2164	12,4
Всього	17527	100

Задача 5. На основі нижченаведених даних дати характеристику ряду розподілу:

Номер партії	Міцність ниток при натягуванні, г	Число випробовувань, раз
1	575 – 625	8
2	625 – 675	16
3	675 – 725	24
4	725 – 775	33
5	775 – 825	36
6	825 – 875	34
7	875 – 925	26
8	925 – 975	16
9	975 – 1025	7
Разом		200

Задача 6. По групі заводів області приводяться такі дані:

№	Основні виробничі фонди, тис. грн.	Випуск продукції, тис. грн.	Середньо-спискове число робітників	№	Основні виробничі фонди, тис. грн.	Випуск продукції, тис. грн.	Середньо-спискове число робітників
1	198	294	200	16	180	430	290
2	182	329	221	17	410	1080	455

3	182	295	255	18	335	380	310
4	410	725	380	19	415	910	375
5	158	288	312	20	350	935	435
6	222	422	200	21	290	533	300
7	266	390	210	22	400	950	410
8	210	416	250	23	405	845	300
9	204	399	235	24	260	604	315
10	246	650	300	25	400	840	350
11	190	316	300	26	310	265	415
12	237	425	175	27	396	984	412
13	370	832	205	28	310	682	310
14	416	915	400	29	406	1000	490
15	428	975	978	30	400	890	450

На основі вищенаведених даних: 1) побудуйте статистичний ряд розподілу заводів по вартості основних виробничих фондів, утворивши 6 груп з рівними інтервалами. По кожній групі і в цілому по сукупності підрахуйте: а) число заводів; б) вартість основних виробничих фондів всього і в середньому на один завод; 2) методом аналітичного групування встановіть характер зв'язку між розміром основних фондів і випуском продукції одного заводу. Результати оформіть у виді робочої і аналітичної групової таблиці. Зробіть висновки.

Задача 7. Розподіл магазинів міста за розмірами товарообігу і витратами обігу за звітний рік (млн. грн.):

Групи магазинів за розміром товарообігу	Витрати обігу до товарообігу по групі, %
До 1	20,4
1 – 3	19,5
3 – 6	8,5
6 – 10	5,4
10 – 15	4,9
15 і більше	5,0

Який це вид групування: а) типологічне; б) структурне; в) аналітичне?

Задача 8. На основі даних задачі 6 побудуйте ряд розподілу робітників кожного заводу по групах і в цілому, виходячи із розмірів основних

виробничих фондів, виділивши шість груп з рівними інтервалами. Проаналізуйте одержані показники.

Задача 9. Розвиток тваринництва в регіоні по окремих підприємствах характеризується такими умовними даними:

№ підприємства	Площа сільськогосподарських угідь, га	Середньорічне поголів'я корів, гол.	Валовий надій молока, ц	Виробничі затрати, тис. грн.	Затрати праці на виробництво молока, люд. год.
1	2679	239	4586	77	86632
2	1871	105	3023	49	37520
3	2748	257	5886	100	101360
4	3247	464	8566	133	161308
5	2312	48	1413	326	12250
6	2298	316	5695	127	94955
7	1460	237	4258	62	64946
8	2888	426	9324	142	115983
9	2990	530	11005	187	177177
10	3628	600	11736	183	175588
11	5672	1919	23249	323	317016
12	1182	119	3596	47	41601
13	2090	254	3729	92	96579
14	3631	621	13495	208	190617
15	1119	165	3308	47	41741
16	2725	409	9131	160	112343
17	1156	184	4127	62	28665
18	1163	262	5662	81	101668
19	1259	200	4770	98	63105
20	3156	550	12139	195	124481
21	1606	260	5724	83	46186
22	1313	230	4754	76	62174
23	2426	235	3726	61	69300
24	1719	324	6115	106	88459
25	1872	345	7483	93	98805
26	2384	384	6791	112	114093

Провести групування підприємств по щільності корів на 100 га сільськогосподарських угідь, утворивши 3 групи з інтервалами: 1) до 14 корів; 2) 15 – 18; 3) більше 18 корів. По кожній групі підрахувати число підприємств, площу сільськогосподарських угідь, валовий надій молока, затрати праці на

виробництво молока. В другій таблиці на підставі зведених даних по групах підрахувати поголів'я корів на 100 сільськогосподарських угідь, середній надій на одну корову, кількість молока на 100 га сільськогосподарських угідь, затрати праці на виробництво 1 ц молока і собівартість 1 ц молока. По проведених розрахунках зробити висновки.

Задача 10. За даними задачі 6 згрупуйте заводи по обсягу виробленої продукції, утворивши при цьому не більше 5 груп. По кожній групі підрахуйте: 1) число заводів; 2) число робітників всього і в середньому на один завод; 3) вартість основних виробничих фондів всього і в середньому на один завод; 4) вартість виготовленої продукції всього і в середньому на один завод. Результати представте в таблиці. Зробіть висновки.

Задача 11. Наводяться такі дані про урожайність зернових в фермерських господарствах:

1-а область		2-а область	
Групи фермерських господарств по урожайності зернових, ц/га	% фермерів до підсумку	Групи фермерських господарств по урожайності зернових, ц/га	% фермерів до підсумку
До 22,0	3	До 25	16
22,1 – 24,0	5	25,0 – 30,0	27
24,1 – 26,0	6	30,1 – 35,0	34
26,1 – 28,0	16	Більше 35	23
28,1 – 30,0	17		
30,1 – 32,0	23		
32,1 – 34,0	19		
34,1 – 36,0	6		
Більше 36	5		
Всього	100	Всього	100

Перегрупувати дані з метою порівняння урожайності зернових двох областей.

Задача 12. Розподіл робітників за рівнем місячної заробітної плати характеризується такими даними:

Завод 1		Завод 2	
Заробітна плата, грн.	Чисельність робітників, % до підсумку	Заробітна плата, грн.	Чисельність робітників, % до підсумку
350 – 360	7	350 – 360	7
360 – 380	18	360 – 370	7
380 – 400	24	370 – 380	16
400 – 430	28	380 – 410	15
430 – 480	10	410 – 430	20
480 – 530	9	430 – 450	10
530 – 580	4	450 – 470	10
470 – 500	6		
500 – 520	5		
520 і більше	4		
Разом	100	Разом	100

Використовуючи метод вторинного групування для порівняння розподілу робітників заводу за розміром заробітної плати, проведіть укрупнення інтервалів в ряді розподілу другого заводу, взявши за основу величини інтервалів розподілу робітників по заробітній платі першого заводу.

Задача 13. По групі ділянок одержано дані, що характеризують урожайність капусти в залежності від застосування поливу і внесення різних доз органічних добрив:

№	Застосування поливу	Добрива, т/га	Урожайність, ц/га
1	П	32	190
2	П	34	238
3	О	26	174
4	П	72	328
5	П	2	192
6	П	40	245
7	П	64	453
8	П	7	270
9	О	30	238
10	О	3	118
11	О	64	305
12	П	29	234
13	П	65	344

14	П	17	383
15	П	23	239
16	О	20	292
17	О	43	209
18	О	9	190
19	О	65	175
20	П	24	220
21	П	50	228
22	П	10	169
23	П	29	223
24	П	42	415
25	П	28	191
26	О	56	158
27	О	23	252
28	П	61	295
29	П	44	135
30	П	62	498

Провести групування ділянок по застосуванню поливу (П) і добрив під капусту. Побудувати таблицю і зробити висновки.

Задача 14. За даними нижченаведеної таблиці побудувати ряди розподілу дрібнотоварних селянських господарств: за посівною площею озимої пшениці утворити три групи з рівними інтервалами; за урожайністю пшениці утворити чотири групи – до 30 ц/га, 34-38 ц/га, 38 ц/га і більше; за кількістю мінеральних добрив, внесених під пшеницю на 1 га, об'єднавши господарства в чотири групи з рівними інтервалами. Результати групування відобразити в графіку у виді гістограми і проаналізувати. Побудувати комбінаційні ряди розподілу дрібнотоварних господарств за урожайністю пшениці та кількістю внесених мінеральних добрив, урожайністю пшениці та посівною площею. Зробити висновки.

№ дрібнотоварного селянського господарства	Посівна площа пшениці, га	Урожайність пшениці, ц/га	Кількість внесених мінеральних добрив на 1 га, ц
1	128	40	2,8
2	92	29	1,3
3	129	41	3,1

4	99	32	1,7
5	127	39	1,9
6	119	36	1,6
7	132	42	2,9
8	112	37	1,6
9	109	35	2,2
10	101	33	2,7
11	113	36	2,2
12	95	31	2,7
13	124	39	2,5
14	14	36	2,3
15	126	40	2,8
16	117	37	2,0
17	100	33	3,3
18	93	31	1,4
19	127	41	2,6
20	102	33	1,8

Задача 15. Розподіл харчосмакових підприємств галузі двох сусідніх регіонів за кількістю працівників.

1-ий регіон			2-ий регіон		
№	Групи підприємств за кількістю працюючих, чол.	Кількість підприємств у % до загальної кількості	№	Групи підприємств за кількістю працюючих, чол.	Кількість підприємств у % до загальної кількості
1	до 10	1,0	1	до 5	6,0
2	10 – 20	1,3	2	5 – 10	24,0
3	20 – 30	1,7	3	10 – 15	40,0
4	30 – 50	9,3	4	15 – 25	18
5	50 – 80	41,4	5	25 – 35	4,8
6	80 – 100	25,3	6	35 – 45	4,0
7	100 – 200	20,0	7	45 – 75	2,0
8	75 – 100	0,6			
9	100 – 200	0,6			
Разом	100	Разом	100		

Провести перегрупування підприємств в у другій області, взявши за основу групування підприємств у першій області.

Задача 16. Результати підсумкового контролю 20 студентів за 100-бальною системою виявились такими:

90	60	75	50	85	70	65	45	95	100
55	80	65	75	90	75	50	40	65	60

Складіть ряд розподілу студентів за кількістю набраних балів, виділивши три групи з рівними інтервалами.

Задача 17. За даними, приведеними в умові задачі 7, проведіть групування магазинів на предмет виконання плану товарообігу, утворивши дві групи магазинів:

- виконали план товарообігу;
- не виконали план товарообігу.

Кожну групу охарактеризуйте числом магазинів, фактичним товарообігом, середньосписковим числом працівників і товарообігом на одного працівника.

Результати оформіть в таблиці, зробіть висновки.

Задача 18. Є такі дані по основним показникам діяльності найбільших банків однієї з областей країни (дані умовні, млн. грн.):

№ п/п	Сума активів	Власний капітал	Залучені ресурси	Балансовий прибуток
1	645,6	12,0	27,1	8,1
2	636,9	70,4	56,3	9,5
3	629,0	41,0	95,7	38,4
4	619,6	120,8	44,8	38,4
5	616,4	49,4	108,7	13,4
6	614,4	50,3	108,1	30,1
7	608,6	70,0	76,1	37,8
8	601,1	52,4	26,3	41,1
9	600,2	42,0	46,0	9,3
10	600,0	27,3	24,4	39,3
11	592,9	72,0	65,5	8,6
12	591,7	22,4	76,0	40,5
13	585,5	39,3	106,9	45,3

14	578,6	70,0	89,5	8,4
15	577,5	22,9	84,0	12,8
16	553,7	119,3	89,4	44,7
17	543,6	49,6	93,8	8,8
18	542,0	88,6	26,7	32,2
19	517,0	43,7	108,1	20,3
20	516,7	90,5	25,2	12,2

Побудуйте групування комерційних банків за величиною власного капіталу, виділивши не більше п'яти груп з рівними інтервалами. Розрахуйте по кожній групі суму активів, власний капітал, залучені ресурси, балансовий прибуток.

Задача 19. За даними попередньої задачі побудуйте структурне групування банків за величиною балансового прибутку, виділивши чотири групи банків з відкритими інтервалами для характеристики структури сукупності комерційних банків. Зобразіть результати групування у виді секторної діаграми.

Задача 20. За даними попередньої задачі побудуйте аналітичне групування комерційних банків за величиною балансового прибутку, виділивши чотири-п'ять груп. По кожній групі розрахуйте показники, взаємопов'язані з балансовим прибутком.

Задача 21. За допомогою стовпчикової діаграми покажіть дані по населенню країни, млн. чол.

Роки	Населення		
	Всього	З них:	
		міське	сільське
2007	34,9	24,9	10
2008	34,5	24,4	10,1
2009	35,5	25,1	10,4
2010	25,6	18,3	7,3
2011	27,8	19,8	8
2012	24,5	17,8	6,7

Задача 22. За допомогою стовпчикової діаграми покажіть дані про число шлюбів, укладених населенням країни, тис. чол.:

2008	2009	2010	2011	2012
1320	1277	1054	1107	867

Питання для самоконтролю до модуля №2

1. Що таке статистичне зведення, його завдання, суть і види?
2. З яких операцій складається зведення?
3. Види групувань та їх суть.
4. Що називають інтервалом групування? Які бувають інтервали і в яких випадках вони використовуються?
5. Види рядів розподілу.
6. Елементи атрибутивних рядів розподілу.
7. Елементи варіаційних рядів розподілу.
8. Елементи статистичної таблиці.
9. Види статистичних таблиць та їх застосування.
10. Правила побудови статистичних таблиць.
11. Що таке статистичні графіки, їх роль і значення в аналізі масових суспільних явищ?
12. Як класифікуються статистичні графіки?
13. Назвіть основні вимоги до побудови статистичних графіків?
14. Як будують радіальну діаграму? Що зображають за допомогою радіальної діаграми?
15. Як будують квадратні і кругові діаграми?

МОДУЛЬ 3

ТЕМА 4. СТАТИСТИЧНІ ПОКАЗНИКИ

4.1. Види, типи та значення статистичних показників

Після зведення та групування даних спостереження переходять до останнього – третього етапу статистичної методології. Він полягає в подальшій обробці статистичних таблиць шляхом обчислення статистичних показників.

Статистичний показник – це узагальнююча характеристика явища або процесу, яка характеризує всю сукупність одиниць обстеження і використовується для аналізу сукупності в цілому.

За допомогою статистичних показників вирішується одна з головних задач статистики: визначається кількісна сторона явища чи процесу у поєднанні з якісною стороною. *Кількісний* бік показника представляється числом з відповідною одиницею виміру для характеристики: розміру явищ (кількості робітників, обсягу товарообігу, капіталу фірми тощо); їх рівнів (наприклад, рівня продуктивності праці робітників); співвідношень (наприклад, між продавцями та іншими категоріями працівників магазину). *Якісний* зміст показника залежить від суті досліджуваного явища (процесу) і відображається у назві показника (прибутковість, народжуваність тощо).

Показники поділяються на види в залежності від способу їх обчислення, ознак часу, виконання своїх функцій.

За способом обчислення розрізняють первинні та похідні показники. *Первинні* визначаються шляхом зведення та групування даних і подаються у формі абсолютних величин (наприклад, кількість та сума вкладів громадян у банку). *Похідні* показники обчислюються на базі первинних і мають форму середніх або відносних величин (наприклад, середня заробітна плата, індекс цін).

Серед статистичних показників окрему групу становлять *взаємообернені показники* – пара характеристик, які існують паралельно і відповідають одному і тому ж явищу (процесу). Це *прямий* показник x , який змінюється у напрямі

зміни явища (наприклад, продуктивність праці за одну одиницю часу), та обернений $\frac{1}{x}$ – у протилежному напрямі (наприклад, трудомісткість одиниці продукції).

За ознакою часу показники поділяються на інтервальні та моментні. *Інтервальні* характеризують явище за певний період часу (місяць, квартал, рік): наприклад, середньомісячні сукупні витрати на душу населення. *Моментні* показники характеризують явище за станом на певний момент часу (дату): наприклад, залишок обігових коштів на початок місяця.

За способом виконання своїх функцій розглядають показники, що відбивають обсяг явища, його середній рівень, інтенсивність прояву, структуру, зміну в часі або порівнянні у просторі.

В статистиці використовують декілька різновидів статистичних показників:

- абсолютні та відносні величини;
- середні величини;
- показники варіації.

Щоб статистичні показники правильно характеризували явище, що розглядається, необхідно виконувати такі вимоги:

1) спиратися при їх побудові на положення економічної теорії, статистичну методологію, досвід статистичних робіт;

2) добиватися повноти статистичної інформації як за охопленням одиниць об'єкта, так і за комплексним відображенням усіх сторін процесу, що вивчається;

3) забезпечувати зіставлення статистичних показників за рахунок подібності вихідних даних за часом та у просторі;

4) забезпечувати точність та надійність вихідної інформації для достовірності змісту процесу, що досліджується.

4.2. Абсолютні та відносні величини

У процесі статистичного спостереження отримують дані про значення тих чи інших ознак, що характеризують кожну одиницю досліджуваної сукупності. Для характеристики сукупності в цілому або окремих її частин дані по окремих одиницях сукупності піддають зведенню. Шляхом безпосереднього підсумовування первинних даних отримують узагальнюючі абсолютні показники, які характеризують чисельність сукупності і обсяг (розмір) досліджуваного явища в конкретних межах часу і місця.

Абсолютні показники мають велике пізнавальне і практичне значення. Знання рівнів, розмірів і обсягів абсолютних статистичних показників необхідно для планування, управління і аналізу господарської діяльності народного господарства, його галузей і підприємств. В абсолютних показниках встановлюється більшість планових завдань по розвитку народного господарства, задоволення потреб суспільства в різноманітних продуктах і послугах, здійснюється контроль за їх виконанням.

За допомогою абсолютних показників характеризують обсяг виробленого у країні валового внутрішнього продукту, валового національного доходу, вартість основних фондів, чисельність працівників, фонд заробітної плати підприємства, виробництво продукції в підприємстві та інші соціально-економічні явища.

Абсолютними величинами в статистиці називають кількісні показники, які визначають рівень, обсяг, чисельність розглядаємих суспільних явищ.

За способом вираження розмірів досліджуваних явищ абсолютні показники підрозділяються на індивідуальні, групові та загальні.

Індивідуальними називають такі абсолютні показники, які виражають розміри кількісних ознак у окремих одиниць сукупності. Наприклад, розмір заробітної плати окремого робітника, кількість заявок та обсяги попиту на купівлю товару товарної біржі та ін.

Групові абсолютні показники виражають розміри ознаки або чисельність одиниць у окремих частин (груп) сукупності. Їх отримують при обробці

матеріалів статистичного спостереження шляхом підсумовування абсолютних розмірів ознаки у окремих одиниць сукупності або підрахунку числа одиниць сукупності, що входять в окремі групи.

Загальними називають абсолютні показники, які виражають розміри ознаки у всіх одиниць сукупності. Вони є результатом зведення даних статистичного спостереження. Наприклад, фонд заробітної плати робітників підприємств регіону, вартість основних фондів сільськогосподарських підприємств області тощо

Абсолютні показники можуть виражати розміри, обсяги та рівні суспільних явищ на певний момент, дату (*моментні* абсолютні величини) або накопичений результат за певний період часу (*інтервальні* абсолютні величини), наприклад, на 01.01.2011 р. чисельність працюючих на підприємстві становила 2730 осіб; виробництво молока у господарстві за 2011 рік дорівнювало 24700 т).

Абсолютні величини – це іменовані числа і в залежності від характеру явища або процесу можуть мати різні одиниці вимірювання:

- натуральні (кг, м, шт. і т.д.);
- умовно-натуральні (одна умовна банка консервів, одна умовна одиниця мінеральних добрив і т.д.);
- трудові (людино-година, людино-день);
- вартісні (грн., руб., дол. США, євро та ін.).

Абсолютні показники відіграють важливу роль в системі статистичних показників. Разом з тим при вивченні соціально-економічних явищ статистика не може обмежуватись обчисленням тільки абсолютних показників, так як вони часто не дають достатньо повного уявлення про досліджуване явище. Тому в статистичному аналізі поряд з абсолютними величинами виникає потреба розрахунку похідних узагальнюючих показників – середніх і відносних показників.

Відносні величини – це узагальнюючі кількісні показники, які виражають співвідношення порівнюваних абсолютних величин.

При цьому ту величину, з якою порівнюють, називають *основою*, або *базою порівняння*, а порівнювану величину – *поточною*, або *звітною*.

При обчисленні відносних величин слід мати на увазі, що в чисельнику завжди знаходиться показник, що відображає те явище, яке вивчається, тобто порівнюваний показник, а в знаменнику – показник, з яким порівнюють, що приймається за основу або базу порівняння.

Відносні показники мають велике аналітичне значення. Вони обчислюються для одержання характеристики різноманітних сторін суспільного життя. За їх допомогою виражають ступінь виконання народногосподарських планів, ефективність та інтенсивність суспільного виробництва, продуктивність праці, ступінь задоволення матеріальних і культурних потреб людей, структуру і динаміку виробництва та ін.

За допомогою відносних показників можуть порівнюватися однойменні та різнойменні величини.

Одним з найважливіших достоїнств відносних показників є те що вони дають змогу порівнювати такі явища, абсолютні розміри яких безпосередньо неспівставні. Наприклад, щільність населення, виробництво окремих видів продуктів харчування на душу населення тощо.

В залежності від величин чисельника та знаменника дробу відносні величини можуть бути виражені у таких формах: коефіцієнтах (частках), процентах (%), проміле (‰), продецеміле (‱), коли за базу порівняння приймають відповідно 1, 100, 1000, 10000 одиниць.

Щоб уникнути важко сприйнятих дрібних відносних величин, базисна величина приймається іноді за 1000 або 10000 одиниць. В тих випадках, коли базу порівняння приймають за 1000 (наприклад, при обчисленні демографічних коефіцієнтів), результат порівняння виражається в проміле, а коли за 10000 – продецеміле.

Різнманітність співвідношень у реальному житті потребує різних за змістом і статистичною природою відносних величин. В залежності від своїх

функцій, що виконують відносні величини при проведенні аналізу, ці величини можна класифікувати так:

Відношення однойменних показників:

- 1) відносні величини динаміки;
- 2) відносні величини структури;
- 3) відносні величини координації;
- 4) відносний показник планового завдання;
- 5) відносний показник виконання плану;
- 6) відносні показники порівняння.

Відношення різнойменних показників:

- 1) відносні величини інтенсивності;
- 2) відносні величини диференціації.

Відносні величини динаміки

Динамікою у статистиці називають зміну соціально-економічного явища в часі. Відносні величини динаміки характеризують напрям та інтенсивність зміни показника за часом і визначаються співвідношенням його значень за два періоди або моменти часу. При цьому базою порівняння може бути змінний попередній рівень (розрахунок ланцюговим способом) або постійний, віддалений за часом рівень (розрахунок базисним способом). Відносні показники динаміки називають *темпами зростання*.

Наприклад, розмір інвестицій у галузь становив у млн. грн.: 2009 р. – 482,0; 2010 р. – 597,5; 2011 р. – 689,4. Порівнюючи значення показника, дістанемо темпи зростання інвестицій:

- розрахунок ланцюговим способом:

у 2010 р. порівняно з 2009 р. – $K_{\partial} = \frac{597,5}{482,0} = 1,240$, або 124% (інвестиції зросли

на 24%); у 2011 р. порівняно з 2010 р. $K_{\partial} = \frac{689,4}{597,5} = 1,154$, або 115,4% (інвестиції

зросли на 15,4%);

- розрахунок базисним способом:

якщо за базу приймається рівень інвестицій у 2009 р., то у 2010 р. темп зростання буде 1,24, або 124%; у 2011 р. порівняно з базовим рівнем у 2009 р.

темп зростання $K_o = \frac{689,4}{482,0} = 1,43$, або 143% (інвестиції зросли на 43%).

Якщо значення показника у зрівнянні з базовим зменшується, то величина динаміки буде меншою за одиницю.

Відносні величини структури

Відносні величини структури являють собою відношення частини до цілого або питому вагу частини одиниць в загальному обсязі сукупності. Вони характеризують структуру і склад досліджуваної сукупності, що дає змогу виділити в складному явищі головні ланки, елементи і зосередити на них увагу при подальшому аналізі. Їх одержують в результаті ділення значення кожної частини сукупності на їх загальний підсумок. Ці показники виражаються в частках одиниці (коефіцієнтах) або процентах. Показники структури за будь-якою ознакою, що в сумі дають 100%, складають структурний ряд. Прикладом відносних показників структури можуть бути склад населення України за статтю, структура валового внутрішнього продукту, валового національного доходу тощо.

Відносні величини координації

Відносна величина характеризує структурованість сукупності. Відносна величина координації дає співвідношення різних структурних одиниць тієї самої сукупності і показує, скільки одиниць однієї частини сукупності припадає на 1, 100, 1000 і більше одиниць іншої, взятої за базу порівняння.

Наприклад, частка власних коштів фірми становить 65%, а залучених – 35%. Тоді відносна величина координації може складати $\frac{35}{65} = 0,54$, а це означає, що на одиницю власних коштів припадає 0,54 залучених.

Відносні показники планового завдання та виконання плану

Відносний показник планового завдання являє собою відношення величини показника, який встановлюється на плановий період, до його величини досягнутої за попередній період або будь-який інший період, що приймається за базу порівняння. Наприклад, на підприємстві місячне виробництво продукції у плановому періоді встановлено 450 т, за попередній (базисний) рік було 420 т. Тоді відносний показник планового завдання дорівнює: $K_{nz} = \frac{450}{420} = 1,071$, тобто у плановому періоді місячне виробництво продукції очікується на 7,1% більше, чим у базисному періоді.

Відносний показник виконання плану являє собою відношення фактично досягнутого рівня до планового завдання. Наприклад, у періоді, що планується, місячне виробництво продукції фактично становило 465 т. В такому разі, звертаючись до попереднього прикладу, відносний показник виконання плану становить: $K_{en} = \frac{465}{450} = 1,033$, тобто фактично у розглядаємому періоді місячне виробництво продукції на 3,3% більше плану.

Відносні показники динаміки (K_{δ}), планового завдання (K_{nz}) та виконання плану (K_{en}) зв'язані між собою такими рівняннями: $K_{\delta} = K_{nz} \cdot K_{en}$. За нашими прикладами $K_{\delta} = 1,071 \cdot 1,033 = 1,107$. Відносний показник динаміки можна обчислити інакше: $K_{\delta} = \frac{465}{420} = 1,107$.

Відносні показники порівняння

Відносні показники порівняння отримують внаслідок порівняння однойменних показників, що стосуються різних об'єктів, взятих за той самий період чи момент часу. Обчислюється у відносних величинах або процентах. Наприклад, порівняння урожайності пшениці у двох сільськогосподарських підприємствах району у плановому періоді, співвідношення між рівнями собівартості певного виду продукції двох підприємств у звітному періоді тощо.

Важливо, щоб порівнювані величини були співставні за одиницями вимірювання, часовим періодом, територією, методикою розрахунку і т. д.

До цього виду відносних показників належать відносні величини просторового порівняння та відносні величини порівняння зі стандартом.

Відносна величина просторового порівняння – це відношення розмірів або рівнів однойменних показників за різними територіями чи об'єктами. Найчастіше це регіональні чи міжнародні порівняння показників економічного розвитку або життєвого рівня. Базою порівняння може бути будь-який об'єкт. Головне, щоб методика розрахунку порівнюваних показників була однаковою. Наприклад, зіставлення рівнів середньодушових витрат міського та сільського населення, середня очікувана тривалість життя чоловіків і жінок.

Відносна величина порівняння зі стандартом являє собою порівняння фактичних значень показників з певним еталоном – стандартом, нормативом, оптимальним рівнем. Такими відносними величинами порівняння є виконання договірних зобов'язань, використання виробничих потужностей, додержання норм витрат тощо. Наприклад, для проведення своїх операцій фірма повинна тримати в обороті щонайменше 140 тис. грн. Фактично в обороті 119 тис. грн., що становить від потреби 85% $\left(\frac{119}{140} = 0,85 \text{ або } 85\% \right)$. Такий показник може привести до невиконання фірмою своїх фінансових зобов'язань і її банкрутства.

Відносні величини інтенсивності

Відносна величина інтенсивності характеризує відношення різнойменних величин, зв'язаних між собою певним чином. Це, наприклад, щільність населення на один квадратний кілометр території, виробництво окремих продуктів харчування на душу населення, коефіцієнти народжуваності, смертності, шлюбності, розлучень тощо.

Якщо обсяги явища незначні відносно обсягів середовища, то їх співвідношення збільшуються у 100, 1000, 10000 і більше разів. Наприклад, показники народжуваності, смертності, шлюбності розраховується на 1000 осіб

населення, забезпеченість населення лікарями – на 10000 осіб населення, захворюваність та злочинність – на 100000 осіб населення.

Відносні величини диференціації

Відносні показники диференціації дістають в результаті порівняння двох структурних рядів, один з яких характеризує співвідношення частин сукупності за чисельністю одиниць, а другий – за величиною будь-якої ознаки (наприклад, порівняння питомої ваги підприємств за чисельністю і питомої ваги в цих підприємствах валової продукції, основних фондів, працівників; питомої ваги населення області в загальній чисельності населення країни і питомої ваги вчинених злочинів в цій області тощо).

4.3. Середні величини

Статистична сукупність складається з множини одиниць, об'єктів або явищ однорідних в деякому відношенні і одночасно відмінних за величиною ознак. Величина ознаки кожного об'єкта визначається як загальними для всіх одиниць сукупності, так і індивідуальними її особливостями.

Аналізуючи впорядковані ряди розподілу (ранжировані, інтервальні та ін.), можна помітити, що елементи статистичної сукупності явно концентруються навколо деяких центральних значень. Така концентрація окремих значень ознаки навколо деяких центральних значень, як правило, має місце у всіх статистичних розподілах. Тенденцію окремих значень досліджуваної ознаки групуватися навколо центра розподілу частот називають *центральною тенденцією*. Для характеристики центральної тенденції розподілу застосовуються узагальнюючі показники, які отримали назву середніх величин.

Середньою величиною у статистиці називають узагальнюючий показник, який характеризує типовий розмір ознаки в якісно однорідній сукупності.

Обчислюється середня величина у більшості випадків шляхом ділення загального обсягу ознаки на число одиниць, що володіють цією ознакою. Якщо,

наприклад, відомий фонд місячної заробітної плати і кількість робітників за місяць, то середню місячну заробітну плату можна визначити шляхом ділення фонду заробітної плати на кількість робітників.

Середні величини обчислюються як з абсолютних, так і з відносних величин, є показниками іменованими і виражаються в тих самих одиницях вимірювання, що і усереднювана ознака. Вони характеризують одним числом значення досліджуваної сукупності. В середніх величинах знаходиться відображення об'єктивний і типовий рівень соціально-економічних явищ і процесів.

У статистичній науці і практиці середні величини мають виключно велике значення. Метод середніх величин є одним з найважливіших статистичних методів, а середня величина – однією з основних категорій статистичної науки.

У всіх випадках, коли виникає потреба охарактеризувати одним числом сукупність значень ознаки, що змінюються, користуються його середнім значенням.

Головне значення середніх величин полягає в їх узагальнюючій функції, тобто заміні множини різних індивідуальних значень ознаки середньою величиною, яка характеризує всю сукупність явищ. Властивість середньої характеризувати не окремі одиниці, а виразити рівень ознаки з розрахунку на кожен одиницю сукупності є її відмінною спроможністю. Ця особливість робить середню узагальнюючим показником рівня варіюючої ознаки, тобто показником, який абстрагується від індивідуальних значень розміру ознаки у окремих одиниць сукупності.

Середня величина відображає те загальне, що складається в кожному окремому, одиничному об'єкті. Завдяки цьому середня отримує велике значення для виявлення закономірностей, притаманних масовим суспільним явищам і не помітних в одиничних явищах.

У розвитку явищ необхідність поєднується з випадковістю. Тому середні величини пов'язані із законом великих чисел. Суть цього зв'язку полягає в

тому, що при розрахунку середньої величини випадкові коливання, що мають різну спрямованість, в силу дії закону великих чисел, взаємно урівноважуються, погашаються і у величині середньої чітко відображається основна закономірність, необхідність, вплив загальних умов, характерних для даної сукупності. В середній знаходиться відображення типовий, реальний рівень досліджуваних явищ. Оцінка цих рівнів і зміна їх в часі і просторі – одне з головних завдань середніх величин. Так, через середні виявляється, наприклад, закономірність підвищення продуктивності праці, заробітної плати тощо. Отже, середні величини являють собою узагальнюючі показники, в яких знаходиться своє відображення дія загальних умов, закономірність досліджуваного явища.

За допомогою середніх величин вивчають зміну явищ у часі і просторі, тенденції в їх розвитку, зв'язки і залежності між ознаками, ефективність різних форм організації виробництва, праці і технологій, впровадження науково-технічного прогресу, виявлення нового, прогресивного в розвитку тих чи інших соціально-економічних явищ і процесів.

Середня величина дає узагальнену характеристику досліджуваного явища тільки за однією ознакою, яка відображає одну з найважливіших його сторін. У зв'язку з цим для всебічного аналізу досліджуваного явища необхідно будувати систему середніх величин за рядом взаємопов'язаних і доповнюючих один одного суттєвих ознак.

Для того, щоб середня відображала дійсно типове і закономірне в досліджуваних суспільних явищах при її розрахунку необхідно дотримуватись таких умов.

1. Ознака, за якою обчислюється середня має бути істотною. В протилежному разі буде отримана несуттєва або спотворена середня.

2. Середню потрібно обчислювати тільки за якісно однорідною сукупністю. Тому безпосередньому обчисленню середніх має передувати статистичне групування, яке дає змогу розчленувати досліджувану сукупність на якісно однорідні групи.

3. Розрахунок середньої величини має базуватися на охопленні всіх одиниць даного типу або досить великої сукупності об'єктів, щоб випадкові коливання взаємно зрівноважували один одного і проявлялася закономірність, типові і характерні розміри досліджуваної ознаки.

4. Загальною вимогою при розрахунку будь-якого виду середніх величин є обов'язковим збереження незмінним загального обсягу ознаки в сукупності при заміні індивідуальних її значень середнім значенням (так звана визначальна властивість середньої).

Залежно від характеру ознаки, яка усереднюється, і наявної вихідної інформації в статистиці застосовуються різні види середніх величин, серед яких найбільше використовуються такі: середня арифметична, середня гармонічна, середня геометрична і середня квадратична.

Поряд з переліченими видами середніх величин в статистичній практиці знаходять застосування також середня хронологічна, середня ковзна, середня прогресивна, середня багатовимірна і так звані структурні середні: мода, медіана та ін.

Кожна із зазначених видів середніх може виступати у двох формах: простої та зваженої. *Проста середня* застосовується при обчисленні середньої за первинними (не згрупованими) даними, *зважена* – за згрупованими даними.

При використанні середніх величин введемо такі позначення:

\bar{x} – середнє значення досліджуваної ознаки;

x_i або x – окремі значення усереднюваної ознаки (варіанти);

f_i або f – частота повторень (вага) варіант;

n – число одиниць досліджуваної сукупності;

$w = xf$ – обсяг явищ.

Ознаку, за якою знаходять середню, називають *усередненою ознакою*. Величину ознаки кожної одиниці сукупності називають *варіантою* або *значенням досліджуваної ознаки*. Частоту повторень варіантів у сукупності називають *статистичною вагою*.

Середні величини, що застосовуються в статистиці, належать до загального типу степеневих середніх. Відрізняються вони тільки показником степені:

<p>проста</p> $\bar{x} = \sqrt[k]{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^k}{n}}$	<p>зважена</p> $\bar{x} = \sqrt[k]{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^k \cdot f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}}$
--	--

де k – показник степені, який визначає тип середньої. Підставляючи у наведену формулу замість k відповідні значення показника степені, одержимо такі середні:

	проста	зважена
при $k=1$ – арифметичну	$\bar{x} = \frac{\sum x}{n};$	$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f},$
при $k=-1$ – гармонічну	$\bar{x} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}};$	$\bar{x} = \frac{\sum w}{\sum \frac{w}{x}}$
при $k=0$ – геометричну	$\bar{x} = \sqrt[k]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n};$	$\bar{x} = \sqrt[k]{x_1^{f_1} \cdot x_2^{f_2} \cdot \dots \cdot x_n^{f_n}}$
при $k=2$ – квадратичну	$\bar{x} = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n}};$	$\bar{x} = \sqrt{\frac{\sum x^2 f}{\sum f}},$

Вибір того чи іншого виду середньої визначається цілями і завданнями дослідження і наявною інформацією.

Загальною умовою правильного обчислення усіх видів середніх є збереження незмінним загального обсягу варіюючої ознаки при заміні індивідуальних значень ознаками їхньою середньою. Так, середня арифметична застосовується тоді, коли обсяг варіюючої ознаки утворюється як сума окремих варіант; середня гармонічна – коли обсяг варіюючої ознаки утворюється як сума обернених значень окремих варіант; середня геометрична – коли обсяг

варіюючої ознаки утворюється як добуток окремих варіант; середня квадратична – коли обсяг варіюючої ознаки утворюється як сума квадратів окремих варіант.

Розглянемо перелічені вище види середніх більш докладно.

Середня арифметична

Середня арифметична – найпоширеніший вид середньої. Середня арифметична проста являє собою частку від ділення суми індивідуальних значень ознаки на їх загальне число. Її обчислюють за формулою:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum x}{n}. \quad (4.1)$$

Середня арифметична проста застосовується в тих випадках, коли відомі дані про окремі значення ознаки та їх число в сукупності. В статистичній практиці вона застосовується, як правило, для розрахунку середніх рівнів ознак, представлених у вигляді абсолютних показників.

Наприклад, статутний капітал акціонерної компанії сформований 5 засновниками. Розмір внеску кожного з них відповідно становив, млн. грн.: 7; 11; 10; 8; 5. Середній внесок одного засновника розраховується так:

$$\bar{x} = \frac{\text{Сума внесків}}{\text{Число засновників}} = \frac{7 + 11 + 10 + 8 + 5}{5} = \frac{41}{5} = 8,2 \text{ млн. грн.}$$

Середня арифметична зважена обчислюється із значень варіюючої ознаки з урахуванням ваг. Її застосовують у тих випадках, коли значення ознаки представлені у вигляді варіаційного ряду розподілу, в якому чисельність одиниць по варіантах не однакова, а також при розрахунку середньої із середніх при різному обсязі сукупності. Зважування в даному випадку здійснюється за частотами, які показують скільки разів повторюється та або інша варіанта.

Формула середньої арифметичної зваженої має вигляд:

$$\bar{x} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + \dots + x_n f_n}{f_1 + f_2 + \dots + f_n} = \frac{\sum x f}{\sum f}. \quad (4.2)$$

Отже, при обчисленні середньої арифметичної зваженої необхідно всі значення варіант помножити на їхню частоту, одержані добутки підсумувати і цю суму розділити на суму частот, тобто загальний обсяг сукупності.

Порядок розрахунку середньої арифметичної у варіаційному ряду розподілу покажемо на прикладі обчислення середньої виробки деталей на одного робітника за зміну, якщо відомо скільки деталей виготовив кожен з 15 робітників (табл. 4.1).

За формулою (1.2) середня арифметична зважена:

$$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{327}{15} = 21,8 \approx 22 \text{ шт.}$$

При розрахунку середньої арифметичної зваженої частотами (вагами) можуть бути використані відносні показники структури, виражені в процентах або коефіцієнтах (частках). Методика розрахунку середньої і кінцевий результат при цьому не зміняться.

Таблиця 4.1

Розподіл робочих за виготовленням деталей

Виготовлення деталей за зміну одним робітником, шт. x	Кількість робочих (ваги) f	xf
20	2	40
21	4	84
22	5	110
23	3	69
24	1	24
Всього	15	327

Для інтервальних варіаційних рядів розподілу, в яких значення ознаки дано в межах "від – до", середню арифметичну зважену знаходять в такій послідовності. Спочатку необхідно інтервальний ряд розподілу перетворити в дискретний. Для цього по кожному інтервалу знаходять його середину (центр).

Серединне значення інтервалу звичайно визначають як півсуму його нижньої і верхньої меж.

Якщо є інтервали з нечітко вираженими межами, з так званими "відкритими межами" (перший інтервал "до" і останній – "понад"), то для визначення серединного значення потрібно встановити умовні межі цих інтервалів. Звичайно в цих випадках вирішують так: для першого інтервалу беруть величину другого інтервалу, а для останнього – величину передостаннього інтервалу.

Властивості середньої арифметичної

Середня арифметична має ряд математичних властивостей, які можна використати, щоб спростити її розрахунки. Основні властивості середньої арифметичної такі.

1. Середня арифметична постійної величини дорівнює цій постійній:

$$\bar{A} = A \text{ при } A = \text{const}.$$

2. Сума квадратів відхилень від середньої арифметичної завжди менша, ніж сума квадратів відхилень від будь-якої іншої величини:

$$\sum (x - \bar{x})^2 f < \sum (x - A)^2 f.$$

3. Величина середньої не зміниться, якщо частоти ряду розподілу замінити частотами.

4. Сума відхилень окремих значень ознаки від середньої, перемножених на ваги (частоти), дорівнює нулю:

$$\sum (x - \bar{x}) = \sum x - n\bar{x} = 0 \text{ – для простої середньої;}$$

$$\sum (x - \bar{x})f = \sum xf - \bar{x} \sum f = 0 \text{ – для зваженої середньої.}$$

5. Якщо усі значення ознак збільшити або зменшити у ту саму кількість разів (k), то середня (\bar{x}) збільшиться або зменшиться у стільки ж разів:

$$\frac{\sum \frac{x}{k} f}{\sum f} = \frac{1}{k} \cdot \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{\bar{x}}{k},$$

тобто середня зменшилася в (k) разів.

6. Якщо з усіх значень варіант (x) відняти або додати до них ту саму постійну величину (x_0) , то середня (\bar{x}) зменшиться або збільшиться на таку саму величину (x_0) :

$$\frac{\sum(x-x_0)f}{\sum f} = \frac{\sum xf}{\sum f} - \frac{\sum x_0 f}{\sum f} = \bar{x} - \frac{x_0 \sum f}{\sum f} = \bar{x} - x_0,$$

тобто середня зменшилася на постійне число.

7. Якщо частоти (ваги) поділити або помножити на будь-яке постійне число (k) , то середня не зміниться:

$$\bar{x} = \frac{\sum xkf}{\sum kf} = \frac{k}{k} \cdot \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \bar{x},$$

тобто значення середньої не змінилося.

8. Добуток середньої на суму частот дорівнює сумі добутків варіант на частоти:

$$\bar{x} \sum f = \sum xf.$$

Ця рівність випливає з визначальної властивості середньої арифметичної, згідно з якою, зрівнюючи варіанти, надаючи їм однакові значення шляхом заміни їх середнім значенням, незмінним залишається загальний обсяг ознаки.

9. Загальна середня дорівнює середній із часткових середніх, зважених за чисельністю відповідних частин (груп) сукупності:

$$\bar{x} = \frac{\bar{x}_1 f_1 + \bar{x}_2 f_2 + \dots + \bar{x}_n f_n}{f_1 + f_2 + \dots + f_n} = \frac{\sum \bar{x}_i f_i}{\sum f_i}.$$

Викладені вище властивості середньої арифметичної дають змогу спростити її розрахунки: можна з усіх значень ознаки відняти довільну постійну величину, одержану різницю поділити на величину інтервалу, а потім обчислену середню помножити на величину інтервалу і додати довільну постійну величину, що прийнята за початок відліку.

Формула обчислення середньої арифметичної спрощеним способом має такий вигляд:

$$\bar{x} = \bar{x}'h + x_0 = \frac{\sum \left(\frac{x - x_0}{h} \right) f}{\sum f} h + x_0,$$

де $\bar{x}' = \frac{\sum x'f}{\sum f}$ – зменшена середня арифметична;

$x' = \frac{x - x_0}{h}$ – відхилення в інтервалах;

x_0 – початок відліку;

h – величина інтервалу.

Середня \bar{x}' із значення $\frac{x - x_0}{h}$ називається *моментом першого порядку*, а спосіб обчислення середньої – *способом моментів* або *способом відліку від умовного початку*.

За умовний початок відліку (x_0) звичайно приймають одне із значень варіючої ознаки, яке, як правило, знаходиться в центрі ряду розподілу або таке, що має найбільшу частоту.

Середня гармонічна

Середня гармонічна є оберненою до середньої арифметичної, обчислену з обернених значень усереднюваної ознаки. Залежно від характеру наявного матеріалу її застосовують тоді, коли ваги доводиться не множити, а ділити на варіанти, або, що теж саме, множити на обернене їх значення (наприклад, у випадках визначення середніх витрат часу, праці, матеріалів на одиницю продукції тощо). Таким чином, середня гармонічна розраховується, коли відомі дані про обсяг ознаки ($w = xf$) і індивідуальні значення ознаки (x) і невідомі ваги (f). Так як обсяги ознак являють собою добуток значень ознаки (x) на частоту (f), то частоту (f) визначають як $f = w : x$.

Формули середньої гармонічної простої і зваженої мають вид:

<p>проста</p> $\bar{x} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}}$	<p>зважена</p> $\bar{x} = \frac{\sum w}{\sum \frac{w}{x}}$
--	--

Як видно, середня гармонічна є перетвореною формою середньої арифметичної. Замість гармонічної завжди можна розрахувати середню арифметичну, попередньо визначивши ваги окремих значень ознаки. При обчисленні середньої гармонічної вагами є обсяги ознак.

Для встановлення місця середньої гармонічної в розрахунку середньої величини розглянемо такий приклад. Припустимо, що бригада токарів на протязі 8-годинного робочого дня зайнята обточкою однакових деталей. Перший токар затрачує на одну деталь 11 хв., другий – 16 хв., третій – 14 хв., четвертий – 12 хв. і п'ятий – 15 хв. Необхідно знайти середній час на виготовлення одної деталі.

Для розрахунку кількості деталей, виготовлених кожним робітником, використаємо таке співвідношення (логічну формулу):

$$\begin{aligned} \text{Середній час на одну деталь} &= \frac{\text{Весь затрачений час}}{\text{Кількість деталей}} = \\ &= \frac{8 \cdot 60 + 8 \cdot 60 + 8 \cdot 60 + 8 \cdot 60 + 8 \cdot 60}{\frac{8 \cdot 60}{11} + \frac{8 \cdot 60}{16} + \frac{8 \cdot 60}{14} + \frac{8 \cdot 60}{12} + \frac{8 \cdot 60}{15}} = \\ &= \frac{5}{\frac{1}{11} + \frac{1}{16} + \frac{1}{14} + \frac{1}{12} + \frac{1}{15}} = \frac{5}{0,375} = 13,3 \text{ хв.} \end{aligned}$$

Останнє кількісне співвідношення відповідає формулі середньої гармонічної простої $\bar{x} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}}$.

Середня геометрична

Середню геометричну застосовують, коли загальний обсяг явища є не сума, а добуток значень ознаки. Ця середня використовується здебільшого для розрахунку середніх коефіцієнтів (темтів) зростання і приросту при вивченні динаміки явищ і має такий вигляд:

$$\bar{x} = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n} = \sqrt[n]{\prod x} \text{ або } \bar{x} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}},$$

де n – число коефіцієнтів зростання; y_1 і y_n – початковий і кінцевий рівні динамічного ряду.

Величина середньої геометричної залежить тільки від співвідношення кінцевого і початкового рівнів. Якби не змінювались в цих межах інші рівні, величина середньої не зміниться.

Розглянемо такий приклад. Припустимо, що внаслідок інфляції споживчі ціни за чотири роки зросли в 2,8 рази, в тому числі: за перший рік у 1,7 рази; за другий – в 1,3; за третій – в 1,1; за четвертий – в 1,15 рази. Середньорічний темп зростання цін визначається за допомогою середньої геометричної:

$$\bar{x} = \sqrt[4]{1,7 \cdot 1,3 \cdot 1,1 \cdot 1,15} = \sqrt[4]{2,8} = 1,295.$$

Середня квадратична

Середня квадратична використовується переважно для розрахунку показників варіації (коливання) ознаки – дисперсії і середнього квадратичного відхилення, які обчислюються на основі квадратів відхилень індивідуальних значень ознаки від їхньої середньої арифметичної.

Формули її такі:

проста	зважена
$\bar{x} = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n}};$	$\bar{x} = \sqrt{\frac{\sum x^2 f}{\sum f}},$

Якщо обчислити різні типи середніх величин, одержаних з степеневій середньої, для одного і того самого варіаційного ряду, то їх чисельні значення будуть відрізнятися один від одного, а самі середні розташуються таким чином:

$$\bar{x}_{\text{гарм}} < \bar{x}_{\text{геом}} < \bar{x}_{\text{арифм}} < \bar{x}_{\text{квадр}},$$

тобто найбільшою буде середня квадратична, а найменшою – середня гармонічна. Порядок зростання середніх визначається значенням степені k в степеневій середній.

Ця властивість степеневих середніх одержала назву властивості *мажорантності середніх*.

Мода, медіана, квартилі і децилі

Крім перелічених вище середніх у статистичному аналізі як узагальнюючі характеристики сукупності використовують такі значення ознаки, які відрізняються особливим розташуванням у варіаційному ряду розподілу. Це так звані *структурні (позиційні) середні*. Із них найчастіше застосовують моду і медіану.

Величина моди і медіани залежить лише від характеру частот, тобто від структури розподілу. Якщо величина середньої арифметичної залежить від усіх значень ознаки, то величина моди і медіани не залежить від крайніх значень ознаки. Це особливо важливо для рядів розподілу, в яких крайні значення ознаки мають нечітко виражені межі (до і понад).

Модою називають значення ознаки, що має найбільшу частоту в статистичному ряду розподілу. Спосіб обчислення моди залежить від того, в якому вигляді дано значення ознаки: дискретного чи інтервального ряду розподілу. В дискретних варіаційних рядах моду обчислюють без додаткових розрахунків за значенням варіанти з найбільшою частотою. Наприклад, відомий вік працівників підприємства:

Вік працівників, років	25	27	30	34	37
Кількість працівників, осіб	6	12	17	9	5

В даному прикладі модальною величиною є 30 років, так як ця величина у досліджуваній сукупності має найбільшу частоту – 17 випадків. Модальною ціною на той або інший продукт на ринку є та ціна, яка спостерігається найчастіше.

В інтервальному варіаційному ряду розподілу модою наближено вважають центральний варіант так званого модального інтервалу, тобто того інтервалу, який має найбільшу частоту. В межах інтервалу необхідно знайти те значення ознаки, яке є модою.

В інтервальних варіаційних рядах розподілу моду визначають за формулою:

$$M_o = x_{M_o} + h \cdot \frac{f_{M_o} - f_{M_o-1}}{(f_{M_o} - f_{M_o-1}) + (f_{M_o} - f_{M_o+1})},$$

де x_{M_o} – нижня (мінімальна) межа модального інтервалу; h – величина інтервалу; f_{M_o-1} – частота передмодального інтервалу; f_{M_o} – частота модального інтервалу; f_{M_o+1} – частота післямодального інтервалу.

Формула ґрунтується на припущенні, що відстані від нижньої межі модального інтервалу до моди і від моди до верхньої межі модального інтервалу прямо пропорційні різницям між чисельностями (частотами) модального інтервалу і інтервалів, що прилягають до нього.

Розрахунок моди в інтервальному варіаційному ряду розподілу покажемо на прикладі визначення модального віку неодружених чоловіків за даними перепису населення України 1989 р.:

Таблиця 4.2

Вік, років	До 20	20–29	30–39	40–49	50–59	60–69	70 і старші	Всього
Частка вікової групи, %	4,9	20,1	15,5	15,2	17,0	13,0	14,3	100,0

Модальний віковий інтервал становить від 20 до 29 років, тому що йому відповідає найбільша частота (20,1). Модальний вік дорівнюватиме:

$$M_o = 20 + 9 \cdot \frac{20,1 - 4,9}{(20,1 - 4,9) + (20,1 - 15,5)} = 26,9,$$

тобто найпоширенішим віком серед неодружених чоловіків є вік близько 27 років.

Медіаною називають таке значення ознаки, яке поділяє ранжирований ряд розподілу на дві рівні частини, тобто значення, яке перебуває в середині ряду розподілу. Якщо в дискретному варіаційному ряду $2m + 1$ випадків, то значення ознаки у випадку $m + 1$ є медіанним. Якщо в ряду парне число $2m$ випадків, медіану визначають як середню арифметичну з двох середенних значень. Наприклад, якщо 15 районів області розташувати у порядку зростання, тобто в ранжирований ряд за коефіцієнтом народжуваності, то коефіцієнт народжуваності восьмого району буде медіанним. Якщо ж кількість районів буде 16, то медіаною буде середнє значення коефіцієнтів народжуваності восьмого і дев'ятого районів.

Медіану з парним і непарним числом варіант у дискретному ряду розподілу обчислюють за формулами:

$$Me = \frac{x_m + x_{m+1}}{2}; Me = x_{m+1}.$$

В інтервальному варіаційному ряду розподілу медіану визначають за формулою:

$$Me = x_{Me} + h \cdot \frac{\frac{1}{2} \sum f - S_{Me-1}}{f_{Me}},$$

де x_{Me} – нижня (мінімальна) межа медіанного інтервалу; h – величина інтервалу; $0,5 \sum f$ – половина суми нагромаджених частот інтервального ряду розподілу; S_{Me-1} – сума нагромаджених частот інтервалу, що передуює медіанному; f_{Me} – частота медіанного інтервалу.

Для визначення медіани в інтервальному варіаційному ряду розподілу треба обчислити нагромаджені частоти і відшукати медіанний інтервал. Під *нагромадженими частотами* розуміють наростаючий підсумок частот,

починаючи з першого інтервалу. *Медіанним* є той інтервал, на який припадає перша нагромаджена частота, що перевищує половину всього обсягу сукупності.

Обчислимо медіану за даними цього самого інтервального ряду розподілу (табл.1.8).

Порядковий номер центрального варіанта відповідає частці 50. У графі нагромаджених частот цей варіант знаходиться в групі 40 – 49 років. Медіанний вік дорівнюватиме:

$$Me = 40 + 9 \cdot \frac{\frac{1}{2} \cdot 100 - 40,5}{15,2} = 45,6.$$

Половина неодружених чоловіків знаходиться у віці до 45,6 років, а інша – старші за 45,6 років.

В одномодальних симетричних рядах розподілу середня арифметична, мода і медіана збігаються: $\bar{x} = Mo = Me$.

Моду і медіану застосовують звичайно в тих випадках, коли визначати середню арифметичну недоцільно. Так, немає сенсу обчислювати середній розмір одягу і взуття, що їх виробляють фабрики. Для цього досить знати модальні розміри одягу і взуття, тобто ті, які користуються найбільшим попитом у населення з тим, щоб фабрики, плануючи своє виробництво, могли якомога краще задовольнити попит покупців саме на ці розміри одягу і взуття.

Медіана широко використовується при проектуванні місць будівництва об'єктів масового обслуговування населення (шкільних та дошкільних закладів, кінотеатрів, підприємств служби побуту і торгівлі тощо). Наприклад, продовольчий магазин у сільському селищі доцільно розташувати в такій точці, щоб він обслуговував половину кількості мешканців селища, а не розташовувався точно в середині його.

Додатково до медіани для характеристики структури варіаційного ряду розподілу обчислюють кватилі, які поділяють ранжирований ряд на 4 рівні частини, і децилі, які поділяють ранжирований ряд на 10 рівних частин. Другий

квартиль дорівнює медіані, а перший і третій – обчислюють аналогічно розрахунку медіані, тільки замість медіанного інтервалу беруть для першого квартиля інтервал, в якому знаходиться варіанта, що відокремлює 1/4 кількості частот, а для третього квартиля – інтервал, в якому знаходиться варіанта, що відокремлює 3/4 кількості частот.

В інтервальному ряду розподілу перший і третій квартиль розраховують за такими формулами:

$$\text{перший квартиль } Q_1 = x_0 + h \cdot \frac{0,25 \sum f - S_{Q_1-1}}{f_{Q_1}};$$

$$\text{третій квартиль } Q_3 = x_0 + h \cdot \frac{0,75 \sum f - S_{Q_3-1}}{f_{Q_3}},$$

де x_0 – нижні (мінімальні) межі квартильних інтервалів; h – величина інтервалу; $\sum f$ – сума нагромаджених частот ряду розподілу; S_{Q_1-1} і S_{Q_3-1} – нагромажені частоти інтервалу, що передують інтервальному відповідно для першого і третього квартилів; f_{Q_1} і f_{Q_3} – частоти квартильних інтервалів.

В інтервальному ряду розподілу децилі визначають за такою формулою:

$$D = x_0 + h \cdot \frac{0,1 \sum f - S_{D-1}}{f_D},$$

де x_0 – нижня (мінімальна) межа відповідного децильного інтервалу; h – величина інтервалу; S_{D-1} – сума нагромаджених частот інтервалів, що передують децильним; f_D – частоти відповідних децильних інтервалів.

4.4. Показники варіації

Середні величини (\bar{x} , Mo , Me) як показники центральної тенденції, характеризуючи варіаційний ряд одним числом, не враховують варіацію (коливання) ознаки, хоча вона має місце. В середній відображаються загальні умови, притаманні всій даній сукупності, але не відображаються індивідуальні

часткові умови, що породжують варіацію у окремих одиниць сукупності. Середні величини також не показують як окремі значення досліджуваної ознаки групуються навколо середньої, чи зосереджені вони поблизу, чи значно відхиляються від неї. Середня даючи узагальнену характеристику всієї сукупності, не показує характер варіації ознаки та ступінь її коливання. Два ряди розподілу, що мають однакову середню величину, можуть значно відрізнятися один від одного за ступенем варіації величини досліджуваної ознаки.

В зв'язку з цим середня величина як показник центральної тенденції не дає вичерпної характеристики положення статистичного розподілу. Виникає необхідність вивчення варіації ознак, використовуючи для цієї мети специфічні показники міри розсіювання.

Аналізуючи одержанні в процесі статистичного спостереження дані про ту чи іншу ознаку можна виявити чисельні відмінності між окремими одиницями сукупності. Відомо, що в певних межах коливаються показники, продуктивності праці, заробітної плати, рівня злочинності, відсотка розкриття злочинів, віку злочинців та ін.

Варіацією ознаки називають наявність відмінностей в чисельних значеннях ознак у одиниць сукупності. Термін "варіація" походить від латинського слова *variatio* – зміна, коливання, відмінність. Варіація є властивістю статистичної сукупності. Вона зумовлена множиною взаємопов'язаних між собою необхідних та випадкових, внутрішніх і зовнішніх факторів, серед яких є основні та другорядні. Основні фактори формують центр розподілу, другорядні – варіацію ознак, спільна їх дія – форму розподілу.

За ступенем варіації можна робити висновки про багато сторін процесу розвитку досліджуваних явищ, зокрема про однорідність сукупності, стійкість індивідуальних значень ознаки, типовість середньої, взаємозв'язок між ознаками одного і того самого явища і ознаками різних явищ.

Вимірювання варіації дає змогу оцінити ступінь впливу на досліджувану ознаку інших варіюючих ознак. Показники варіації слугують характеристикою

типовості, надійності середньої величини. Чим менша варіація, тим середня більш типова, і навпаки – чим більш індивідуальні значення ознаки варіюють, коливаються навколо середньої, тим вона менш типова.

Основними завданнями вивчення варіації ознак є: 1) визначення міри варіації, тобто кількісного її вимірювання. Це завдання вирішується за допомогою розрахунку спеціальних показників варіації; 2) вивчення причин, які викликають варіацію, причинно-наслідкова оцінка характеру розсіювання, що передбачає дослідження закономірностей випадкової варіації в статистичних сукупностях; 3) розкладання загальної варіації ознаки на варіацію, що породжується систематичними та випадковими причинами.

Для вимірювання варіації ознаки застосовуються різні показники. Відповідно з визначенням варіація вимірюється ступенем коливання варіантів ознаки від рівня їх середньої величини. Саме на цьому і ґрунтується більшість показників, які застосовуються в статистиці для вимірювання варіації ознаки в сукупності.

Всі показники варіації поділяються на дві групи: абсолютні та відносні. До абсолютних відносяться розмах варіації, середнє лінійне відхилення, дисперсія, середнє квадратичне відхилення, середнє квартальне відхилення. Друга група показників розраховується як відношення абсолютних показників варіації до середньої арифметичної (або медіани). Відносними показниками варіації є коефіцієнт осциляції, варіації, відносне лінійне відхилення та ін. Кожний з названих показників має певні аналітичні переваги при вирішенні тих чи інших статистичних задач. Вибір того чи іншого показника залежить від конкретних завдань статистичного аналізу і наявної інформації.

Розглянемо перелічені показники варіації більш докладно.

Розмах варіації

Найпростішим показником варіації є розмах варіації, який являє собою різницю між максимальним і мінімальним значеннями ознаки.

$$R = x_{\max} - x_{\min} .$$

В інтервальних рядах розподілу розмах варіації визначають як різницю між верхньою межею останнього та нижньою межею першого або як різницю між серединами інтервалів.

Безумовною перевагою показника розмаху варіації є простота його розрахунку. Однак він не може в повній мірі охарактеризувати варіацію ознаки, оскільки не враховує всіх значень ознаки, проміжних між максимальним та мінімальним значеннями. Не враховує він і частот. Особливість показника розмаху варіації полягає у тому, що він залежить лише від двох крайніх значень ознаки, які можуть виявитися не достатньо типовими. В зв'язку з цим розмах варіації відображає інколи випадкове, а не типове для даного ряду коливання. Зазначені недоліки розмаху варіації звужують область його практичного застосування. В основному він використовується для попередньої оцінки варіації. Тому необхідні інші показники варіації, які ґрунтуються на всіх значеннях ознаки в даній сукупності.

Більш досконалим показником вимірювання варіації є середнє лінійне та середнє квадратичне відхилення, які усувають зазначені вище недоліки розмаху варіації.

Середнє лінійне відхилення

Середнє лінійне відхилення являє собою середню арифметичну з абсолютних значень відхилень окремих варіант від середньої арифметичної.

$$\begin{array}{cc} \text{просте} & \text{зважене} \\ \bar{l} = \frac{\sum |x - \bar{x}|}{n}; & \bar{l} = \frac{\sum |x - \bar{x}| f}{\sum f}. \end{array}$$

Показник середнього лінійного відхилення більш обґрунтований порівняно з розмахом варіації. Він не залежить від випадкових коливань крайніх значень, оскільки спирається на всі значення ознаки, враховує всю суму відхилень індивідуальних варіантів від середньої арифметичної та частоти.

Однак і цей показник варіації має суттєві недоліки. Основним є те, що в ньому не враховуються знаки (спрямованість) відхилень. Довільне відкидання

алгебраїчних знаків відхилень призводить до того, що математичні властивості цього показника є далеко не елементарними, а це значно ускладнює використання середнього лінійного відхилення при розв'язанні задач, пов'язаних з ймовірнісними розрахунками. Тому середнє лінійне відхилення використовується рідко.

Намагання скласти показник варіації, який би усував недоліки розмаху варіації та середнього лінійного відхилення призводить до дисперсії та середнього квадратичного відхилення.

Дисперсія

Дисперсією називають середній квадрат відхилень індивідуальних значень ознаки від середньої арифметичної. Її визначають за формулами:

<p>проста</p> $\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n};$	<p>зважена</p> $\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f}.$
--	--

Математичні властивості дисперсії

Дисперсія володіє рядом математичних властивостей, які дають змогу спростити розрахунки. Розглянемо їх.

1. Дисперсія постійної величини дорівнює нулю:

$$\sigma_{A \text{ const}}^2 = 0.$$

Ця властивість випливає з того, що дисперсія є показником розсіювання варіант навколо середньої арифметичної, а середня арифметична постійної величини дорівнює цій величині.

2. Якщо з усіх значень варіант відняти постійну величину (x_0), то дисперсія не зміниться:

$$\sigma_{(x_i - x_0)}^2 = \sigma^2.$$

Це означає, що дисперсію можна розрахувати не за даними значення ознаки, а за відхиленнями від будь-якого постійного числа.

3. Якщо всі значення варіант зменшити (збільшити) в одне й те саме число разів (h), то дисперсія зменшиться (збільшиться) в h^2 разів, а середнє квадратичне відхилення в h разів:

$$\sigma_{\frac{x}{h}}^2 = \sigma^2 : h^2.$$

Це означає, що всі значення ознаки можна поділити на постійне число (наприклад, на величину інтервалу), обчислити середнє квадратичне відхилення, а потім помножити його на це постійне число:

$$\sigma_x = \sigma_{\frac{x}{h}} \cdot h.$$

4. Якщо обчислити середній квадрат відхилень від будь-якої величини A , в тому чи іншому ступені відмінної від середньої арифметичної (\bar{x}), то він завжди буде більше середнього квадрата відхилень, обчисленого від середньої арифметичної:

$$\sigma_A^2 > \sigma^2.$$

При цьому більше на цілком певну величину – квадрат різниці між середньою та цією умовно взятою величиною, тобто на $(\bar{x} - A)^2$

$$\sigma_A^2 = \sigma^2 + (\bar{x} - A)^2,$$

або

$$\sigma^2 = \sigma_A^2 - (\bar{x} - A)^2 = \frac{\sum (x - A)^2 f}{\sum f} - (\bar{x} - A)^2,$$

де σ^2 – середній квадрат відхилень від середньої арифметичної;

σ_A^2 – середній квадрат відхилень від довільної величини A .

Це означає, що дисперсія від середньої завжди менша дисперсій, обрахованих від будь-яких інших довільних величин, тобто вона має властивість мінімальності.

Ряд властивостей дисперсії ґрунтується на рівності:

$$\sigma^2 = \bar{x}^2 - (\bar{x})^2,$$

тобто дисперсія дорівнює різниці між середньою з квадратів варіант та квадратом середньої. Ця рівність випливає з того, що якщо довільну величину A прирівняти до нуля, то попередня формула дисперсії приймає вигляд:

$$\sigma^2 = \bar{x}^2 - (\bar{x})^2 = \frac{\sum x^2 f}{\sum f} - \left(\frac{\sum xf}{\sum f} \right)^2.$$

Ця формула широко використовується в статистиці для спрощеного розрахунку дисперсії.

Використання зазначених вище властивостей дисперсії дає змогу спростити її обчислення. Так, використовуючи другу і третю властивості в ряду розподілу з рівними інтервалами, дисперсію можна обчислити способом відліку від умовного нуля (способом моментів) за формулою:

$$\sigma^2 = \frac{\sum \left(\frac{x - x_0}{h} \right)^2 f}{\sum f} h^2 - (\bar{x} - x_0)^2,$$

де h – величина інтервалу; x_0 – початок відліку.

Середнє квадратичне відхилення

Середнє квадратичне відхилення одержують шляхом добування кореня квадратного з дисперсії:

<p>просте</p> $\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}};$	<p>зважене</p> $\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f}}.$
---	---

Змістовне значення середнього квадратичного відхилення таке саме, як і середнього лінійного відхилення. Воно показує на скільки в середньому відхиляються індивідуальні значення варіант від їх середнього значення.

Середнє квадратичне відхилення є критерієм надійності середньої. Чим менше воно, тим краще середня арифметична відображає всю досліджувану сукупність. Перевага середнього квадратичного відхилення порівняно з

середнім лінійним відхиленням полягає у тому, що при розрахунку ніякого умовного припущення про підсумовування відхилень без врахування знаків не допускається, оскільки всі відхилення підносяться до квадрату.

Середнє квадратичне відхилення ще називають стандартним відхиленням. Воно як розмах варіації й середнє лінійне відхилення є величиною іменованою та виражається в тих самих одиницях вимірювання, що й варіанти досліджуваної ознаки і середня величина (ц, кг, грн., м, і т. д.).

Дисперсія і середнє квадратичне відхилення широко застосовуються на практиці. Пояснюється це тим, що вони входять в більшість теорем, які є фундаментом математичної статистики. Крім того, дисперсія може бути розкладена на складові елементи, які дають змогу оцінити вплив різних факторів, що зумовлюють варіацію досліджуваної ознаки.

Якщо показником центру розподілу використовується медіана, то для характеристики варіації можна застосувати так зване квартільне відхилення:

$$Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2},$$

де Q_1 і Q_3 – відповідно перший і третій квартилі розподілу.

Цей показник також можна застосувати замість розмаху варіації, щоб запобігти недоліків, пов'язаних з використанням крайніх значень ознаки.

При порівнянні коливання сукупностей, що мають різні одиниці вимірювання та значення середніх величин, робити висновки про ступінь варіації за середнім лінійним і середнім квадратичним відхиленнями важко. Тому з метою одержання порівнянних даних необхідно від абсолютних показників варіації перейти до відносних. Ці показники розраховуються як відношення абсолютних показників варіації до середньої арифметичної (медіани). Використовуючи за абсолютні показники варіації розмах варіації, середнє лінійне відхилення, середнє квадратичне відхилення та квартільне відхилення, одержимо відносні показники коливання (найчастіше вони виражаються у відсотках):

коефіцієнт осциляції: $V_R = \frac{R}{\bar{x}} \cdot 100\%$;

відносне лінійне відхилення: $V_{\bar{l}} = \frac{\bar{l}}{\bar{x}} \cdot 100\%$;

коефіцієнт варіації: $V_{\sigma} = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\%$;

відносне кuartільне відхилення:

$$V_Q = \frac{Q}{\bar{x}} \cdot 100\% , \text{ або } V_Q = \frac{Q}{Me} \cdot 100\% , \text{ або } V_Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2Q_2} \cdot 100\% ,$$

де Q – кuartільне відхилення; Q_1 – перший кuartіль; Q_2 – медіана; Q_3 – третій кuartіль.

Враховуючи, що середнє квадратичне відхилення дає узагальнену характеристику коливання всіх варіантів сукупності, коефіцієнт варіації є показником відносної варіації, що найчастіше застосовується. Його застосовують не тільки для порівняльної оцінки варіації, але й для характеристики однорідності сукупності. При цьому виходять з того, що якщо коефіцієнт варіації менше 33%, то сукупність вважається однорідною (для розподілів близьких до нормального).

Розрахунок перелічених показників варіації здійснимо за даними про розподіл підприємств області за обсягом сплаченого прибуткового податку у розрахунку на одне підприємство (табл. 4.3.).

Спочатку обчислимо необхідні середні величини.

Середній обсяг прибуткового податку у розрахунку на одне підприємство дорівнює

$$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{2026}{100} = 20,26 \text{ тис. грн.}$$

Перший кuartіль

$$Q_1 = 10 + 6 \frac{0,25 \cdot 100 - 15}{24} = 12,5 \text{ тис. грн.}$$

Дані для розрахунку середнього лінійного і середнього квадратичного
відхилень

Обсяг сплаченого податку, тис. грн.	Середина інтервалу x	Кількість підприємств, % f	xf	$ x - \bar{x} $	$ x - \bar{x} f$	$(x - \bar{x})^2$	$(x - \bar{x})^2 f$
До 10	7	15	105	13,26	198,9	175,8276	2637,414
10 – 16	13	24	312	7,26	174,24	52,7076	1264,982
16 – 22	19	17	323	1,26	21,42	1,5876	26,9892
22 – 28	25	21	525	4,74	99,54	22,4676	471,8196
28 – 34	31	15	465	10,74	161,1	115,3476	1730,214
34 і більше	37	8	296	16,74	133,92	280,2276	2241,821
Разом	\bar{x}	100	2026	\bar{x}	789,12	\bar{x}	8373,24

Медіана

$$Q_2 = 16 + 6 \frac{0,5 \cdot 100 - 39}{17} = 19,88 \text{ тис. грн.}$$

Третій кuartіль

$$Q_3 = 22 + 6 \frac{0,75 \cdot 100 - 56}{21} = 27,43 \text{ тис. грн.}$$

Абсолютні показники варіації

Розмах варіації:

$$R = x_{\max} - x_{\min} = 40 - 4 = 36 \text{ тис. грн.}$$

Середнє лінійне відхилення:

$$\bar{l} = \frac{\sum |x - \bar{x}| f}{\sum f} = \frac{789,12}{100} = 7,89 \text{ тис. грн.}$$

Дисперсія:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f} = \frac{8373,24}{100} = 83,73 \text{ тис. грн.}$$

Середнє квадратичне відхилення:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{83,73} = 9,15 \text{ тис. грн.}$$

Квартільне відхилення:

$$Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2} = \frac{27,43 - 12,5}{2} = 7,47 \text{ тис. грн.}$$

Відносні показники варіації

Коефіцієнт осциляції:

$$V_R = \frac{R}{\bar{x}} \cdot 100\% = \frac{36}{20,26} \cdot 100\% = 177,7\% .$$

Відносне лінійне відхилення:

$$V_{\bar{l}} = \frac{\bar{l}}{\bar{x}} \cdot 100\% = \frac{7,89}{20,26} \cdot 100\% = 38,9\% .$$

Коефіцієнт варіації:

$$V_{\sigma} = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\% = \frac{9,15}{20,26} \cdot 100\% = 45,2\% .$$

Відносне квартільне відхилення:

$$V_Q = \frac{Q}{Me} \cdot 100\% = \frac{7,47}{19,88} \cdot 100\% = 37,6\% .$$

Види дисперсій і правило їх додавання

Вивчаючи коливання ознаки в цілому по всій сукупності і спираючись на загальну дисперсію, ми не можемо визначити вплив окремих факторів на варіацію ознаки, що нас цікавить. Це завдання можна вирішити за допомогою побудови статистичних групувань. Якщо досліджувану сукупність поділити на окремі сукупності (групи) за ознакою, що нас цікавить, то це дасть змогу розкласти загальну дисперсію ознаки на дві дисперсії, одна з яких буде характеризувати частину варіації, зумовлену впливом фактору, покладеного в

основу групування, а друга – варіацію, що виникає під впливом інших факторів (крім фактора, покладеного в основу групування). Таким чином, для сукупності поділеної на групи за якою-небудь ознакою, можна визначити такі види дисперсій: загальну, міжгрупову і внутрішньогрупову.

Загальна дисперсія ($\sigma_{заг}^2$) характеризує коливання (варіацію) ознаки під впливом всіх умов (факторів), що викликали цю варіацію. Вона обчислюється як відношення суми квадратів відхилень індивідуальних значень ознаки (x_i) від загальної середньої (\bar{x}_0) до числа одиниць сукупності:

проста	зважена
$\sigma_{заг}^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x}_0)^2}{n};$	$\sigma_{заг}^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x}_0)^2 f}{\sum f}.$

Міжгрупова (факторна) дисперсія ($\sigma_{м.гр}^2$) характеризує варіацію ознаки під впливом досліджуваного фактора (умови), покладеного в основу групування. Вона обчислюється як відношення суми квадратів відхилень групових середніх (\bar{x}_i) від загальної середньої до числа одиниць сукупності:

проста	зважена
$\sigma_{м.гр}^2 = \frac{\sum (\bar{x}_i - \bar{x}_0)^2}{n};$	$\sigma_{м.гр}^2 = \frac{\sum (\bar{x}_i - \bar{x}_0)^2 f_i}{\sum f_i},$

де \bar{x}_i і f_i – групові середні і чисельності по окремих групах.

Внутрішньогрупова дисперсія ($\sigma_{в.гр}^2$) характеризує варіацію ознаки, зумовлену не врахованими при групуванні факторами. Вона залежить від умови (фактора), покладеного в основу групування і характеризує варіацію ознаки тільки за рахунок умов і факторів, що діють всередині групи. Для окремих груп внутрішньогрупова варіація розраховується як відношення суми квадратів відхилень індивідуальних значень ознаки (x_i) від групових середніх (\bar{x}_i) до числа одиниць сукупності:

проста

$$\sigma_{\text{в.гр}}^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x}_i)^2}{n};$$

зважена

$$\sigma_{\text{в.гр}}^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x}_i)^2 f_i}{\sum f_i},$$

Вона може бути також визначена як середня арифметична зважена з групових дисперсій (σ_i^2):

$$\sigma_{\text{в.гр}}^2 = \frac{\sum \sigma_i^2 f_i}{\sum f_i}.$$

Усі три згадані дисперсії пов'язані між собою такою рівністю: величина загальної дисперсії дорівнює сумі величин міжгрупової та внутрішньогрупової дисперсій:

$$\sigma_{\text{заг}}^2 = \sigma_{\text{м.гр}}^2 + \sigma_{\text{в.гр}}^2.$$

Ця рівність дістала назву *правила додавання дисперсій*.

Зіставленням міжгрупової та загальної дисперсій (відповідно обсягів варіації) можна визначити ступінь впливу факторної ознаки, покладеної в основу групування, на коливання результативної ознаки. При цьому визначають так зване *кореляційне відношення*:

$$\eta^2 = \frac{\sigma_{\text{м.гр}}^2}{\sigma_{\text{заг}}^2} = \frac{W_{\text{м.гр}}}{W_{\text{заг}}},$$

яке характеризує частку варіації, зумовлену факторною ознакою.

Решта варіації

$$\frac{\sigma_{\text{в.гр}}^2}{\sigma_{\text{заг}}^2} = \frac{W_{\text{в.гр}}}{W_{\text{заг}}} = 1 - \eta^2$$

визначається неврахованими при групуванні випадковими причинами.

Правило додавання дисперсій знаходить широке практичне застосування в статистичному аналізі оцінки істотності і ступеня впливу окремих факторів на загальне коливання результативних ознак.

Розглянемо порядок визначення загального обсягу варіації та дисперсій, їх розкладання на міжгрупову та внутрішньогрупову на такому прикладі.

В області вибірково вивчався вплив рівня безробіття (відношення чисельності безробітних до чисельності активного населення, %) на коефіцієнт (рівень) злочинності (кількість зареєстрованих злочинів на 1000 чол. всього населення). Було сформовано 3 варіанта обстеження за рівнем безробіття і 4 повторності за коефіцієнтом злочинності, всього було обстежено 12 районів (табл. 4.4).

Аналіз даних таблиці показує, що коефіцієнт злочинності коливається як внаслідок впливу рівня безробіття (за варіантами обстеження), так і в межах того самого варіанта обстеження згідно з повтореннями. Отже, на коефіцієнт злочинності крім рівня безробіття впливають також інші фактори.

Таблиця 4.4

Вплив рівня безробіття на коефіцієнт (рівень) злочинності

Варіант обстеження	Рівень безробіття, %	Коефіцієнт злочинності за повтореннями злочинів, x_i				Сума $\sum x_i$	Середнє \bar{x}_i
		I	II	III	IV		
1	до 5	9,5	8,9	9,2	10,4	38,0	9,5
2	6 – 9	11,4	12,9	12,5	11,2	48,0	12,0
3	понад 9	14,7	15,0	15,4	14,9	60,0	15,0
Сума	–	35,6	36,8	37,1	36,5	146,0	12,2

Потрібно визначити загальний обсяг варіації коефіцієнта злочинності, поділивши його на варіацію, пов'язану з впливом рівня безробіття (міжгрупову варіацію), і варіацію, зумовлену факторами, що не враховуються в обстеженні (внутрішньогрупову або остаточну варіацію).

Для визначення загальної середньої для всього варіанта обстеження, а також середніх для кожного варіанта знайдемо суми вихідних даних по рядках та колонках і поділимо їх на відповідну кількість повторень (на 4 при

обчисленні середньої для кожного варіанта обстеження і на 12 при визначенні середньої для всіх спостережень).

Середні становитимуть для варіанта обстеження:

а) першого $\bar{x}_1 = \frac{\sum x_1}{n} = \frac{38,0}{4} = 9,5$ злочини;

б) другого $\bar{x}_2 = \frac{\sum x_2}{n} = \frac{48,0}{4} = 12,0$ злочинів;

в) третього $\bar{x}_3 = \frac{\sum x_3}{n} = \frac{60,0}{4} = 15,0$ злочинів;

г) по всьому обстеженню $\bar{x}_0 = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{146}{4} = 12,2$ злочини,

або

$$\bar{x}_0 = \frac{\sum \bar{x}}{n} = \frac{9,5 + 12,0 + 15,0}{3} = \frac{36,5}{3} = 12,2 \text{ злочини.}$$

Введемо такі умовні позначення: m – число варіантів обстеження ($m = 3$); n – число повторень ($n = 4$); N – загальна кількість спостережень ($N = m \cdot n = 3 \cdot 4 = 12$).

Для обчислення відповідних сум квадратів відхилень і дисперсій піднесемо коефіцієнт злочинності до квадрата (табл. 4.5).

Обчислимо суми квадратів відхилень, що характеризують загальну, міжгрупову і внутрішньогрупову варіації:

а) загальна

$$W_{\text{заг}} = \sum x_i^2 - N\bar{x}_0^2 = 1840,58 - 12 \cdot 12,2^2 = 1840,58 - 1786,08 = 54,50;$$

б) міжгрупова

$$W_{\text{м.гр}} = n \left(\sum \bar{x}_i^2 - m \cdot \bar{x}_0^2 \right) = 4 \left(459,25 - 3 \cdot 12,2^2 \right) = 4 \left(459,25 - 446,52 \right) = 50,92;$$

в) внутрішньогрупова, або остаточна для всіх груп (варіантів обстеження):

для першого варіанта обстеження

$$W'_{\text{в.гр}} = \sum x_1^2 - n\bar{x}_1^2 = 362,26 - 4 \cdot 9,5^2 = 362,26 - 361,0 = 1,26;$$

Квадрати коефіцієнта злочинності

Варіант обстеження	Рівень безробіття, %	Квадрат коефіцієнта злочинності, $(x_i)^2$				Сума квадратів $\sum x_i^2$	Квадрат середніх $(\bar{x}_i)^2$
		I	II	III	IV		
1	до 5	90,25	79,21	84,64	108,16	362,26	90,25
2	6 – 9	129,96	166,41	156,25	125,44	578,06	144,0
3	понад 9	216,09	225,0	237,16	222,01	900,26	225,0
Сума	–	436,30	470,62	478,05	455,61	1840,58	459,25

для другого варіанта обстеження

$$W''_{в.зр} = \sum x_2^2 - n\bar{x}_2^2 = 578,06 - 4 \cdot 12,0^2 = 578,06 - 576,0 = 2,06;$$

для третього варіанта обстеження

$$W'''_{в.зр} = \sum x_3^2 - n\bar{x}_3^2 = 900,26 - 4 \cdot 15,0^2 = 900,26 - 900,0 = 0,26.$$

Загальна сума внутрішньогрупової варіації

$$W_{в.зр} = W'_{в.зр} + W''_{в.зр} + W'''_{в.зр} = 1,26 + 2,06 + 0,26 = 3,58.$$

Цю саму суму можна знайти й іншим способом, виходячи із правила додавання (розкладання) варіації:

$$W_{в.зр} = W_{заг} - W_{м.зр} = 54,50 - 50,92 = 3,58.$$

Таким чином, можна записати, що:

$$W_{заг} = W_{м.зр} + W_{в.зр};$$

$$54,50 = 50,92 + 3,58;$$

$$100,0\% = 93,4\% + 6,6\%.$$

Отже, загальну варіацію коефіцієнта злочинності (54,50) розкладено на систематичну, зумовлену впливом рівня безробіття (50,92) і випадкову, спричинену дією неврахованих у обстеженні факторів (3,58).

За вказаними сумами квадратів відхилень можна обчислити загальну міжгрупову і внутрішньогрупову дисперсії:

$$\sigma_{заг}^2 = \frac{W_{заг}}{N} = \frac{54,50}{12} = 4,54;$$

$$\sigma_{м.гp}^2 = \frac{W_{м.гp}}{N} = \frac{50,92}{12} = 4,24;$$

$$\sigma_{в.гp}^2 = \frac{W_{в.гp}}{N} = \frac{3,58}{12} = 0,30.$$

За правилом додавання дисперсій можна записати:

$$\sigma_{заг}^2 = \sigma_{м.гp}^2 + \sigma_{в.гp}^2;$$

$$4,54 = 4,24 + 0,30.$$

Отже, доведено, що загальна дисперсія дорівнює сумі міжгрупової і внутрішньогрупової дисперсій.

Порівнюючи між собою міжгрупову і загальну дисперсії, можна визначити відносний показник, який називають кореляційним відношенням, за допомогою якого визначають ступінь впливу досліджуваного фактора на результативну ознаку.

Кореляційне відношення, що характеризує ступінь впливу рівня безробіття на коефіцієнт (рівень) злочинності, становить:

$$\eta^2 = \frac{\sigma_{м.гp}^2}{\sigma_{заг}^2} = \frac{4,24}{4,50} = 0,934 \text{ або } 93,4\%.$$

Такий самий результат дістанемо і при порівнянні сум квадратів відхилень між групової і загальної варіації:

$$\eta^2 = \frac{W_{м.гp}}{W_{заг}} = \frac{50,92}{54,50} = 0,934 \text{ або } 93,4\%.$$

Отже, 93,4% загального коливання коефіцієнта злочинності припадає на рівень безробіття, а 6,6% (100 – 93,4) зумовлено іншими випадковими факторами, які не було врахованого при обстеженні.

4.5. Питання для самоконтролю

1. Що називають статистичним показником?
2. Які вимоги пред'являють статистичним показникам?
3. Що характеризують абсолютні величини? Їх види.
4. Як розрізняються абсолютні величини за одиницями виміру?
5. Що характеризують відносні статистичні величини?
6. Способи їх представлення.
7. Дати характеристику видам відносних величин.
8. Яке значення має середня величина в статистиці?
9. В яких випадках використовується середня арифметична? Навести формули для розрахунку середньої арифметичної простої і зваженої.
10. В яких випадках використовується середня гармонічна? Навести формули для розрахунку середньої гармонічної простої і зваженої.
11. В яких випадках використовується середня квадратична? Формули для її обчислення.
12. В яких випадках використовується середня геометрична та як вона обчислюється?
13. Які середні величини використовуються в статистичних рядах розподілу?
14. Що називається модою ряду розподілу?
15. Що називається медіаною ряду розподілу?
16. В чому суть варіації та її необхідності при статистичному вивченні?
17. Види основних показників варіації.

ТЕМА 5. ВИБІРКОВЕ СПОСТЕРЕЖЕННЯ

5.1. Суть вибіркового спостереження

При статистичному обстеженні різних явищ суспільного життя часто доводиться зустрічатися з прикладами недоцільності або неможливості проведення *суцільного спостереження*, тобто вивчення всіх одиниць сукупності. Так, недоцільно проводити обстеження бюджетів сімей в обсязі всієї країни, так як це було б зв'язане із залученням тисяч статистиків та значними матеріальними витратами. Практично неможливо на підприємстві для контролю якості хлібобулочних виробів, консервів тощо проводити суцільний контроль, так як це приведе до пошкодження або знищення всій партії продуктів. Тому у випадках, коли суцільне спостереження неможливо або недоцільно, використовують *несуцільне спостереження*, різновидом якого є *вибіркове (вибірка)*. Цей вид спостереження широко використовується в соціологічних дослідженнях бюджетів сімей, обстеженні якості продуктів харчування, обстеженні домогосподарств, маркетингових дослідженнях, аудиторських перевірках тощо. Крім того, вибіркового метод використовується для прискорення обробки матеріалів суцільного спостереження, перевірки правильності даних переписів, проведення спостережень.

При вибіркового спостереженні обстежуються не всі одиниці явища, що вивчається, а лише частина їх, за якими можна робити висновки про все явище в цілому. Такі спроби робились ще у XVIII ст., але вони були досить наближеними і не гарантували точності результату. Минуло більше століття до розробки наукового підходу у вибіркового спостереженні, що дає «певну і досить визначену точність» (Ф. Йейтс, відомий англійський статистик). Вагомий внесок в розробку математичного методу вибіркового спостереження внесли Бернуллі (1743 р.), Пуасон (1837 р.), вітчизняні вчені П.Л. Чебишев, А.А. Марков, А.М. Ляпунов, А.М. Колмогоров, А.Я. Хінчин та ін.

Використання вибіркового методу замість суцільного спостереження дає можливість зберігати трудові ресурси і кошти, провести спостереження в стислі строки та отримати кінцеві результати в більш коротші терміни часу.

Вибірковий метод використовується для опису явищ (процесів) суцільного життя з ймовірних позицій при використанні закону великих чисел.

Всі одиниці явища називаються *генеральною сукупністю*, а окрема частина цих одиниць, відібраних із генеральної сукупності для безпосереднього спостереження, називається *вибірковою сукупністю*. Кажуть, що вибірка сукупність репрезентує (представляє) всю генеральну сукупність.

Об'єктивну гарантію репрезентативності отриманої вибірки дає використання відповідних науково обґрунтованих *способів відбору* одиниць вибіркової сукупності:

а) вибірка з генеральної сукупності повинна бути проведена *випадково*, тобто кожна її одиниця повинна мати таку ж ймовірність потрапити у вибірку (так, наприклад, відібрані найкращі або найгірші одиниці не відображають дійсний розподіл ознаки в генеральній сукупності);

б) вибірка має бути здійснена із однорідної сукупності, так як за інших обставин результати вибірки будуть не точними і не можуть в повній мірі репрезентувати генеральну сукупність.

При створенні випадкової вибірки можливі два підходи:

1) *відбір при жеребкуванні* заздалегідь занумерованих одиниць генеральної сукупності;

2) використання *таблиць випадкових чисел*.

В першому підході розрізняють два принципово різних способи формування вибіркової сукупності:

а) *повторна вибірка*, коли відібрана з генеральної сукупності занумерована одиниця фіксується і знов повертається на своє місце, після чого пачка номерів одиниць генеральної сукупності ретельно перемішується; цей спосіб відбору на практиці є обмеженим із-за недоцільності, а іноді й неможливості повторного обстеження;

б) *безповторна вибірка*, коли відібраний із пачки номер одиниці генеральної сукупності відкладається в сторону і не повертається назад в пачку; цей спосіб відбору характеризується підвищеним ступенем точності, надійності вибірки і найчастіше використовується на практиці.

При другому підході із таблиці випадкових чисел відбирають n чисел із любого рядка або стовпця таблиці, кількість яких не перевищує N чисел генеральної сукупності; потім відбирають будь-яким способом ті одиниці заздалегідь занумерованої сукупності із n чисел, які відповідають відібраним числам таблиці, що і складає вибірку сукупності.

В статистичній практиці розрізняють такі різновиди вибірки:

- а) за способом організації вибіркового обстеження;
- б) за ступенем охоплення одиниць обстежуваної сукупності.

За *способом організації* використовують наступні види вибірки:

- 1) проста випадкова вибірка;
- 2) механічна вибірка;
- 3) районована (типова) вибірка;
- 4) серійна вибірка;
- 5) ступенева вибірка.

За *ступенем охоплення* одиниць обстежуваної сукупності вибірки бувають:

- 1) великі (при $n \geq 30$);
- 2) малі (при $n < 30$).

5.2. Характеристики генеральної та вибіркової сукупностей

Нехай нас цікавить ознака x обсягом N одиниць в генеральній сукупності, що представляється таким варіаційним рядом (див. табл. 5.1).

Розподіл одиниць генеральної сукупності

Варіанти x	x_1	x_2	...	x_i	...	x_M	x
Частоти F	F_1	F_2	...	F_i	...	F_M	$\sum_{i=1}^M F_i = N$

Цей розподіл невідомий, бо якщо б ми його знали, то відпала б необхідність в організації вибірки.

Узагальнюючими характеристиками цього ряду будуть такі:

1) генеральна середня \bar{x} :

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^M x_i F_i;$$

2) генеральна дисперсія σ^2

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^M (x_i - \bar{x})^2 F_i;$$

3) генеральне середнє квадратичне відхилення σ ;

4) частка ознаки одиниць генеральної сукупності p , тобто частка одиниць M , яка володіє даним значенням ознаки в загальному обсягу N одиниць генеральної сукупності:

$$p = \frac{M}{N}.$$

Мета вибіркового обстеження полягає в тому, щоб, відібравши з генеральної сукупності n одиниць, обстежити їх і на цій основі оцінити невідомі нам генеральні характеристики. Варіація ознаки x у вибірковій сукупності обсягом n може бути представлена у вигляді наступного варіаційного ряду (див. табл. 5.2).

Розподіл одиниць вибіркової сукупності

Варіанти x	x_1	x_2	...	x_i	...	x_m	x
Частоти f	f_1	f_2	...	f_i	...	f_m	$\sum_{i=1}^m f_i = n$

Узагальнюючими характеристиками ряду 5.2 вибіркової сукупності будуть:

1) *вибіркова середня* \tilde{x} :

$$\tilde{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^m x_i f_i;$$

2) *вибіркова дисперсія* σ_g^2 :

$$\sigma_g^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^m (x_i - \tilde{x})^2 f_i;$$

3) *вибіркоче середнє квадратичне відхилення* σ_g ;

4) *частка ознаки одиниць вибіркової сукупності* w , тобто відношення кількості одиниць вибіркової сукупності m , яка володіє даною ознакою, до обсягу вибіркової сукупності n :

$$w = \frac{m}{n};$$

5) *частка вибірки* w_g , як відношення обсягу вибірки до обсягу генеральної сукупності

$$w_g = \frac{n}{N}.$$

5.3. Помилки вибіркового спостереження

При правильному проведенні вибіркового спостереження характеристики вибірки близькі до відповідних характеристик генеральної сукупності, але все

ж такі вони не збігаються. Пояснюється це наявністю помилки вибірки. *Помилкою вибірки* називається деякі розходження характеристик генеральної та вибіркової сукупностей. Вона складається із помилок реєстрації та помилок репрезентативності.

Помилками реєстрації називають такі, які виникають внаслідок отримання неточних або невірних відомостей від окремих одиниць сукупності із-за недосконалості вимірювальних приладів, недостатньої кваліфікації спостерігача, недостатньої точності розрахунку тощо. Ці помилки повинні бути виключені або зведені до мінімуму.

Помилки репрезентативності розділяють на систематичні та випадкові. *Систематичні помилки репрезентативності* виникають внаслідок особливостей прийнятої системи накопичення та обробки даних спостереження або з умов недотримання правил відбору у вибірку сукупність. Такі помилки також повинні бути виключені. *Випадкові помилки репрезентативності* виникають перш за все через те, що вибірка сукупність через її малий обсяг не завжди точно відтворює характеристики генеральної сукупності. Тому цей вид помилок вибірки є основним, і завдання вибіркового методу полягає в отриманні таких вибірових характеристик, які б якомога точніше відтворювали характеристики генеральної сукупності, тобто давали найменші помилки репрезентативності.

Теорія вибіркового методу полягає в знаходженні середньої величини помилки репрезентативності та можливих їх меж при різних способах утворення вибіркової сукупності. Для кожного конкретного вибіркового спостереження значення помилки репрезентативності визначаються за відповідними формулами, які будуть розглянуті нижче.

5.4. Різновиди вибірки

В залежності від умов проведення вибіркового дослідження в статистиці розрізняють такі види вибірок:

- 1) проста випадкова;
- 2) механічна;
- 3) районована (типова);
- 4) серійна;
- 5) ступенева;
- б) мала.

Проста випадкова вибірка

Поняття і категорії, які лежать в основі простої випадкової вибірки, є вихідними при розробці інших видів вибіркового спостереження. Проста випадкова вибірка є однією з найпоширених видів підбору із генеральної сукупності.

При *простій випадковій вибірці* відбір одиниць здійснюється із всієї маси одиниць генеральної сукупності без попереднього розподілення її на будь-які групи, і одиниці відбору співпадають з одиницями обстеження.

Як зазначалось, з практичної точки зору перевага надається простій неповторній вибірці, яка може формуватися на основі жеребкування одиниць сукупності або при використанні таблиць випадкових чисел (їх можуть замінити таблиці логарифмів).

Необхідно особливо підкреслити, що важливою умовою репрезентативності випадкового відбору є те, що кожній одиниці генеральної сукупності надається однакова можливість потрапити у вибірку сукупність. Саме принцип випадковості попадання будь-якої одиниці генеральної сукупності у вибірку запобігає виникненню систематичних помилок відбору.

Одним із прикладів використання простої випадкової вибірки є проведення тиражів виграшів грошово-речової лотереї, при якій забезпечується

однакова можливість попадання в тираж будь-якого номеру лотерейного квитка.

При простій випадковій вибірці (як і в інших видах вибіркового спостереження) можливо рішення таких задач:

- 1) визначення помилки вибіркового спостереження;
- 2) визначення границь генеральних характеристик на основі вибірок із заданою довірчою ймовірністю (ступенем надійності);
- 3) визначення довірчої ймовірності того, що генеральні характеристики можуть відрізнятись від відбіркових не більш певної заданої величини;
- 4) знаходження необхідної чисельності вибірки, яка б з практичною достовірністю забезпечувала задану точність вибіркових характеристик.

Вирішення зазначених задач може проводитись як по відношенню до генеральної середньої арифметичної \bar{x} , так і до частки p . Розглянемо перераховані задачі у відповідності до безповторної вибірки, яка на практиці зустрічається найбільш часто.

При вирішенні першої задачі в математичній статистиці доводиться, що при великій кількості одиниць вибіркової сукупності ($n \geq 30$) *середня квадратична помилка* безповторної вибірки μ визначається за формулами:

а) для середньої

$$\mu_x = \sqrt{\frac{\sigma_g^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)};$$

б) для частки

$$\mu_w = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}.$$

На основі теореми Ляпунова *гранична помилка вибірки* $\Delta = t\mu$, де μ – середня квадратична (стандартна) помилка вибірки; t – коефіцієнт довіри, який показує співвідношення граничної та стандартної помилок і залежить від значення ймовірності P . *Коефіцієнт довіри* t при визначенні граничної помилки залежить від прийнятого рівня ймовірності P : так, при $t = 1,0$

значення ймовірності $P = 0,683$; $t = 1,96$ – для ймовірності $P = 0,950$; $t = 2,0$ – для ймовірності $P = 0,954$; $t = 3,0$ – для ймовірності $P = 0,997$.

Одним з основних напрямків дослідження при використанні вибіркового методу є оцінка за даними вибірки характеристик генеральної сукупності, що відноситься до можливостей, зазначеної другої задачі.

Величини генеральної середньої та частки можуть бути представлені *інтервальною оцінкою* у виді визначення *довірчого інтервалу* із заданим рівнем *довірчої ймовірності* P :

а) для середньої

$$\tilde{x} - \Delta_x \leq \bar{x} \leq \tilde{x} + \Delta_x;$$

б) для частки

$$w - \Delta_w \leq p \leq w + \Delta_w.$$

Ці формули встановлюють границі, в яких при заданій довірчій ймовірності знаходиться невідома величина оцінюваного параметру: середньої \bar{x} або частки p в генеральній сукупності. Ймовірність того, що величина генеральної середньої або частки вийде за довірчі границі, дорівнює $\alpha = 1 - P$ і називається *рівнем значимості (істотності)*. Для ймовірності $P = 0,950$ або $P = 0,954$ рівень значимості дорівнює відповідно 0,050 (або 5,0%) та 0,046 (або 4,6%), і перевищення границь у довірчих інтервалах, що має таку ймовірність, практично неможливе.

Іноді доводиться вирішувати третю задачу, коли необхідно визначити *довірчу ймовірність* того, що генеральні характеристики відрізняються від вибірових не більше заданої величини P .

Довірча ймовірність P , яку необхідно обчислити за теоремою Ляпунова, є функцією від коефіцієнта t : $P = \Phi(t)$, де $\Phi(t)$ – інтеграл Лапласа. Значення t у свою чергу може бути визначено через граничну та стандартну помилки $t = \frac{\Delta}{\mu}$, обчисленими відносно середньої або частки. Нарешті, за найденим

значенням t із довідкових таблиць знаходиться інтеграл Лапласа, що відповідає розшукуваній ймовірності P , яка порівнюється із заданою величиною.

Однією із основних задач вибіркового методу є визначення *чисельності вибірки* n (четверта задача в нашій класифікації). У випадку безповторного відбору чисельність вибірки здійснюється за формулами:

а) для середньої

$$n = \frac{t^2 \sigma_g^2 N}{\Delta_x^2 N + t^2 \sigma_g^2};$$

б) для частки

$$n = \frac{t^2 N (1-w) w}{\Delta_w^2 N + t^2 w (1-w)}.$$

Область застосування простої випадкової вибірки надзвичайно широка: перевірки різних одиниць сукупностей; багаточисельні обстеження підприємств, установ, їх працюючих, населення; дослідження в сільськогосподарських задачах (якості продукції, польових дослідженнях, визначення втрат урожаю тощо).

Механічна вибірка

Механічною називається така вибірка, при якій генеральна сукупність обсягом N одиниць, розташованих у певному порядку (за зростанням або зменшенням, за алфавітом, географічним положенням тощо), розділяються на n рівних частин і з кожної частини обстежується одна одиниця. Відношення $\frac{N}{n}$ називається *інтервалом* вибірки. Наприклад, якщо відбір складає 5% від генеральної сукупності працюючих на підприємстві, розміщених у списку за алфавітним порядком, то обстежують кожного 20-го працюючого (5% – це $1/20$ облікового складу працюючих). Інтервал вибірки буде дорівнювати $\frac{100}{5} = 20\%$. За початок відліку при обстеженні генеральної сукупності в списках приймають або початкову одиницю, визначену випадковим відбором (при

невпорядкованому розміщенні одиниць генеральної сукупності) або середину першого інтервалу (якщо одиниці в списку розміщені за певною ознакою – зростанням або збільшенням).

Механічна вибірка дуже зручна у випадках, коли вже є списки одиниць, складені в тому чи іншому порядку, або тоді, коли неможливо заздалегідь скласти список одиниць генеральної сукупності і які з'являються поступово протягом якогось періоду (наприклад: при обстеженні покупок в магазині обстежити кожного 10-го покупця; при контролі якості продукції перевірити кожну 5-ту деталь, яка зійшла зі станка).

Помилки вибірки при механічному відборі одиниць обчислюють за формулами простої випадкової неповторної вибірки.

З метою економії часу та засобів іноді буває зручно обстежувати не всю вибірку сукупність, а частину її, тобто здійснити *підвибірку* з одиниць первісної вибірки. Цей спосіб називають *двохфазовим*, а при наявності декількох підвибірок – *багатофазовим*. Останній спосіб найчастіше використовують у тих випадках, коли кількість необхідних для визначення показників має різну точність (наприклад, у випадках різного ступеня варіації показників). Помилки при багатофазовій вибірці розраховуються на кожній фазі окремо.

Іноді буває доцільним взяти з сукупності дві або більше незалежних між собою вибірок, використовуючи для кожної з них однаковий спосіб відбору. Такі вибірки називають *взаємнопроникнутими вибірками*. Перевага таких вибірок полягає в тому, що вони дозволяють отримати окремі і незалежні оцінки тих або інших ознак сукупності.

Районована (типова) вибірка

Районованою вибіркою називають такий спосіб відбору, який здійснюється на основі розподілу кількості відібраних одиниць n між районами (групами), які є в генеральній сукупності. В якості районів, в залежності від характеру генеральної сукупності, можуть бути територіальні області, галузі виробництва, окремі підприємства, соціальні групи населення тощо. Якщо

генеральна сукупність розділяється на m частин, груп, районів тощо, тобто $N = N_1 + N_2 + \dots + N_i + N_m$, то і вибіркова сукупність повинна формуватися із m частин так, щоб $n = n_1 + n_2 + \dots + n_i + n_m$. При цьому розподіл між районами може бути різним:

а) *пропорційним*, коли кількість відбираємих у вибірку одиниць є пропорційною до питомої ваги району в генеральній сукупності, тобто кількість спостережень у кожному районі розраховується за формулою:

$$n_i = n \frac{N_i}{N};$$

б) *непропорційним*, якщо з кожного району відбирають однакову кількість одиниць:

$$n_i = \frac{n}{k},$$

де k – кількість виділяємих районів;

в) *оптимальним*, яке враховує і чисельність району N_i і середнє квадратичне відхилення ознаки в районі σ_i , тоді чисельність кожного району вибірки n_i розраховується за формулою:

$$n_i = \frac{\sigma_i N_i}{\sum_{i=1}^m \sigma_i N_i} n.$$

На практиці в більшості випадків застосовують перший і третій способи розподілення між районами. Але використання оптимального розміщення ускладнюється тим, що ми не завжди маємо дані про величини σ_i , в генеральній сукупності. Тому в таких випадках використовується найбільш часто використовуємий пропорційний розподіл між районами. Наведемо для цього способу розподілення формули розрахунку *середньої квадратичної помилки вибірки* при неповторному відборі усередині районів:

а) для середньої

$$\mu_x = \sqrt{\frac{\bar{\sigma}_e^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)},$$

де $\bar{\sigma}_e^2$ – середня з дисперсій районів вибірки,

$$\bar{\sigma}_e^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^m \sigma_i^2 n_i ;$$

б) для частки

$$\mu_w = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)},$$

де $\overline{w(1-w)}$ – середня з часток районів,

$$\overline{w(1-w)} = \frac{\sum_{i=1}^m w_i (1-w_i) n_i}{\sum_{i=1}^m n_i}.$$

Визначення необхідної чисельності вибірки при безповторному відборі усередині районів здійснюється за формулами:

а) для середньої

$$n = \frac{t^2 \bar{\sigma}_e^2 N}{\Delta^2 N + t^2 \bar{\sigma}_e^2};$$

б) для частки

$$n = \frac{t^2 \overline{w(1-w)}}{\Delta^2 N + t^2 \overline{w(1-w)}}.$$

Різновидом районованої вибірки є *типова вибірка*. При такому відборі райони генеральної сукупності виділяються за ознакою, що вивчається. Так, наприклад, для визначення середнього віку студентів можна розділити їх на групи, які мають або не мають виробничий стаж. Таким чином отримуємо «типові» з точки зору прийнятої ознаки групи і таким чином збільшуємо точність вибірки.

Серійна вибірка

Суть *серійної вибірки* полягає в тому, що відбору підлягають окремі серії (групи, гнізда) одиниць генеральної сукупності. На практиці часто зустрічається відбір з рівними серіями. У відібраних серіях методом

випадкового неповторного або механічного відбору проводять суцільне спостереження всіх одиниць, що до них увійшли.

Серійна вибірка має переваги організаційного характеру у зрівнянні з іншими видами відбору і широко використовується там, де генеральна сукупність складається з певним чином відокремлених груп (наприклад, в разі статистичного контролю якості готової продукції, упакованої в пачки, ящики, контейнери для транспортування, зберігання та продажу зручніше перевірити декілька упаковок-серій, ніж із всіх упаковок відібрати необхідну кількість товару).

Оскільки при серійній вибірці кожна серія виступає як самостійна одиниця спостереження, то дисперсія усередині серій у разі визначення середньої помилки та чисельності вибірки має бути виключена і враховується тільки міжсерійна дисперсія δ^2 .

При рівних серіях середня квадратична помилка неповторної вибірки та її чисельність обчислюються за формулами

$$\mu = \sqrt{\frac{\delta^2}{r} \left(1 - \frac{r}{R}\right)};$$
$$r = \frac{t^2 \delta^2 R}{R \Delta^2 + t^2 \delta^2},$$

де r – кількість відібраних серій; R – загальна кількість серій в генеральній сукупності.

При цьому міжсерійна дисперсія δ^2 розраховується так

а) для середньої

$$\delta^2 = \frac{\sum_{i=1}^r (\tilde{x}_i - \tilde{x}_0)^2}{r};$$

б) для частки

$$\delta^2 = \frac{\sum_{i=1}^r (w_i - \bar{w})^2}{r},$$

де \tilde{x}_i – середні в серіях; \tilde{x}_0 – загальна середня для серій $\tilde{x}_0 = \frac{\sum_{i=1}^r x_i}{r}$; w_i – частки в серіях (групах); \bar{w} – середня частка ознаки для всієї вибіркової сукупності.

Чим менше групові середні і частки відрізняються одна від одної, тобто чим ближче одна від одної серії за рівнем прийнятої ознаки, тим точніше серійна вибірка.

Ступенева вибірка

Серійну вибірку можна розглядати як так звану *одноступеневу вибірку*, де у випадково відібраних серіях генеральної сукупності проводять суцільний опис усіх одиниць, що до них включено. Але можливо сформувавши вибірку сукупність в два етапи: на першому етапі методом випадкового неповторного відбору формують серії, які підлягають обстеженню; на другому етапі в кожній серії випадковим неповторним відбором формується певна кількість одиниць для подальшого обстеження. *Середня квадратична помилка* вибірки буде залежати від помилки серійного відбору та помилки індивідуального відбору:

$$\mu_x = \sqrt{\frac{\delta^2}{r} \left(1 - \frac{r}{R}\right) + \frac{\bar{\sigma}_{e.c}^2}{mr} \left(1 - \frac{mr}{N}\right)},$$

де m – кількість відібраних одиниць у кожній серії; $\bar{\sigma}_{e.c}^2$ – середня із внутрісерійних дисперсій.

Така вибірка називається *двохступеневою*.

Багатоступеневий відбір характеризується тим, що на всіх ступенях, за виключенням останньої, здійснюється спостереження тільки на останній ступені. Цей відбір відрізняється від багатофазного відбору, що використовується в механічній вибірці: при багатоступеневому відборі на різних ступенях використовують одиниці відбору різних порядків, а при багатофазному відборі користуються на кожній фазі одними і тими ж одиницями відбору.

Мала вибірка

Розглянуті вище види вибірок вважали великими за кількістю одиниць обстеження ($n \geq 30$). Але на практиці часто зустрічаються і з *малими вибірками* ($n < 30$): наприклад, в технічному нормуванні; агрономічних та зоотехнічних дослідженнях; контролі якості продукції, пов'язаному із знищенням зразків; вибіркових фотографіях робочого дня тощо. В таких випадках для розрахунку помилки вибірки неможливо користуватися теоремами закону великих чисел, так як на вибіркову середню великий вплив являє значення кожної із випадково відібраних одиниць, і їх розподіл може значно відрізнятись від нормального закону розподілу. Тому при вибірках невеликого обсягу методи оцінювання результатів вибіркового спостереження мають свою особливість у зрівнянні з методами великих вибірок.

Теоретичні положення для оцінки характеристик малих вибірок вперше розробив англійський статистик В. Госсет (1908 р.), який друкував свої праці під псевдонімом Ст'юдента. Пізніше теоретичні питання малих вибірок були розвинуті Р. Фішером (1925 р.) та іншими.

Припускаючи, що вибірки зроблено з нормально розподіленої генеральної сукупності, Ст'юdent встановив закон розподілу відхилень вибіркових характеристик від генеральних для малих вибірок (відкритий ним розподіл дістав назву *t-розподілу Ст'юдента*, що подібний до нормального закону).

Відхилення вибіркової середньої \tilde{x} від генеральної середньої \bar{x} Ст'юdent виразив у вигляді *відношення Ст'юдента*. Фактично це коефіцієнт довіри між граничною $\Delta_{м.в}$ та середньою квадратичною $\mu_{м.в}$ помилками у малої вибірки

$$\Delta_{м.в} = t\mu_{м.в}:$$

$$t = \frac{\tilde{x} - \bar{x}}{\mu_{м.в}},$$

де \tilde{x} – вибіркова середня; \bar{x} – середня в генеральній сукупності.

Значення t може бути знайдено за математичними таблицями розподілу Ст'юдента в залежності від рівня значимості $\alpha = 1 - P$ (P – рівень ймовірності) і числа ступенів свободи варіації $k = n - 1$ (n – обсяг малої вибірки).

Середня квадратична помилка для кількостей ознаки малої вибірки $\mu_{м.в}$ визначається за формулою:

$$\mu_{м.в} = \sqrt{\frac{\sigma_{м.в}^2}{n}},$$

де $\sigma_{м.в}^2$ – дисперсія малої вибірки,

$$\sigma_{м.в}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \tilde{x})^2}{n - 1}.$$

Ймовірність того, що помилка вибірки буде не більше заданого значення $|\tilde{x} - \bar{x}| \leq t\mu_{м.в}$, представляє собою функцію $S(t, n)$, наведену у таблицях Ст'юдента в літературі з математичної статистики:

$$S(t, n) = P(|\tilde{x} - \bar{x}| \leq t\mu_{м.в}).$$

Із таблиць Ст'юдента виходить, що при збільшенні обсягу вибірки розподіл Ст'юдента наближується до нормального закону і при $n = 20$ він мало відрізняється від нормального розподілу.

Слід врахувати, що розподіл Ст'юдента слід використовувати тільки в оцінці помилок вибірки, взятої із генеральної сукупності з нормальним законом розподілення ознаки.

5.5. Питання для самоконтролю

1. Яке спостереження називають вибіркоvim і де його варто використовувати?
2. Що означає репрезентативність вибірки?
3. Що означають поняття генеральної і вибіркової сукупності?
4. Які підходи використовуються при створенні випадкової вибірки?
5. Які різновиди вибірки використовуються в економічній практиці та їх суть?
6. Узагальнюючі характеристики в генеральній і вибіркової сукупностях.
7. Як визначається гранична помилка вибірки?

8. Суть простої випадкової вибірки та її застосування в практиці.
9. Переваги безповторної вибірки перед повторною.
10. В чому полягає суть коефіцієнта довіри і як він визначається?
11. Суть механічної вибірки та її застосування в практиці.
12. Суть районованої вибірки та види розподілу між районами у вибірковій сукупності.
13. Суть типової вибірки як різновиду районованої.
14. Суть серійної вибірки та її використання на практиці.
15. Суть ступеневої вибірки та її застосування на практиці.
16. Застосування малої вибірки для вирішення практичних задач.

Задачі до самостійної роботи студентів

Задача 1. Видобуток нафти і вугілля в II кварталі 2012 р. характеризується такими даними:

Паливо	Видобуток, млн. т		
	Квітень	Травень	Червень
Нафта	25,2	25,9	25,2
Вугілля	19,8	18,5	17,5

Теплота згоряння нафти дорівнює 45 мДж / кг, вугілля – 26,8 мДж / кг. Зробіть перерахунок в умовне паливо (29,3 мДж / кг) і проведіть аналіз зміни сукупного видобутку цих ресурсів.

Задача 2. В 2002 році на заводі було виготовлено 700 станків, а на 2003 рік планується виготовити 690 станків. Визначити відносну величину планового завдання.

Задача 3. В серпні поточного року планувалось виконати будівельно-монтажних робіт на суму 300 тис. гривень. Фактично будівельною організацією

було проведено робіт на суму 315 тис. гривень. Визначити величину виконання плану.

Задача 4. Продуктивність праці на підприємстві зросла за поточний рік на 3,5% при плані 4,1%. Визначити відносну величину виконання плану.

Задача 5. Виробничим об'єднанням планувалось знизити трудомісткість одиниці продукції на 5%, фактичне зниження склало 3%. Визначити відсоток виконання плану по зниженню трудомісткості продукції.

Задача 6. В поточному році на підприємстві було заплановано виробити дизельних двигунів в кількості 1000 шт., в тому числі по кварталах: 220, 240, 270 і 270. Фактичне виконання склало за рік 980 шт., в тому числі по кварталах: 220, 200, 270 і 290 шт. Визначити відносні величини виконання плану і динаміки.

Задача 7. Консервний завод збільшив в II кварталі поточного року виробництво консервів в порівнянні з I кварталом на 4,6% при плановому завданні 3,6%. Визначити відносну величину виконання плану.

Завдання 8. Загальний розмір посівної площі, зайнятої під посівами зернових культур склав у районі 16800 га. В тому числі: озима пшениця – 11400, жито – 600, ячмінь – 800, овес – 3000, кукурудза та зерно 1000 га. Визначити відносну величину структури.

Задача 9. Ціни на основні види продовольчих товарів по трьох областях станом на 1.09 поточного року становили за 1 кілограм в гривнях:

	А	В	С
Цукор	3.00	2.90	2.70
Хліб	1.20	1.20	1.10
Олія	5.40	5.50	5.20
Молоко	0.80	0.60	0.50

Розрахувати відносні величини порівняння.

Задача 10. В населеному пункті проживає 300 тис. жителів. В тому числі 180 тис. осіб жіночої статі. Визначити відносну величину координації.

Задача 11. В господарстві розмір сільськогосподарських угідь становить 8000 га. Поголов'я ВРХ становить 5000 голів. Визначити відносну величину інтенсивності.

Задача 12. Виробництво автомобілів в січні-травні 2012 року характеризується такими даними, тис. шт.:

	Січень	Лютий	Березень	Квітень	Травень
Всього	65	83,2	79,3	89,9	76,6
У тому числі:					
Вантажні	11	11,5	12	11	9,3
Легкові	54	71,7	67,3	78,9	67,3

Розрахуйте відносні показники динаміки з постійною базою порівняння. Зробіть висновки.

Задача 13. Є такі дані про зовнішньоторговельний оборот країни з країнами далекого зарубіжжя та СНД, млн. дол.:

	IV квартал 2011 р.	I квартал 2012 г.
Експорт	22761	20972
Імпорт	18274	13954

Обчисліть відносні показники структури та координації.

Задача 14. Є такі дані про обсяг товарообігу торгових центрів:

Торговий центр	А	Б	В	Г	Д
Товарообіг, млн. грн.	130	142	125	164	127

Обчисліть середній товарообіг.

Задача 15. Визначте середнє вироблення одного робочого за робочу зміну за такими даними (продукція однотипна):

Вироблення, шт.	Число робочих, чол.
10	5
20	2
17	5

15	4
12	4
Разом	20

Задача 16. Дві автомашини пройшли один і той же шлях: одна – зі швидкістю 70 км/год., а друга – 90 км/год. Обчислить середню швидкість.

Задача 17. Визначте середню собівартість продукції підприємства за наступними даними:

Вид продукції	Собівартість одиниці продукції, грн.	Загальні витрати на виробництво продукції, тис. грн.
1	142,9	100,0
2	150,0	120,0
3	130,0	130,0

Задача 18. За наступними даними про розподіл 100 робочих цеху за денним виробленням однотипних виробів. Визначити моду і медіану:

Денне вироблення, шт.	50-54	54-58	58-62	62-66	66-70
Число робочих, чол.	10	20	40	15	15

Задача 19. Заробітна плата за травень звітнього року 7 слюсарів одного з цехів заводу була (в грн.): 1300; 1700; 1250; 1440; 2200; 2700; 2750. Розрахуйте середній місячний заробіток слюсарів.

Задача 20. Розподіл робочих за тарифними розрядами одного з цехів заводу станом на 1 січня 2012 р. характеризувався такими даними:

Розряд тарифної сітки 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Число робочих 5, 12, 25, 30, 45, 36.

Визначте середній тарифний розряд робітників цеху. Вкажіть, який вид середньої застосований при вирішенні даної задачі, і зробіть висновок про рівень кваліфікації робітників.

Задача 21. Робітники одного із цехів підприємства розподіляються за стажем роботи таким чином:

Стаж роботи, років: 1 2 4 5 6 10 15

Число робітників: 2 5 9 10 20 20 8

Визначити середній стаж роботи.

Задача 22. Приводяться дані про об'єм будівельно-монтажних робіт десяти будівельних управлінь:

№ будівельного управління	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Обсяг буд.-монтажних робіт, тис. грн.	200	320	440	200	400	320	200	400	370	210

Визначити середній обсяг будівельно-монтажних робіт по незгрупованих даних і по даних групувань будівельних управлінь за обсягом робіт.

Задача 23. Приводяться дані про час на виробництво однакової продукції п'ятьма робітниками цеху:

Робітник	Затрати часу на виробництво одиниці продукції, хв.	Час, протягом якого дана продукція виготовилась, хв.
1	45	10
2	55	8
3	40	9
4	50	11
5	60	6

Визначити середні затрати часу на виробництво одиниці продукції.

Задача 24. По результатах дослідження 40 дрібнотоварних сільськогосподарських підприємств області за 2012 р. одержано такі дані:

Групи дрібнотоварних сільськогосподарських підприємств по надою молока від однієї корови за рік, кг	Кількість підприємств	Середня чисельність корів в розрахунку на одне підприємство	Відсоток жиру в молоці, %
До 2000	3	400	3,0
2000 – 2200	4	350	3,2
2200 – 2400	6	500	3,1
2400 – 2600	5	450	3,5
2600 – 2800	8	500	3,4

Визначити середній надій молока на одну корову та середню жирність молока.

Задача 25. По підприємству за 1-ий квартал відомі такі дані:

Показник	Січень	Лютий	Березень
Виробництво якісної продукції, тис. грн.	800,0	920,0	980,0
Брак, %	1,5	1,4	1,2

Визначити середній відсоток браку за 1-ий квартал.

Задача 26. Відомі дані про видобуток сировини підприємствами області:

	Видобуток сировини в розрахунку на одного робітника, тонн	Видобуток сировини на підприємстві всього, тонн
1	200	201000
2	250	475000
3	400	1280000

Визначити середній видобуток сировини робітниками на підприємствах області.

Задача 27. Виробництво продукції двома цехами заводу за звітній період характеризується такими даними:

№	План		Фактично	
	Питома вага продукції 1-го сорту, %	Вартість продукції 1-го сорту, грн.	Питома вага продукції 1-го сорту, %	Вартість продукції 1-го сорту, грн.
1	90	225	92	275
2	85	170	90	210

Визначити:

- середню питому вагу продукції 1-го сорту по двох цехах, по плану і фактично;
- відсоток виконання плану по випуску всієї продукції та продукції 1-го сорту.

Задача 28. На основі даних про ціни і обсяг продажу на трьох ринках міста за 1-ий та 2-ий квартали звітнього року, визначить середню ціну товару за 1-ий, 2-ий квартали і за півріччя.

Ринок	1-ий квартал		2-ий квартал	
	Ціна за 1кг, грн.	Продано, тонн	Ціна за 1кг, грн.	Продано на суму, млн. грн.
1	80	50	90	42,3
2	85	45	95	38,0
3	75	60	85	42,5

Задача 29. Посівна площа під пшеницею складає 620 га, в тому числі під озимою 58%. Урожайність озимої пшениці складає 26,4 ц/га, а ярої – 20,2 ц/га.

Визначити:

- 1) валовий збір зерна;
- 2) середню урожайність пшениці.

Задача 30. По трьох підприємствах енергосистеми відомі дані про виконання плану по виробництву продукції:

Станція	Фактично виготовлено продукції, млн. грн.	Виконання плану, %
ГЕС	20,1	99,5
РЕС	74,6	102,4
ТЕС	53,3	103,8

Визначить середній відсоток виконання плану по виготовленню продукції енергосистемою.

Задача 31. Є такі дані про розподіл робітників за стажем роботи:

Стаж роботи, років	До 5	5 – 10	10 – 15	15 – 20	20 і більше
Число робітників	200	1400	800	400	200

Визначити середній стаж роботи робітників.

Задача 32. На основі нижче приведених даних про розмір місячного товарообігу магазинів визначить: а) моду; б) медіану.

Товарообіг, млн. грн.	До 5	5 – 10	10 – 15	15 – 20	20 і більше	Разом
Число магазинів	10	13	10	7	10	50

Задача 33. В таблиці приведений ряд розподілу робітників підприємства за відсотком виконання норм виробітку:

Групи робітників по % виконання норм виробітку	До 100	100- 110	110- 120	120- 130	130- 140	Разом
Кількість робітників, % до підсумку	9	45	25	15	6	100

Визначить середній відсоток виконання норм виробітку, моду і медіану.

Задача 34. Товарні залишки однієї із торгових баз характеризуються такими даними:

Місяці	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1
Залишок на початок місяця, тис. грн.	240	244	280	295	300	310	318	320	310	290	280	270	260

Визначити середні залишки товарів:

- за кожен квартал;
- за півріччя;
- за рік.

Задача 35. Проводиться ряд розподілу робітників за обсягом виробництва однакових деталей за зміну:

Виготовлено деталей, шт.	Число робітників
До 150	20
150 – 180	38
180 – 210	46
210 – 240	84
240 – 270	65
270 і більше	29

Визначити:

- середній виробіток звичайним способом і способом моментів;

- моду і медіану.

Задача 36. За даними фірми на експорт реалізовано продукції:

Продукція	Реалізовано на експорт, т	Частка реалізованої на експорт продукції, %
А	250	20
Б	300	50

Визначить середній процент реалізованої на експорт продукції. Обґрунтуйте вибір форми середньої.

Задача 37. За наведеними даними визначить середній процент виконання договірних зобов'язань постачальниками комплектуючих виробів:

Вироби	Виконано зобов'язань на суму, млн. грн.	Процент виконання договірних зобов'язань
А	40,0	105,0
В	22,2	95,0
Разом	62,2	X

Обґрунтуйте вибір форми середньої.

Задача 38. Розподіл працівників відділення банку за стажем роботи:

Групи працівників за стажем роботи, років	До 1 року	1 – 3	3 – 5	5 – 10	10 – 20	Понад 20	Разом
Кількість працівників	2	5	8	10	6	3	34

Визначить середній стаж роботи одного працівника.

Задача 39. Залишки обігових коштів фірми становили, млн. грн.: на 1 січня – 840; на 1 лютого – 750; на 1 березня – 970; на 1 квітня – 1020. Визначить середньомісячний залишок обігових коштів у першому кварталі.

Задача 40. Несплачена кредиторська заборгованість підприємствами регіону становила, млн. грн.: на 1 січня – 450; на 1 квітня – 920; на 1 червня –

840; на 1 липня – 720. Визначить середній розмір несплаченої кредиторської заборгованості за перше півріччя.

Задача 41. Терміни корисного використання нематеріальних активів фірми, захищених патентами, ліцензіями тощо, на кінець року становили:

Термін використання, років	1	2	3	4	5	6	Разом
У % до загальної суми нематеріальних активів	4,6	10,2	36,2	40,0	7,6	1,4	100

Визначить ряд кумулятивних часток, медіану і моду терміну корисного використання нематеріальних активів фірми.

Задача 42. Є такі дані про витрати часу окремими робітниками на вироблення однорідної продукції:

Час (хв.)	10,	12,	15,	18,	20.
Число робочих	2,	10,	25,	15,	8.

Розрахуйте середній час, що витрачається на виготовлення однієї деталі.

Задача 43. Є такі дані про розподіл робочих за розміром заробітної плати:

Заробітна плата робітників, грн. на добу	Число робочих, чол.		
	Чоловіки	Жінки	Всього
До 120	3	1	4
120 – 140	17	8	25
140 – 160	20	12	32
160 – 180	35	40	75
180 і більше	15	35	50
Разом:	90	96	186

Розрахуйте всі показники варіації за загальною чисельності робітників і визначте, чи впливає стать робітника на розмір оплати праці.

Задача 44. Приводяться такі дані про розподіл 60-ти робітників за кількістю виготовлених за зміну деталей:

Обсяг виготовлених деталей	2	3	4	5	6
Число робітників	8	16	17	12	7

Обчислити:

- середній обсяг виготовлених за зміну деталей;
- показники варіації.

Задача 45. За нижче приведеним групуванням магазинів за розміром місячного товарообігу визначить дисперсію

Товарообіг, млн. грн.	До 5	5-10	10-15	15-20	20-25	25 і більше
Число магазинів	10	13	10	7	5	5

Задача 46. За результатами обстеження 40 господарств області одержані такі дані за 2012 рік:

Групи ферм за середньорічним надоем молока від одної корови, кг	Число ферм	Кількість корів	Відсоток жиру в молоці, %
До 2000	3	400	3,0
2000 – 2200	4	350	3,2
2200 – 2400	6	500	3,1
2400 – 2600	5	450	3,5
2600 – 2800	8	500	3,4
2800 – 3000	6	550	3,8
3000 і більше	8	510	4,0

Визначити:

- 1) по надою молока: середнє квадратичне відхилення і середній квадрат відхилення;
- 2) по жирності: а) розмах варіації; б) коефіцієнти варіації.

Задача 47. Розподіл робітників трьох заводів одного об'єднання за стажем роботи характеризується такими даними:

Стаж роботи, років	Кількість робітників по заводах		
	№1	№2	№3
До 3	50	20	40
3 – 6	100	82	60
6 – 9	150	150	200
9 – 12	350	300	400
12 – 15	200	150	500
15 і більше	150	100	150

Визначити:

- дисперсію по кожному заводу (групові дисперсії);
- середню із групових дисперсій;
- міжгрупову дисперсію;
- загальну дисперсію і коефіцієнт варіації.

Задача 48. Визначить середнє квадратичне відхилення, якщо відомо, що середня величина ознаки – 260, а коефіцієнт варіації дорівнює 30%.

Задача 49. Середня величина ознаки дорівнює 20, а коефіцієнт варіації – 25%. Визначити дисперсію.

Задача 50. Дисперсія ознаки дорівнює 360000, коефіцієнт варіації – 50%. Визначити середню величину ознаки.

Задача 51. Середня величина ознаки дорівнює 13, а дисперсія – 174, визначити коефіцієнт варіації.

Задача 52. Приводяться дані (умовні) про середньомісячний дохід на душу населення.

Розмір середньомісячного доходу, умовних одиниць	Середина інтервалу, x	Питома вага сімей, %, f
До 40	35	1.0
40 – 50	45	4.9
50 – 60	55	6.9
60 – 70	65	9.4
70 – 80	75	13.3
80 – 90	85	12.1
90 – 100	95	11.1
100 – 110	105	9.5
110 – 120	115	8.3
120 – 140	130	11.3
140 – 160	150	5.5
160 – 200	180	5.2
200 – 300	250	1.3
300 і більше	350	0,2
	Разом	100

Розрахувати показники асиметрії і ексцесу.

Задача 53. Розподіл трактористів об'єднання за ступенем виконання норм виробітку.

№	Групи трактористів по виконанню норм виробітку, %	Середнє значення інтервалу	Число трактористів, f
1	До 100	95	9
2	100 – 110	105	15
3	110 – 120	115	26
4	120 – 130	125	32
5	130 – 140	135	12
6	140 – 150	145	9
7	150 і більше	155	4
Разом			100

Визначити середнє виконання норм виробітку і дисперсію.

Задача 54. Бригада робітників за рік по місяцях відпрацювала в розрахунку на одного робітника таку кількість днів: січень – 25; лютий – 24; березень – 25; квітень – 24; травень – 24; червень – 23; липень – 22; серпень – 21; вересень – 24; жовтень – 26; листопад – 28; грудень – 26. Визначити:

- середню кількість відпрацьованих людино-днів;
- розмах варіації;
- середній квадрат та середнє квадратичне відхилення;
- коефіцієнти варіації.

Задача 55. По нижче приведених даних обчисліть асиметрію і ексцес.

Термін перебування вантажних автомобілів в експлуатації, років	Кількість автомобілів
До 4	6
4 – 6	10
6 – 8	70
8 – 10	40
10 – 12	10
12 – 14	15

Задача 56. На основі даних задачі 53 обчислити: а) дисперсію терміну експлуатації автомобілів; б) середнє квадратичне відхилення; в) коефіцієнт варіації; г) дисперсію частки вантажних автомобілів з терміном експлуатації вісім років і більше.

Задача 57. У районі А проживає 2500 сімей. За допомогою випадкової неповторної вибірки проведено обстеження 50 сімей. У результаті обстеження отримано наступні дані про розмір сім'ї:

Кількість дітей в сім'ї	0	1	2	3	4	5
Кількість сімей	10	20	12	4	2	2

Розрахувати середню кількість дітей в сім'ї у вибірковій сукупності.

Задача 58. У районі А проживає 2000 сімей. У порядку випадкової неповторної вибірки необхідно визначити середній розмір сім'ї за умови, що похибка вибіркової середньої не повинна перевищувати 0,8 з ймовірністю 0,954 і при середньому квадратичному відхиленні 2,0.

Задача 59. Для визначення середньої довжини деталі необхідно провести вибіркоче обстеження методом випадкового відбору. Яку кількість деталей необхідно відібрати, щоб похибка вибірки не перевищувала 2 мм з ймовірністю 0,954 при середньому квадратичному відхиленні 8 мм?

Задача 60. З метою вивчення стажу робітників заводу проведено 5% механічну вибірку, в результаті якої одержано такий розподіл робітників за стажем роботи:

Стаж, число років	Число робітників, чоловік
До 6	15
6 – 12	25
12 – 18	25
18 – 24	15
Більше 24	20
Разом	100

На основі цих даних обчисліть:

- середній стаж робітників заводу;
- дисперсію та середнє квадратичне відхилення;
- коефіцієнт варіації;
- з ймовірністю 0,997 граничну помилку вибіркової середньої і можливі границі, в яких очікується середній стаж робітників заводу;
- з ймовірністю 0,954 граничну помилку вибіркової долі і границі питомої ваги числа робітників із стажем роботи від 18 до 24 років.

Задача 61. За даними вибіркового обстеження 10000 пасажирів приміських поїздів встановлено, що середня тривалість поїздки пасажира складала 32,4 км, а середнє квадратичне відхилення – 15 км. Визначить:

- 1) границі середньої тривалості поїздки пасажирів з ймовірністю 0,954;
- 2) як зміниться гранична помилка вибірки, якщо ймовірність буде прийнята рівною 0,997?

Задача 62. Із партії виготовлених 1600 штук виробів перевірено за допомогою механічної вибірки 25% виробів, з яких були браковані 16. Визначить:

- 1) долю бракованих виробів за даними вибірки;
- 2) границі в яких знаходиться відсоток бракованих виробів в партії з ймовірністю 0,954.

Задача 63. Для визначення урожайності озимої пшениці на площі 570 га в господарстві повинні накладати метрівки. Визначить, скільки метрівок потрібно накласти, щоб при ймовірності 0,954 гранична помилка вибірки не перевищила 0,1 ц з гектара? Середнє квадратичне відхилення урожайності складає 0,03 кг на 1 м².

Задача 64. В результаті суцільного спостереження (пов'язано із систематичною помилкою реєстрації) встановлено, що середні затрати праці на виробництво 1 ц зерна склали 21,5 хв. Вибірковою перевіркою 5% господарств

встановлено, що середні затрати праці в них дорівнюють 24 хв., в той час, як за даними суцільного спостереження вони складали у відібраних господарствах 22 хв. Визначить дійсні середні затрати праці на виробництво 1 ц зерна.

Задача 65. В порядку підготовки вибіркового спостереження було проведено пробне обстеження 10 серій для одержання даних про варіацію ознаки. Одержано такі результати:

Номер серії	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Середній розмір ознаки в серії, см ³	50	54	58	80	72	65	59	54	78	64

Скільки серій необхідно відібрати в порядку безповторного відбору для суцільного обстеження, щоб помилка не перевищила 3 см³ (з ймовірністю 0,954), якщо генеральна сукупність становить 5000 рівновеликих серій.

Задача 66. Площа, зайнята посівами зернових культур в фермерському господарстві, складає 1000 га, середнє квадратичне відхилення врожайності дорівнює 3 ц/га. Вибірка була випадковою, безповторною. Визначити необхідний обсяг вибірки при обчисленні середньої врожайності з ймовірністю 0,954, щоб помилка середньої не перевищувала 0,5 ц/га.

Задача 67. В результаті аналізу 500 проб, відібраних у вибіркового порядку, одержані такі дані про відсоток вологості зерна:

Вологість зерна, %	2 – 4	4 – 6	6 – 8	8 – 10	10 – 12	12 – 14
Число проб	40	64	82	159	80	75

Визначити:

- 1) середній відсоток вологості і середнє квадратичне відхилення в даній вибірковій сукупності;
- 2) граничну помилку вибірки з ймовірністю 0,954;

3) яка повинна бути чисельність вибірки, щоб середня помилка зменшилась у 2 рази (при незмінному середньому квадратичному відхиленні).

Задача 68. Для визначення норм витрат металу на деталь виду РГ-1 проведена 25% механічна вибірка, в результаті якої одержано такий розподіл металу за вагою:

Вага РГ-1, г	Число РГ-1, шт.
До 600	3
600 – 610	18
610 – 620	29
620 – 630	40
640 і більше	10
Разом	100

Визначить:

- середню вагу РГ-1, дисперсію і середнє квадратичне відхилення;
- коефіцієнт варіації;
- з ймовірністю 0,683 можливі границі середньої ваги РГ-1 в загальній партії виробів.

Питання для самоконтролю до модуля №3

1. Види статистичних показників.
2. Як класифікуються відносні величини?
3. Які умови застосування середніх величин?
4. Види та форми середніх величин.
5. Які величини використовуються при розрахунку моди?
6. Які величини використовуються при розрахунку медіани?
7. Квартілі та децилі для рядів розподілу.
8. Види основних показників варіації.
9. В чому полягає правило розкладання дисперсій та суть складових загальної дисперсії?

10. Абсолютні показники варіацій та їх економічне тлумачення.
11. Відносні показники варіацій та їх економічне тлумачення.
12. Які переваги вибіркового спостереження порівняно з іншими видами спостереження?
13. З яких умов вибірка репрезентативна?
14. Які способи використовуються при формуванні вибіркової сукупності?
15. Види вибірки в статистичних дослідженнях.
16. Чим випадкова помилка репрезентативності відрізняється від систематичної? Чи можна її уникнути?
17. Які задачі можуть вирішуватись при простій випадковій вибірці?
18. Структура формул для розрахунку середньої помилки та чисельності простої випадкової вибірки в залежності від середньої і частки.
19. Різновиди механічної вибірки та їх суть.
20. Структура формул для розрахунку середньої помилки та чисельності районів у механічній вибірці в залежності від середньої і частки.
21. Структура формул для визначення середньої помилки та чисельності вибірки у серіях.
22. Структура формули для визначення середньої помилки в ступеневій вибірці.
23. В яких випадках використовується на практиці метод моментних спостережень та його суть?
24. Види ступеневої вибірки.
25. Особливості малої вибірки у зрівнянні з великоюю.

МОДУЛЬ 4

ТЕМА 6. РЯДИ ДИНАМІКИ

6.1. Поняття про ряди динаміки і їх види. Наукові умови побудови рядів динаміки

Суспільні явища постійно змінюються і розвиваються як у просторі, так і в часі. З часом – від місяця до місяця, від року до року – змінюється чисельність і склад населення, обсяг і структура виробленої продукції, рівень продуктивності праці, урожайність зернових культур і т.д. Тому одним з важливих завдань статистики є вивчення суспільних явищ в безперервному розвитку і динаміці. *Динамікою* в статистиці прийнято називати процес розвитку, руху соціально-економічних явищ у часі. Для відображення і аналізу динаміки будують динамічні (хронологічні, часові) ряди. Дослідження динаміки дає змогу охарактеризувати процес розвитку явищ, розкрити основні шляхи, тенденції і темпи цього розвитку.

Статистичний аналіз динамічних рядів за тривалий період дає можливість виявляти існуючі та ті, що зароджуються, тенденції і закономірності у розвитку соціально-економічних явищ і процесів.

Рядом динаміки називають ряд статистичних показників, які характеризують зміну суспільних явищ у часі.

Наприклад, чисельність населення країни на певні дати (дати перепису або дати обліку), кількість зареєстрованих шлюбів в області за 1991-2011 рр., чисельність працівників підприємства на початок кожного місяця тощо.

Кожний ряд динаміки складається з двох обов'язкових елементів: періодів часу (t) і рівнів (y). Показниками часу в рядах динаміки можуть бути або певні дати (моменти) часу, або окремі періоди (роки, квартали, місяці, декади, доба).

Рівнем ряду динаміки називають статистичний показник, який характеризує величину суспільного явища на даний момент або за певний

період часу. Вони відображають кількісну оцінку (міру) розвитку досліджуваного суспільного явища.

Рівні динамічного ряду можуть бути виражені абсолютними, відносними і середніми величинами. При аналізі рядів динаміки всі ці величини необхідно використовувати в комплексі, вони мають доповнювати один одного. Рівні ряду динаміки можуть характеризувати величину статистичного показника на певний момент (будь-яку дату) і за відповідний період часу (рік, місяць, день, годину тощо). В зв'язку з цим розрізняють моментні та інтервальні ряди динаміки.

Моментними називають ряди динаміки, які характеризують розмір явища на певний період часу.

Прикладом моментного ряду динаміки можуть бути дані про спискову чисельність працівників підприємства в 2012 р. (табл. 6.1).

Таблиця 6.1

Чисельність працівників підприємства в 2012 р.

Дата	1.01.12 р.	1.04.12 р.	1.07.12 р.	1.10.12 р.	1.01.13 р.
Чисельність працівників, чол.	345	362	375	364	371

За допомогою моментних рядів динаміки характеризується найчастіше стан умов і факторів діяльності установ, організацій та підприємств.

В моментному ряду динаміки одні й ті самі одиниці сукупності входять до складу кількох рівнів. Тому підсумовування рівнів моментного ряду динаміки не має смислу, так як при цьому підсумки позбавлені економічного змісту. Так, сума чисельності працівників підприємства на 1.01 і 1.04.12 р. ($345 + 362 = 707$) не має реального смислу. Проте визначення різниці між рівнями моментного динамічного ряду має певний смисл. Так, різниця між чисельністю працівників підприємства на 1.04 і 1.01.12 р. ($362 - 345$) характеризує абсолютний приріст чисельності працівників за цей період.

Інтервальними називають ряди динаміки, які характеризують розмір явищ за певний період часу.

Прикладом інтервального ряду динаміки є виробництво промислової продукції регіону за 2009-2012 рр. (млн. грн.):

Таблиця 6.2

Рік	2009	2010	2011	2012
Виробництво промислової продукції, млн. грн.	827	1348	1673	1461

За допомогою інтервальних динамічних рядів, як правило, характеризуються підсумки діяльності установ, підприємств. Рівні інтервального ряду динаміки абсолютних показників на відміну від рівнів моментного ряду не містяться в попередніх або наступних показниках. Тому важливе економічне значення має підсумовування цих рівнів, сума рівнів інтервального ряду динаміки характеризує обсяг досліджуваного явища за більш довгий період. Наприклад, підсумовування виробництва сталі, чавуну, вугілля тощо за період (2008-2012 рр.) дає уяву про обсяг її виробництва за 5 років. Для виявлення тенденції зміни досліджуваного явища рівні інтервального ряду динаміки можна укрупнювати.

При вивченні динаміки соціально-економічних явищ вирішується цілий ряд завдань, основними з яких є такі: 1) характеристика за допомогою системи показників динаміки інтенсивності зміни рівнів ряду від періоду до періоду або від дати до дати; 2) визначення середніх значень динамічного ряду за той або інший період; 3) виявлення і кількісна оцінка основної тенденції розвитку (тренда) досліджуваного явища; 4) прогнозування розвитку явища на перспективу; 5) виявлення факторів, що зумовили зміну досліджуваного суспільного явища в часі; 6) аналіз сезонних коливань.

Однією з важливих вимог правильного обчислення і аналізу показників динаміки є дотримання умов зіставлення порівнюваних між собою рівнів ряду динаміки. Проблема порівнянності даних особливо гостро стоїть в динамічних рядах, оскільки вони, як правило, охоплюють значні періоди часу, за які могли виникнути зміни, що призводять до непорівнянності статистичних даних.

При побудові і аналізі рядів динаміки необхідно забезпечити порівнянність рівнів ряду передусім за територією, методикою розрахунку показників, періодом або моментом часу, об'єктом і одиницею спостереження, ступенем охоплення одиниць досліджуваної сукупності, одиницями вимірювання тощо.

Розглянемо основні *наукові умови порівнянності рівнів ряду динаміки*.

1. Непорівнянність даних, що виникає внаслідок адміністративно-територіальних змін, часто виявляється в статистичній практиці. Це зумовлено тим, що межі територій, районів, областей і т. д. протягом досліджуваного періоду змінюються внаслідок приєднання до них нових територій або від'єднання окремих частин їхньої території. Для приведення даних до порівнянного виду необхідно виконати перерахунок даних за попередні роки (до зміни території) з урахуванням нових меж.

2. Найбільш суттєвою вимогою при побудові ряду динаміки є єдина методика обчислення рівня за кожний з періодів, що розглядується. Завдяки цьому забезпечується порівнянність статистичних показників за змістом.

3. При дослідженні динаміки вартісних показників обсягу продукції необхідно усунути вплив зміни цін. На практиці для вирішення цього завдання кількість продукції, виробленої в різні періоди, оцінюють в цінах одного періоду, які називають фіксованими або порівнянними. Якщо ряд динаміки подано узагальнюючими показниками в умовно-натуральних одиницях вимірювання, коефіцієнти сумісництва для всіх рівнів мають бути єдиними.

4. Порівнянність рівнів ряду динаміки за періодом або моментом спостереження означає, по-перше, що всі показники характеризують явище або за певний період часу, або на певний момент часу. В зв'язку з цим неправомірно порівнювати, наприклад, середньорічну чисельність працівників з чисельністю працівників на початок або кінець року. По-друге, в інтервальних динамічних рядах рівні повинні відноситись до рівних періодів часу, а в моментних повинні бути, як правило, рівні відрізки часу між моментами (датами) спостереження.

Крім того, не можна поєднувати в одному ряду динаміки періоди і моменти часу.

5. Порівнянність за об'єктом спостереження означає, що всі рівні ряду динаміки відносяться до одного і того самого об'єкта спостереження.

6. Порівнянність за одиницями спостереження передбачає, що всі рівні одержані по одних і тих самих одиницях спостереження.

7. Крім перелічених вимог, без урахування яких неможливо побудувати ряд динаміки, потрібно дотримуватися одних і тих самих одиниць вимірювання. Так, якщо дані про суму прибутку за одні роки наводяться в тисячах, а за інші в мільйонах, то необхідно перерахувати весь ряд в одні і ті самі одиниці вимірювання.

8. Науково обґрунтоване формування рядів динаміки вимагає також виділення строго однорідних періодів (етапів) у розвитку досліджуваних соціально-економічних явищ, тому що всебічного аналізу динамічних процесів можна досягти лише в межах однорідних періодів. Періодизацію динамічних рядів слід проводити на основі глибокого теоретичного аналізу основних процесів і законів, які визначають розвиток досліджуваного явища.

6.2. Показники ряду динаміки

Одним з важливих завдань аналізу рядів динаміки є вивчення особливостей розвитку досліджуваних явищ за окремі періоди. Для виявлення напрямку та інтенсивності змін досліджуваних суспільних явищ за певні періоди часу визначають систему абсолютних і відносних показників динаміки. До таких показників відносяться абсолютний приріст, темп (коефіцієнт) зростання, темп приросту, абсолютне значення одного процента приросту і середні показники ряду динаміки (середній рівень ряду динаміки, середній абсолютний приріст, середній темп зростання і приросту та ін.).

Показники абсолютного приросту, темпу зростання і приросту, а також абсолютного значення одного процента приросту отримують порівнюючи між собою вихідні рівні ряду динаміки. При цьому рівень, з яким порівнюють, називають *базисним*, а порівнюваний *поточним рівнем*.

Якщо порівнянню підлягають декілька послідовних рівнів, то можливі два варіанти порівняння:

1) кожен рівень вихідного ряду динаміки зіставляють з одним і тим самим рівнем, взятим за базу порівняння. Найчастіше за базу порівняння беруть або початковий (перший) рівень, або ж рівень, з якого починається якийсь новий етап розвитку явища. Вибір бази порівняння повинен бути обґрунтований історично і економічно. Таке порівняння дістало назву порівняння з постійною базою;

2) кожен рівень вихідного ряду динаміки порівнюють з безпосередньо йому попереднім рівнем. Таке порівняння називають порівнянням зі змінною базою.

Відповідно до цих двох варіантів порівняння отримують дві системи показників ряду динаміки. При порівнянні кожного рівня з одним і тим самим рівнем, взятим за базу порівняння, одержують *базисні показники*; при порівнянні кожного рівня з безпосередньо йому попереднім рівнем отримують *ланцюгові показники*.

Для характеристики абсолютної швидкості зростання (зниження) рівнів ряду динаміки обчислюють показник абсолютного приросту (Δ_i).

Абсолютний приріст являє собою різницю між двома рівнями, один з яких взято за базу порівняння. Він показує на скільки одиниць кожен даний рівень відрізняється від рівня, взятого за базу порівняння:

а) базисний $\Delta_{i_0} = y_i - y_0$;

б) ланцюговий $\Delta_i = y_i - y_{i-1}$, $i = 1, \dots, n$,

де y_0 – базовий рівень ряду динаміки, $y_0 = y_1$; n – кількість рівнів ряду динаміки.

Динамічний ряд абсолютних приростів дає змогу визначити напрям (зростання, зниження) динаміки досліджуваного явища. Крім того, порівнянням абсолютних приростів між собою можна встановити характер зростання або зниження в абсолютному вираженні (рівномірний, прискорений, стрибкоподібний та ін.).

Ланцюгові і базисні абсолютні прирости пов'язані між собою такою залежністю (сума ланцюгових приростів дорівнює кінцевому базисному):

$$\sum_{i=1}^n \Delta_i = \sum_{i=1}^n y_i - y_{i-1} = y_n - y_0.$$

Темп (коефіцієнт) зростання (K) це відношення двох рівнів, один з яких взято за базу порівняння. Він характеризує відносну швидкість зміни явища і показує у скільки разів кожний даний рівень більший або менший рівня, який взято за базу порівняння:

а) базисний $K_{i_0} = \frac{y_i}{y_0}$;

б) ланцюговий $K_i = \frac{y_i}{y_{i-1}}$, $i = 1, \dots, n$.

Темп зростання може бути виражений у вигляді коефіцієнтів або процентів. Темп зростання, виражений у процентах, називають *процентом зростання*.

Між ланцюговими і базисними темпами зростання, вираженими коефіцієнтами, є такий взаємозв'язок:

а) добуток ланцюгових коефіцієнтів зростання дорівнює кінцевому базисному коефіцієнту зростання

$$K_1 \cdot K_2 \cdot \dots \cdot K_n = \prod_{i=1}^n K_i = \frac{y_n}{y_0}.$$

б) частка від ділення двох сусідніх базисних коефіцієнтів зростання дорівнює відповідному ланцюговому коефіцієнту зростання

$$\frac{K_{i_0}}{K_{i-1_0}} = \frac{y_i}{y_0} : \frac{y_{i-1}}{y_0} = \frac{y_i}{y_{i-1}}.$$

Цей взаємозв'язок дає змогу здійснювати перехід від ланцюгових коефіцієнтів зростання до базисних і навпаки.

Поряд з темпами зростання відносна зміна явища у часі може бути також охарактеризована за допомогою *темів приросту* які являють собою відношення абсолютного приросту до рівня, взятого за базу порівняння (T).

Темп приросту, як і абсолютний приріст може бути як додатним, так і від'ємним числом (відповідно при зростанні і зниженні рівня) і виражається у вигляді коефіцієнтів або процентів. На практиці темпи приросту найчастіше виражаються у формі процентів.

Вони показують наскільки процентів збільшився або зменшився поточний рівень порівняно з базисним, взятим за 100%

а) базисний $T_{i_0} = \frac{\Delta_{i_0}}{y_0} \cdot 100\% = \frac{y_i - y_0}{y_0} \cdot 100\%$;

б) ланцюговий $T_i = \frac{\Delta_i}{y_{i-1}} \cdot 100\% = \frac{y_i - y_{i-1}}{y_{i-1}} \cdot 100\%$, $i = 1, \dots, n$.

Між темпом зростання і темпом приросту існує такий зв'язок:

$$T_i = K_i - 1 \text{ або } T_i = (K_i - 1) \cdot 100\% ,$$

тобто темп приросту завжди на одиницю менше відповідного темпу зростання, вираженого у формі коефіцієнта, або на 100%, якщо його виражено в процентах.

Отже, щоб визначити темп приросту, потрібно від темпу зростання відняти одиницю, якщо його виражено коефіцієнтом, або 100%, коли він у процентах.

Поряд з показниками темпів зростання і приросту в аналізі динамічних рядів викликає інтерес ще один відносний показник, який дає змогу визначити вагомість кожного процента приросту, і те, яка абсолютна величина

приховується за цим процентом. Таким показником є *абсолютне значення одного процента приросту* (A). Він обчислюється як відношення абсолютного приросту до відповідного темпу приросту, вираженого в процентах

$$A_i = \frac{\Delta_i}{T_i} = \frac{y_{i-1}}{100} = 0,01y_{i-1}.$$

Розрахунок цього показника має економічний зміст тільки на ланцюговій основі, оскільки на базисній основі по всіх часових відрізках буде отримано одне і те саме значення показника сота частина початкового (першого) рівня.

Цей показник має важливе практичне значення в економічному аналізі, оскільки темпи зростання можуть сповільнюватись або залишатися на одному рівні, а абсолютне значення одного процента приросту зростати. Звичайно така закономірність спостерігається в динамічних рядах з рівнями, що постійно зростають.

Слід відмітити, що в динамічних рядах відносних величин (процентів зростання і приросту) їх безпосереднє порівняння можна здійснювати тільки шляхом визначення різниці рівнів. Ці різниці дістали назву *пунктів зростання*. Їх розраховують як різницю базисних процентів зростання або приросту двох суміжних періодів. На відміну від темпів приросту, які не можна підсумовувати та перемножувати, пункти зростання можна підсумовувати, в результаті чого дістанемо темп приросту відповідного періоду порівняно з базисним періодом.

До складу аналітичних показників можуть бути віднесені *коефіцієнти прискорення (уповільнення)* K_{np} , які розраховуються як відношення двох сусідніх темпів зростання K_i та K_{i-1} , визначених ланцюговим способом:

$$K_{np} = \frac{K_i}{K_{i-1}}.$$

При порівнянні динаміки розвитку двох явищ можна використовувати показники, які являють собою відношення темпів зростання або темпів приросту за однакові проміжки часу за двома динамічними рядами. Ці показники називаються *коефіцієнтами випередження* $K_{вин}$

$$K_{вин} = \frac{K'_i}{K''_i} \text{ або } K_{вин} = \frac{T'_i}{T''_i},$$

де K'_i , K''_i та T'_i , T''_i – відповідно темпи зростання і темпи приросту порівнюваних рядів динаміки. За допомогою цих коефіцієнтів можуть зіставлятися ряди динаміки однакового змісту, але маючи відношення до різних територій (районів, областей, регіонів тощо), різних підприємств (організацій, установ), а також ряди динаміки різного змісту, які характеризують один і той же об'єкт.

Розглянемо порядок обчислення показників динаміки за даними про виробництво продукції на підприємстві за 2005 – 2012 рр. (табл. 6.3).

Таблица 6.3

Показники динаміки виробництва продукції
на підприємстві за 2005 – 2012 рр.

Рік	Випуск продукції, тис. грн.	Абсолютний приріст, тис. грн.		Темп (коефіцієнт) зростання		Темп приросту, %		Абсолютне значення 1% приросту, тис. грн.
		Δ_{i_0}	Δ_i	K_{i_0}	K_i	T_{i_0}	T_i	
2005	37,4	–	–	–	–	–	–	–
2006	40,2	2,8	2,8	1,075	1,075	7,5	7,5	0,374
2007	45,7	8,3	5,5	1,222	1,137	22,2	13,7	0,402
2008	42,4	5	-3,3	1,134	0,928	13,4	-7,2	0,457
2009	48,3	10,9	5,9	1,291	1,139	29,1	13,9	0,424
2010	55,8	18,4	7,5	1,492	1,155	49,2	15,5	0,483
2011	50,4	13	-5,4	1,348	0,903	34,8	-9,7	0,558
2012	56,1	18,7	5,7	1,5	1,113	50,0	11,3	0,504

Висновок. У 2012 році випуск продукції у порівнянні з 2005 роком збільшився на 18,7 тис. грн., або в 1,5 рази (50,0%), а порівняно з 2011 роком – на 5,7 тис. грн., або в 1,113 рази (11,3%). Кожний відсоток абсолютного приросту у 2012 році становив 504 грн. Таким чином, розвиток підприємства з випуску продукції є позитивним, а його показники у середньому зростають із року в рік.

Для отримання узагальнюючих показників динаміки соціально-економічних явищ визначаються різного роду середні величини: середній рівень динамічного ряду, середній абсолютний приріст, середній темп зростання і приросту та ін. Середню з рівнів динамічного ряду називають *хронологічною середньою*. Середній рівень ряду динаміки характеризує типовий розмір рівнів ряду.

Порядок розрахунку середнього рівня для інтервальних і моментних рядів динаміки відрізняється. В інтервальних рядах динаміки з рівновіддаленими один від одного рівнями середній рівень обчислюється за формулою середньої арифметичної простої:

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n},$$

де n – число рівнів ряду динаміки.

Середній рівень динамічного ряду для нашого прикладу (табл. 6.3) становитиме:

$$\begin{aligned}\bar{y} &= \frac{\sum y}{n} = \frac{37,4 + 40,2 + 45,7 + 42,4 + 48,3 + 55,8 + 50,4 + 56,1}{8} = \\ &= \frac{376,3}{8} = 47,04 \text{ тис. грн.}\end{aligned}$$

Якщо інтервальний ряд динаміки має нерівновіддалені один від одного рівні, то середній рівень розраховується за формулою середньої арифметичної зваженої:

$$\bar{y} = \frac{\sum yt}{\sum t},$$

де t – відрізок часу, протягом якого зберігалось дане значення рівня y .

Наприклад, середня чисельність працівників установи за перше півріччя становила 487 чоловік, за третій квартал 508 чоловік, за четвертий 502 чоловік. Звідси середньорічна чисельність працівників становитиме:

$$\bar{y} = \frac{\sum yt}{\sum t} = \frac{487 \cdot 6 + 508 \cdot 3 + 502 \cdot 3}{12} = \frac{5952}{12} = 496 \text{ чол.}$$

У моментних динамічних рядах з рівними проміжками між датами середній рівень обчислюється за формулою:

$$\bar{y}_{\text{хронол}} = \frac{0,5y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1} + 0,5y_n}{n-1},$$

де n – число рівнів ряду динаміки.

Застосування формули проілюструємо на даних про облікову чисельність працівників підприємства за 2012 р. (табл. 6.1). Середньорічна чисельність працівників підприємства становитиме:

$$\begin{aligned} \bar{y} &= \frac{0,5y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1} + 0,5y_n}{n-1} = \\ &= \frac{0,5 \cdot 345 + 362 + 375 + 364 + 0,5 \cdot 371}{5-1} = \frac{1459}{4} = 365 \text{ чол.} \end{aligned}$$

У моментних динамічних рядах з нерівними проміжками між датами середній рівень розраховують за формулою середньої арифметичної зваженої, тобто шляхом зваження рівнів за кількістю рівних періодів:

$$\bar{y} = \frac{\sum yt}{\sum t}.$$

Порядок обчислення середнього рівня для моментного ряду динаміки показано в табл. 6.4.

Отже, середня чисельність працівників установи в березні 2012 р. становитиме:

$$\bar{y} = \frac{\sum yt}{\sum t} = \frac{790 + 1620 + 1183 + 815 + 668}{5 + 10 + 7 + 5 + 4} = \frac{5076}{31} = 164 \text{ чол.}$$

Динаміка чисельності працівників установи в березні 2012р.

Показник	Число місяця				
	1	6	16	23	28
Чисельність працівників, чол. (у)	158	162	169	163	167
Число днів перебування на підприємстві певної кількості працівників (t)	5	10	7	5	4
Кількість людино-днів (yt)	790	1620	1183	815	668

Середній абсолютний приріст характеризує середню швидкість зростання (або зниження) рівня. Для моментних та інтервальних рядів динаміки з рівними проміжками між датами його обчислюють як середню арифметичну просту з ланцюгових абсолютних приростів або як різницю між кінцевим і початковим рівнем, поділену на кількість членів ряду, зменшених на одиницю:

$$\bar{\Delta} = \frac{\sum \Delta_i}{n} \text{ або } \bar{\Delta} = \frac{y_n - y_0}{n - 1},$$

де n – число абсолютних приростів;

$n - 1$ – кількість рівнів ряду динаміки, зменшених на одиницю.

Середній абсолютний приріст для ряду динаміки виробництва продукції (табл. 6.3) становитиме:

$$\bar{\Delta} = \frac{\sum \Delta_i}{n} = \frac{2,8 + 5,5 + (-3,3) + 5,9 + 7,5 + (-5,4) + 5,7}{7} = \frac{18,7}{7} = 2,67 \text{ тис. грн.},$$

$$\text{або } \bar{\Delta} = \frac{y_n - y_0}{n - 1} = \frac{56,1 - 37,4}{8 - 1} = \frac{18,7}{7} = 2,67 \text{ тис. грн.}$$

Для узагальнюючої характеристики темпів зростання за ряд років обчислюють *середній темп (коефіцієнт) зростання* (\bar{K}). Він показує в скільки разів у середньому кожен даний рівень ряду більший (або менший) від попереднього рівня. Для динамічних рядів з рівними проміжками між датами середній темп зростання обчислюється за формулою середньої геометричної:

$$\bar{K} = \sqrt[n]{K_1 \cdot K_2 \cdot \dots \cdot K_n},$$

де K_i – коефіцієнти зростання за окремі періоди часу;

n – число коефіцієнтів зростання.

Середній коефіцієнт зростання може бути визначений за іншою формулою, що впливає з наведеної вище формули:

$$\bar{K} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_0}},$$

де n – число рівнів ряду динаміки;

y_0 і y_n – початковий і кінцевий рівні ряду динаміки.

На основі середнього темпу зростання можна визначити *середній темп приросту* (\bar{T}). Він показує, на скільки процентів у середньому збільшується (або зменшується) даний рівень порівняно з попереднім. Його розраховують як різницю між середнім темпом зростання, вираженим у процентах і 100%:

$$\bar{T} = (\bar{K} \cdot 100\%) - 100\% .$$

За даними табл. 6.3 розрахуємо середній коефіцієнт зростання виробництва продукції за 2005 – 2012 рр. Для цього використаємо формулу середньої геометричної

$$\begin{aligned} \bar{K} &= \sqrt[n]{K_1 \cdot K_2 \cdot \dots \cdot K_n} = \sqrt[7]{1,075 \cdot 1,137 \cdot 0,928 \cdot 1,139 \cdot 1,155 \cdot 0,903 \cdot 1,113} = \\ &= \sqrt[7]{1,5} = 1,060 \text{ або } 106,0\%. \end{aligned}$$

Такий самий результат дістанемо і за іншою (зручнішою) формулою, що впливає із взаємозв'язку ланцюгових і базисних коефіцієнтів: добуток ланцюгових коефіцієнтів дорівнює базисному крайніх періодів

$$\bar{K} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_0}} = \sqrt[8-1]{\frac{56,1}{37,4}} = \sqrt[7]{1,5} = 1,060 \text{ або } 106,0\% .$$

Величина середнього темпу зростання дорівнює

$$\bar{T} = (\bar{K} \cdot 100\%) - 100\% = (1,060 \cdot 100\%) - 100\% = 6,0\% .$$

Обчисливши систему показників по ряду динаміки виробництва продукції (табл. 6.3) можна зробити такі висновки. Досліджуваний ряд динаміки є інтервальним. Середній рівень виробництва продукції за рік

становить 47,04 тис. грн. Щорічно воно зростало в середньому на 2,67 тис. грн. У цілому ж виробництво продукції за досліджуваний період (2005 – 2012 рр.) зросло на 18,7 тис. грн., або на 50,0%. За середнім коефіцієнтом зростання можна встановити, що середній щорічний темп зростання виробництва продукції становить 6,0%. Із зростанням виробництва продукції збільшувалося абсолютне значення одного процента приросту з 374 грн. в 2006 р. до 504 грн. в 2012 р.

6.3. Прийоми виявлення основної тенденції розвитку в рядах динаміки

Для всебічної характеристики зміни соціально-економічних явищ у часі розрахунку тільки одних показників динаміки та їхніх середніх величин не досить. В зв'язку з цим статистика пропонує ряд спеціальних прийомів обробки й аналізу динамічних рядів.

Важливе місце у вивченні розвитку суспільних явищ належить порівняльному аналізу кількох рядів динаміки. При цьому можна порівнювати динамічні ряди як однойменних, так і різнойменних показників, що стосуються різних територій або є складовими частинами цілого. Абсолютні рівні таких рядів динаміки, як правило, внаслідок відмінностей методики обчислення показників, грошової оцінки продукції та інших причин безпосередньо непорівнянні. Тому доцільно порівнювати не абсолютні, а відносні показники і за ними робити висновки про те, яке явище і на якій території зростає (або знижується) швидше. Цей прийом дістав назву *приведення рядів динаміки до однієї основи*, тобто до загальної бази порівняння, яку беруть за одиницю або за сто процентів.

Суть цього прийому полягає в тому, що дані про величину показника, що вивчається, за рік (або інший відрізок часу), взятий за базу порівняння, беруть

таким, що дорівнює 100%, а рівні окремих років (або інших відрізків часу) порівнюють з ним, а частку виражають в процентах.

Наприклад, є дані про динаміку виходу продукції сільського господарства і основних факторів інтенсивності виробництва в КСП за 2008 – 2012 рр.:

Таблиця 6.5

Динаміка виходу продукції сільського господарства і основних факторів інтенсивності виробництва в КСП за 2008 – 2012 рр.

Рік	2008	2009	2010	2011	2012
Вартість с/г продукції, тис. грн.	57,2	62,8	65,1	68,2	70,4
Фондозабезпеченість, тис. грн.	94,5	107,3	125,4	133,5	142,7
Енергозабезпеченість, к.с. (кінських сил)	210	227	240	268	285
Кількість внесених мінеральних добрив, ц	75,4	80,4	84,9	107,5	96,5

Потрібно здійснити порівняльний аналіз наведених чотирьох рядів динаміки, використовуючи їх приведення до однієї основи.

Порівняльний аналіз рядів динаміки за абсолютними значеннями їх рівнів утруднений. Тому приведемо порівнювані ряди до однієї основи, визначивши відносні рівні рядів: базисні темпи зростання з постійною базою порівняння – рівні за 2008 рік. Добуті дані за базисними темпами зростання в процентах наведені в таблиці 6.6:

Таблиця 6.6

Рік	2008	2009	2010	2011	2012
Вартість с/г продукції	100,0	109,8	113,8	119,2	123,1
Фондозабезпеченість	100,0	113,5	132,7	141,3	151,0
Енергозабезпеченість	100,0	108,1	114,3	127,6	135,7
Кількість внесених мінеральних добрив	100,0	106,6	112,6	142,6	128,0

Аналіз таблиці приводить до таких висновків:

– порівняння темпів зростання виходу валової продукції сільського господарства і факторів виробництва свідчать про випереджуючі темпи зростання факторів інтенсивності виробництва (в 1,3 – 1,5 рази) порівняно з темпами зростання виходу валової продукції (в 1,2 рази) . Це означає, що в господарстві в динаміці вихід валової продукції на одиниці факторів мав тенденцію до зниження;

– аналіз коефіцієнтів випередження (відношення темпів зростання за однакові відрізки часу за двома рядами динаміки) свідчать про наступне: зростання фондозабезпеченості порівняно зі зростанням виходу валової продукції становило у відносному вираженні 1,23 (1,510:1,231); зростання енергозабезпеченості порівняно зі зростанням випуску продукції – 1,10 (1,357:1,231); зростання кількості внесених мінеральних добрив у зрівнянні зі зростанням валової продукції – 1,04 (1,280:1,231). Отже, темп зростання факторів інтенсивності виробництва (фондозабезпеченість, електрозабезпеченість, кількість внесених добрив) випереджали темпи зростання виходу валової продукції.

У тих випадках, коли рівні ряду динаміки за одні роки непорівнянні з рівнями за інші роки в зв'язку з територіальними, відомчими, організаційними змінами, зміною методики обчислення показників або за іншими причинами і виникає потреба забезпечити порівнянність рівнів, удаються до *змикання динамічних рядів*, тобто об'єднання двох і більше рядів в один зімкнутий ряд.

Суть цього прийому полягає в наступному. Рівні року, протягом якого відбулися зміни, як до змін, так і після змін, беруть за базу порівняння (звичайно за 100%), інші порівнюються з ним і виражають у процентах. В результаті цього дістанемо єдиний ряд відносних величин, що характеризує зміну досліджуваного явища за весь період.

Припустимо, є дані за 2005 – 2012 рр. щодо валового збору овочів в районі, в територіальних межах якого в 2007 р. відбулися зміни (тис. ц) (табл. 6.7).

Таблиця 6.7

Рік	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
До змін	370	384	416	442	–	–	–	–
Після змін	–	–	–	663	654	673	692	715

Аналіз таблиці показує, що в зв'язку із зміною меж району в 2008 р. дані щодо валового збору овочів за 2009 – 2012 рр. непорівнянні з даними за 2005 – 2007 рр. Щоб мати порівнянні дані, виконаємо змикання цих рядів динаміки.

Змикання рядів динаміки і зведення їх до порівнянного вигляду здійснимо двома способами:

а) вираженням ряду динаміки у відносних показниках, прийнявши за базу порівняння один і той самий період;

б) перерахунком абсолютних показників.

Змикання рядів способом вираження рядів відносними показниками динаміки виконаємо так. Візьмемо рік, в якому відбулися територіальні зміни (в нашому прикладі це 2008 р.) за базу порівняння або 100%, а решту рівнів порівняємо з цим роком і отримані дані виразимо в процентах. Отже, за 100% для першого ряду динаміки (2005 – 2007 рр.) буде прийнята величина валового збору овочів, що дорівнює 442 тис. ц, а для другого ряду динаміки (2009 – 2012 рр.) – 663 тис. ц.

Так, наприклад, відносний показник динаміки валового збору овочів в 2005 р. порівняно з 2008 р. становитиме 83,7% $\left[\frac{370}{442} \cdot 100 \right]$, в 2012 р. порівняно з 2008 р. – 107,8% $\left[\frac{715}{663} \cdot 100 \right]$ і т.д.

Внаслідок отримаємо ряди відносних показників динаміки валового збору овочів з однаковою базою порівняння, які можна замінити одним зімкнутим рядом.

Змикання рядів динаміки способом перерахунку абсолютних показників здійснимо за допомогою коефіцієнта перерахунку (K_n), який визначимо як

відношення двох рівнів валового збору овочів після зміни меж району до таких самих осіб перед цією зміною:

$$K_n = \frac{663}{442} = 1,5.$$

Перемноживши об'єми валового збору овочів першого ряду динаміки (2005 –2008 рр.) на коефіцієнт перерахунку, матимемо дані, які порівняні з даними про об'єми валового збору овочів другого ряду динаміки (2009 – 2012 рр.). Так, у 2005 р. об'єм валового збору овочів у порівняному показникові дорівнюватиме 555 тис. ц ($370 \cdot 1,5$), в 2010 р. – 576 тис. ц ($384 \cdot 1,5$) і т.д.

Усі розрахунки з приведення рядів динаміки до порівнянного виду зведемо в табл. 6.8.

Таблица 6.8

Зімкнуті ряди відносних і абсолютних змін валового збору овочів,
в районі за 2005 – 2012 рр.

Показник	Рік							
	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
1.Відносні ряди, %								
а) до зміни меж	83,7	86,9	94,1	100,0	–	–	–	–
б) після зміни меж	–	–	–	100,0	98,6	101,5	104,4	107,8
Зімкнутий ряд динаміки, одержаний способом розрахунку відносних показників динаміки, %	83,7	86,9	94,1	100,0	98,6	101,5	104,4	107,8
Зімкнутий ряд динаміки, одержаний способом перерахунку абсолютних показників, тис. ц	555	576	624	663	654	673	692	715

Добуті зімкнуті ряди динаміки дають змогу зробити дані про валовий збір овочів за різні роки порівнянними, з них видно, що об'єм валового збору овочів в районі як в абсолютних, так і у відносних показниках у середньому зростає.

Під впливом множини факторів рівні ряду динаміки соціально-економічних явищ часто сильно коливаються по періодах часу, при цьому

тенденція розвитку затушовується, наочно не проявляється. В зв'язку з цим одним із основних завдань аналізу рядів динаміки є виявлення основної тенденції розвитку соціально-економічних явищ.

Під *загальною тенденцією динамічного ряду* розуміють тенденцію до зростання, зниження або стабілізації рівня будь-якого суспільного явища.

Виявлення тенденції в динамічних рядах дає змогу оцінити характер розвитку досліджуваного явища, визначити ефективність факторів, що формують основну тенденцію, встановити рівні досліджуваного явища на перспективу.

Виявлення основної тенденції зміни рівнів динамічного ряду передбачає її кількісне вираження, в деякій мірі вільної від випадкових причин. Це досягається шляхом абстрагування від індивідуальних, випадкових змін ознаки. Виявлення основної тенденції розвитку (тренда) називається у статистиці також *вирівнюванням часового ряду*, а прийоми виявлення основної тенденції *прийомами вирівнювання*. Вирівнювання дає змогу охарактеризувати особливості зміни у часі даного динамічного ряду в найбільш загальному вигляді як функцію часу, передбачаючи, що через час можна виразити вплив основних факторів.

У практиці економічного аналізу нерідкі випадки, коли загальна тенденція явища до зростання або зниження проявляється досить чітко. Наведені дані про динаміку виробництва продукції на підприємстві (табл. 6.3) показують, що в динамічному ряду має місце загальна тенденція до зростання рівня виробництва. Проте для виявлення тенденції в рядах динаміки не досить одного візуального аналізу ряду, якщо його рівні через будь-які об'єктивні або випадкові причини істотно коливаються, то зростаючи, то знижуючись. Це затушовує, наочно не проявляє основну тенденцію розвитку явища. В таких випадках для проявлення основної тенденції потрібно вдатися до спеціальних прийомів обробки динамічних рядів.

До таких прийомів відносяться укрупнення періодів, згладжування ряду динаміки способом ковзної середньої, вирівнювання ряду динаміки по

середньому абсолютному приросту, середньому коефіцієнту зростання і методу найменших квадратів (аналітичне вирівнювання рядів динаміки).

Розглянемо на конкретних прикладах умови і техніку виявлення основної тенденції розвитку динамічних рядів найчастіше застосованими на практиці і наукових дослідженнях прийомів.

Одним з найпростіших прийомів виявлення тенденції розвитку є прийом *укрупнення періодів*. Суть його полягає в тому, що абсолютні або середні рівні ряду динаміки за короткі інтервали (рік, місяць, декада, день тощо), що зазнають випадкових коливань, замінюють узагальнюючим (звичайно середнім) значенням за триваліший період (триріччя, п'ятиріччя тощо).

По суті спосіб укрупнення періодів являє собою типологічне групування рівнів ряду динаміки, тому при його застосуванні необхідно дотримуватись наукових основ побудови статистичних групувань.

При укрупненні періодів дуже важливо науково обґрунтовано і правильно виділити періоди часу для укрупнення. Періоди, що їх виділяють, мають бути однорідними в якісному відношенні і досить тривалими за часом, щоб відбулося погашення випадкових коливань явища.

Застосування цього прийому, як правило, пов'язується з використанням рівних за тривалістю періодів. Проте тривалість періодів може бути різною. Виділення нерівних періодів зумовлюється наявністю якісних специфічних періодів в розвитку того або іншого соціально-правового явища.

Покажемо порядок розрахунку укрупнених періодів, використовуючи дані про виробництво верстатів підприємством за 15 років (табл. 6.9).

Обґрунтуємо тривалість укрупнених періодів для нашого прикладу. Аналіз вихідного ряду динаміки показує, що яких-небудь якісних періодів або періодичних коливань всередині динамічного ряду виробництва верстатів за досліджуваний період не спостерігається.

Як показує аналіз вихідного ряду динаміки, об'єм виробництва верстатів змінюється поступово, тенденція його зміни затушовується в окремі роки головним чином несистематичними випадковими коливаннями, які обумовлені

суб'єктивними та іншими частковими умовами. Для встановлення тенденції зміни об'єму виробництва верстатів укрупнення періодів здійснено по п'ятиріччях. Завдяки такому укрупненню взаємопогасяться випадкові фактори і виявиться загальна тенденція зміни виробництва.

Таблиця 6.9

Динаміка виробництва верстатів підприємством за 1998-2012 рр.

Рік	Виробництво верстатів, шт.	Укрупнення періодів		Ковзна середня	
		суми по п'ятиріччях	середні по п'ятиріччях	суми ковзних по п'ятиріччях	середні ковзні по п'ятиріччях
1998	105	–	–	–	–
1999	124	–	–	–	–
2000	115	617	123	617	123
2001	132	–	–	642	128
2002	141	–	–	662	132
2003	130	–	–	700	140
2004	144	–	–	735	147
2005	153	756	151	756	151
2006	167	–	–	800	160
2007	162	–	–	795	159
2008	174	–	–	809	162
2009	139	–	–	821	164
2010	167	864	173	864	173
2011	179	–	–	–	–
2012	205	–	–	–	–

Щоб отримати середні рівні по п'ятиріччях, спочатку знайдемо суми об'ємів виробництва верстатів за кожне п'ятиріччя (1998 – 2002 рр., 2003 –

2007 рр., 2008-2012 рр.), а потім добуті суми поділимо на кількість років в укрупненому періоді (п'ять).

Знайдені суми і середні запишемо центруючи їх на середину кожного п'ятиріччя (відповідно 2000 р., 2005 р. і 2010 р.).

В результаті проведеного укрупнення періодів ряду динаміки чіткіше проявляється тенденція зростання об'ємів виробництва верстатів за роки, що аналізуються. Так, добуті результати показують, що від п'ятиріччя до п'ятиріччя об'єм виробництва верстатів систематично зростав (з 123 шт. в 1998 – 2002 рр. до 173 шт. в 2008-2012 рр., тобто на 50 шт., або на 40,7%).

При укрупненні періодів число членів динамічного ряду дуже скорочується. Цей істотний недолік значною мірою усувається при використанні прийому вирівнювання динамічних рядів *способом ковзних середніх*.

Цей спосіб також ґрунтується на укрупненні періодів. Суть розрахунку ковзних середніх полягає в тому, що склад періоду безперервно і постійно змінюється – відбувається зсув на одну дату при збереженні постійного інтервалу періоду (триріччя, п'ятиріччя тощо).

Ковзна середня – це середня укрупнених періодів, створених послідовним виключенням кожного початкового рівня інтервалу і заміни його черговим наступним рівнем ряду. Таким чином, відбувається ніби ковзання періоду і отриманої середньої по динамічному ряду. Наприклад, при згладжуванні по триріччях

$$\bar{y}_1 = \frac{y_0 + y_1 + y_2}{3}; \bar{y}_2 = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}; \bar{y}_3 = \frac{y_2 + y_3 + y_4}{3} \text{ і т.д.}$$

Цей прийом, як і попередній, ґрунтується на відомому теоретичному положенні про те, що в середніх величинах взаємно погашаються випадкові відхилення і виявляється типове, закономірне.

При виявленні тенденції прийомом ковзних середніх, так само як і при використанні прийому укрупнення періодів, одним з важливих питань є питання щодо тривалості періодів. Інтервал має бути досить великим і

забезпечити взаємне погашення випадкових відхилень рівнів. Якщо в розвитку явища має місце циклічність (періодичність), то інтервал ковзання слід брати рівним тривалості циклу. Чим довше інтервал ковзання, тим більшою мірою вирівнюється ряд в результаті усереднення вихідних рівнів.

Покажемо порядок розрахунку ковзних середніх, використовуючи дані про об'єми виробництва верстатів (табл. 6.9).

Ковзні середні розрахуємо також по п'ятирічних періодах. Для розрахунку ковзних середніх підсумуємо об'єми виробництва верстатів за перші п'ять років (1998 – 2002 рр.), а потім, опускаючи дані першого в ряду динаміки року, підсумуємо об'єми виробництва верстатів за наступне п'ятиріччя (1999 – 2003 рр.) і т.д. Відбувається як би ковзання по ряду динаміки. Добуті суми поділимо на число років в періоді ковзання (п'ять), а обчислену середню віднесемо до середини періоду ковзання (в нашому прикладі третій рік кожного п'ятирічного періоду ковзання).

Розраховані ковзні середні показують стійку тенденцію зростання об'єму виробництва верстатів підприємством.

Ковзна середня згладжує варіацію рівнів, але не дає ряду динаміки, в якому всі вихідні рівні були б замінені вирівняними. Це пояснюється недоліком вирівнювання ряду способом ковзної середньої, при якому вирівняний ряд "скорочується" порівняно з вихідним на $(n-1):2$ члена з одного та другого кінця (під n розуміють число членів, з яких визначають ковзні середні).

Прагнення в процесі вирівнювання ряду замінити всі вихідні рівні вирівняними зумовлює застосування досконаліших прийомів вирівнювання рядів динаміки. До таких прийомів належить прийом вирівнювання рядів динаміки *методом найменших квадратів* або *аналітичне вирівнювання*.

Вирівнювання по цьому способу ґрунтується на припущенні, що зміни досліджуваного ряду динаміки можуть бути наближено виражені певним математичним рівнянням (апроксимуючою функцією), за яким і визначають вирівняні рівні динамічного ряду. Іншими словами, рівні ряду динаміки

розглядаються як функція часу $\hat{y}_t = f(t)$, де \hat{y}_t – рівні динамічного ряду, визначені за відповідним рівнянням на момент часу t .

Аналітичне вирівнювання можна провести з використанням різних типів функцій:

а) лінійна $\hat{y}_t = a_0 + a_1 t$;

б) параболічна $\hat{y}_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$;

в) гіперболічна $\hat{y}_t = a_0 + a_1 \frac{1}{t}$;

г) степенева $\hat{y}_t = a_0 a_1^t$.

Рівняння, що виражає рівні ряду динаміки як деяку функцію часу t , називають *трендом*. Поняття про рівняння тенденції було введене в статистику англійським вченим Гукером у 1902 р. Він запропонував називати таке рівняння трендом (the trend).

Суть аналітичного вирівнювання динамічних рядів полягає в тому, що фактичні рівні ряду замінюються рядом рівнів, які змінюються плавно (теоретичними рівнями), обчисленими на основі певної кривої, вибраної в припущенні, що вона найточніше відображає загальну тенденцію зміни досліджуваного соціально-економічного явища у часі.

Підбір найбільш придатної функції є важливим і відповідальним завданням, від якого в остаточному підсумку залежать результати вирівнювання. На основі теоретичного аналізу виявляється характер розвитку явища за часом і на цій основі вибирається той чи інший вид аналітичної функції.

Практикою статистичних досліджень встановлено, що прийняття тої чи іншої аналітичної функції здійснюється за таких умов, наприклад:

– вирівнювати динамічні ряди за рівнянням прямої лінії доцільно тоді, коли більш або менш постійні ланцюгові абсолютні прирости, тобто тоді, коли рівні ряду змінюються приблизно в арифметичній прогресії;

– вирівнювання динамічних рядів за рівнянням квадратичної параболи необхідно використовувати у тих випадках, коли зміна рівнів ряду відбувається з приблизно рівномірним прискоренням або уповільненням ланцюгових абсолютних приростів;

– вирівнювання за степеневою функцією доцільно використовувати тоді, коли рівні ряду динаміки виявляють тенденцію до сталості ланцюгових темпів зростання, тобто у випадку зміни рівнів ряду динаміки в геометричній прогресії.

Треба підібрати таку криву, яка б максимально близько проходила до фактичних рівнів. Добитися цього можна за умови, що сума квадратів відхилень фактичних рівнів (y) від розрахованих за рівнянням (\hat{y}_t), буде мінімальною $\sum (y - \hat{y}_t)^2 = \min$.

У практиці соціально-економічних досліджень найчастіше застосовують такий підхід: добирають кілька рівнянь, визначають їх параметри, а потім віддають перевагу тому, в якого $\sum (y - \hat{y}_t)^2$ і коефіцієнт варіації найменші.

Наближено обґрунтувати рівняння, що відображує основну тенденцію, можна за допомогою побудови графіка (лінійної діаграми).

Вирівнювання динамічних рядів методом найменших квадратів, як і вирівнювання за допомогою інших прийомів, має здійснюватись в межах однакісних періодів. Якщо в динамічному ряду є якісно специфічні періоди, то виявляти тенденцію доцільно в межах кожного з них.

Залежно від вихідних даних для вирівнювання рядів динаміки можуть бути вибрані різні типи кривих або пряма лінія. Аналіз динаміки суспільних явищ показує, що їхня зміна супроводжується постійними зростаючими і спадаючими абсолютними приростами, постійними темпами зростання і приросту, прискоренням або уповільненням, тобто їхнє вирівнювання слід здійснювати за рівнянням прямої лінії, параболи другого порядку або показової кривої.

Основна тенденція (тренд) показує, як впливають систематичні фактори на рівні ряду динаміки, а відхилення фактичних рівнів від вирівняних характеризує варіацію рівнів, викликану індивідуальними особливостями кожного періоду. Випадкова (залишкова) варіація в рядах динаміки може бути виміряна способами, якими вимірюється звичайна варіація, наприклад за допомогою залишкового середнього квадратичного відхилення

$$\sigma_{\text{зал}} = \sqrt{\frac{\sum (y - \hat{y}_t)^2}{n}},$$

або коефіцієнта варіації $V = \frac{\sigma_{\text{зал}}}{\bar{y}} \cdot 100\%$.

Показники варіації рівнів динамічних рядів можуть бути використані для оцінки правильності вибору апроксимуючої функції (рівняння) для вирівнювання, а також оцінки порівняльної стійкості окремих динамічних рядів. Очевидно, що чим показники варіації менше, тим вирівнювання здійснене точніше, а ряди динаміки стійкіші.

Вирівнювання динамічних рядів за *рівнянням прямої лінії* доцільно проводити тоді, коли для емпіричного ряду характерні більш або менш постійні ланцюгові абсолютні прирости, тобто тоді, коли рівні ряду змінюються приблизно в арифметичній прогресії.

Стосовно рядів динаміки аналітичне рівняння прямої лінії має вид:

$$\hat{y}_t = a_0 + a_1 t,$$

де \hat{y}_t – вирівняні значення рівнів динамічного ряду;

t – час, тобто порядкові номери періодів;

a_0 і a_1 – параметри рівняння шуканої прямої;

a_0 – початок відліку (економічного змісту не має);

a_1 – коефіцієнт регресії або пропорційності, який показує середній щорічний приріст (зниження) досліджуваного явища (тангенс кута нахилу прямої лінії до осі абсцис).

Параметри a_0 і a_1 шуканої прямої, що задовольняють вимозі методу найменших квадратів, знаходять розв'язуючи таку систему нормальних рівнянь:

$$\begin{cases} a_0 n + a_1 \sum t = \sum y; \\ a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 = \sum yt, \end{cases}$$

де n – число рівнів ряду динаміки.

Розрахунок параметрів рівняння a_0 і a_1 можна значно спростити, якщо відлік часу (t) проводити так, щоб сума показників часу дорівнювала нулю ($\sum t = 0$). Цього досягають так. Рівень, що знаходиться в середині ряду динаміки, беруть за умовний початок відліку, або нульове значення. Для того, щоб сума показників часу дорівнювала нулю, умовні позначення дат потрібно давати так.

При непарному числі рівнів ряду динаміки для отримання $\sum t = 0$ рівень, що знаходиться в середині ряду, прирівнюють до нуля, а рівні, розташовані вище його позначають числами із знаком мінус $-1, -2, -3$ і т. д., а нижче числами із знаком плюс $+1, +2, +3$ і т. д.

При парному числі рівнів ряду динаміки рівні, що лежать вище серединного значення (воно знаходиться в середині між двома серединними датами), позначають натуральними числами із знаком мінус $-1, -3, -5$ і т.д., а рівні, що лежать нижче серединного значення натуральними числами із знаком плюс $+1, +3, +5$ і т.д.

За умовою, що $\sum t = 0$, система нормальних рівнянь спрощується і приймає вид:

$$\begin{cases} a_0 n = \sum y; \\ a_1 \sum t^2 = \sum yt. \end{cases}$$

$$\text{Звідки } a_0 = \frac{\sum y}{n}; \quad a_1 = \frac{\sum yt}{\sum t^2}.$$

Розв'язуючи вихідну систему нормальних рівнянь способом визначників, параметри a_0 і a_1 можна обчислити за іншими формулами, які дають змогу

дістати точніші результати за рахунок зведення до мінімуму помилки через закруглення в обчисленнях параметрів:

$$a_0 = \frac{\sum y \sum t^2 - \sum yt \sum t}{n \sum t^2 - \sum t \sum t}; a_1 = \frac{n \sum yt - \sum y \sum t}{n \sum t^2 - \sum t \sum t}.$$

Отже, для визначення параметрів a_0 і a_1 необхідно мати чотири суми: $\sum y$; $\sum yt$; $\sum t$; $\sum t^2$.

Якщо ж $\sum t = 0$, то тоді формули для обчислення параметрів a_0 і a_1 спрощуються, набуваючи такого вигляду:

$$a_0 = \frac{\sum y \sum t^2 - \sum yt \sum t}{n \sum t^2 - \sum t \sum t} = \frac{\sum y \sum t^2}{n \sum t^2} = \frac{\sum y}{n} = \bar{y};$$

$$a_1 = \frac{n \sum yt - \sum y \sum t}{n \sum t^2 - \sum t \sum t} = \frac{n \sum yt}{n \sum t^2} = \frac{\sum yt}{\sum t^2}.$$

Для обчислення параметрів a_0 і a_1 можна користуватися формулами:

$$a_0 = \bar{y} - a_1 \bar{t}; a_1 = \frac{\sum (y - \bar{y})(t - \bar{t})}{\sum (t - \bar{t})^2}.$$

Порядок вирівнювання за рівнянням прямої лінії проілюструємо на прикладі ряду динаміки виробництва верстатів підприємством за 1998-2012 рр. (табл. 6.10).

Обґрунтуємо вибір математичного рівняння для вирівнювання динамічного ряду. З даних таблиці видно, що зростання об'єму виробництва верстатів відбувається рівномірно. Побудова лінійної діаграми (див. рис. 6.1) показує, що ламана крива за своєю формою близька до прямої лінії.

Виходячи з цього, доцільніше цей ряд динаміки вирівнювати за рівнянням прямої лінії (лінійному тренду):

$$\hat{y}_t = a_0 + a_1 t.$$

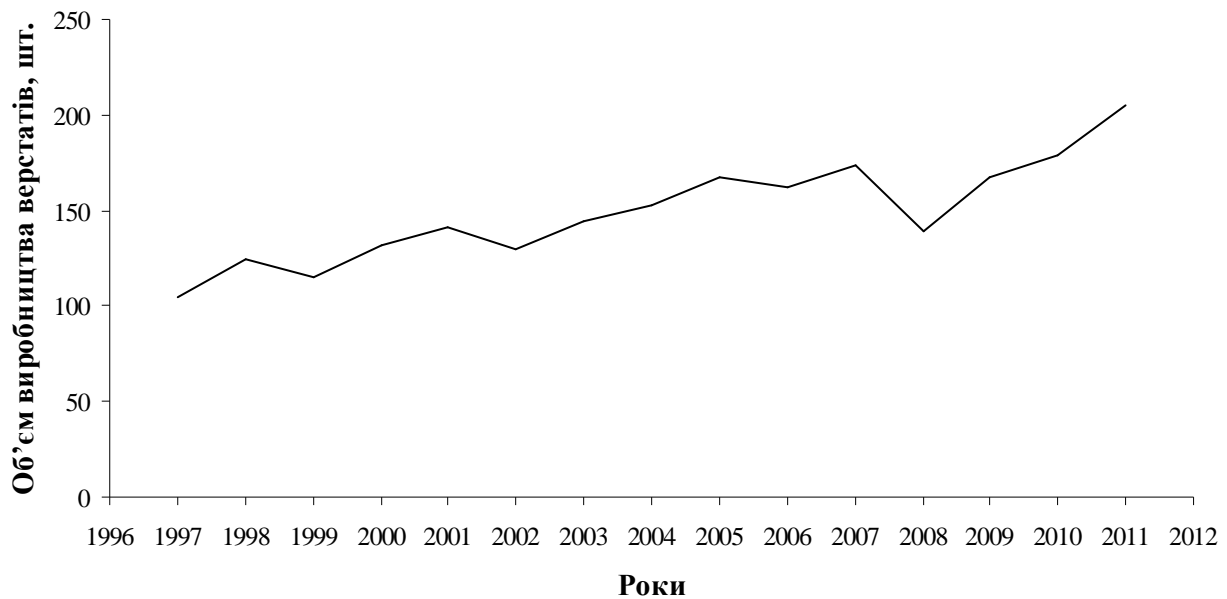


Рис. 6.1. Динаміка виробництва верстатів підприємством за 1998-2012 рр.

Параметри a_0 і a_1 шуканої прямої, яка задовольняє методу найменших квадратів, знайдемо розв'язавши таку систему нормальних рівнянь:

$$\begin{cases} a_0 n + a_1 \sum t = \sum y; \\ a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 = \sum yt. \end{cases}$$

Отже, щоб визначити параметри рівняння, необхідно знайти такі чотири суми: $\sum y$; $\sum yt$; $\sum t$; $\sum t^2$.

Усі розрахунки зведемо в табл. 6.10.

Вирівнювання динамічного ряду проведемо двома способами звичайним і спрощеним (способом відліку від умовного початку).

I спосіб. Використовуючи отримані величини, розв'яжемо систему рівнянь:

$$\begin{cases} 15a_0 + 120a_1 = 2237, \\ 120a_0 + 1240a_1 = 19400. \end{cases}$$

Параметри рівняння визначимо за формулами:

$$a_0 = \frac{\sum y \sum t^2 - \sum yt \sum t}{n \sum t^2 - \sum t \sum t} = \frac{2237 \cdot 1240 - 19400 \cdot 120}{15 \cdot 1240 - 120 \cdot 120} = 106,16 \text{ шт.};$$

$$a_1 = \frac{n \sum yt - \sum y \sum t}{n \sum t^2 - \sum t \sum t} = \frac{15 \cdot 19400 - 2237 \cdot 120}{15 \cdot 1240 - 120 \cdot 120} = 5,37 \text{ шт.}$$

Таблиця 6.10

Розрахункові дані для аналітичного вирівнювання динамічного ряду виробництва верстатів підприємством методом найменших квадратів

Рік	Виробництво верстатів, шт.	1 спосіб				2 спосіб				$y - \hat{y}_t$	$(y - \hat{y}_t)^2$
		t	yt	t^2	Вирівняний рівень виробництва верстатів, шт. \hat{y}_t	t	yt	t^2	Вирівняний рівень виробництва верстатів, шт. \hat{y}_t		
1998	105	1	105	1	111,5	-7	-735	49	111,5	-6,5	42,64
1999	124	2	248	4	116,9	-6	-744	36	116,9	7,1	50,41
2000	115	3	345	9	122,3	-5	-575	25	122,3	-7,3	52,85
2001	132	4	528	16	127,6	-4	-528	16	127,7	4,4	19,01
2002	141	5	705	25	133,0	-3	-423	9	133,0	8,0	63,84
2003	130	6	780	36	138,4	-2	-260	4	138,4	-8,4	70,22
2004	144	7	1008	49	143,8	-1	-144	1	143,8	0,3	0,06
2005	153	8	1224	64	149,1	0	0	0	149,1	3,9	15,05
2006	167	9	1503	81	154,5	1	167	1	154,5	12,5	156,50
2007	162	10	1620	100	159,9	2	324	4	159,9	2,1	4,58
2008	174	11	1914	121	165,2	3	522	9	165,2	8,8	76,91
2009	139	12	1668	144	170,6	4	556	16	170,6	-31,6	998,56
2010	167	13	2171	169	176,0	5	835	25	176,0	-9,0	80,46
2011	179	14	2506	196	181,4	6	1074	36	181,4	-2,3	5,48
2012	205	15	3075	225	186,7	7	1435	49	186,7	18,3	334,52
Разом	2237	120	19400	1240	2237	0	1504	280	2237	0	1971,11

Перевіримо правильність розв'язання системи рівнянь, виходячи з рівності:

$$\bar{y} = a_0 + a_1 \bar{t}; 149,12 = 106,16 + 5,37 \cdot 8 = 149,12.$$

Таким чином, рівняння прямої лінії, що вирівнює ряд динаміки, має вигляд:

$$\hat{y}_t = 106,16 + 5,37 \cdot t.$$

Коефіцієнт регресії $a_1 = 5,37$ показує, що в середньому за досліджуваний період об'єм виробництва верстатів щорічно підвищувався на 5,37 шт. Коефіцієнт $a_0 = 106,16$ значення вирівняного рівня виробництва верстатів для року в динамічному ряду, взятого за початок відліку (1997 р., коли $t = 0$).

Підставляючи в отримане рівняння значення ($t = 1, 2, \dots, 15$), дістанемо вирівняні (розрахункові) значення рівня виробництва.

Наприклад,

$$\text{для 1997 р. } \hat{y}_{t=1} = 106,16 + 5,37 \cdot 1 = 111,5 \text{ шт.};$$

$$\text{для 1998р. } \hat{y}_{t=2} = 106,16 + 5,37 \cdot 2 = 116,9 \text{ шт. і т.д.}$$

Перевіримо правильність всіх розрахунків, порівнюючи суми фактичного і вирівняного рівнів виробництва:

$$\sum y = \sum \hat{y}_t; 2237 = 2237.$$

II спосіб. Для спрощення розрахунків використаємо спосіб відліку від умовного початку. Виразимо значення дат (t) у відхиленнях від дати, взятої за умовний початок (вона знаходиться в центрі ряду динаміки; $t = 0$ в 2005 р.; табл. 6.10). Система рівнянь спрощується, оскільки $\sum t = 0$:

$$\begin{cases} a_0 n = \sum y; \\ a_1 \sum t^2 = \sum yt. \end{cases}$$

Звідси

$$a_0 = \frac{\sum y}{n} = \frac{2237}{15} = 149,13;$$

$$a_1 = \frac{\sum yt}{\sum t^2} = \frac{1504}{280} = 5,37.$$

Рівняння лінійного тренду має вигляд:

$$\hat{y}_t = 149,13 + 5,37 \cdot t.$$

Параметр $a_0 = 149,13$ значення вирівняного рівня виробництва для центрального в динамічному ряду року, взятого за початок відліку. Для 2005 р. $t = 0$, тоді $\hat{y}_t = 149,13 + 5,37 \cdot 0 = 149,13$ шт. Параметр a_0 дорівнює середньому рівню виробництва верстатів в динамічному ряду $\bar{y} = \sum y : n = 2237 : 15 = 149,13$. Коефіцієнт регресії $a_1 = 5,37$ характеризує середнє щорічне збільшення рівня виробництва. Він має таке саме значення і зміст, що й при вирівнюванні першим способом.

Вирівняні (теоретичні) рівні виробництва верстатів (\hat{y}_t) обчислюють аналогічно тому, як це було зроблено в першому способі розрахунків.

Щоб оцінити ступінь наближення лінійного тренду до фактичних даних динамічного ряду, розрахуємо залишкове середнє квадратичне відхилення і коефіцієнт варіації. Для цього обчислимо відхилення фактичного рівня виробництва від вирівняного ($y - \hat{y}_t$), їх квадрати $(y - \hat{y}_t)^2$ і їх суму $\sum (y - \hat{y}_t)^2$ (гр. 11 і 12 табл. 6.10).

Залишкове середнє квадратичне відхилення становитиме:

$$\sigma_{\text{зал}} = \sqrt{\frac{\sum (y - \hat{y}_t)^2}{n}} = \sqrt{\frac{1971,11}{15}} = 11,463 \text{ шт.}$$

Коефіцієнт варіації дорівнює:

$$V = \frac{\sigma}{\bar{y}} \cdot 100\% = \frac{11,463}{149,13} \cdot 100\% = 7,7\%.$$

Отже, коливання фактичного рівня виробництва навколо прямої лінії в середньому становить 11,463 шт., або 7,7%. Невеликий коефіцієнт варіації вказує на те, що рівняння прямої лінії досить точно відображує тенденцію зміни рівня виробництва в часі.

Водночас аналіз динамічного ряду рівня виробництва верстатів свідчить про те, що не зважаючи на значне коливання рівня виробництва по роках, чітко простежується тенденція його підвищення і прискорення приростів в останні роки. Тому логічно припустити, що досліджуваний ряд динаміки можна вирівнювати за рівнянням параболи другого порядку.

Вирівнювання рядів динаміки за параболою другого порядку здійснюється в тих випадках, коли зміна рівнів ряду відбувається приблизно рівномірним прискоренням або уповільненням ланцюгових абсолютних приростів.

Рівняння параболи другого порядку характеризується трьома параметрами:

$$\hat{y}_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2,$$

де a_2 – показник щорічного прискорення (або уповільнення, якщо a_2 зі знаком мінус) абсолютного приросту рівнів ряду.

Параметри параболи другого порядку a_0 , a_1 і a_2 знаходять з такої системи нормальних рівнянь:

$$\begin{cases} a_0 n + a_1 \sum t + a_2 \sum t^2 = \sum y; \\ a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 + a_2 \sum t^3 = \sum yt; \\ a_0 \sum t^2 + a_1 \sum t^3 + a_2 \sum t^4 = \sum yt^2. \end{cases}$$

При $\sum t = 0$ і $\sum t^3 = 0$ система рівнянь значно спрощується, набуваючи такого вигляду:

$$\begin{cases} a_0 n + a_2 \sum t^2 = \sum y; \\ a_1 \sum t^2 = \sum yt; \\ a_0 \sum t^2 + a_2 \sum t^4 = \sum yt^2. \end{cases}$$

З цієї системи a_1 визначають елементарно з другого рівняння

$$a_1 = \frac{\sum yt}{\sum t^2}$$

а a_0 і a_2 з системи двох рівнянь з двома невідомими:

$$\begin{cases} a_0 n + a_2 \sum t^2 = \sum y; \\ a_0 \sum t^2 + a_2 \sum t^4 = \sum yt^2. \end{cases}$$

Використовуючи дані попереднього прикладу про динаміку виробництва верстатів за 1998 – 2012 рр. (табл. 6.10), проведемо вирівнювання ряду за рівнянням параболи другого порядку методом найменших квадратів (табл. 6.11). Для спрощення розрахунків візьмемо $\sum t = 0$ і $\sum t^3 = 0$.

Щоб визначити параметри a_0 , a_1 і a_2 рівняння параболи другого порядку, розв'яжемо таку систему рівнянь:

$$\begin{cases} a_0 n + a_2 \sum t^2 = \sum y; \\ a_1 \sum t^2 = \sum yt; \\ a_0 \sum t^2 + a_2 \sum t^4 = \sum yt^2. \end{cases}$$

Підставимо знайдені величини в систему рівнянь:

$$\begin{cases} 15a_0 + 280a_2 = 2237; \\ 280a_1 = 1504; \\ 280a_0 + 9352a_2 = 41798. \end{cases}$$

З другого рівняння визначимо значення a_1 :

$$a_1 = \frac{1504}{280} = 5,37 \text{ шт.}$$

Розв'язавши перше і третє рівняння, матимемо значення параметрів a_0 і a_2 :

$$\begin{cases} 15a_0 + 280a_2 = 2237; \\ 280a_0 + 9352a_2 = 41798. \end{cases}$$

Розв'язання системи рівнянь дає таке значення шуканих параметрів рівняння (в шт.):

$$a_0 = 148,95; a_2 = 0,0099.$$

Отже, параболічний тренд має такий вид:

$$\hat{y}_t = 148,95 + 5,37t + 0,0099t^2.$$

Таблиця 6.11

Розрахунок даних для вирівнювання динамічного ряду
виробництва верстатів підприємством за параболою другого порядку
методом найменших квадратів

Рік	Виробництво верстатів, шт.	Умовне позначення часу	Розрахункові величини				Вирівняний рівень виробництва верстатів, шт.	$y - \hat{y}_t$	$(y - \hat{y}_t)^2$
			y	t	t^2	t^4			
1998	105	-7	49	2401	-735	5145	111,8	-6,8	46,9
1999	124	-6	36	1296	-744	4464	117,1	6,9	47,8
2000	115	-5	25	625	-575	2875	122,3	-7,3	54,0
2001	132	-4	16	256	-528	2112	127,6	4,4	19,1
2002	141	-3	9	81	-423	1269	132,9	8,1	65,1
2003	130	-2	4	16	-260	520	138,2	-8,2	68,1
2004	144	-1	1	1	-144	144	143,6	0,4	0,2
2005	153	0	0	0	0	0	149,0	4,1	16,4
2006	167	1	1	1	167	167	154,3	12,7	160,5
2007	162	2	4	16	324	648	159,7	2,3	5,2
2008	174	3	9	81	522	1566	165,1	8,9	78,3
2009	139	4	16	256	556	2224	170,6	-31,6	997,8
2010	167	5	25	625	835	4175	176,0	-9,0	81,9
2011	179	6	36	1296	1074	6444	181,5	-2,5	6,4
2012	205	7	49	2401	1435	10045	187,0	18,0	323,1
Разом	2237	0	280	9352	1504	41798	2237	0	1970,7

Пояснимо значення знайдених коефіцієнтів: $a_0 = 148,95$ шт. це початок відліку або вирівняне значення рівня виробництва верстатів для центрального в

ряду динаміки року, взятого за початок умовного відліку (2005 р., коли $t = 0$); $a_1 = 5,37$ шт. середній щорічний приріст рівня виробництва; $a_2 = 0,0099$ шт. середнє щорічне прискорення приросту рівня виробництва.

Обчислимо за рівнянням параболі згладжене значення рівня виробництва, підставляючи до рівняння замість t його числові значення (від -7 до $+7$; гр. 8 табл. 6.11):

$$\text{в } 1998 \text{ р. при } t = -7; \hat{y}_t = 148,95 + 5,37 \cdot (-7) + 0,0099 \cdot (-7)^2 = 111,8 \text{ шт.};$$

$$\text{в } 1999 \text{ р. при } t = -6; \hat{y}_t = 148,95 + 5,37 \cdot (-6) + 0,0099 \cdot (-6)^2 = 117,1 \text{ шт. і т.д.}$$

Перевіримо правильність розрахунків:

$$\sum y = \sum \hat{y}_t; 2237 = 2237.$$

Як видно з розрахунків, вирівняні рівні виробництва верстатів дуже близькі до фактичних рівнів. Отже, парабола другого порядку досить точно відображує тенденцію зміни рівня виробництва на досліджуваному відрізку часу.

Щоб оцінити ступінь наближення параболічного тренду до фактичних даних динамічного ряду, обчислимо залишкове середнє квадратичне відхилення і коефіцієнт варіації. Для цього визначимо відхилення $(y - \hat{y}_t)$, квадрат відхилення $(y - \hat{y}_t)^2$ та їхню суму $\sum (y - \hat{y}_t)^2$ (гр. 9 і 10 табл. 6.11).

Залишкове середнє квадратичне відхилення становитиме:

$$\sigma_{\text{зал}} = \sqrt{\frac{\sum (y - \hat{y}_t)^2}{n}} = \sqrt{\frac{1970,7}{15}} = 11,462 \text{ шт.}$$

Коефіцієнт варіації дорівнює:

$$V = \frac{\sigma}{\bar{y}} \cdot 100\% = \frac{11,462}{149,13} \cdot 100\% = 7,69\% .$$

Отже, коливання фактичного рівня виробництва верстатів навколо параболі другого порядку в середньому становить 11,462 шт., або 7,69 %

Невеликий коефіцієнт варіації вказує на те, що параболічний тренд досить точно відображує тенденцію зміни виробництва верстатів за досліджуваний відрізок часу.

Порівняємо результати вирівнювання динамічного ряду виробництва верстатів за лінійним і параболічним трендом. Залишкове середнє квадратичне відхилення, добуто за рівнянням параболі другого порядку, дещо менше, ніж залишкове середнє квадратичне відхилення, отримане за рівнянням прямої лінії ($11,462 < 11,463$). Отже, парабола другого порядку точніше відтворює тенденцію зміни виробництва верстатів у часі, чим пряма лінія.

Однак несуттєві відмінності в σ і V допускають можливість вирівнювання даного ряду динаміки і за лінійним трендом.

Для обґрунтування вибору вирівнювання ряду динаміки за лінійним або параболічним трендом можна оцінити істотність відмінностей між залишковими дисперсіями за критерієм F – Фішера.

Фактичне дисперсійне відношення становитиме:

$$F_{\text{факт}} = \frac{\sigma_{\text{по прямій}}^2}{\sigma_{\text{по параболі}}^2} = \frac{11,463}{11,462} = 1,0.$$

Табличне значення критерію F при кількості ступенів свободи варіації і рівні значущості $\alpha = 0,05$ становитиме 3,74.

Оскільки ($3,74 > 1,0$), то відмінності в залишкових дисперсіях є випадковими, відтак не можна віддати перевагу якому-небудь способу вирівнювання.

6.4. Інтерполяція і екстраполяція. Прогнозування суспільних явищ

Під час аналізу рядів динаміки доводиться стикатися з такими випадками, коли в рядах відсутні дані про їхні рівні за той або інший період. Такі дані можуть бути відсутні або всередині ряду, або спочатку чи в кінці його.

Приблизне визначення відсутніх рівнів усередині одноякісного періоду, коли відомі рівні, що лежать по обидві сторони невідомого, називають *інтерполяцією ряду динаміки*. Приблизне визначення невідомих рівнів, що лежать за його межами, тобто в майбутньому (або в минулому) називають *екстраполяцією ряду динаміки*. Відповідно екстраполювання може здійснюватися як у бік майбутнього (*перспективна екстраполяція*), так і у бік минулого (*ретроспективна екстраполяція*). По суті екстраполяція являє собою продовження ряду динаміки на основі виявленої закономірності зміни рівнів за досліджуваний відрізок часу.

Інтерполяцію (як і екстраполяцію) здійснюють виходячи з припущення, що зміни в межах періоду, що виражають закономірність розвитку, відносно стійкі, тобто що ні виявлена тенденція, ні її характер не зазнали і не зазнають суттєвих змін у тому проміжку часу, рівні якого нам невідомі.

Щоб мати досить надійні результати обчислення відсутніх рівнів, інтерполяцію та екстраполяцію слід проводити в межах однорідних періодів, яким властива одна закономірність розвитку.

Інтерполяцію і екстраполяцію ряду динаміки можна проводити різними способами. Найпростішим способом є використання середніх характеристик досліджуваного ряду динаміки: середнього абсолютного приросту (при стабільних ланцюгових абсолютних приростах) і середнього коефіцієнту зростання (при стабільних темпах зростаннях). Однак визначення відсутніх рівнів ряду динаміки, і особливо при екстраполяції, найчастіше пов'язують з аналітичним вирівнюванням рядів методом найменших квадратів, який дає точніші результати. При цьому для виходу за межі періоду, для якого знайдена залежність від часу, досить продовжити значення незалежної змінної – часу.

Дослідження динаміки суспільних явищ і виявлення основної тенденції їх розвитку в минулому дають основу для визначення їхніх майбутніх розмірів.

Велику роль в плануванні має екстраполяція, яка дає змогу прогнозувати суспільні явища. Прогнозування є важливим етапом планової роботи.

Під *прогнозуванням* розуміють процес наукового виявлення можливих шляхів і результатів майбутнього розвитку суспільних явищ, оцінку показників, що характеризують ці явища для більш або менш віддаленого майбутнього.

Розрізняють *короткострокові* прогнози (від кількох днів до одного року), *середньострокові* (від одного року до 5 років) і *довгострокові* прогнози (понад 5 років).

Застосування екстраполяції для прогнозування базується на припущенні, що характер динаміки, тобто певна закономірність (тенденція) зміни досліджуваного явища, яка мала місце для певного періоду часу в минулому збережеться на обмеженому відрізку в майбутньому. Така екстраполяція справедлива, якщо система розвивається еволюційно в досить стабільних умовах. Чим крупніша система, тим більш імовірно збереження параметрів її зміни, звичайно, на невеликий строк.

Користуючись цим методом слід пам'ятати, що можливості використання отриманих кривих для прогнозування надто обмежені, тому що зміна величини ознаки не є власне функцією часу. Крім того, закономірності і тенденції теперішнього часу не можна механічно переносити на майбутнє.

У зв'язку з цим прогнозуванню має передувати ретельний аналіз комплексу взаємопов'язаних факторів, які в майбутньому будуть визначати тенденцію розвитку досліджуваного суспільного явища.

Принципове значення у встановленні прогнозного рівня мають два питання. Перше стосується проблеми встановлення періоду завчасності (на яку віддаленість), на який можна визначати майбутній рівень ряду. На практиці виходять з такого положення. Якщо досліджуване явище зазнає суттєвих змін, то віддаленість слід брати невеликою (не більше двох-трьох років), якщо ж явище в часі змінюється незначно, то віддаленість прогнозованого рівня можна брати до п'яти років.

Друге питання стосується визначення минулого періоду, за яким повинна встановлюватися основна тенденція розвитку явища. За базу для прогнозування не можна, очевидно, брати короткий період, бо він для даного явища може

виявитися не досить типовим через дію випадкових факторів. Недоцільно брати за основу і дуже тривалий період, оскільки умови розвитку явища в часі можуть істотно змінюватися. Отже, потрібно брати оптимальний (якісно однорідний), не дуже довгий і не дуже короткий ряд, для рівнів якого характерні однакові умови розвитку.

Розглянемо методику прогнозування по лінійному тренду на прикладі ряду динаміки виробництва верстатів підприємством (табл. 6.10).

Нагадаємо, що в результаті розв'язання рівняння прямої лінії знайдена така залежність виробництва верстатів в часі:

$$\hat{y}_t = a_0 + a_1 \cdot t = 106,16 + 5,37 \cdot t,$$

де коефіцієнт регресії $a_1 = 5,37$ характеризує середній щорічний приріст виробництва верстатів за досліджуваний період. Використаємо знайдене рівняння лінійного тренду для прогнозування рівня виробництва верстатів на перспективу (2013–2015 рр.). Ряд динаміки обмежений 2012 роком, для якого $t = 15$. Для 2013–2014 рр. t відповідно дорівнює 16, 17 і 18.

Підставимо значення t в рівняння лінійного тренду і одержимо такий прогноз рівня злочинності по роках:

$$\text{на 2013 р. } (t = 16) = 106,16 + 5,37 \cdot 16 = 192,08 \text{ шт.};$$

$$\text{на 2014 р. } (t = 17) = 106,16 + 5,37 \cdot 17 = 197,45 \text{ шт.};$$

$$\text{на 2015 р. } (t = 18) = 106,16 + 5,37 \cdot 18 = 202,82 \text{ шт.}$$

Отже, при збереженні діючої тенденції і стану економічних і соціальних факторів виробництво верстатів зросте у 2015 році до 202,82 шт.

Зобразимо фактичний і вирівняний ряд динаміки виробництва верстатів графічно (рис. 6.2). $\hat{y}_t = a_0 + a_1 \cdot t = 106,16 + 5,37 \cdot t$

Відмітимо, що за графіком і рівнянням лінійного тренду прогноз рівня виробництва верстатів має збігатися.

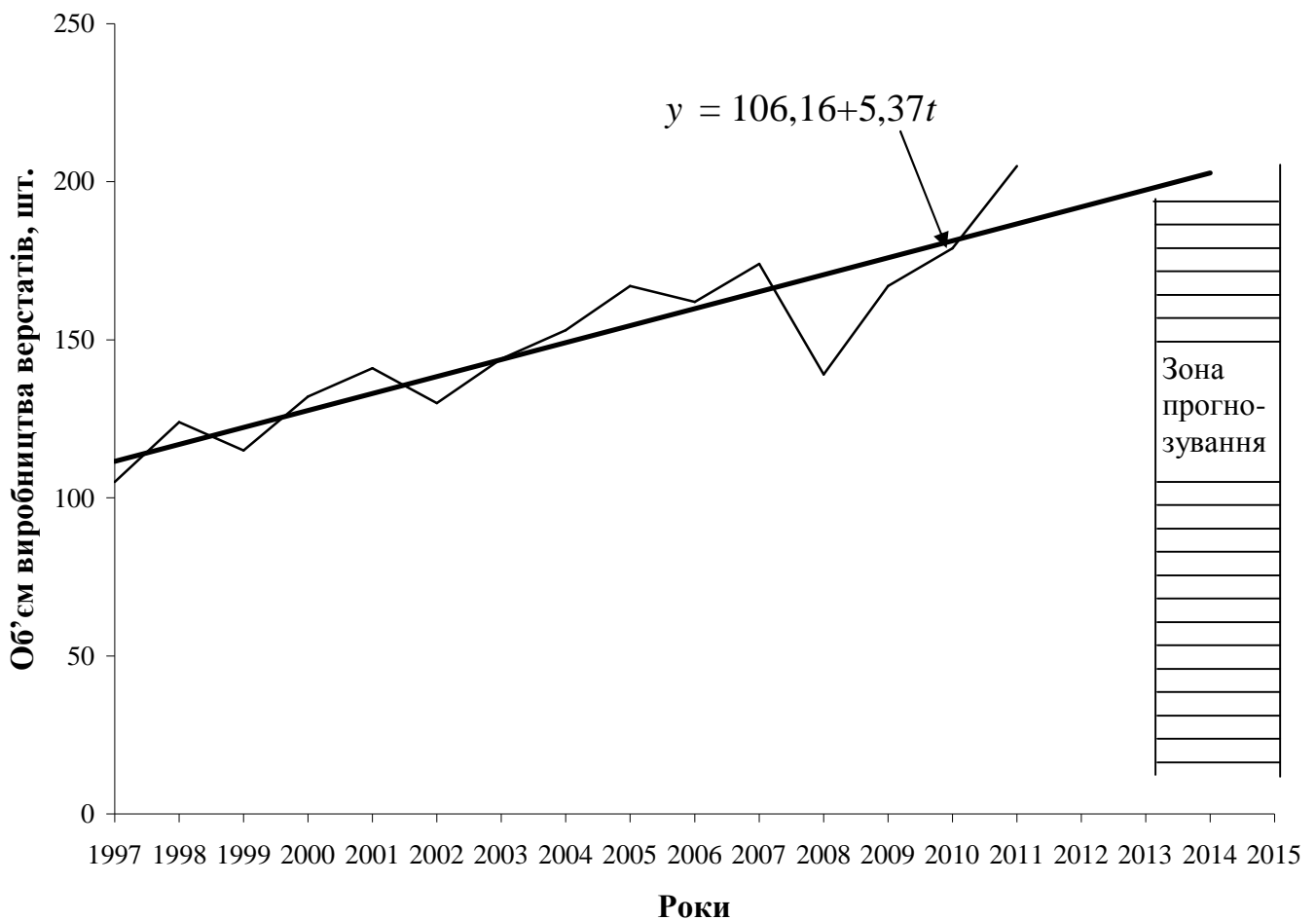


Рис. 6.2. Динаміка і прогнозування виробництва верстатів підприємством на 2013–2015 рр.

6.5. Аналіз сезонних коливань

У практиці дослідження динамічних рядів часто доводиться мати справу з аналізом сезонних коливань рівнів рядів.

Сезонними коливаннями називають періодичні внутрішньорічні коливання, зумовлені зміною пори року.

Поквартальні або помісячні рівні багатьох показників соціально-економічних явищ суттєво залежать від сезонності (сезонних коливань, сезонної хвилі), тобто від більш-менш постійно повторюваних із року в рік коливань рівнів рядів динаміки. У більшості випадків ці коливання зв'язані зі

зміною пори року. Такі коливання спостерігаються в багатьох галузях економіки, наприклад: використання електроенергії в залежності від пори року; нерівномірність виробничої діяльності в галузях харчової промисловості, яка зв'язана з переробкою сільськогосподарської сировини; перевезення пасажирів транспортом тощо. Значної коливальності у внутриміській динаміці підлягають грошовий обіг і товарооборот. Найбільші грошові прибутки населення має у III та IV кварталах. Максимальний обсяг роздрібного товарообороту припадає на кінець кожного року. Попит на різні види послуг, виробництво молока, яєць, м'яса, вовни, вилов риби коливаються за сезонами.

Сезонні коливання негативно впливають на результати виробничої діяльності, які спричиняють порушення ритмічності виробництва. Тому господарчі організації використовують різні заходи для згладжування сезонності за рахунок раціонального з'єднання галузей, механізації трудомістких процесів, утворювання агропромислових фірм тощо.

Комплексне регулювання сезонних змін за окремими галузями економіки повинно ґрунтуватися на дослідженнях сезонних коливань.

При вивченні сезонних коливань перед статистикою ставляться такі завдання: по-перше, встановити загальну тенденцію зміни досліджуваного явища у часі, по-друге, охарактеризувати ступінь сезонності, по-третє, виявити фактори, що викликають сезонні коливання.

Аналіз сезонних коливань дає змогу дати кількісну оцінку інтенсивності сезонних змін і розробити заходи щодо їх послаблення.

Щоб виявити сезонні коливання, аналізують місячні рівні ряду за один рік або кілька років.

В статистиці існує ряд методів вивчення та виміру сезонних коливань:

- а) метод абсолютних різниць;
- б) метод відносних різниць;
- в) побудова індексів сезонності;
- г) побудова аналітичної моделі.

За *методом абсолютних різниць* сезонні коливання характеризуються величинами:

$$\Delta_i = \bar{y}_i - \bar{y}_{0i},$$

де Δ_i – абсолютні відхилення фактичних рівнів або середніх місячних (квартальних) рівнів \bar{y}_i від загальної середньої або трендового i -го рівня \bar{y}_{0i} .

За *методом відносних різниць* сезонні коливання описуються залежністю

$$\delta_i = \frac{\bar{y}_i - \bar{y}_{0i}}{\bar{y}_{0i}}$$

і можуть бути виражені у відносних величинах або процентах.

Графічне зображення абсолютних або відносних різниць рівнів за місяцями (кварталами) року наочно ілюструють сезонну хвилю.

Якщо значення \bar{y}_{0i} відраховується від вирівнюваного рівня тренду, то для побудови останнього використовується метод ковзної середньої або аналітичне вирівнювання.

Замість відносних різниць за кожен місяць може бути розрахований *індекс сезонності*, який визначається як відношення середнього рівня відповідного місяця до загальної середньої:

$$\bar{I}_{s_i} = \frac{\bar{y}_i}{\bar{y}_{заг}} \cdot 100\% .$$

Індекси сезонності можуть бути розраховані і як відношення фактичного рівня відповідного місяця до рівня, розрахованого за рівнянням тренду.

Сезонна хвиля може бути виділена і при утворенні *аналітичної моделі*, яка засновується при дослідженні явищ періодичного типу на використанні соціального типу рівняння – ряду Фур'є:

$$Y_t = a_0 + \sum_{i=1}^k (a_k \cos kt + b_k \sin kt),$$

де a_0 , a_k , b_k – параметри, які підлягають визначенню; k – кількість членів ряду Фур'є.

Для обчислення параметрів рівняння використовують *метод найменших квадратів*:

$$\sum_{i=1}^k (y_i - Y_t)^2 = \min.$$

На основі цієї умови формують систему нормальних рівнянь, рішення якої дає формули для обчислення параметрів.

Аналітичну модель сезонності ряду використовують у практичних розрахунках при значеннях k від 2 до 4. При цьому *глибину сезонності* вимірюють за допомогою індексів сезонності.

Загальним показником сили коливання динамічного ряду сезонності за рік є *середнє квадратичне відхилення індексів сезонності*, виражене в процентах:

$$\sigma_{s_i} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (I_{s_i} - 100\%)^2}{12}}.$$

Чим менша величина цього показника, тим меншою є сезонність досліджуваного явища.

Проведемо аналіз сезонності на такому прикладі.

Є дані про динаміку постачання молока (т) за три роки для молокозаводів міста (табл. 6.12).

Сезонність постачання молока за три роки (2010–2012 рр.) може бути охарактеризована за допомогою індексів сезонності – процентного відношення окремих рівнів до середнього рівня ряду динаміки. Місячні дані одного року через вплив випадкових факторів можуть бути нетиповими для виявлення тенденції розвитку явища. Тому доцільно визначати індекси сезонності в середньому за три роки. Спочатку для кожного місяця за три роки обчислимо середню величину постачання молока. Потім визначимо середньорічний рівень для триріччя і обчислимо індекси сезонності.

Таблиця 6.12

Місяць	Роки			Всього за три роки, т	У середньому за три роки, \bar{y}_i , т	Індекс сезонності, $\bar{I}_s = \frac{\bar{y}_i}{\bar{y}_{302}} \cdot 100\%$
	2010	2011	2012			
I	125	137	116	378	126,0	79,1
II	131	132	134	397	132,3	83,1
III	144	158	149	451	150,3	94,4
IV	162	167	167	496	165,3	103,8
V	171	189	180	540	180,0	113,0
VI	183	204	203	590	196,7	123,5
VII	204	210	196	610	203,3	127,7
VIII	192	187	175	554	184,7	116,0
IX	165	168	159	492	164,0	103,0
X	148	151	161	460	153,3	96,3
XI	136	132	148	416	138,7	87,1
XII	118	114	117	349	116,3	73,1
Всього	1879	1949	1905	5733	1911	1200
У середньому	156,6	162,4	158,8	477,8	159,3	100

В графі 6 таблиці визначимо середні рівні постачання молока за три роки по місяцях. Середні рівні розраховуються за формулою середньої арифметичної простої:

$$\bar{y}_i = \frac{y_1 + y_2 + \dots + y_n}{n} = \frac{\sum y_i}{n},$$

де y_i – місячні рівні за три роки; n – число місяців.

Так,

$$\text{у січні } \bar{y}_1 = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{n} = \frac{125 + 137 + 116}{3} = \frac{378}{3} = 126,0 \text{ т};$$

$$\text{у лютому } \bar{y}_2 = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{n} = \frac{131 + 132 + 134}{3} = \frac{397}{3} = 132,3 \text{ т і т.д.}$$

За обчисленими середньомісячними рівнями визначимо загальний середній рівень за три роки (гр.6 табл. 5.12):

$$\bar{y}_{\text{заг}} = \frac{\sum \bar{y}_i}{n} = \frac{126,0 + 132,3 + \dots + 116,3}{12} = \frac{1911}{12} = 159,3 \text{ т,}$$

або за даними про середні рівні за кожен рік:

$$\bar{y}_{\text{заг}} = \frac{\sum \bar{y}_i}{n} = \frac{156,6 + 162,4 + 158,8}{3} = 159,3 \text{ т.}$$

Встановимо індекси сезонності постачання молока (гр.7 табл. 6.12):

$$\text{у січні } \bar{I}_s = \frac{\bar{y}_1}{\bar{y}_{\text{заг}}} \cdot 100\% = \frac{126,0}{159,3} \cdot 100\% = 79,1\% ;$$

$$\text{у лютому } \bar{I}_s = \frac{\bar{y}_2}{\bar{y}_{\text{заг}}} \cdot 100\% = \frac{132,3}{159,3} \cdot 100\% = 83,1\% \text{ і т.д.}$$

Зобразимо сезонну хвилю постачання молока графічно, побудувавши лінійну діаграму (рис. 6.3):

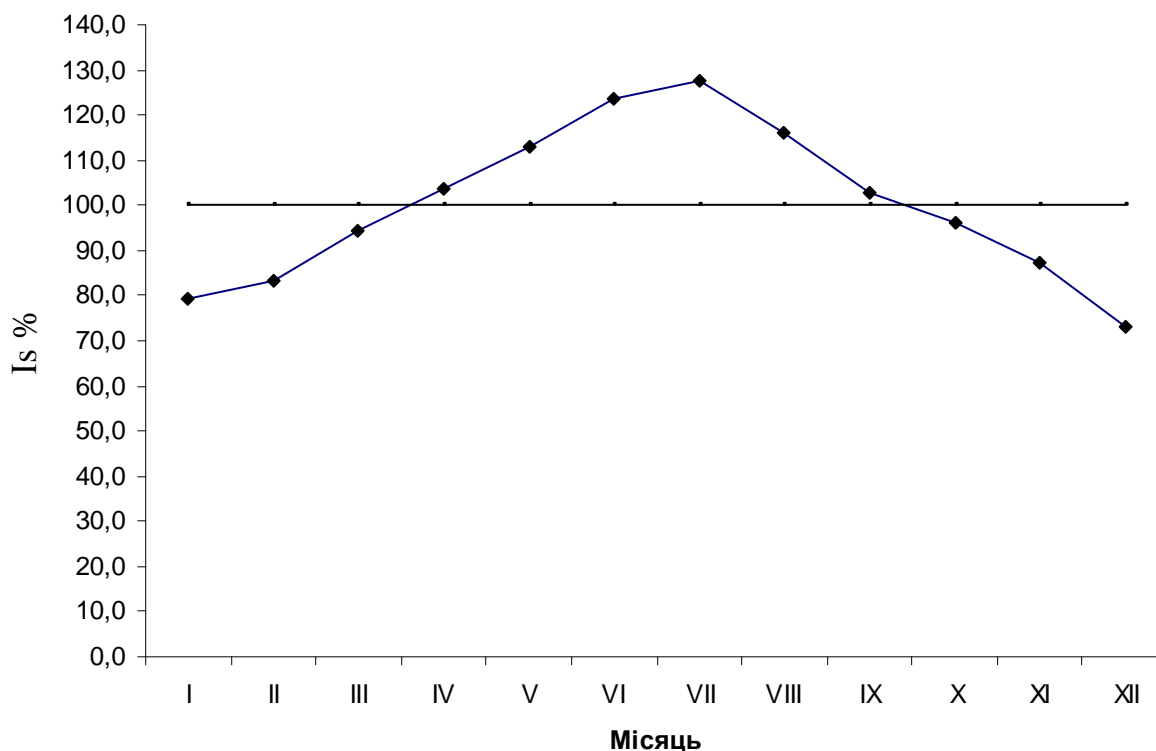


Рис. 6.3. Сезона хвиля постачання молока на молокозаводи міста

Висновки. З даних таблиці і рисунка видно, що сезонність постачання молока на молокозаводи міста має чітко виражений характер: найбільше молока було поставлено у весняно-літній період, а найменше – в осінньо-зимовий. Максимум постачання припадає на липень, мінімум – на грудень.

6.6. Питання для самоконтролю

1. Для чого необхідно вивчати динаміку явищ?
2. З яких елементів складається ряд динаміки і який їх сенс?
3. Які динамічні ряди називають моментними і чому не можна підсумовувати їх рівні? Наведіть приклади.
4. Які ряди динаміки називають інтервальними? Чому їх рівні підлягають підсумуванню. Наведіть приклади.
5. Назвіть аналітичні показники рядів динаміки, що застосовуються для оцінювання властивості динаміки у статистиці.
6. Які показники називають базисними та ланцюговими?
7. Що характеризує показник абсолютного приросту і як він розраховується?
8. Що являє собою темп зростання? Як він розраховується?
9. Що характеризує темп приросту і як він розраховується?
10. Що показує абсолютне значення одного процента приросту і як воно розраховується?
11. Що являє собою коефіцієнт прискорення і як він розраховується?
12. Як обчислюється середня величина рівнів у інтервальних рядах?
13. Як обчислюється середній абсолютний приріст?
14. За якою формулою розраховується середній темп зростання?
15. Що характеризує середній темп приросту і як він розраховується?
16. Які існують способи і методи вирівнювання рядів динаміки?
17. Як проводиться вирівнювання рядів динаміки способом ковзної середньої?
18. В чому полягає суть методу аналітичного вирівнювання динамічного ряду?

19. Охарактеризуйте техніку вирівнювання ряду динаміки за аналітичним методом.
20. Охарактеризуйте значення точкових та інтервальних оцінок прогнозних значень результативного фактору.
21. Що являє собою сезонні коливання, в чому практичне значення їх вивчення?
22. Як розраховуються індекси сезонності?

ТЕМА 7. ІНДЕКСИ ТА ЇХ ВИКОРИСТАННЯ В ЕКОНОМІКО-СТАТИСТИЧНИХ ДОСЛІДЖЕННЯХ

7.1. Поняття про індекси і їх роль в статистичному аналізі суспільних явищ

У практиці статистичного аналізу суспільних явищ часто доводиться мати справу з явищами, для оцінки зміни яких розглянутих вище середніх і відносних величин недостатньо. Наприклад, підприємство виконало план виробництва овочів на 109%, м'яса – на 103%, молока – на 89%, зерна – на 102%. Виникає питання, чи виконаний план виробництва в цілому і на скільки? Складність розв'язання цього питання полягає в тому, що наведені вище елементи сукупності (різні види продукції) різнорідні і безпосереднє додавання ні їх обсягів, ні процентів виконання плану не має економічного змісту. Така ж ситуація має місце при оцінці зміни цін, собівартості продукції, продуктивності праці, рентабельності та інших ознак по всіх продуктах. Для оцінки загальної зміни подібних явищ у статистиці використовують індекси.

Сфера використання індексів надто широка: за їх допомогою характеризується динаміка розвитку національної економіки в цілому (виробництво валового внутрішнього продукту, валового національного доходу тощо) і окремих її галузей (промисловості, сільського господарства тощо), аналізуються результати виробничо-господарської діяльності підприємств, досліджується вплив окремих факторів на формування соціально-економічних показників, визначається рівень життя населення тощо.

Рівні та індекси реальних доходів визначають на душу населення в цілому і для окремих соціальних груп. Складовою частиною індексу реальних доходів робітників і службовців є індекс реальної заробітної плати робітників і службовців, який визначають як відношення індексу номінальної заробітної плати до індексу споживчих цін – оберненої величини до індексу купівельної спроможності грошей.

Між купівельною спроможністю або силою грошей і споживчими цінами існує обернений зв'язок: чим нижчий рівень споживчих цін, тим вища купівельна спроможність грошей. Тому для визначення зміни купівельної спроможності грошей потрібно одиницю поділити на індекс споживчих цін. Так, наприклад, якщо індекс цін дорівнює 1,0620, тобто ціни в динаміці за певний період зросли на 6,2%, то купівельна спроможність грошей зменшилась і склала: $1 : 1,0620 = 0,9416$. Отже, купівельна спроможність грошей в даному прикладі зменшилась на 5,84% ($100 - 94,16$) і тепер, скажемо, на 100 гривень можна купити стільки, скільки раніше на 94,16 гривні.

На рівень купівельної спроможності грошей впливає не тільки рівень споживчих цін, але й рівень вартості цілого ряду послуг: квартирної плати, медобслуговування, цін на освіту та ін. Тому для правильного визначення купівельної спроможності грошей слід враховувати не тільки індекс цін, але й індекс вартості послуг.

Індекс споживчих цін широко використовується як показник інфляції, який характеризує знецінення грошей, падіння їх купівельної спроможності.

В даний час індексний метод отримав широке застосування в статистичному аналізі в різних галузях народного господарства, в основному це стосується економічної і галузевих статистик.

Слово "індекс" (index) в перекладі з латинської означає показник. Індекс – відносна величина, що характеризує зміну суспільних явищ у часі, просторі або порівняно з планом. Однак, індексом не слід вважати будь-яку відносну величину порівняння. За допомогою індексів характеризується зміна складних суспільних явищ.

Індексами у статистиці називають складні відносні показники, що характеризують середню зміну сукупності, яка складається з несумірних елементів.

За допомогою індексів вирішуються такі основні задачі:

1) характеристика загальної зміни складного соціально-економічного явища у динаміці, територіальному порівнянні, зіставленні з нормативами,

планами, прогнозами (наприклад, зміни вартості виробленої продукції, зміни витрат на виробництво, зміни собівартості, продуктивності праці; порівняння споживання продуктів харчування на душу населення в Україні та інших країнах тощо);

2) виявлення у показника складного явища впливу окремих факторів на результативний показник (наприклад, вплив зміни рівня цін і зміни кількості проданих товарів на обсяг товарообороту; виявлення впливу на зростання випуску продукції збільшення чисельності робітників з одного боку і збільшення продуктивності праці – з другого боку);

3) вивчення динаміки середніх величин та оцінка впливу структурних зрушень на зміну середньої величини (наприклад, оцінка середньої собівартості за групою підприємств з різним рівнем собівартості при випуску однорідної продукції).

Як бачимо, за допомогою індексів вирішуються задачі, подібні тим, що розв'язувались з використанням відносних величин, які характеризують зміну окремих сумірних елементів; індекси характеризують зміну складних масових явищ, що складаються з безпосередньо несумірних елементів.

Перераховані задачі доводиться вирішувати на всіх рівнях управління: від окремого підприємства до народного господарства країни в цілому. В аналізі соціально-економічних явищ індекси широко використовуються для характеристики змін всіх основних економічних та техніко-економічних показників: обсягів виробництва та реалізації продукції, продуктивності праці, собівартості продукції, використання машин і обладнання тощо.

Методологія побудови та використання індексів в статистико-економічному аналізі називається *індексним методом*.

Важливою особливістю індексів є те, що їм притаманні синтетичні та аналітичні властивості. *Синтетичні* властивості індексів полягають в тому, що за їх допомогою здійснюється з'єднання (агрегування) в ціле різнорідних одиниць статистичної сукупності. *Аналітичні* властивості індексів

проявляються в тому, що за допомогою індексного методу виявляється вплив факторів на зміну досліджуваного показника.

В індексному методі застосовується певна символіка, тобто система умовних позначень, за допомогою яких будують і записують індекси.

Кожна індексована величина має своє символічне позначення (звичайно у вигляді латинської літери).

а) *кількісні або об'ємні показники:*

q – обсяг виготовленої продукції або кількість проданого товару певного виду в натуральному вираженні;

T – загальна кількість відпрацьованих людино-годин чи людино-днів (загальні витрати робочого часу на виробництво продукції) або середньооблікова чисельність працівників;

h – розмір посівної площі;

б) *якісні показники:*

p – ціна одиниці товару чи продукції;

z – собівартість одиниці продукції;

$t = \frac{T}{q}$ – витрати робочого часу (праці) на виробництво продукції, тобто її

трудомісткість;

$\bar{q} = \frac{q}{T}$ – середній випуск продукції в розрахунку на одного працівника чи

на один людино-день (людино-годину), тобто продуктивність праці;

y – врожайність певної культури з 1 га;

в) *показники, що отримані як добуток якісного та кількісного показників:*

pq – вартість випуску продукції або загальна вартість проданого товару певного виду (товарооборот);

zq – загальна собівартість продукції певного виду, тобто витрати на її виробництво;

$tq = T$ – загальні витрати робочого часу на випуск продукції певного виду;

y_h – валовий збір певної сільськогосподарської культури.

Індивідуальний індекс позначається літерою "i" і наділяється підрядковим знаком індексованого показника. Так, i_p означає індивідуальний індекс цін певного виду продукції. Зведений індекс позначається літерою I і також супроводжується підрядковим знаком індексованого показника. Наприклад, I_q – зведений індекс фізичного обсягу продукції, I_z – зведений індекс собівартості продукції і т.д.

Для відображення періодів часу використовують спеціальні позначення, які пишуть знизу символу індексованої величини або величини, що використовується як вага (сумірник). Період, з яким порівнюють, називають *базисним*, а період, який порівнюють – *поточним* або *звітним*. Дані базисного періоду, позначають підрядковим знаком "0", а звітного – "1". Наприклад, кількість продукції за базисний і звітний період відповідно позначається q_0 і q_1 . Для планового рівня застосовується знак "пл". Так, кількість продукції за планом позначається $q_{пл}$ і т.д.

Індекси розраховуються з точністю до 0,0001. Така точність зумовлена взаємозв'язком індексів.

Індекси показують, у скільки разів (на скільки процентів) рівень звітного періоду вищий (нижчий) за рівень базисного періоду. Якщо індекс більший за одиницю, або більший за 100%, то це свідчить про те, що рівень у звітному періоді підвищився, а якщо індекс менший за одиницю або менший за 100%, то це свідчить про зменшення рівня у звітному періоді порівняно з базисним періодом.

В статистичному аналізі часто постає завдання – дати узагальнену характеристику зміни сукупності, елементи якої безпосередньо несумірні. Наприклад, необхідно встановити зміну динаміки фізичного обсягу виробленої або реалізованої продукції за кількома різномірними видами продукції.

У індексах є дві величини: одну, зміну якої вивчають при використанні індивідуальних та загальних індексів, називають *індексованою*; другу, постійну

у загальних індексах, що приводить різнорідні елементи сукупності до порівнюваного виду – *сумірником* (для індексів кількісних показників) або *вагою* (для індексів якісних показників).

7.2. Класифікація індексів

У статистичному аналізі використовують різні форми і види індексів, що зумовлює потребу у відповідній їх класифікації. Індокси можуть бути класифіковані за такими ознаками:

- а) за мірою охоплення елементів сукупності;
- б) за базою порівняння;
- в) за видом об'єкту порівняння;
- г) за видом ваги (сумірника);
- д) за формою побудови;
- ж) в залежності від змісту та характеру індексуємої величини;
- з) за об'єктом дослідження;
- к) за складом явища;
- л) за періодом розрахунку.

За мірою охоплення елементів сукупності розрізняють індивідуальні та загальні (зведені) індекси.

Індивідуальні індекси – це відносні показники, які характеризують зміну в динаміці або відображають співвідношення в просторі якогось одного виду одиниць явища. Індивідуальні індекси позначаються буквою i та відображають зміну тільки одного елемента сукупності (наприклад, видобуток вугілля на шахті, ціна на картоплю з сільгосп підприємства). Так, i_q – індивідуальний індекс обсягу продукції, i_p – індивідуальний індекс цін тощо.

Загальні (зведені) індекси позначають буквою I та характеризують динаміку складного явища, елементи якого не піддаються безпосередньому підсумуванню в часі, просторі чи порівняно з планом (наприклад, видобуток

вугілля кількома шахтами, зміна цін на картоплю сільгосп підприємствами району). Так, I_q – загальний індекс фізичного обсягу продукції, I_p – загальний індекс цін тощо. У статистичному аналізі використовуються також *групові*, або *субіндекси*, які охоплюють частини цілого (наприклад, індекси продукції за окремими галузями).

За базою порівняння розрізняють базисні та ланцюгові індекси. В *базисних індексах* усі періоди порівнюють з одним, взятим за базу, а в *ланцюгових* – кожен наступний період порівнюють з попереднім.

За видом об'єкту порівняння розрізняють динамічні, територіальні індекси та індекси порівняно з планом (нормою, стандартом). *Динамічні індекси* характеризують зміну явища за часом (ціни, собівартості, продуктивності праці тощо). *Територіальні індекси* відповідають зіставленню показників за відповідними географічними територіями (країнами, регіонами, областями і т.д.). *Індекси порівняно з планом* характеризують стан діяльності підприємств (організацій, установ) на даний поточний період у зрівнянні з встановленим планом (стандартом, нормою).

Для загальних (зведених) індексів за *видом ваги (сумірника)* розрізняють індекси з постійними вагами та індекси зі змінними вагами.

За *формою побудови*, в залежності від методології розрахунку, загальні індекси поділяють на агрегатні та середні індекси. *Агрегатні індекси* за рахунок введення сумірника (ваги) в чисельник і знаменник індексу дозволяють здійснити поєднання різнорідних елементів для характеристики складних явищ. *Середні індекси* використовуються у формі *середньозважених індексів*, коли індексована величина виражається через індивідуальні індекси, а також у формі *середніх індексів середніх величин* в разі вивчення динаміки середніх величин.

В залежності від змісту та характеру індексуємої величини розрізняють *індекси кількісних (об'ємних) показників* (наприклад, фізичного обсягу продукції) та *індекси якісних показників* (наприклад, цін, собівартості та ін.)

За об'єктом дослідження індекси кількісних показників поділяють на індекси фізичного обсягу продукції, територіальні індекси, індекси розміру та структури посівних площ тощо.

За складом явища розрізняють індекси постійного та змінного складу, структурних зрушень. Індекси, в яких змінюється одна величина, називають індексами постійного складу (індекси цін, собівартості та ін.), а дві і більше величини – індексами змінного складу (індекси вартості, обсягу продукції, загальних витрат, валового збору тощо). Відношення індексу змінного складу до індексу постійного складу дає *індекс структурних зрушень*.

Нарешті, за періодом розрахунку бувають річні, кварталні, місячні та тижневі індекси.

7.3. Індивідуальні індекси

Найбільш простим за індексним методом є розрахунок *індивідуальних індексів*. Вони мають відношення до одного елементу явища і не потребують підсумовування. Індивідуальні індекси за своєю суттю є відносними величинами динаміки, виконання зобов'язань, зіставлення.

Розрахунок індивідуальних індексів виконують шляхом обчислення двох індексуємих величин у вигляді звичайного дроби: у чисельнику знаходиться величина поточного (звітного) періоду, яка порівнюється, і позначається підрядним знаком "1" (наприклад, кількість виробленої продукції певного виду у поточному періоді q_1 , ціна такої продукції – p_1 і т.д.); у знаменнику знаходиться величина базисного періоду, з яким порівнюється величина поточного періоду, і позначається підрядним знаком "0" (наприклад, кількість виробленої продукції певного виду у базисному періоді q_0 , ціна такої продукції – p_0 і т.д.).

Прикладами розрахунку індивідуальних індексів є такі:

а) для кількісних (об'ємних) показників:

– індивідуальний індекс фізичного обсягу продукції

$$i_q = \frac{q_1}{q_0};$$

– індивідуальний індекс кількості відпрацьованих людино-днів

$$i_T = \frac{T_1}{T_0},$$

де T_1, T_0 – кількість відпрацьованих людино-днів на виробництво продукції у поточному і базисному періодах;

– індивідуальний індекс розміру посівної площі

$$i_h = \frac{h_1}{h_0},$$

де h_1, h_0 – розміри посівної площі у поточному і базисному періодах.

б) для якісних показників:

– індивідуальний індекс цін на певний вид товару (продукції)

$$i_p = \frac{p_1}{p_0},$$

де p_1, p_0 – ціна одиниці товару в поточному і базисному періодах;

– індивідуальний індекс собівартості продукції

$$i_z = \frac{z_1}{z_0},$$

де z_1, z_0 – собівартість одиниці продукції в поточному і базисному періодах;

– індивідуальний індекс продуктивності праці

$$i_t = \frac{t_1}{t_0},$$

де t_1, t_0 – витрати робочого часу (праці) на виробництво одиниці продукції в поточному і базисному періодах.

в) для показників, які отримані як добуток якісного та кількісного показників:

– індивідуальний індекс вартості продукції (товарообороту)

$$i_{pq} = i_p \cdot i_q;$$

– *індивідуальний індекс загальної собівартості продукції*

$$i_{zq} = i_z \cdot i_q;$$

– *індивідуальний індекс валового збору певного виду сільськогосподарської продукції*

$$i_{yh} = i_y \cdot i_h;$$

де $i_y = \frac{y_1}{y_0}$ – *індивідуальний індекс врожайності культури з 1 га.*

Індивідуальні індекси можуть розраховуватись у вигляді індексного ряду за декілька періодів. При цьому існує два способи розрахунку індивідуальних індексів: ланцюговий і базисний. При *ланцюговому способі розрахунку* за базу порівняння приймається індексована величина сусіднього минулого періоду. При цьому база розрахунку в ряду постійно змінюється. Наприклад, для індексу фізичного обсягу продукції *ланцюгові індекси* за різними періодами розраховуються так:

$$i_{q_{1/0}} = \frac{q_1}{q_0}, i_{q_{2/1}} = \frac{q_2}{q_1}, i_{q_{3/2}} = \frac{q_3}{q_2} \text{ і т.д.}$$

При *базисному способі розрахунку* за базу приймається незмінна індексована величина якогось одного періоду. Наприклад, для розглянутого випадку *базисні індекси* фізичного обсягу продукції розраховуються так:

$$i_{q_{1/0}} = \frac{q_1}{q_0}, i_{q_{2/0}} = \frac{q_2}{q_0}, i_{q_{3/0}} = \frac{q_3}{q_0} \text{ і т.д.}$$

Між ланцюговими і базисними індивідуальними індексами існує такий взаємозв'язок: добуток ланцюгових індексів дорівнює базисному індексу крайніх періодів. Наприклад, для індексу фізичного обсягу продукції:

$$i_{q_{1/0}} \cdot i_{q_{2/1}} \cdot i_{q_{3/2}} = i_{q_{3/0}}.$$

Частка від ділення наступного базисного індексу на попередній дорівнює відповідному ланцюговому індексу:

$$i_{q_{2/0}} : i_{q_{1/0}} = i_{q_{2/1}}.$$

Тому при наявності ланцюгових індексів можна перейти до базисних, а при наявності базисних – до ланцюгових без прямого розрахунку.

Методику обчислення та економічний зміст індивідуальних індексів покажемо на прикладі аналізу випуску продукції підприємствами за 2007–2012 рр. (табл. 7.1).

Таблиця 7.1

Рік	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Обсяг виробництва продукції, тис. т	65,4	69,2	73,5	77,1	80,2	84,7

Визначимо індивідуальні індекси обсягу продукції ланцюговим способом та базисним способом, прийнявши за базу 2007 рік.

1. Ланцюгові індекси:

– індекс продукції 2008 р. до 2007 р.

$$i_q = \frac{q_1}{q_0} = \frac{69,2}{65,4} = 1,058, \text{ або } 105,8\%;$$

– індекс продукції 2009 р. до 2008 р.

$$i_q = \frac{q_2}{q_1} = \frac{73,5}{69,2} = 1,062, \text{ або } 106,2\% \text{ і т.д.}$$

В результаті розрахунків одержимо індивідуальні ланцюгові індекси:

Таблиця 7.2

Рік	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Коефіцієнти	–	1,058	1,062	1,049	1,040	1,056
Проценти	–	105,8	106,2	104,9	104,0	105,6

На основі результатів розрахунків можна зробити такі висновки: із року в рік має місце збільшення випуску продукції розглядаємого періоду у зрівнянні з попереднім періодом; темпи зростання випуску продукції у 2010 та 2011 рр. були нижче попередніх років.

2. Базисні індекси при постійній базі у 2007 році:

– базисний індекс 2008 р. до 2007 р. дорівнює ланцюговому (1,058);

– базисний індекс 2009 р. до 2007 р.

$$i_q = \frac{q_2}{q_0} = \frac{73,5}{65,4} = 1,124, \text{ або } 112,4\%;$$

– базисний індекс 2010 р. до 2007 р.

$$i_q = \frac{q_3}{q_0} = \frac{77,1}{65,4} = 1,179, \text{ або } 117,9\% \text{ і т.д.}$$

Результати розрахунків базисних індивідуальних індексів обсягом виробництва продукції характеризується даними:

Таблиця 7.3

Рік	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Коефіцієнти	–	1,058	1,124	1,179	1,226	1,295
Проценти	–	105,8	112,4	117,9	122,6	129,5

Отримані дані свідчать про зростання випуску продукції у зрівнянні з базисним періодом (2007 р.).

3. Зробимо перевірку розрахунку базисних індексів шляхом добутку ланцюгових індексів:

– базисний індекс 2009 р. до 2007 р.

$$i_q = \frac{q_1}{q_0} \cdot \frac{q_2}{q_1} = 1,058 \cdot 1,062 = 1,124, \text{ або } 112,4\%;$$

– базисний індекс 2010 р. до 2007 р.

$$i_q = \frac{q_2}{q_0} \cdot \frac{q_3}{q_2} = 1,124 \cdot 1,049 = 1,179, \text{ або } 117,9\%;$$

– базисний індекс 2011 р. до 2007 р.

$$i_q = \frac{q_3}{q_0} \cdot \frac{q_4}{q_3} = 1,179 \cdot 1,040 = 1,226, \text{ або } 122,6\%;$$

– базисний індекс 2012 р. до 2007 р.

$$i_q = \frac{q_4}{q_0} \cdot \frac{q_5}{q_4} = 1,226 \cdot 1,056 = 1,295, \text{ або } 129,5\%.$$

Бачимо, що дані розрахунків базисних індексів прямим способом і способом добутку ланцюгових індексів збігаються.

7.4. Агрегатна форма загальних індексів кількісних показників

Найбільш типовим індексом кількісних показників є *індекс фізичного обсягу продукції*. Тому розглянемо його побудову.

В разі однорідної сукупності для її характеристики можуть бути використані індивідуальні індекси, які не потребують підсумовування елементів цієї сукупності.

У випадку неоднорідної сукупності її елементи не підлягають підсумуванню з причини різної натуральної суті товару та різних одиниць вимірювання (наприклад, такі товари як мед, крупи, картопля, тканини і т.д. в магазині вимірюються у кілограмах, літрах, метрах тощо). Зіставлення загальних фізичних обсягів реалізованих товарів не має сенсу, тому загальний індекс фізичного обсягу продукції, як узагальнюючий показник явища, не може

розраховуватись як $I_q = \frac{\sum q_1}{\sum q_0}$. Для цього потрібно привести різні види товарів

до порівняльного виду, що складає основу методологічної побудови загальних індексів. Розглянемо суть цієї методології у випадку побудови агрегатної форми загальних індексів як найбільш розповсюдженої в економічному аналізі досліджуваних явищ (процесів).

Для того, щоб привести різні види товарів до порівнянного виду і здійснювати підсумування різних видів товарів, чисельник і знаменник складного індексу представляють у вигляді *агрегатів*, тобто поєднання різнорідних елементів. Кожен з агрегатів у чисельнику і знаменнику індексу являє собою у вигляді суми (знак Σ) добуток *індексованої величини* (для загального індексу фізичного обсягу продукції це кількість вироблених товарів різних видів у поточному q_1 і базисному q_0 періодах) на незмінну величину для

видів товарів – сумірник. Для загального індексу фізичного обсягу продукції в якості сумірника виступають порівнювальні, фіксовані ціни за товарами p_0 на рівні базисного періоду, що дозволяє усунути їх вплив на зміну обсягу продукції. Введення сумірника у агрегати індексу вирішує проблему підсумування, тобто приведення всіх видів товарів (продукції) до єдиного змісту. У випадку індексу фізичного обсягу продукції – це зіставлення агрегатів у вигляді вартості вироблених товарів у періодах зрівняння.

Таким чином, загальний індекс, який знаходиться шляхом порівняння результатів складного явища у поточному і базисному періодах за рахунок введення сумірників (ваг), називається *агрегатним*. Спосіб, за допомогою якого складають загальний індекс таким чином, має назву *агрегатного способу*.

Остаточно, загальний (зведений) індекс фізичного обсягу продукції в агрегатній формі, або агрегатний індекс фізичного обсягу продукції, записуються у вигляді:

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0},$$

де q_1 , q_0 – кількість вироблених товарів (обсяг продукції) відповідно у поточному (звітному) та базисному періодах; p_0 – незмінна ціна кожного виду товарів у базисному періоді; $\sum q_1 p_0$ – умовний показник, який характеризує вартість товарів у поточному періоді за цінами базисного періоду; $\sum q_0 p_0$ – вартість товарів у базисному періоді.

Розрахований індекс фізичного обсягу продукції показує, в скільки разів змінився фізичний обсяг продукції або скільки процентів складає його зростання (зниження) у поточному періоді в зрівнянні з базисним періодом.

Так, наприклад, якщо агрегатний індекс фізичного обсягу продукції дорівнює $I_q = 1,24$, або 124%, то це означає, що загальний випуск продукції в поточному періоді у зрівнянні з базисним періодом зріс у 1,24 рази, або на 24%

(124–100=24%). В разі $I_q < 1,0$ (або 100%) говорять про зменшення випуску продукції у зрівнянні з базисним періодом.

Різниця чисельника і знаменника індексу фізичного обсягу продукції

$$\Delta_q = \sum q_1 p_0 - \sum q_0 p_0$$

свідчить про абсолютне зростання ($\Delta_q > 0$) або абсолютне зменшення ($\Delta_q < 0$) вартості випущених товарів у поточному періоді в зрівняння з базисним періодом у порівнянних цінах на рівні базисного періоду.

Агрегатні індекси кількісних показників можуть розраховуватись у вигляді індексного ряду за декілька періодів. При цьому використовуються *ланцюгові* та *базисні способи* розрахунку.

Наведемо приклади ланцюгових і базисних загальних індексів агрегатної форми фізичного обсягу продукції з постійними та змінними вагами (сумірниками) і покажемо їхній взаємозв'язок.

Ланцюгові індекси з постійними вагами:

$$I_{q_{1/0}} = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}; I_{q_{2/1}} = \frac{\sum q_2 p_0}{\sum q_1 p_0}; I_{q_{3/2}} = \frac{\sum q_3 p_0}{\sum q_2 p_0} \text{ і т.д.}$$

Ланцюгові індекси зі змінними вагами:

$$I_{q_{1/0}} = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}; I_{q_{2/1}} = \frac{\sum q_2 p_1}{\sum q_1 p_1}; I_{q_{3/2}} = \frac{\sum q_3 p_2}{\sum q_2 p_2} \text{ і т.д.}$$

Базисні індекси з постійними вагами:

$$I_{q_{1/0}} = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}; I_{q_{2/0}} = \frac{\sum q_2 p_0}{\sum q_0 p_0}; I_{q_{3/0}} = \frac{\sum q_3 p_0}{\sum q_0 p_0} \text{ і т.д.}$$

Базисні індекси зі змінними вагами:

$$I_{q_{1/0}} = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}; I_{q_{2/0}} = \frac{\sum q_2 p_1}{\sum q_0 p_1}; I_{q_{3/0}} = \frac{\sum q_3 p_2}{\sum q_0 p_2} \text{ і т.д.}$$

Між ланцюговими і базисними агрегатними індексами існує такий взаємозв'язок: для індексів з постійними вагами добуток ланцюгових індексів дорівнює базисному індексу крайніх періодів:

$$I_{q_{1/0}} \cdot I_{q_{2/1}} \cdot I_{q_{3/2}} = I_{q_{3/0}},$$

або

$$\frac{\sum q_1 P_0}{\sum q_0 P_0} \cdot \frac{\sum q_2 P_0}{\sum q_1 P_0} \cdot \frac{\sum q_3 P_0}{\sum q_2 P_0} = \frac{\sum q_3 P_0}{\sum q_0 P_0}.$$

Частка від ділення наступного базисного індексу з постійними вагами на попередній дорівнює ланцюговому індексу:

$$I_{q_{2/0}} : I_{q_{1/0}} = I_{q_{2/1}},$$

або

$$\frac{\sum q_2 P_0}{\sum q_0 P_0} : \frac{\sum q_1 P_0}{\sum q_0 P_0} = \frac{\sum q_2 P_0}{\sum q_1 P_0}.$$

Аналогічно побудованому агрегатному індексу фізичного обсягу продукції можуть бути побудовані агрегатні індекси інших кількісних показників, сумірниками і яких виступають якісні показники на рівні базисного періоду.

Обчислення базисних і ланцюгових індексів розглянемо на такому прикладі (табл. 7.4).

Таблиця 7.4

Динаміка обсягів продукції і цін

Вид продукції	Обсяг реалізації, тис. шт.			Ціна реалізації 1 шт. продукції, грн.		
	2010 р.	2011 р.	2012 р.	2010 р.	2011 р.	2012 р.
	q_0	q_1	q_2	P_0	P_1	P_2
А	12	18	15	22,4	24,1	25,7
В	27	31	35	15,3	14,9	15,4
С	8	12	10	31,5	34,7	36,2

Визначимо базисні індекси фізичного обсягу реалізованої продукції з постійними вагами (в цінах 2010 р.):

$$I_{q_{1/0}} = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{18 \cdot 22,4 + 31 \cdot 15,3 + 12 \cdot 31,5}{12 \cdot 22,4 + 27 \cdot 15,3 + 8 \cdot 31,5} = \frac{1255,5}{933,9} = 1,3444;$$

$$I_{q_{2/0}} = \frac{\sum q_2 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{15 \cdot 22,4 + 35 \cdot 15,3 + 10 \cdot 31,5}{12 \cdot 22,4 + 27 \cdot 15,3 + 8 \cdot 31,5} = \frac{1186,5}{933,9} = 1,2705.$$

Ланцюгові індекси фізичного обсягу з постійними вагами:

$$I_{q_{1/0}} = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{18 \cdot 22,4 + 31 \cdot 15,3 + 12 \cdot 31,5}{12 \cdot 22,4 + 27 \cdot 15,3 + 8 \cdot 31,5} = \frac{1255,5}{933,9} = 1,3444.$$

Перший ланцюговий і перший базисний індекси з постійними вагами завжди дорівнюють один одному.

$$I_{q_{2/1}} = \frac{\sum q_2 p_0}{\sum q_1 p_0} = \frac{15 \cdot 22,4 + 35 \cdot 15,3 + 10 \cdot 31,5}{18 \cdot 22,4 + 31 \cdot 15,3 + 12 \cdot 31,5} = \frac{1186,5}{1255,5} = 0,9450.$$

Обчислимо базисні і ланцюгові індекси цін із змінними вагами. За змінні ваги в цих індексах візьмемо обсяг реалізованої продукції у звітному періоді.

Базисні індекси із змінними вагами:

$$I_{p_{1/0}} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1 p_0} = \frac{18 \cdot 24,1 + 31 \cdot 14,9 + 12 \cdot 34,7}{18 \cdot 22,4 + 31 \cdot 15,3 + 12 \cdot 31,5} = \frac{1312,1}{1255,5} = 1,0451;$$

$$I_{p_{2/0}} = \frac{\sum q_2 p_2}{\sum q_2 p_0} = \frac{15 \cdot 25,7 + 35 \cdot 15,4 + 10 \cdot 36,2}{15 \cdot 22,4 + 35 \cdot 15,3 + 10 \cdot 31,5} = \frac{1286,5}{1186,5} = 1,0843.$$

Ланцюгові індекси із змінними вагами:

$$I_{p_{1/0}} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1 p_0} = \frac{18 \cdot 24,1 + 31 \cdot 14,9 + 12 \cdot 34,7}{18 \cdot 22,4 + 31 \cdot 15,3 + 12 \cdot 31,5} = \frac{1312,1}{1255,5} = 1,0451;$$

$$I_{p_{2/1}} = \frac{\sum q_2 p_2}{\sum q_2 p_1} = \frac{15 \cdot 25,7 + 35 \cdot 15,4 + 10 \cdot 36,2}{15 \cdot 24,1 + 35 \cdot 14,9 + 10 \cdot 34,7} = \frac{1286,5}{1230,0} = 1,0459.$$

7.5. Агрегатна форма загальних індексів якісних і змішаних показників

Загальні індекси агрегатної форми якісних показників (цін, собівартості, продуктивності праці тощо) будуються за тією ж методологією, що і агрегатні індекси кількісних показників. Для приведення якісних показників до порівняльного виду утворюються агрегати в чисельнику і знаменнику індексів у вигляді добутку індексованих величин на відповідні постійні ваги кількісних показників. В більшості випадків ваги фіксуються на рівні поточного (звітного) періоду або (в меншій мірі) – на рівні базисного періоду.

Серед агрегатних індексів якісних показників значна роль відводиться *агрегатному індексу цін I_p* , який в більшості випадків використовується у двох формах: індексу Пааше та індексу Ласпейреса.

Індекс цін Пааше запропоновано в 1874 р. німецьким економістом Г. Пааше. В індексі у якості ваги використовується обсяг продукції певного виду в поточному періоді q_1 . Індекс Пааше розраховується за формулою:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1},$$

де p_1 , p_0 – індексовані величини цін на певний вид продукції відповідно у поточному та базисному періодах; $\sum p_1 q_1$ – вартість всієї продукції у поточному періоді; $\sum p_0 q_1$ – умовна вартість продукції поточного періоду за порівнюваними цінами базисного періоду.

Індекс цін Пааше характеризує вплив зміни цін на вартість кількості товарів, які реалізовані в поточному періоді.

Агрегатний індекс цін Пааше показує, в скільки разів збільшився (зменшився) у середньому рівень цін на масу товару, що реалізовано в поточному періоді, або скільки процентів складає його зріст (зменшення) в поточному періоді у зрівнянні з базисним періодом.

Наприклад, якщо $I_p = 0,97$, або 97%, то це означає, що рівень цін на товари, які реалізовано в поточному періоді, в середньому зменшився в 0,97 рази, або на 3% ($100 - 97 = 3\%$) у зрівнянні з базисним періодом. В разі $I_p > 1,0$ (або 100%) говорять про збільшення рівня цін в поточному періоді порівняно з базисним періодом.

Різниця чисельника і знаменника індексу цін Пааше $\Delta_p = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1$ свідчить про абсолютну економію ($-$) ($\Delta_p < 0$) або абсолютну перевитрату ($+$) ($\Delta_p > 0$) грошових коштів покупців в результаті зміни цін на ці товари.

Проте слід зазначити, що вибір ваг при побудові агрегатного індексу цін не можна рахувати обов'язковим у всіх випадках. В статистиці ряд задач можуть і повинні вирішуватись по різному в залежності від конкретної мети та особливостей дослідження. Проілюструємо це таким прикладом. Відомо, що в період економічної кризи різко зростають ціни. В результаті ряд продуктів випадають із споживання населення, особливо малозабезпечених. Припустимо, що в умовному базисному періоді у склад споживання входило 35 найменувань продуктів ($q_0 = 35$), а в поточному періоді – тільки 28 найменувань ($q_1 = 28$). Очевидно, що в такій ситуації індекс цін, розрахований за q_1 , невірно відобразить зміну цін на ті продукти, які випали із споживання при надмірному зростанні цін. Тому в подібних випадках більш правильно відобразить зміну цін індекс, побудований за продукцією базисного періоду.

В 1864 р. німецьким економістом Е. Ласпейресом запропоновано *індекс Ласпейреса*, де в якості ваги використовується обсяг продукції за різновидністю товарів у базисному періоді q_0 . Індекс Ласпейреса розраховується за формулою:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0},$$

де $\sum p_1 q_0$ – вартість продукції у базисному періоді за цінами поточного періоду; $\sum p_0 q_0$ – вартість продукції у базисному періоді.

Індекс Ласпейреса показує вплив зміни цін на вартість кількості товарів, які реалізовано в базисному періоді.

Таким чином, індекси цін Пааше і Ласпейреса не ідентичні і для однакових вихідних даних не співпадають, так як мають різний економічний зміст: індекс Ласпейреса використовують у прогнозуванні обсягу товарообороту у зв'язку з ймовірною зміною цін на товари в майбутньому періоді, індекс Пааше використовують при вивченні звітних даних, коли ціллію аналізу є якісна оцінка зміни товарообороту в результаті зміни цін у звітному періоді.

Індекс Ласпейреса (L) в ряді випадків більше індексу Пааше (P). Ця систематична залежність двох індексів відома в статистиці як *ефект Гершенкрона*.

Враховуючи наявну розбіжність між індексами Пааше і Ласпейреса, І. Фішером у міжнародному зіставленні запропоновано "ідеальний індекс" (*індекс Фішера*), як середньгеометрична величина з двох вищезгаданих індексів:

$$I_p = \sqrt{PL}.$$

Але цей індекс не отримав широкого розповсюдження в статистичній практиці країн світу через відсутність в індексі конкретного економічного змісту.

На теперішній час лишається проблема вибору універсальної системи зважування в агрегатних індексах цін. Проте вона компромісно вирішується використанням індексів Пааше чи Ласпейреса в конкретних умовах застосування.

В економічному аналізі явищ і процесів використовуються і інші агрегатні індекси якісних показників: собівартості продукції I_z , продуктивності праці I_t та ін.

Агрегатний індекс собівартості продукції розраховується за формулою:

$$I_z = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_1},$$

де z_1, z_0 – собівартість одиниці продукції певного виду відповідно у поточному та базисному періодах (індексуємі величини); q_1 – кількість виробленої продукції кожного виду у поточному періоді, яка приймається в якості ваги; $\sum z_1 q_1$ – витрати на виробництво продукції поточного періоду; $\sum z_0 q_1$ – умовні витрати на виробництво тієї ж продукції, якщо б собівартість одиниці продукції була на рівні базисного періоду.

Індекс собівартості показує, в скільки разів зменшився (зріс) у середньому рівень собівартості на продукцію, вироблену у поточному періоді, або скільки процентів складає його зменшення (зріст) в поточному періоді у зрівнянні з базисним.

Якщо із значення індексу собівартості у процентах відрахувати 100%, то різниця $(I_z - 100)$ покаже, на скільки процентів у середньому зменшився (збільшився) рівень собівартості на продукцію, вироблену у поточному періоді.

Різниця між чисельником і знаменником індексу $\Delta_z = \sum z_1 q_1 - \sum z_0 q_1$ характеризує економію (–) або перевитрати (+) від зміни собівартості одиниці продукції.

Продуктивність праці – це результат конкретної живої праці, ефективність цілеспрямованої діяльності людей у виготовленні продукції протягом відповідного проміжку часу. Вимірюється кількістю споживчих вартостей, вироблених в одиницю часу, або кількістю часу, витраченого на одиницю продукції.

Продуктивність праці важлива для успішного рішення багатьох соціальних і економічних задач. Тільки в наслідок неухильного зростання продуктивності праці можна забезпечити динамічний продуктивний розвиток виробництва, підвищити рівень життя населення.

Агрегатний індекс продуктивності праці за витратами праці на одиницю продукції розраховується за формулою:

$$I_t = \frac{\sum t_0 q_1}{\sum t_1 q_1},$$

де t_0 , t_1 – затрати робочого часу на одиницю продукції (трудомісткість) відповідно у базисному і поточному періодах; q_1 – обсяг продукції поточного періоду; $\sum t_0 q_1$ – умовні затрати робочого часу (трудомісткість) на всю продукцію базисного періоду; $\sum t_1 q_1$ – фактичні затрати робочого часу на всю продукцію поточного періоду.

На відміну від наведених вище формул інших агрегатних індексів, в цьому індексі базисна величина індексуемого показника (t_0) знаходиться в чисельнику, а поточна величина (t_1) – в знаменнику. Це відбувається тому, що затрати праці на одиницю продукції і продуктивність праці зв'язані оберненою залежністю.

Індекс продуктивності праці показує, у скільки разів зріс (зменшився) в середньому загальний рівень трудомісткості поточного (звітного) періоду у зрівнянні з базисним.

Якщо із значення індексу продуктивності праці в процентах відрахувати 100%, то різниця ($I_t - 100$) покаже, на скільки процентів в середньому зріс (зменшився) на цей час рівень трудомісткості.

Різниця чисельника і знаменника індексу $\Delta_t = \sum t_0 q_1 - \sum t_1 q_1$ показує зростання ($\Delta_t > 0$) або зменшення ($\Delta_t < 0$) трудомісткості на всю продукцію базисного періоду у зрівнянні з поточним.

Агрегатні індекси якісних показників можуть розраховуватись у вигляді індексного ряду. При цьому, як у наведеному прикладі для агрегатного індексу фізичного обсягу продукції, використовуються ланцюговий та базисний спосіб розрахунку для індексів з постійними та змінними вагами.

До основних *агрегатних індексів змішаних показників* можна віднести індекси вартості (товарообороту) товарів I_{pq} , індекси загальної собівартості продукції I_{zq} , індекси загальних витрат робочого часу I_{tq} тощо.

Такі індекси можна подати у вигляді добутку двох індексів, або *системою індексів*, що зручно для аналізу складного явища під впливом певних факторів.

Так як *агрегатний індекс вартості товарів (товарообороту)* можна представити як добуток індексу цін I_p (у формі індексу Пааше) та індексу фізичного обсягу продукції I_q

$$I_{pq} = I_p \cdot I_q,$$

то

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \cdot \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0}.$$

Як видно, цей індекс являє собою відношення вартості товарів поточного (звітного) періоду до вартості товарів базисного періоду. Індекс показує, в скільки разів зросла (зменшилась) вартість товарів (товарооборот) поточного періоду у зрівнянні з базисним, або скільки процентів складає зростання (зменшення) вартості товарів.

Якщо із індексу вартості, вираженому в процентах, відняти 100%, то різниця $(I_{pq} - 100)$ показує на скільки процентів змінилась вартість товарів в поточному періоді у зрівнянні з базисним.

Різниця чисельника і знаменника формули

$$\Delta_{pq} = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_0$$

показує, на скільки грошових одиниць змінилась вартість товарів у поточному періоді у зрівнянні з базисним.

Аналогічно *агрегатний індекс загальної собівартості продукції* I_{zq} можна представити як добуток індексу собівартості I_z та індексу фізичного обсягу продукції за собівартістю I_q у вигляді

$$I_{zq} = I_z \cdot I_q,$$

або

$$I_{zq} = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_1} \cdot \frac{\sum z_0 q_1}{\sum z_0 q_0} = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_0},$$

який показує зіставлення витрат на виробництво продукції у поточному і базисному періодах і виражається у коефіцієнтах або процентах.

Агрегатний індекс загальних витрат робочого часу I_{tq} представляється у вигляді добутку індексу продуктивності праці I_t та індексу фізичного обсягу продукції за продуктивністю праці I_q

$$I_{tq} = I_t \cdot I_q,$$

або

$$I_{tq} = \frac{\sum t_1 q_1}{\sum t_0 q_1} \cdot \frac{\sum t_0 q_1}{\sum t_0 q_0} = \frac{\sum t_1 q_1}{\sum t_0 q_0}.$$

Його величина дає порівняння витрат робочого часу на виробництво продукції різних видів у поточному і базисному періодах.

Індекс валового збору врожаю I_{ys} можна подати як добуток індексу I_y та структури посівних площ I_s

$$I_{ys} = I_y \cdot I_s,$$

або

$$I_{ys} = \frac{\sum y_1 s_1}{\sum y_0 s_1} \cdot \frac{\sum y_0 s_1}{\sum y_0 s_0} = \frac{\sum y_1 s_1}{\sum y_0 s_0}.$$

Методику обчислення та економічний зміст агрегатних індексів покажемо на прикладі аналізу реалізації продукції на підприємстві за два періоди (табл. 7.5).

Таблиця 7.5

Дані для розрахунку індексів вартісного та фізичного
обсягів продукції і цін

Виріб	Вихідні дані				Розрахункові дані				
	Кількість продукції, тис. шт.		Ціна реалізації 1 шт., грн.		Індивідуальні індекси		Виручка від реалізації, тис. грн.		
	базис-ний період	звіт-ний період	базис-ний період	звіт-ний період	обсягу продукції	цін	базис-ний період	звітний період	умовна
	q_0	q_1	p_0	p_1	$i_q = \frac{q_1}{q_0}$	$i_p = \frac{p_1}{p_0}$	$q_0 p_0$	$q_1 p_1$	$q_1 p_0$
А	19,2	16,2	24,35	22,87	0,8438	0,9392	467,520	370,494	394,470
Б	2,3	2,1	145,67	152,38	0,9130	1,0461	335,041	319,998	305,907
В	24,6	27,3	20,54	24,31	1,1098	1,1835	505,284	663,663	560,742
Г	31,4	36,8	18,46	19,22	1,1720	1,0412	579,644	707,296	679,328
Разом	–	–	–	–	–	–	1887,489	2061,451	1940,447

Використовуючи індексний метод аналізу і вихідні дані табл. 7.5, встановимо загальну зміну вартісного обсягу продукції за два періоди і вплив на його зміну фізичного обсягу продукції і цін.

Індивідуальні індекси (коефіцієнти зростання) показують, що у звітному періоді порівняно з базисним фізичний обсяг реалізації виробів А та Б скоротився відповідно на 15,62 і 8,7%, а В і Г збільшився на 10,98 і 17,20%, ціни реалізації по виробам Б, В і Г збільшились відповідно на 4,61, 18,35 та 4,12%, а по виробу А зменшилась на 6,08%.

Визначимо відносну зміну вартісного обсягу реалізованої продукції по всіх видах, для чого розрахуємо індекс вартісного обсягу продукції:

$$I_{qp} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_0} = \frac{2061,451}{1887,489} = 1,0922, \text{ або } 109,22\%.$$

Цей індекс показує, що в динаміці внаслідок дії двох факторів (обсягу продукції і цін) вартісний обсяг збільшився на 9,22%.

Різниця між чисельником і знаменником індексу характеризує абсолютний приріст вартісного обсягу продукції за два періоди:

$$\Delta_{qp} = \sum q_1 p_1 - \sum q_0 p_0 = 2061,451 - 1887,489 = 173,962 \text{ тис. грн.}$$

Щоб визначити зміну вартісного обсягу продукції за рахунок зміни тільки фізичного обсягу продукції, обчислимо індекс фізичного обсягу продукції, в якому продукція звітного і базисного періодів оцінена в єдиних цінах:

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{1940,447}{1887,489} = 1,0281, \text{ або } 102,81\%.$$

Отже, вартісний обсяг реалізованої продукції у звітному періоді порівняно з базисним внаслідок зростання фізичного обсягу продукції збільшився на 2,81%.

Абсолютний приріст вартісного обсягу реалізованої продукції за рахунок зростання фізичного обсягу становить:

$$\Delta_q = \sum q_1 p_0 - \sum q_0 p_0 = 1940,447 - 1887,489 = 52,958 \text{ тис. грн.}$$

Вплив зміни цін реалізації на зміну вартісного обсягу продукції встановимо за допомогою індексу цін:

$$I_p = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1 p_0} = \frac{2061,451}{1940,447} = 1,0624, \text{ або } 106,24\%.$$

Отже, вартісний обсяг реалізованої продукції внаслідок зміни цін збільшився на 6,24%.

Абсолютний приріст вартісного обсягу продукції внаслідок зростання цін реалізації становить:

$$\Delta_p = \sum q_1 p_1 - \sum q_1 p_0 = 2061,451 - 1940,447 = 121,004 \text{ тис. грн.}$$

Обчислені індекси і абсолютні прирости пов'язані між собою такою рівністю:

$$I_{qp} = I_q \cdot I_p; 1,0922 = 1,0281 \cdot 1,0624;$$

$$\Delta_{qp} = \Delta_q + \Delta_p; 173,962 = 52,958 + 121,004.$$

Отже, вартісний обсяг реалізованої продукції по підприємству за два періоди збільшився на 9,22%, втому числі внаслідок зростання фізичного обсягу продукції на 2,81% і збільшення цін реалізації на 6,24%.

Обчислені агрегатні індекси показують середню зміну вартісного обсягу продукції, а тому аналіз одержаних результатів доповнимо аналізом по окремих видах продукції.

Загальне збільшення фізичного обсягу продукції в середньому на 2,81% пояснюється більш високим зростанням обсягів реалізації виробу Г на 17,20% і виробу В на 10,98% порівняно із скороченням обсягів реалізації виробу А на 15,62% і виробу Б на 8,7%.

Аналіз індивідуальних індексів цін по окремих видах продукції показує, що не дивлячись на зниження цін реалізації по виробу А на 6,08% в середньому ціни підвищились на 6,24% внаслідок їх зростання по виробу Б на 4,61%, В на 18,35% і Г на 4,12%.

7.6. Середньозважені індекси

Агрегатний спосіб представлення загальних індексів в статистиці є найбільш розповсюдженим. Разом з тим використовується і інший спосіб розрахунку загальних індексів як середніх із відповідних індивідуальних індексів, або *середньозважених індексів*.

До розрахунку середньозважених індексів звертаються у тих випадках, коли первинна (вихідна) інформація не дозволяє розрахувати загальний агрегатний індекс. Існують дві форми середньозважених індексів: *середньоарифметична* та *середньогармонічна*. Як правило, середній арифметичний індекс застосовується при індексуванні кількісних показників

(наприклад, фізичного обсягу продукції), а середній гармонічний – при індексуванні якісних показників (наприклад, цін).

До розрахунку *середнього арифметичного індексу* вдаються тоді, коли індексована величина чисельника виражається через індивідуальний індекс. Наприклад, необхідно обчислити загальний індекс фізичного обсягу продукції I_q , коли з вихідних даних відомі індивідуальні індекси фізичного обсягу ($i_q = q_1/q_0$) і вартість продукції кожного виду за базисний період ($q_0 p_0$). Тоді загальний індекс фізичного обсягу можна визначити як середню арифметичну зважену із індивідуальних індексів. Для цього змінимо невідому кількість продукції звітного періоду (q_1) добутком $i_q q_0$ в чисельнику агрегатного індексу. Тоді загальний індекс фізичного обсягу продукції набуде вигляду:

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{\sum i_q q_0 p_0}{\sum q_0 p_0}.$$

Ця формула являє собою середню арифметичну з індивідуальних індексів фізичного обсягу продукції, зважену за вартістю продукції базисного періоду.

Наведемо приклад обчислення середнього арифметичного індексу за такими даними (табл. 7.6).

Оскільки за вихідними даними відомі індивідуальні індекси фізичного обсягу продукції (i_q) і вартість кожного виду продукції ($q_0 p_0$) за базисний період, середню зміну фізичного обсягу по всіх видах продукції визначимо за формулою середнього арифметичного індексу фізичного обсягу продукції

$$I_q = \frac{\sum i_q q_0 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{698,7}{672} = 1,0397.$$

Отже, в середньому фізичний обсяг продукції у звітному періоді порівняно з базисним збільшився на 3,97%, або на 26,7 тис. грн. ($\sum i_q q_0 p_0 - \sum q_0 p_0 = 698,7 - 672$).

Дані для розрахунку середнього арифметичного індексу
фізичного обсягу продукції

Продукція	Вихідні дані		Розрахункові дані	
	Вартість продукції за базисний період тис. грн.	Зміна фізичного обсягу у звітному періоді порівняно з базисним	Індивідуальні індекси фізичного обсягу продукції	Умовна вартість реалізованої продукції, тис. грн.
	$q_0 p_0$	%	i_q	$i_q q_0 p_0$
Зерно	423	+7	1,07	452,61
Картопля	152	без змін	1,0	152
Фрукти	97	-3	0,97	94,09
Разом	672	-	-	698,7

Якщо індексована величина виражається через індивідуальний індекс у знаменнику, то індекс має назву середнього гармонічного індексу. Наприклад, відомі індивідуальні індекси цін ($i_p = p_1/p_0$) і вартість кожного виду продукції за поточний (звітний) період ($q_1 p_1$), але невідомі дані про ціну за одиницю продукції за базисний період (p_0). Щоб знайти середній гармонічний індекс цін, у знаменнику агрегатного індексу ціну базисного періоду (p_0) замінимо рівним їй відношенням $p_0 = p_1/i_p$. Внаслідок цього знаменник агрегатної форми індексу цін набуде вигляду $\sum p_0 q_1 = \sum \frac{1}{i_p} p_1 q_1$, а індекс цін матиме вигляд:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{1}{i_p} p_1 q_1}.$$

Ця формула представляє собою середню гармонічну з індивідуальних індексів цін, зважену за обсягом продукції поточного періоду.

Порядок обчислення середнього гармонічного індексу покажемо на прикладі даних табл. 7.7.

Таблиця 7.7

Дані для розрахунку середнього арифметичного індексу цін

Продукція	Вихідні дані		Розрахункові дані	
	Вартість продукції за звітний період тис. грн.	Зміна цін у звітному періоді порівняно з базисним	Індивідуальні індекси цін	Умовна вартість реалізованої продукції, тис. грн.
	p_1q_1	%	i_p	$\frac{p_1q_1}{i_p}$
Зерно	517	+9	1,09	474,3
Картопля	174	-2	0,98	177,6
Фрукти	105	без змін	1,0	105,0
Разом	796	-	-	756,9

Оскільки за вихідними даними відомі індивідуальні індекси цін (i_p) і вартість кожного виду продукції за звітний період (q_1p_1), середню зміну цін по всіх видах продукції визначимо за формулою середнього гармонічного індексу цін

$$I_p = \frac{\sum p_1q_1}{\sum \frac{1}{i_p} p_1q_1} = \frac{517 + 174 + 105}{\frac{517}{1,09} + \frac{174}{0,98} + \frac{105}{1,0}} = \frac{796}{756,9} = 1,0517, \text{ або } 105,17\%.$$

Отже, в середньому ціни реалізації продукції у звітному році порівняно з базисним збільшились на 5,17%, а абсолютний приріст вартісного обсягу продукції внаслідок зростання цін становить 39,1 тис. грн.

$$\left(\sum p_1q_1 - \sum \frac{p_1q_1}{i_p} = 796 - 756,9 \right).$$

7.7. Загальні індекси середніх величин

В статистико-економічному аналізі доводиться порівнювати в динаміці такі узагальнюючі характеристики якісних показників як середня ціна, середня собівартість, середня продуктивність праці тощо. Так як на динаміку середньої впливають не тільки зміни усереднювальної ознаки, а й зміни складу розглядаємої сукупності, вплив кожного з цих факторів оцінюється за допомогою загальних індексів середніх величин. Такі індекси утворюють індексну систему, яка для якісних показників складається із трьох елементів: індексів змінного складу I_x^{3C} ; індексів фіксованого складу $I_x^{\Phi C}$; індексів структурних зрушень I_x^{C3} , де x – вид розглядаємої ознаки (ціна, собівартість, продуктивність праці тощо).

Індекс змінного складу I_x^{3C} показує відносну зміну розглядаємого середнього рівня ознаки в цілому за розрахунок двох факторів – зміни індексуємої ознаки і зміни в структурі сукупності:

$$I_x^{3C} = \bar{x}_1 : \bar{x}_0 = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} : \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0},$$

де \bar{x}_1 , \bar{x}_0 – середні ознаки відповідно у поточному та базисному періодах; f_1 , f_0 – ваги ознаки у зіставляємих періодах.

Індекс фіксованого складу $I_x^{\Phi C}$ характеризує зміну середнього рівня за рахунок лише зміни індексованої величини (ваги постійні) при незмінній структурі сукупності:

$$I_x^{\Phi C} = \bar{x}_1 : \bar{x}_{умов} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} : \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1}.$$

Індекс структурних зрушень I_x^{C3} показує зміну середнього рівня за рахунок лише змін у структурі сукупності при незмінному значенні ознаки:

$$I_x^{C3} = \bar{x}_{умов} : \bar{x}_0 = \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1} : \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0}.$$

Формули для середніх індексів підкоряються принципу зважування, який забезпечує їх пов'язання у *індексну систему*:

$$I_x^{3C} = I_x^{\Phi C} \cdot I_x^{C3}.$$

З використанням цієї формули за двома відомими індексами можна розрахувати третій.

Методику обчислення та економічний зміст загальних індексів середніх величин покажемо на прикладі аналізу випуску продукції підприємствами галузі (табл. 7.8).

Таблиця 7.8

Дані для розрахунку індексів середніх величин

Номер підприємства	Вихідні дані				Розрахункові дані		
	Випуск продукції, тис. шт.		Ціна реалізації одиниці продукції, грн.		Виручка від реалізації, тис. грн.		
	базисний період	звітний період	базисний період	звітний період	базисний період	звітний період	умовна
	q_0	q_1	p_0	p_1	$p_0 q_0$	$p_1 q_1$	$p_0 q_1$
1	21	28	48,23	54,38	1012,83	1522,64	1350,44
2	12	9	67,46	70,41	809,52	633,69	607,14
3	14	18	36,15	34,91	506,1	628,38	650,7
4	25	29	44,32	48,75	1108	1413,75	1285,28
5	18	22	51,67	54,82	930,06	1206,04	1136,74
Разом	90	106	–	–	4366,51	5404,5	5030,3

Обчислимо індекс цін змінного складу, який відображає зміну середньої ціни реалізації за двома факторами: як внаслідок зміни самих цін реалізації продукції конкретними підприємствами, так і зміни структури в реалізації продукції, тобто питомої ваги окремих підприємств у загальному обсягу реалізації продукції. Індекс цін змінного складу розраховується за формулою:

$$I_p^{3C} = \bar{p}_1 : \bar{p}_0 = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0} = \frac{5404,5}{106} : \frac{4366,51}{90} = \frac{50,99}{48,52} = 1,051, \text{ або } 105,1\%.$$

Висновок. Підвищення середньої ціни реалізації одиниці продукції у звітному періоді порівняно з базисним на 5,1% досягнуто за рахунок зміни як самих цін, так і в результаті зміни структури реалізованої продукції.

Для того, щоб усунути вплив зміни структури продукції на динаміку середньої ціни реалізації, визначимо для двох розглядаємих періодів середні ціни реалізації при тій самій структурі продукції у звітному періоді. Для цього визначимо індекс цін фіксованого (постійного) складу:

$$I_p^{\Phi C} = \bar{p}_1 : \bar{p}_{умов} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum p_0 q_1}{\sum q_1} = \frac{5404,5}{106} : \frac{5030,3}{106} = \frac{50,99}{47,46} = 1,074, \text{ або } 107,4\%.$$

Висновок. Підвищення середньої ціни реалізації одиниці продукції у звітному періоді порівняно з базисним за рахунок тільки підвищення цін на продукцію складає 7,4%.

З метою усунення впливу зміни ціни на окремих підприємствах на середню ціну реалізації продукції і визначення ступеня впливу зміни структури реалізованої продукції визначимо індекс структурних зрушень:

$$I_p^{C3} = \bar{p}_{умов} : \bar{p}_0 = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0} = \frac{5030,3}{106} : \frac{4366,51}{90} = \frac{47,46}{48,52} = 0,978, \text{ або } 97,8\%.$$

Висновок. Зниження середньої ціни на одиницю продукції в 0,978 рази, або на 2,2%, за рахунок тільки зміни у структурі реалізації показує на негативні зміни в структурі реалізованої продукції.

Перевірка: $I_p^{3C} = I_p^{\Phi C} \cdot I_p^{C3}$; $1,051 = 1,074 \cdot 0,978$.

Порівняння рівнів середніх цін за абсолютним значенням показує:

а) загальний приріст середньої ціни складає

$$\Delta_p = \bar{p}_1 - \bar{p}_0 = 50,99 - 48,52 = 2,47 \text{ грн.};$$

б) приріст середньої ціни за рахунок змін самих цін

$$\Delta_{p_1} = \bar{p}_1 - \bar{p}_{умов} = 50,99 - 47,46 = 3,53 \text{ грн.};$$

в) приріст середньої ціни внаслідок структурних зрушень

$$\Delta_{p_2} = \bar{p}_{умов} - \bar{p}_0 = 47,46 - 48,52 = -1,06 \text{ грн.}$$

Обчислені абсолютні прирости зв'язані між собою такою рівністю:

$$\Delta_p = \Delta_{p_1} + \Delta_{p_2}; 2,47 = 3,53 - 1,06.$$

Висновок. Загальний приріст у середній ціні реалізації одиниці продукції на 2,47 грн. є результатом зростання цін на окремих підприємствах на 3,53 грн. і погіршення структури реалізованої продукції на 1,06 грн.

З розрахунку на всю продукцію звітного періоду абсолютне зростання вартості реалізованої продукції внаслідок зростання середньої ціни на 2,47 грн. становитиме:

$$\Delta_{pq} = 5404,5 - 4366,51 = 1037,99 \text{ грн.};$$

в тому числі в результаті змін на окремих підприємствах $(5404,5 - 5030,3) = 374,2$ грн. і завдяки поліпшенню структури реалізованої продукції $(5030,3 - 4366,51) = 663,79$ грн.

7.8. Індексний аналіз

У статистичному аналізі важлива роль належить індексному методу, який дозволяє у відносному та абсолютному виразі оцінити вплив окремих факторів на результативний показник. В основі індексного методу аналізу лежить прийом розкладання індексів змінного складу, які характеризують зміну загального обсягу явища, на індекси постійного (фіксованого) складу, що його складають.

Добуток індексів об'ємного (кількості продукції, площі посіву та ін.) та якісного (ціни, урожайності та ін.) показників дає індекс змінного складу. Зіставляючи між собою індекси змінного і постійного складу, можна визначити вплив структурних зрушень, оцінка впливу яких має велике значення в індексному аналізі складних явищ.

Можливі дві схеми розкладання індексів змінного складу.

I схема. Спочатку індекс змінного складу розкладається на два індекси постійного складу:

$$I_{\text{загального обсягу}} = I_{\text{обсягу і структури}} \cdot I_{\text{якісного показника}} ;$$

$$\downarrow \qquad \qquad \qquad \downarrow \qquad \qquad \qquad \downarrow$$

$$\frac{\sum q_1 x_1}{\sum q_0 x_0} = \frac{\sum q_1 x_0}{\sum q_0 x_0} \cdot \frac{\sum q_1 x_1}{\sum q_1 x_0},$$

де x – якісний показник; q – об'ємний показник.

Потім індекс обсягу і структури розкладають на:

$$I_{\text{обсягу і структури}} = I_{\text{обсягу}} \cdot I_{\text{структури}} ;$$

$$\downarrow \qquad \qquad \qquad \downarrow \qquad \qquad \qquad \downarrow$$

$$\frac{\sum q_1 x_0}{\sum q_0 x_0} = \frac{\sum q_1}{\sum q_0} \cdot \left(\frac{\sum q_1 x_0}{\sum q_0 x_0} \cdot \frac{\sum q_1}{\sum q_0} \right)$$

Внаслідок двох етапів розкладання матимемо:

$$I_{\text{загального обсягу}} = I_{\text{обсягу}} \cdot I_{\text{структури}} \cdot I_{\text{якісного показника}} .$$

II схема. Спочатку індекс змінного складу розглядається як добуток індексів обсягу і середнього рівня якісного показника

$$I_{\text{загального обсягу}} = I_{\text{обсягу}} \cdot I_{\text{середнього рівня якісного показника}} ;$$

$$\downarrow \qquad \qquad \qquad \downarrow \qquad \qquad \qquad \downarrow$$

$$\frac{\sum q_1 x_1}{\sum q_1 x_0} = \frac{\sum q_1}{\sum q_0} \cdot \frac{\bar{x}_1}{\bar{x}_0} .$$

Потім індекс середнього рівня якісного показника знаходять як добуток індексів якісного показника і структури:

$$I_{\text{середнього рівня}}^{\text{якісного показника}} = I_{\text{якісного показника}} \cdot I_{\text{структури}} ;$$

$$\downarrow \qquad \qquad \downarrow \qquad \qquad \downarrow$$

$$\frac{\bar{x}_1}{\bar{x}_0} = \frac{\bar{x}_1}{\bar{x}_{\text{умов}}} \cdot \frac{\bar{x}_{\text{умов}}}{\bar{x}_0} ,$$

$$\text{де } \bar{x}_{\text{умов}} = \frac{\sum x_0 q_1}{\sum q_1}$$

Внаслідок двох етапів розкладання матимемо ті самі індекси, що й за І схемою.

$$I_{\text{загального обсягу}} = I_{\text{обсягу}} \cdot I_{\text{якісного показника}} \cdot I_{\text{структури}} .$$

Покажемо практичне застосування зазначених схем аналізу на прикладі індексного методу аналізу фонду заробітної плати, середньої заробітної плати і численності працівників підприємств за два періоди (табл. 7.9).

Таблица 7.9

Чисельність працівників, середня заробітна плата і фонд заробітної плати в підприємствах за два періоди

№ п/п	Чисельність працівників, чол.		Середня заробітна плата, грн.		Фонд заробітної плати, тис. грн.		
	базисний період	звітний період	базисний період	звітний період	базисний період	звітний період	умовний
	T_0	T_1	f_0	f_1	$f_0 T_0$	$f_1 T_1$	$f_0 T_1$
1	48	54	1540	1620	73,9	87,5	83,2
2	62	68	1635	1710	101,4	116,3	111,2
3	97	92	1750	1820	169,8	167,4	161,0
4	73	81	1790	1855	130,7	150,3	145,0
5	80	86	1625	1680	130,0	144,5	139,8
Разом	360	381	1682,53	1747,86	605,7	665,9	640,1

По п'яти підприємствах є дані за два періоди про середню чисельність працівників та їх середню заробітну плату (табл. 6.9).

Потрібно, використовуючи індексний метод аналізу, вивчити загальну зміну фонду заробітної плати за два періоди і встановити залежність фонду заробітної плати від чисельності працівників, середньої заробітної плати і заробітної плати працівників окремих підприємств. Перевірити взаємозв'язок між індексами. Зробити висновки.

Визначимо фонд заробітної плати по окремих підприємствах і в цілому по їх групі за базисний період ($\sum f_0 T_0$), звітний період ($\sum f_1 T_1$) і умовний ($\sum f_0 T_1$), див. табл. 2.9 (гр. 6–8).

Обчислимо індекс фонду заробітної плати:

$$I_{fT} = \frac{\sum f_1 T_1}{\sum f_0 T_0} = \frac{665,9}{605,7} = 1,0994, \text{ або } 109,94\%.$$

Індекс показує, що фонд заробітної плати у звітному періоді порівняно з базисним збільшився на 9,94%.

Для визначення ступеня впливу на фонд заробітної плати окремих факторів спочатку розкладемо індекс змінного складу (фонд заробітної плати) на два індекси постійного складу (заробітної плати та чисельності і структури працівників), а потім індекс чисельності і структури працівників на індекс чисельності і індекс структури працівників.

Отже, індекс фонду заробітної плати можна подати як добуток таких трьох індексів:

$$I_{fT} = I_f \cdot I_T \cdot I_{стр.}$$

Застосуємо два прийоми розкладу цього індексу.

Перший прийом аналізу. Подамо індекс фонду заробітної плати як добуток двох індексів: заробітної плати працівників окремих підприємств та чисельності і структури працівників:

$$\begin{array}{ccc} I_{fT} & = & I_f \cdot I_{чисел. \text{ і стр.}} \\ \downarrow & & \downarrow \quad \downarrow \\ \frac{\sum f_1 T_1}{\sum f_0 T_0} & = & \frac{\sum f_1 T_1}{\sum f_0 T_1} \cdot \frac{\sum f_0 T_1}{\sum f_0 T_0} \end{array}$$

Розкладемо індекс чисельності і структури працівників на індекс чисельності та індекс структури працівників:

$$I_{\text{чисел. і стр.}} = I_{\text{чисел.}} \cdot I_{\text{стр.}};$$

$$I_{\text{стр.}} = \frac{I_{\text{чисел. і стр.}}}{I_{\text{чисел.}}}.$$

Визначимо намічені індекси.

Індекс заробітної плати працівників окремих підприємств (постійного складу):

$$I_f = \frac{\sum f_1 T_1}{\sum f_0 T_1} = \frac{665,9}{640,1} = 1,0404, \text{ або } 104,04\%.$$

Індекс чисельності і структури працівників:

$$I_{\text{чисел. і стр.}} = \frac{\sum f_0 T_1}{\sum f_0 T_0} = \frac{640,1}{605,7} = 1,0567, \text{ або } 105,67\%.$$

Індекс чисельності працівників:

$$I_T = \frac{\sum T_1}{\sum T_0} = \frac{381}{360} = 1,0583, \text{ або } 105,83\%.$$

Індекс структури працівників:

$$I_{\text{стр.}} = \frac{I_{\text{чисел. і стр.}}}{I_{\text{чисел.}}} = \frac{\sum f_0 T_1}{\sum f_0 T_0} \cdot \frac{\sum T_1}{\sum T_0} = \frac{640,1}{605,7} \cdot \frac{381}{360} = 1,0567 : 1,0583 = 0,9985, \\ \text{ або } 99,85\%.$$

Перевіримо взаємозв'язок індексів і правильність розрахунків:

$$I_{fT} = I_f \cdot I_T \cdot I_{\text{стр.}};$$

$$1,0994 = 1,0404 \cdot 1,0583 \cdot 0,9985.$$

Індекси показують, що збільшення фонду заробітної плати на 9,94% здебільшого зумовлено підвищенням заробітної плати працівників окремих підприємств на 4,04%, збільшенням чисельності працівників на 5,83% при незначному погіршенні структури працівників. Погіршення структури працівників на 0,15% означає зменшення у звітному періоді порівняно з

базисним у загальній кількості працівників з більш високою заробітною платою.

Другий прийом аналізу. У зв'язку з тим, що працівники окремих підприємств порівнянні і їх можна підсумувати, фонд заробітної плати подамо як добуток середньої заробітної плати на чисельність працівників:

$$\text{у базисному періоді } \sum f_0 T_0 = \bar{f}_0 \sum T_0 ;$$

$$\text{у звітному періоді } \sum f_1 T_1 = \bar{f}_1 \sum T_1 ;$$

$$\text{умовний } \sum f_0 T_1 = \bar{f}_{\text{умов}} \sum T_1 .$$

Виходячи з цього індекс заробітної плати і індекс структури працівників визначають за формулами не агрегатних індексів, а індексів середніх рівнів.

Поділивши індекс заробітної плати постійного складу на $\frac{\sum T_1}{\sum T_0}$ дістанемо

індекс середніх рівнів заробітної плати у звітному періоду і умовну

$$I_f = \frac{\sum f_1 T_1}{\sum f_0 T_1} \cdot \frac{\sum T_1}{\sum T_1} = \frac{\sum f_1 T_1}{\sum T_1} \cdot \frac{\sum f_0 T_1}{\sum T_1} = \frac{\bar{f}_1}{\bar{f}_{\text{умов}}},$$

де \bar{f}_1 і $\bar{f}_{\text{умов}}$ – відповідно середня заробітна плата у звітному році і умовна.

Відмінність заробітної плати $\bar{f}_{\text{умов}}$ і \bar{f}_1 зумовлюється тільки структурою працівників, оскільки заробітна плата працівників окремих підприємств є фіксованою (за базисним періодом). Тоді індекс фонду заробітної плати можна розкласти таким чином:

$$\begin{array}{ccccccc} I_{fT} & = & I_f & \cdot & I_{\text{стр.}} & \cdot & I_T ; \\ & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ & & \frac{\sum f_1 T_1}{\sum f_0 T_0} & = & \frac{\bar{f}_1}{\bar{f}_{\text{умов}}} & \cdot & \frac{\bar{f}_{\text{умов}}}{\bar{f}_0} & \cdot & \frac{\sum T_1}{\sum T_0} . \end{array}$$

Визначимо середню заробітну плату за базисний і звітний період і умовну.

$$\bar{f}_0 = \frac{\sum f_0 T_0}{\sum T_0} = \frac{605700}{360} = 1682,53 \text{ грн.};$$

$$\bar{f}_1 = \frac{\sum f_1 T_1}{\sum T_1} = \frac{665900}{381} = 1747,86 \text{ грн.};$$

$$\bar{f}_{умов} = \frac{\sum f_0 T_1}{\sum T_1} = \frac{640100}{381} = 1680,0 \text{ грн.}$$

Обчислимо потрібні індекси:

$$\begin{array}{cccc}
 I_{fT} & = & I_f & \cdot & I_{стр.} & \cdot & I_T; \\
 \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
 \frac{\sum f_1 T_1}{\sum f_0 T_0} & = & \frac{\bar{f}_1}{\bar{f}_{умов}} & \cdot & \frac{\bar{f}_{умов}}{\bar{f}_0} & \cdot & \frac{\sum T_1}{\sum T_0}; \\
 \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
 \frac{665,9}{605,7} & = & \frac{1747,86}{1680,0} & \cdot & \frac{1680,0}{1682,53} & \cdot & \frac{381}{360}; \\
 \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
 1,0994 & = & 1,0404 & \cdot & 0,9985 & \cdot & 1,0583.
 \end{array}$$

Таким чином, маємо ті самі індекси, що й у першому прийомі розкладу індексу.

Наявність обчислених індексів дає змогу проаналізувати зміну середньої заробітної плати, яка залежить безпосередньо від двох факторів: заробітної плати працівників окремих підприємств і структури працівників:

$$\begin{array}{rcc}
I_{\bar{f}} & = & I_f \cdot I_{cmp.}; \\
\downarrow & & \downarrow \quad \downarrow \\
\frac{\bar{f}_1}{\bar{f}_0} & = & \frac{\bar{f}_1}{f_{умов}} \cdot \frac{f_{умов}}{f_0}; \\
\downarrow & & \downarrow \quad \downarrow \\
\frac{1747,86}{1682,53} & = & \frac{1747,86}{1680,0} \cdot \frac{1680,0}{1682,53}; \\
\downarrow & & \downarrow \quad \downarrow \\
1,0388 & = & 1,0404 \cdot 0,9985.
\end{array}$$

Індекси показують, що середня заробітна плата у звітному періоді порівняно з базисним підвищилася на 3,88% внаслідок зростання заробітної плати працівників окремих підприємств на 4,04% при незначному погіршенні структури працівників на 0,15%.

7.9. Питання для самоконтролю

1. Що називають індексами і яка їх особливість?
2. Розкрити зміст синтетичних і аналітичних властивостей індексів.
3. Яка величина в розрахунку індексів називається індексованою, сумірником (вагою)?
4. Що характеризують індивідуальні та загальні індекси? Наведіть приклади.
5. Які індекси називають ланцюговими, базисними?
6. Наведіть приклади загальних індексів агрегатної форми: фізичного обсягу продукції; цін; собівартості; продуктивності праці; товарообороту.
7. В яких випадках використовується загальний індекс цін Пааше і як він розраховується?
8. В яких випадках використовується загальний індекс цін Ласпейреса і як він розраховується?
9. В яких випадках використовують середньозважені індекси? Які їх види?

10. Який загальний індекс називають середньоарифметичним і як він розраховується?
11. Який загальний індекс називають середньогармонічним і як він розраховується?
12. В яких випадках розраховуються загальні середні індекси?
13. Пояснити суть індексу фіксованого складу на прикладі індексу цін.
14. Пояснити суть індексу структурних зрушень на прикладі індексу цін.

Задачі до самостійної роботи студентів

Задача 1. Є наступні дані про виробництво продукції. Розрахуйте аналітичні показники і середні характеристики ряду динаміки.

Роки	2008	2009	2010	2011	2012	Разом
Виробництво продукції, млн. м ³	289	321	346	372	407	1735

Задача 2. Динаміка середнього виробітку робітників слюсарного цеху характеризується такими даними:

Роки	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Середній виробіток, тис. грн.	6100	6050	7200	7310	7415	8000	8500	8400	9200	9400	9100

Обчислити:

- абсолютний приріст, темп росту і приросту базовим і ланцюговим способом;
- середньорічний абсолютний приріст.

Провести аналітичне вирівнювання динамічного ряду середнього виробітку по рівнянню прямої. Результати розрахунків представте у виді

таблиці. Зобразіть динаміку середнього виробітку графічно і зробіть короткі висновки.

Задача 3. Є такі дані про чисельність промислово-виробничого персоналу швейної фабрики:

Роки	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Станом на 1.01. року	600	618	620	708	820	830	830	825	825

Провести укрупнення інтервалів, утворивши три інтервали.

Задача 4. Є такі дані про чисельність корів на молочній фермі підприємства по місяцях року:

на 1.01. – 300 голів

на 1.04. – 330 голів

на 1.07. – 338 голів

на 1.12. – 320 голів

на 1.01. – 316 голів

Визначити середнє поголів'я корів за рік.

Задача 5. Приводяться такі дані про динаміку виробництва товарної продукції підприємством:

Місяць	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Обсяг виробництв, тис. грн.	6,3	9,3	10,2	11,7	12,6	11,7	14,0	12,6	13,0	14,3	13,5	14,5

Провести згладжування ряду, використавши трьохмісячну середню ковзну.

Задача 6. Динаміка виробництва цементу на комбінаті характеризується такими даними:

Роки	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Обсяг виробництва, тис. т.	768	805	829	914	1006	948	901	1039

Обчислити показники динаміки обсягу виробництва цементу.

Задача 7. На заготівельному пункті станом на 1 листопада було 300 голів великої рогатої худоби. Рух тварин протягом місяця характеризувався такими даними:

Дата	Надійшло	Вибуло
5 листопада	–	170
14 листопада	106	15
19 листопада	50	68
26 листопада	83	55
28 листопада	17	70

Визначити середньомісячне поголів'я великої рогатої худоби на заготівельному пункті.

Задача 8. Є такі дані про розмір капітальних вкладень і введення в дію основних фондів (млн. гривень):

Показники	2009	2010	2011	2012
Капітальні вкладення	26,4	29,5	31,2	25,1
Введено в дію основних фондів	25,1	28,2	29,0	20,4

Привести ряди динаміки до однієї основи. За допомогою коефіцієнтів випередження порівняти динаміку зазначених показників. Зробити висновки.

Задача 9. На дорогах і трасах регіону за рік загинуло чи тяжко поранено 156 осіб. Помісячна динаміка дорожніх пригод така:

Місяць	Січень	Лютий	Березень	Квітень	Травень	Червень
Осіб	19	15	11	8	9	12

Визначити середню хвилю дорожніх пригод і оцінити сезонність за допомогою амплітуди коливань і середнього квадратичного відхилення.

Задача 10. Виробництво продукції хімічно-лісового комплексу характеризується такими даними (тис. тонн):

Рік	Хімічні волокна і нитки	Синтетичні смоли і пластмаси
2004	161	170
2005	165	772
2006	177	781
2007	188	797
2008	192	829
2009	193	838
2010	195	846
2011	195	848
2012	199	853

Для кожного ряду динаміки:

- описати тенденцію зростання лінійним трендом:
- обчислити параметри трендових рівнянь, дати їм економічну інтерпретацію;
- припускаючи, що виявлена тенденція збережеться в найближчому майбутньому, визначити очікуваний рівень виробництва в 2013 і 2014 рр.

Задача 11. Динаміка чисельності населення країн А і Б характеризується такими даними, тис. чоловік:

Рік	А	Б
2006	2414	3620
2007	2558	3631
2008	5586	3682
2009	2596	3690
2010	2595	3695
2011	2610	3701
2012	2611	3715

Для кожного ряду динаміки:

- описати тенденцію зростання за допомогою кривої;
- обчислити параметри трендового рівняння, дати їм економічну інтерпретацію;
- припускаючи, що виявлена тенденція збережеться, визначити очікувану чисельність населення в 2013 – 2014 рр.

Задача 12. Динаміка споживання первинної енергії (кг умовного палива на людину) і продуктивність праці (виробіток додаткової вартості продукції на одного зайнятого, грн.) в одній з розвинутих країн, характеризується такими даними:

Рік	Спожито енергії	Продуктивність праці
2007	176	934
2008	179	982
2009	183	1112
2010	188	1186
2011	192	1249
2012	195	1320

На основі вищенаведених даних описати лінійним рівнянням зв'язок між споживанням енергії і продуктивністю праці. Визначити параметри рівняння, пояснити їх економічний зміст, встановити тісноту зв'язку, перевірити його істотність з імовірністю 0,95.

Задача 13. Обсяг виробництва продукції виробничим об'єднанням за рік по місяцях становив, млн. грн.:

1	9	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
10,5	11,6	10,3	16,1	16,4	12,6	13,5	13,4	14,1	16,4	17,1	18,5

Для аналізу тенденції зміни випуску продукції:

- проведіть вирівнювання шляхом збільшення інтервалів;
- обчисліть основні показники розвитку нового динамічного ряду.

Задача 14. На основі нижченаведених даних (дані умовні) усуньте автокореляцію.

Рік	Загальний обсяг продукції промисловості, млн. грн.	Валова продукція сільського господарства, млн. грн.
2005	248,3	77,0
2006	285,9	78,1
2007	322,8	81,6
2008	345,0	78,9
2009	374,3	87,0
2010	395,7	87,9
2011	420,0	84,3
2012	448,0	96,3

Задача 15. Використовуючи взаємозв'язок показників динаміки, визначте рівні ряду динаміки і відсутні ланцюгові показники динаміки:

Рік	Виробництво продукції	У порівнянні з попереднім роком			
		Абс. прир. млн. грн.	Темп росту, %	Темп приросту, %	Абс. знач. 1% прир. млн. грн.
1988	92,5				
1989		4,8			
1990			104,0		
1991				5,8	
1992					
1993		7,0			1.15

Задача 16. Використовуючи взаємозв'язок показників динаміки, визначте рівні ряду динаміки і відсутні базисні показники динаміки:

Рік	Виробництво годинників	У порівнянні з попереднім роком		
		Абс. приріст, млн. грн.	Темп росту, %	Темп приросту, %
1985	55,1		100,0	
1986		2,8		
1987			110,3	

1988				14,9
1989				17,1
1990			121,1	
1991		13,5		
1992				25,4
1993		14,0		

Задача 17. По виробничому об'єднанню, в яке входить двадцять заводів, наводяться такі дані в млн. грн.:

Завод	Середньорічна вартість основних фондів	Обсяг виготовленої продукції	Завод	Середньорічна вартість основних фондів	Обсяг виготовленої продукції
1	2,2	1,7	11	3,5	4,6
2	4,1	4,4	12	3,2	1,6
3	3,5	6,6	13	3,3	3,2
4	4,6	8,1	14	3,3	2,7
5	3,3	3,8	15	3,7	2,7
6	5,6	9,1	16	4,2	3,0
7	4,7	5,8	17	1,2	1,8
8	5,1	4,6	18	7,2	13,1
9	3,0	3,2	19	6,8	12,1
10	5,7	9,6	20	2,2	2,7

Обчислити:

1. Рівняння кореляційної залежності між середньорічною вартістю основних фондів і обсягом виготовленої продукції.
2. Розрахувати коефіцієнт кореляції.
3. Встановити оцінку надійності коефіцієнта кореляції.
4. На основі одержаних даних зробити висновки.

Задача 18. Є такі дані по промислових підприємствах області:

№ п.п.	Виконання норми виробітку, %	Заробітна плата, грн.	№ п.п.	Виконання норми виробітку, %	Заробітна плата, грн.
1	114,0	414	11	110,3	418
2	109,0	406	12	109,0	390
3	100,5	346	13	107,8	391

4	102,0	363	14	99,0	353
5	104,3	375	15	108,0	364
6	108,4	380	16	108,0	395
7	106,3	369	17	110,0	410
8	103,7	384	18	100,8	362
9	106,9	387	19	105,3	385
10	103,0	376	20	105,0	390

На основі наведених даних:

1. Побудуйте рівняння кореляційного зв'язку між виконанням норм виробітку і заробітною платою (зв'язок у виді параболи другого порядку).
2. Розрахувати кореляційне відношення і дати оцінку його надійності.
3. Кореляційний зв'язок зобразити графічно.

Задача 19. Є такі дані по групі робітників:

Стаж роботи, років	5,0	6,0	6,5	7,0	8,0	9,0
Виробіток продукції на 1-го робітника, шт.	26	29	32	36	40	39

1. Побудувати рівняння кореляційного зв'язку між стажем роботи і виробітком продукції (зв'язок у виді параболи другого порядку).
2. Знайти кореляційне відношення і критерій його надійності.
3. Проаналізувати параметри рівняння регресії.

Задача 20. Надій і собівартість одного кілограма молока по 12 підсобних господарствах селян у звітному році характеризувались такими даними:

Собівартість 1 кг, коп.	40	36	32	30	30	28	26	25	23	23	20	20
Надій молока від однієї корови, кг	3000	3200	3300	3500	3450	3600	3600	3700	3700	3800	4000	4100

Розрахуйте рівняння гіперболи, обчисліть параметри і знайдіть кореляційне відношення.

Задача 21. Є такі дані про обсяг реалізованої продукції (x) і накладних витратах по її реалізації (y), тис. грн.

№ підприємства	x	y
1	12,0	462
2	18,8	939
3	11,0	906
4	29,0	1108
5	17,5	872
6	23,4	765
7	35,6	1368
8	30,2	810
9	26,1	998
10	20,7	804

Розрахувати ранговий коефіцієнт кореляції Спірмена.

Задача 22. Наводяться дані про зв'язок між виконанням норм виробітку і освітнім рівнем робітників. Розрахувати коефіцієнт асоціації.

Групи робітників	Виконують норму	Не виконують норму	Всього
Мають середню освіту	78	22	100
Не мають середньої освіти	32	68	100
Разом	110	90	200

Задача 23. Взаємозв'язок між вартістю основних виробничих фондів, відносним рівнем затрат на реалізацію продукції і вартістю реалізованої продукції характеризуються даними:

№ підприємства	Вартість основних виробничих фондів, млн. грн.	Рівень затрат на реалізацію, % до вартості реалізованої продукції	Обсяг реалізованої продукції, тис. грн.
1	3	4	20
2	3	3	25
3	5	3	20
4	6	5	30
5	7	10	32

6	6	12	25
7	8	12	29
8	9	11	37
9	9	15	36
10	10	15	40

Розрахувати лінійне рівняння зв'язку, визначивши параметри a_0 , a_1 , a_2 .

Обчислити загальний та частковий коефіцієнти множинної кореляції.

Задача 24. Досліджувався зв'язок між факторами. При цьому парні коефіцієнти кореляції одержали такі значення: $r_{xy}=0,71$; $r_{yz}=0,60$; $r_{xz}=0,48$. Обчисліть загальний і часткові коефіцієнти кореляції.

Задача 25. Є такі дані про обсяг реалізованої продукції на ринку і ціни на неї в середньому за рік:

Види продукції	Базовий період		Звітний період	
	Продано продукції, тонн	Ціна за кг, грн.	Продано продукції, тонн	Ціна за кг, грн.
Картопля	12500	2,80	16400	3,95
Молоко	14800	4,10	17600	4,00
М'ясо свине	9000	53,20	9500	52,90

Обчислити:

- індивідуальні індекси обсягу реалізованої продукції;
- загальний індекс фізичного обсягу реалізованої продукції;
- індивідуальні індекси цін;
- загальний індекс цін;
- загальний індекс реалізованої продукції по фактичних цінах;
- абсолютні різниці на основі загальних індексів;
- встановити взаємозв'язок між обчисленими індексами в абсолютних і відносних величинах.

Задача 26. Є такі дані про реалізацію товарів магазином:

Вид товару	Товарообіг звітнього періоду, тис. грн.	Зміна цін в звітньому періоді в порівнянні з базовим, %
Синтетичні тканини	526	-5
Взуття	689	+15
Одяг	1410	+9

Обчислити:

1. Загальний індекс цін.
2. Загальний індекс обсягу товарообігу, якщо відомо, що товарообіг в фактичних цінах збільшився на 18%.

Задача 27. Показники роботи магазину "Сільгосппродукти":

Вид товару	Вартість продукції реалізованої в базовому році, тис. грн.	Індивідуальні індекси фізичного обсягу продукції
Картопля	28,0	1,23
Овочі	15,0	1,15
Молоко	30,0	1,48
М'ясо	24,0	1,12

Визначити:

1. Середній арифметичний індекс фізичного обсягу продукції.
2. Абсолютне збільшення (або зменшення) фізичного обсягу реалізації продукції в звітньому періоді у порівнянні з базовим.

Задача 28. Є такі дані про товарообіг магазину споживчої кооперації:

Товарні групи	Продано товарів в фактичних цінах, тис. грн.		Зміни цін в звітньому періоді в порівнянні з базовим, %
	базовий період	звітний період	
Хліб і хлібобулочні вироби	20,5	21,2	Без змін
Кондитерські вироби	34,6	30,4	+3

Визначить:

- загальний індекс товарообігу в фактичних цінах;

- загальний індекс цін та суму економії (перевитрат) від зміни цін, що одержана населенням в звітному періоді;
- загальний індекс фізичного обсягу товарообігу.

Задача 29. Динаміка собівартості і обсяг виробництва продукції характеризується такими даними:

Вид продукції	Вироблено продукції, тис. од.		Собівартість одиниці продукції, грн.	
	базовий період	звітний період	базовий період	звітний період
Завод №1				
МП 25	4,5	5,0	5,0	4,8
МП 29	3,2	3,0	8,0	8,2
Завод №2				
МП 25	10,6	10,0	7,0	6,0

На основі наведених даних визначить:

1. Для заводу №1 (по двох видах продукції разом):

- загальний індекс затрат на виробництво продукції;
- загальний індекс собівартості продукції;
- загальний індекс фізичного обсягу виробництва продукції.

2. Для двох заводів разом (по продукції МП 25):

- індекс собівартості змінного складу;
- індекс собівартості постійного складу;
- індекс структурних зрушень.

Задача 30. Наводяться такі дані про товарообіг магазину споживчої кооперації:

Товарні групи	Продано товарів у фактичних цінах, тис. грн.	
	3-й квартал	4-й квартал
М'ясо і м'ясопродукти	36,8	50,4
Молочні продукти	61,2	53,6

В четвертому кварталі в порівнянні з третім ціни на м'ясо і м'ясні продукти зросли в середньому на 8%, а на молочні – на 3%. Визначить:

- загальний індекс товарообігу в фактичних цінах;

- загальний індекс цін;
- загальний індекс фізичного обсягу товарообігу.

Задача 31. Наводяться такі дані про затрати на виробництво продукції та динаміку її виготовлення на взуттєвій фабриці:

Назва продукції	Загальні витрати на виробництво взуття, тис. грн.		Зміна кількості виготовленого взуття в 3-у кварталі порівняно з 2-м
	2-ий квартал	3-ій квартал	
Взуття чоловіче	161,5	170,3	+8
Взуття жіноче	203,8	210,4	-5
Взуття дитяче	58,4	60,5	Без змін

Визначить:

- загальний індекс затрат на виробництво взуття;
- загальний індекс фізичного обсягу виробництва взуття;
- загальний індекс собівартості виробництва взуття.

Задача 32. Є такі дані про зміну чисельності робітників на заводі, у відсотках до минулого року:

2008	2009	2010	2011	2012
+5	-4	+7	+5	+6

Визначить, на скільки відсотків збільшилось число робітників в 2012 році в порівнянні з 2008 роком.

Задача 33. Визначити зміну продуктивності праці на фабриці, якщо відомо, що за звітний період обсяг виробництва продукції збільшився в 1,3 рази, а чисельність працюючих зросла на 12%.

Задача 34. Визначить середнє зниження (підвищення) цін на швейні вироби в звітному періоді в порівнянні з базовим на основі таких даних:

Назва швейних виробів	Зміна цін, %	Продано в звітному періоді, тис. грн.
Бавовняно-паперові	+20	10
Капронові	-15	17

Задача 35. Є такі дані про виготовлення продукції меблевою фабрикою:

Назва виробів	Зміна обсягу виробництва в травні в порівнянні з квітнем, %	Виготовлено продукції в квітні, тис. грн.
Столи	+ 12	20
Дивани	+ 10	50
Стільці	+ 15	30

Визначити загальний індекс фізичного обсягу виготовленої продукції.

Задача 36. Є такі дані про кількість виготовленої продукції і затрати на її виробництво за два періоди:

Продукція	Затрати праці на 1 ц, л/г		Порівнянні ціни за 1 тону, тис. грн.		Кількість продукції, тис. тонн
	базовий рік	звітний рік	базовий рік	звітний рік	
Зерно	104	160	4,7	2,0	600
Цукровий буряк	120	145	2,7	1,7	750
Молоко	123	122	17	12	800

Визначити:

- індивідуальні індекси продуктивності праці;
- загальні індекси продуктивності праці (трудовий, вартісний);
- економію трудових затрат в звітному періоді в порівнянні з базовим.

Задача 37. Є такі дані про розміри площ і урожайність по трьох відділках:

Культура	Базовий рік		Звітний рік	
	Посівна площа, га	Урожайність, ц/га	Посівна площа, га	Урожайність, ц/га
Відділок №1				
Пшениця озима	680	26	750	32
Жито озиме	70	20	90	18
Ячмінь	250	21	200	24
Відділок №2				
Пшениця озима	720	24	790	30
Жито озиме	90	22	80	24
Ячмінь	240	22	230	26

Відділок №3				
Пшениця озима	750	25	800	34
Жито озиме	80	16	80	21
Ячмінь	200	29	230	26

Визначити:

- індивідуальні індекси урожайності по кожній культурі;
- загальні індекси урожайності (постійного і змінного складу);
- індекси розміру посівних площ;
- індекс валового збору.

Перевірити правильність розрахунку індексів.

Задача 38. Товарообіг в четвертому кварталі збільшився в порівнянні з третім на 25%, а ціни в середньому знизились на 15%. Визначити, як змінився фізичний обсяг товарообігу в четвертому кварталі в порівнянні з третім.

Задача 39. Динаміка витрат праці на підприємстві, що виробляє білизну, характеризується такими даними:

Назва продукції	Витрати праці за квартал, тис. л/г		Індивідуальні індекси	
	базовий період	звітний період	трудомісткості	обсягу виробленої продукції
Скатерті	400	520	1,25	1,04
Рушники	110	100	1,0	0,909
Серветки	59	78	2,0	1,10
Разом	569	698		

Визначити:

- загальний індекс фізичного обсягу витрат праці;
- загальний індекс продуктивності праці;
- загальний індекс трудомісткості;
- загальний індекс обсягу виробленої продукції.

Задача 40. На підставі даних, що наведені в таблиці, обчислити індекси середніх витрат матеріалу змінного, фіксованого складу і структурних зрушень. Перевірити взаємозв'язок між трьома індексами.

Технологія розкрою матеріалу	Витрати матеріалу на один виріб за період, м		Кількість виготовлених виробів за період, шт.	
	базовий період	звітний період	базовий період	звітний період
Традиційна	0,8	0,6	45	20
Вдосконалена	0,5	0,5	12	36
Разом	57	56		

Задача 41. На основі нижченаведених даних визначить: індивідуальні індекси цін та фізичного обсягу реалізації; загальні індекси товарообігу, цін та фізичного обсягу реалізації. Показати взаємозв'язок загальних індексів. Обчислити абсолютний приріст товарообігу за рахунок кожного фактору.

Підшипники	Ціна за штуку, грн.		Кількість реалізованих підшипників, шт.	
	базовий період	звітний період	базовий період	звітний період
№ 306	30	32	50000	62000
№ 307	35	41	49000	53000

Задача 42. Витрати мінеральних добрив під картоплю в зонах з різними типами ґрунтів характеризуються такими даними:

Вид мінеральних добрив	Середні витрати добрив, ц/га		Структура площ в зоні, %		
	степова	лісостепова	степова	лісостепова	в середньому
Азотні	80	35	28	46	37
Фосфорні	65	52	34	30	32
Калійні	100	30	38	24	31
Разом			100	100	100

Визначити територіальні індекси витрат мінеральних добрив на 1 га посівів, взявши за базу порівняння лісостепову зону. Використати три варіанти зважування.

Питання для самоконтролю до модуля №4

1. Дати визначення ряду динаміки.
2. Які існують види рядів динаміки?
3. Якими шляхами досягається зрівняність рівнів рядів динаміки? Наведіть приклади.
4. Яка існує взаємозалежність між послідовними ланцюговими коефіцієнтами темпів зростання і базисним коефіцієнтом зростання за відповідний період?
5. Для чого використовуються коефіцієнти випередження і як вони розраховується?
6. Як розраховується середня хронологічна для моментних рядів динаміки?
7. Для чого визначають загальну тенденцію розвитку (тренд) і в чому полягає вирівнювання рядів динаміки?
8. В чому полягає суть способу збільшення інтервалів для вирівнювання динамічних рядів?
9. Як визначається тип аналітичної функції для рівняння тенденції динаміки?
10. В чому суть інтерполяції та екстраполяції в рядах динаміки?
11. Які методи існують у статистиці для виміру сезонних коливань? Охарактеризуйте їх сутність.
12. Що називається центруванням динамічного ряду?
13. Які задачі вирішуються за допомогою індексів?
14. Які показники в розрахунку індексів належать до кількісних, якісних, змішаних?
15. За якими ознаками класифікують індекси?
16. Що характеризують індивідуальні та загальні індекси?
17. В чому полягає методологічна суть побудови загальних індексів агрегатної форми?
18. Наведіть приклади систем індексів.
19. Пояснити суть індексу змінного складу на прикладі індексу цін.
20. Якою залежністю пов'язані загальні середні індекси?

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Адамов В. Е. Факторный индексный анализ / В. Е. Адамов. – М.: Статистика, 1987. – 199 с.
2. Адамов В. Е. Экономика и статистика фирм. Учебник / В. Е. Адамов, С. Д. Ильенкова, Т. П. Сиротина и др. Изд. 3-е перер. и доп. – М.: Финансы и статистика, 2000.
3. Аллен Р. Экономические индексы / Р. Аллен. – М.: Статистика, 1980. – 256 с.
4. Багат А. В. Статистика: Учеб. пособие / А. В. Багат, М. М. Конкина, В. М. Симчера и др. – М.: Финансы и статистика, 2005.
5. Башина О. Э. Общая теория статистики / О. Э. Башина, А. А. Спиринов. – М.: Финансы и статистика, 2003. – 440 с.
6. Башкатов Б. И. Социально-экономическая статистика: учебник для вузов / Б. И. Башкатов. – М.: ЮНИТИ - ДАНА, 2002.
7. Бек В. Л. Теорія статистики: Курс лекцій. Навчальний посібник / В. Л. Бек. – Київ: ЦЛ, 2003. – 288 с.
8. Вайну Я. Я. Корреляция рядов динамики / Я. Я. Вайну. – М.: Статистика, 1977. – 119 с.
9. Вашків П. Г. Статистика підприємництва: Підручник / П. Г. Вашків, П. І. Пастер, В. П. Сторожук, Є. І. Ткач. – К.: «Слобожанщина», 1999. – 600 с.
10. Вашків П. Г. Теорія статистики: Навчальний посібник / П. Г. Вашків, Пастер П. І., Сторожук В. П., Ткач Є. І. – К.: Либідь, 2001. – 320 с.
11. Герчук Я. П. Графические методы в статистике / Я. П. Герчук. – М.: Статистика, 1972. – 78 с.
12. Голованова В. Е. Сборник задач по общей теории статистики: Учеб. пособие / В. Е. Голованова, Ю. Г. Королев и др. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Финансы и статистика, 1986. – 191 с.
13. Головач А. В. Статистика: Підручник / А. В. Головач, А. М. Єріна, О. В. Козирев та ін. – К.: Вища школа, 1993. – 623 с.
14. Головач А. В. Экономико-статистический анализ потребления и спроса / А. В. Головач, З. А. Черноскулова. – К.: «Техника», 1978. – 184 с.

15. Гончарук А. Г. Основы статистики: Навч. посібник / А. Г. Гончарук. – К.: Центр навчальної літератури, 2004. – 148 с.
16. Гусаров В. М. Статистика: Учебное пособие для вузов / В. М. Гусаров. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2003. – 463 с.
17. Елисеева И. И. Общая теория статистики / И. И. Елисеева, М. М. Юзбашев. – М.: Финансы и статистика, 1999. – 365 с.
18. Елисеева И. И. Социальная статистика / И. И. Елисеева. – М.: финансы и статистика, 1999.
19. Ефимова М. Р. Общая теория статистики: Учебник / М. Р. Ефимова, Е. В. Петрова, В. Н. Румянцев. – М.: ИНФРА-М, 1999. – 416 с.
20. Єріна А. М. Теорія статистики: Практикум / А. М. Єріна, З. О. Пальян. – 5-е вид., стереотип. – К.: Знання. 2005. – 255 с.
21. Иванов Ю. Н. Экономическая статистика. Учебник / Ю. Н. Иванов. – М.: ИНФРА-М, 2003. – 480 с.
22. Кендэл М. Временные ряды / М. Кендэл. – М.: Финансы и статистика, 1981. – 199 с.
23. Кильдишев Г. С. Анализ временных рядов и прогнозирование / Г. С. Кильдишев, А. А. Френкель. – М.: Статистика, 1973. – 103 с.
24. Кильдишев Г. С. Многомерные группировки / Г. С. Кильдишев, Ю. И. Аболонцев. – М.: Статистика, 1978. – 160 с.
25. Кильдишев Г. С. Общая теория статистики: Учебник / Г. С. Кильдишев, В. Е. Овсиенко, П. М. Рабинович, Т. В. Рябушкин. – М.: Статистика, 1980. – 423 с.
26. Ковтун Н. В. Загальна теорія статистики: Курс лекцій / Н. В. Ковтун, Г. С. Столяров. – К.: Четверта хвиля, 1996. – 144 с.
27. Колесникова И. И. Социально-экономическая статистика: Учеб. пособие / И. И. Колесникова. – М.: Новое Издание, 2002.
28. Копрен Г. Методы выборочного исследования / Г. Копрен. – М.: Статистика, 1976. – 440 с.

29. Кулагина Г. Д. Национальное счетоводство: Учебник / Г. Д. Кулагина. – М.: Финансы и статистика, 1997.
30. Кулагина Г. Д. Статистика товарного обращения / Г. Д. Кулагина. – М.: Финансы и статистика, 1991.
31. Кулинич О. І. Теорія статистики: Підручник. 2-е доп. и дооп. видання / О. І. Кулинич. – К. – д.: Державне Центрально-Українське видавництво, 1996. – 228 с.
32. Липкин М. И. Кривые распределения в экономических исследованиях / М. И. Липкин. – М.: Статистика, 1972. – 114 с.
33. Лугінін О. Є. Статистика. Підручник. 2-е видання, перероблене та доповнене / О. Є. Лугінін. – К.: Центр учбової літератури, 2007. – 608 с.
34. Мармоза А. Т. Практикум з теорії статистики / А. Т. Мармоза. – К.: Ельга, Ніка-Центр, 2003. – 344 с.
35. Мармоза А. Т. Теорія статистики: Навч. посібник / А. Т. Мармоза. – К.: Ельга, Ніка-Центр, 2003. – 392 с.
36. Мелкумов Я. С. Социально-экономическая статистика: Учебно-методическое пособие / Я. С. Мелкумов. – М.: ИМПЭ-ПАБЛИШ, 2004. – 184 с.
37. Михель В. М. Динамические ряды: Учеб. пособие / В. М. Михель. – М.: МИНХ, 1969. – 95 с.
38. Михок Г. Выборочный метод и статистическое оценивание / Г. Михок, В. Урсяну. – М.: Статистика, 1982. – 245 с.
39. Монстеллер Ф. Анализ данных и регрессия / Ф. Монстеллер, Д. К. Тьюки. – М.: Финансы и статистика, 1982. – 239 с.
40. Назаров М. Г. Курс социально-экономической статистики: Учебник для вузов / М. Г. Назаров. – М.: ОМЕГА-Л, 2006.
41. Пасхавер И. С. Средние величины в статистике / И. С. Пасхавер. – М.: Статистика, 1979. – 279 с.
42. Рябушкин Т. В. Статистические методы и социально-экономический анализ / Т. В. Рябушкин, В. М. Симчера, Е. А. Машихин. – М.: Наука, 1989. – 384 с.

- 43.Ряузов Н. Н. Общая теория статистики: Учебник / Н. Н. Ряузов. – М.: Финансы и статистика, 1984. – 343 с.
- 44.Салин В. Н. Социально-экономическая статистика: Учебник / В. Н. Салин, Е. П. Шпаковская. – М.: Юристъ, 2001.
- 45.Симчера В. М. Практикум по статистике: Учеб. пособие для вузов / В. М. Симчера. – М.: Финстатинформ, 1999. – 226 с.
- 46.Сироткина Т. С. Основы теории статистики: Учеб. пособие для вузов / Т. С. Сироткина, А. М. Каманина. – М.: Финстатинформ, 1996.
- 47.Статистический словарь / Гл. редактор Ю. А. Юрков. – М.: Финстатинформ, 1996. – 479 с.
- 48.Ткач Є. І. Загальна теорія статистики: Підручник / Є. І. Ткач. – Тернопіль: Лідер, 2004. – 388 с.
- 49.Ткач Є. І. Збірник задач з теорії статистики: Навчальний посібник / Є. І. Ткач, І. М. Шост, З. О. Насінник. – Тернопіль: Друк “Лідер”, 2003. – 72 с.
- 50.Толстик Н. В. Статистика: Учебно-методическое пособие для студентов экономических колледжей и техникумов / Н. В. Толстик, Н. М. Матегорина. – Ростов н/Д: изд-во «Феникс», 2000.
- 51.Уманець Т. В. Статистика: Навч. посібник / Т. В. Уманець, Ю. Б. Пігарев. – К.: Вікар, 2003. – 623 с.
- 52.Уманець Т. В. Загальна теорія статистики: Навч. посібник / Т. В. Уманець. – К.: Знання, 2006. – 239 с.
- 53.Урланис Б. Ц. Общая теория статистики: Учебник / Б. Ц. Урланис. – М.: Статистика, 1973. – 439 с.
- 54.Фещур Р. В. Статистика: теоретичні засади і прикладні аспекти. Навчальний посібник / Р. В. Фещур, А. Ф. Барвінський, В. П. Кічор та ін. – 2-е вид. оновлене і доповнене. – Львів: «Інтелект-Захід», 2003. – 576 с.
- 55.Харламов А. И. Общая теория статистики: Статистическая методология в изучении комплексной деятельности: Учебник / А. И. Харламов, О. Э. Башина, В. Т. Бабурин и др. – М.: Финансы и статистика, 1996. – 296 с.

56. Харченко Л. П. Статистика / Л. П. Харченко, В. Г. Долженкова и др. – М.: ИНФРА-М, 1997.
57. Четыркин Е. М. Статистические методы прогнозирования / Е. М. Четыркин. – М.: Статистика, 1977. – 200 с.
58. Шмойлова Р. А. Практикум по теории статистики: Учебное пособие / Р. А. Шмойлова. – М.: Финансы и статистика, 2003. – 278 с.
59. Шмойлова Р. А. Теория статистики / Р. А. Шмойлова. – М.: Финансы и статистика, 2003. – 656 с.
60. Штангрет А. М. Статистика: Навчальний посібник / А. М. Штангрет, О. І. Копилук. – К.: Центр навчальної літератури, 2005. – 232 с.

ГЛОСАРІЙ

1. **Абсолютне значення одного відсотка приросту** – це одна сота базового рівня або відношення абсолютного приросту до відповідного темпу приросту.

2. **Абсолютний показник** – це показник у формі абсолютної величини, яка відображає фізичні властивості, часові та вартісні характеристики соціально-економічних процесів та явищ.

3. **Абсолютний приріст** – це показник ряду динаміки, який показує, на скільки одиниць змінився поточний рівень показника порівняно з рівнем попереднього або базового періоду.

4. **Агрегатний індекс** – складний відносний показник, який характеризує середню зміну соціально-економічного явища, яке досліджується з декількох видів одиниць (однорідних або неоднорідних).

5. **Альтернативний ряд розподілу** – це ряд якісних ознак, які приймають тільки два значення, що виключають одне одного: так або ні.

6. **Аналітичні групування** – це групування, що дають змогу явити наявність взаємозв'язку між явищами, що вивчаються, та їхніми ознаками.

7. **Арифметичний контроль** полягає в арифметичній перевірці підсумкових та розрахункових показників, а також в арифметичній ув'язці пов'язаних між собою даних.

8. **Атрибутивний ряд розподілу** – це ряд розподілу, утворений за якісною ознакою.

9. **Атрибутивні ознаки** – це ознаки, які не підлягають числовому вираженню і характеризують словами описові риси.

10. **Багатомірне групування** – це складне групування, яке проводиться за кількома ознаками одночасно.

11. **База порівняння** – це величина, що знаходиться у знаменнику дроби, тобто це показник, з яким порівнюють.

12. **Базисний рівень показника** – це рівень, з яким здійснюють порівняння, або це рівень періоду, прийнятого за базу порівняння.

13. **Безпосередній облік фактів** або **безпосереднє спостереження** – процес, під час якого реєстратори шляхом безпосереднього замірювання, зваження, підрахунку або перевірки роботи встановлюють факт, який підлягає реєстрації, і на цій підставі роблять запис у формулярі спостереження.

14. **Вага** – це кількість елементів сукупності з однаковими варіантами.

15. **Вага індексу** – величина, яка використовується з метою сумірності індексованих величин (для індексів якісних показників).

16. **Варіанти** – окремі значення ознаки, яких вона набуває у варіаційному ряду розподілу, тобто конкретні значення ознаки, що варіює.

17. **Варіаційний ряд розподілу** – це упорядкована статистична сукупність, в якій значення варіант розташовані в ранжирований ряд із зазначенням для кожного інтервалу (групи) відповідних частот (частостей).

18. **Варіація** – коливання, різноманітність, змінюваність значення ознаки окремих одиниць сукупності явищ.

19. **Вартісні одиниці вимірювання** – це одиниці вимірювання, які дають грошову оцінку соціально-економічним явищам та процесам.

20. **Величина інтервалу** (інтервальна різниця) – це різниця між верхньою та нижньою межами інтервалу.

21. **Верхня межа інтервалу** – це максимальне значення ознаки в інтервалі.

22. **Вибіркове спостереження** – це обстеження, під час якого реєструється деяка частина одиниць сукупності, відібрана у випадковому порядку.

23. **Відкриті інтервали** – це інтервали, які мають тільки одну межу: верхня – у першого; нижня – в останнього.

24. **Відносний показник** – показник у формі відносної величини – це результат порівняння одного абсолютного показника з іншим; характеризує співвідношення між кількісними характеристиками процесів і явищ, що вивчаються, або міру кількісного співвідношення різнойменних чи однойменних показників.

25. **Відносний показник виконання плану** – показник, який показує, на скільки відсотків фактично перевиконано чи недовиконано планове завдання у звітному періоді.

26. **Відносний показник динаміки** (темп зростання) – показник, який показує, у скільки разів або на скільки відсотків мінявся рівень показника за поточний період порівняно базовим або попереднім періодом.

27. **Відносний показник інтенсивності** – це показник, який характеризує ступінь поширення одного явища в середовищі іншого.

28. **Відносний показник координації** – це показник, який характеризує співвідношення окремих частин між собою.

29. **Відносний показник планового завдання** (плану) – показник, який укажує, на скільки відсотків або у скільки пазів планом передбачається змінити рівень показника, що вивчається, у звітному періоді порівняно з попереднім періодом.

30. **Відносний показник порівняння** – показник, який характеризує міру співвідношення однойменних показників за один час, але за різними об'єктами дослідження.

31. **Відносний показник структури** – показник, що показує, який відсоток становить окрема частина сукупності відносно сукупності в цілому.

32. **Геометричні знаки** – це сукупність геометричних чи інших графічних знаків, за допомогою яких відображаються статистичні дані і створюється графічний образ.

33. **Групова статистична таблиця** – це таблиця, в якій статистичний підмет складається з груп, виділених за будь-якою однією суттєвою ознакою, а присудок містить ряд ознак, які характеризують зазначені групи.

34. **Дефлятор** – це коефіцієнт, який переводить значення вартісного показника за поточний період у вартісні вимірювачі базового періоду.

35. **Децентралізоване зведення** – це таке зведення, при якому підсумкові дані одержують на основі їх обробки послідовними етапами.

36.**Децилі** – варіанти, які поділяють ранжований ряд на десять рівних частин.

37.**Динамічні індекси** – це індекси, які характеризують зміну явища за часом.

38.**Дискретна ознака** – кількісна ознака, яка може набувати тільки цілочислових значень.

39.**Дискретний варіаційний ряд** – розподіл одиниць сукупності за дискретною ознакою.

40.**Дисперсія** – це середній квадрат відхилень індивідуальних значень ознаки від їхньої середньої величини.

41.**Документальний облік** – це спосіб спостереження, базою для такого спостереження як джерела статистичної інформації є різного роду документи, як правило, облікового характеру.

42.**Економічні класифікації** – це класифікації видів діяльності, продукції і товарів, тобто класифікації, впроваджені з метою вивчення економічних аспектів розвитку суспільства.

43.**Екстраполяція** – визначення рівнів за межами ряду, що вивчається, тобто продовження ряду на основі виявленої закономірності рівнів, що досліджуються за певний термін часу.

44.**Завдання статистичного дослідження** – отримання узагальнюючих показників та виявлення закономірностей соціально-економічних явищ та процесів у конкретних умовах місця та часу.

45.**Закономірність** – повторюваність, послідовність і порядок змін у явищах.

46.**Закриті інтервали** – це ті інтервали, які мають і нижню, і верхню межу.

47.**Зведений (загальний) індекс** – показник, який характеризує динаміку складного явища, елементи якого не піддаються безпосередньому підсумовуванню в часі, просторі чи порівняно з планом.

48. **Зведення** – це комплекс послідовних операцій, спрямованих на упорядкування первинного статистичного матеріалу з метою виявлення характерних рис та певних типових ознак тих чи інших типів явищ, а також закономірностей процесів, що досліджуються.

49. **Звітна одиниця** – суб'єкт, від якого надходить інформація про одиницю спостереження.

50. **Звітність** – це основна форма статистичного спостереження, за допомогою якої статистичні органи у визначений термін одержують від підприємств, установ, організацій необхідні дані у формі звітних документів, що встановлені законодавством, підтверджені підписами осіб, відповідальних за достовірність і своєчасність цієї інформації.

51. **Індекс** – це відносний показник, що характеризує зміну рівня будь-якого явища чи процесу в часі, просторі або порівняно з планом, нормою, стандартом.

52. **Індекс змінного складу** – індекс, який відображає відношення середніх рівнів якісного показника, що належать до різних періодів часу.

53. **Індекс постійного (фіксованого) складу** – це індекс, який визначено з вагами, зафіксованими на рівні звітного періоду, і який показує зміну середнього рівня якісного показника за рахунок змін індексованої величини щодо окремої одиниці сукупності.

54. **Індекс структурних зрушень** – це індекс, який показує вплив змін у структурі явища, що вивчається, на динаміку середнього рівня цього явища.

55. **Індекс-дефлятор** – це відношення фактичної вартості продукції поточного періоду до вартості обсягу продукції, структура якого аналогічна зі структурою звітного року, але визначена в цінах базового року.

56. **Індекси порівняно з планом** – це індекси, які характеризують стан діяльності підприємств (організацій, установ) на даний поточний період у зрівнянні з встановленим планом (стандартом, нормою).

57. **Індексний метод** – методологія побудови та використання індексів в статистико-економічному аналізі.

58.Індексована величина (показник) – це ознака, зміна якої досліджується.

59.Індивідуальні абсолютні показники – показники, які отримують безпосередньо в процесі статистичного спостереження як результат замірювання, зваження, підрахунку та оцінки кількісної ознаки.

60.Індивідуальні індекси – відносні показники, які характеризують зміну в динаміці або відображають співвідношення в просторі, якогось одного виду одиниць явища.

61.Інструкція – перелік вказівок та роз'яснень, якими має керуватись обліковець чи реєстратор при заповненні бланків спостереження.

62.Інтервал – це значення ознаки, що варіює і знаходиться у певних межах. Кожний інтервал має свою величину, верхню і нижню межу, чи принаймні одну з них.

63.Інтервальний варіаційний ряд – ряд, який відображає поточну варіацію ознаки. Якщо інтервали упродовж усього ряду зберігають одну й ту ж величину, то вони називаються рівними, а варіаційний ряд – рядом з рівними інтервалами.

64.Інтервальний ряд динаміки – це числовий ряд, який характеризує зміни в часі розмірів суспільних явищ, рівні яких подано за певний період часу.

65.Інтерполяція – приблизний розрахунок рівнів, які знаходяться в середині ряду динаміки, але з яких-небудь причин невідомі.

66.Істотні ознаки – ознаки, які є головними для даного явища.

67.Квартілі – це варіанти, які поділяють ранжовану сукупність на чотири рівновеликі частини.

68.Кількісні ознаки – це ознаки, які виражаються числами.

69.Класифікатор у статистиці – це систематизований перелік об'єктів (продукції, країн, валют тощо), кожному з яких надано певний код: Класифікатор країн світу, Класифікатор валют, Класифікатор адміністративно-територіального устрою України, РКОБСОМ.

70.Класифікація у статистиці – це систематизований розподіл явищ та об'єктів за певними групами, класами, розрядами на підставі їхнього збігу або різниці.

71.Коефіцієнт варіації – це відсоткове відношення середнього квадратичного відхилення до середньої величини ознаки.

72.Коефіцієнт осциляції – це відсоткове відношення розміру варіації до середньої величини ознаки.

73.Комбінаційна статистична таблиця – це таблиця, в якій підмет являє собою комбінацію, сполучення двох або кількох ознак, а в присудку наводяться ознаки, що характеризують виділені групи і підгрупи.

74.Комбінаційне групування – це групування одиниць сукупності за двома і більше ознаками.

75.Критичний момент спостереження – день, година, на яку має бути проведено реєстрацію ознак щодо кожної одиниці сукупності, що досліджується, тобто це момент часу реєстрації даних.

76.Критичним часом спостереження називають дату за станом, на яку повідомляють дані зібраної інформації.

77.Лінійний коефіцієнт варіації – це відсоткове відношення середнього лінійного відхилення до середньої величини ознаки.

78.Логічний контроль – це перевірка зіставності даних, яка полягає в порівнянні взаємозалежних ознак.

79.Макет таблиці – це сукупність горизонтальних рядків і вертикальних граф без наведення числових даних.

80.Масштаб графіка – це умовна міра переведення числової величини в графічну.

81.Масштабна шкала графіка – це лінія, окремі крапки чи риси, якої можуть бути прочитані як певні числа.

82.Медіана – у статистиці це значення ознаки у тієї одиниці сукупності, яка знаходиться в середині упорядкованого ряду, тобто це варіант, який

знаходиться в середині упорядкованого варіаційного ряду і поділяє його на дві рівні частини.

83. Мета статистичного спостереження – збирання вірогідної (відповідаючої реальному стану) та повної (за обсягом і змістом) статистичної інформації для виявлення закономірностей розвитку явищ і процесів.

84. Метод збільшення інтервалів – один із найбільш простих прийомів виявлення тенденції розвитку – збільшення періодів часу, до яких належать рівні динамічного ряду. При збільшенні інтервалів кількість членів ряду динаміки дуже змінюється. У такому випадку дуже часто цілком випадають з поля зору рух рівня з року у рік, а також характерні особливості виявленої тенденції розвитку.

85. Метод ковзних середніх – один із прийомів виявлення тенденції розвитку явища чи процесу. Зміна ряду динаміки за допомогою ковзної середньої полягає в тому, що обчислюється середній рівень спочатку на основі певної кількості перших за рахунком рівнів ряду, далі – на основі тієї ж кількості рівнів, але починаючи з другого за рахунком рівня, потім – з третього рівня і т. д.

86. Міжгрупова варіація – це результат впливу фактора, який покладено в основу групування, **внутрішньогрупова** – інших факторів, окрім групувального.

87. Мода – у статистиці це значення ознаки (варіанта), що найчастіше зустрічається в сукупності.

88. Моментний ряд динаміки – це числовий ряд, який характеризує зміни в часі розмірів суспільних явищ, рівні яких подано на певний момент часу.

89. Моніторинг – це спеціально організоване систематичне спостереження за станом певного середовища.

90. Монографічне спостереження – це таке спостереження, при якому здійснюється докладне і всебічне обстеження окремих одиниць досліджуваної сукупності.

91. **Нагромаджені частоти** – сума частот (частостей) варіантів від мінімального значення до даного значення.

92. **Неістотні ознаки** – ознаки, які не пов'язані безпосередньо з суттю досліджуваного явища.

93. **Неперервні ознаки** – кількісні ознаки, які можуть в окремих межах набувати будь-яких значень.

94. **Нерівні інтервали** – це інтервали, у яких різниці між верхньою і нижньою межами неоднакові.

95. **Несуцільне спостереження** – спостереження, за якого дослідженню підлягає лише окрема частина досліджуваної сукупності.

96. **Нижня межа інтервалу** – це мінімальне значення ознаки в інтервалі.

97. **Об'єкт спостереження** – це сукупність одиниць розглядаємого явища, про які повинна бути зібрана статистична інформація.

98. **Об'єктами** статистичного аналізу можуть бути найрізноманітніші явища і процеси суспільного життя.

99. **Обстеження основного масиву** – це обстеження переважної частини одиниць сукупності, що відіграють визначальну роль у характеристиці об'єкта спостереження.

100. **Обсяг сукупності** – це загальна кількість одиниць сукупності.

101. **Одиниця спостереження** – складовий (первинний) елемент об'єкта, що є носієм ознак, які підлягають реєстрації.

102. **Одиниця статистичної сукупності** – це кожний окремо взятий елемент даної сукупності, якому притаманні певні ознаки.

103. **Ознака** – це загальна властивість, характерна риса або інша особливість одиниць сукупності, яку можна спостерігати або вимірювати.

104. **Опитування** – такий спосіб спостереження, при якому відомості отримують усно або письмово зі слів опитуваних осіб.

105. **Організаційний план** – головний документ, в якому відображаються найважливіші питання організації та проведення намічених заходів статистичного спостереження.

106. **Основна тенденція (тренд)** – це досить стійка зміна рівня явища в часі, більш-менш вільна від випадкових коливань. Основну тенденцію можна подати аналітично – у виді рівняння (моделі) тренда або графічно.

107. **Перепис** – спеціально організоване спостереження, яке, як правило, повторюється через рівні інтервали часу з метою отримання даних про чисельність, склад та стан об'єкта статистичного спостереження щодо ряду ознак на певну дату, тобто суспільне або вибіркоче спостереження масових явищ з метою визначення їхнього розміру та складу станом на певну дату.

108. **Період (строк або термін) спостереження** – суб'єктивний час, протягом якого відбувається заповнення статистичних формулярів, тобто час, протягом якого реєструються дані.

109. **Періодичне спостереження** – спостереження, за якого реєстрація фактів відбувається за певний інтервал часу (декаду, місяць, квартал, півріччя, рік).

110. **Підмет таблиці** – це об'єкт дослідження: перелік елементів сукупності, їх групи, окремі територіальні одиниці або часові інтервали.

111. **Показники варіації** – це показники, які визначають міру варіації (коливання) окремих значень ознаки від середньої величини.

112. **Поле графіка** – простір, в якому розміщуються геометричні знаки, що утворюють графік.

113. **Помилки реєстрації** виникають внаслідок неправильного встановлення фактів у процесі спостереження або помилкового запису їх в формулярі.

114. **Помилки репрезентативності** виникають при вибіркового спостереженні через несучільність реєстрації даних і порушення принципу випадковості відбору.

115. **Поточне спостереження** – спостереження, за якого зміни, які відбуваються з явищем чи процесом, що вивчається, фіксуються відразу, як тільки вони відбулися.

116. **Поточний або порівнюваний рівень показника** – це рівень, який порівнюють з попереднім чи базовим.

117. **Предмет статистики** – кількісна сторона якісно визначених масових соціально-економічних явищ та процесів, які знаходять відображення у статистичних показниках.

118. **Присудок таблиці** – це показники, що характеризують підмет як об'єкт дослідження.

119. **Програма спостереження** – це перелік запитань (або ознак), які підлягають реєстрації в процесі спостереження.

120. **Проста статистична таблиця** – це таблиця, в підметі якій міститься простий перелік будь-яких об'єктів, територіальних підрозділів або хронологічних дат.

121. **Просте групування** – це групування одиниць сукупності за однією ознакою.

122. **Просте зведення** полягає в одержанні зведеного підсумку по всьому масиву вихідної інформації.

123. **Просторові орієнтири** визначають розташування геометричних знаків у полі графіка.

124. **Ранжирований ряд** – це статистичний ряд розподілу, в якому значення досліджуваної ознаки розташовані у порядку зростання або зменшення.

125. **Реєстр** – перелік одиниць об'єкта спостереження із зазначенням ознак, який складається та оновлюється під час постійного обстеження.

126. **Результативні ознаки** – залежні ознаки, які змінюються під впливом факторних ознак.

127. **Рівень ряду** – це конкретне значення відповідних статистичних показників.

128. **Рівень ряду динаміки** – це статистичний показник, який характеризує величину суспільного явища на даний момент або за певний період часу.

129. **Рівні інтервали** – це інтервали, у яких різниці між верхньою і нижньою межами однакові.

130. **Розмах варіації** – це різниця між максимальним та мінімальним значеннями ознаки, яка варіює.

131. **Ряд динаміки** – це ряд статистичних показників, які характеризують зміну суспільних явищ у часі.

132. **Ряд розподілу** – це упорядкований розподіл одиниць сукупності на групи за певною ознакою, яка варіює.

133. **Середнє квадратичне відхилення** – це корінь квадратний з дисперсії.

134. **Середнє лінійне відхилення** – це середня арифметична з абсолютних значень відхилень варіант ознаки від їхньої середньої.

135. **Середній або середньорічний абсолютний приріст** – це показник ряду динаміки, який показує, на скільки одиниць у середньому за одиницю часу (щорічно) за певний період змінювався рівень показника, що аналізується.

136. **Середній або середньорічний темп зростання** – це показник ряду динаміки, який показує, у скільки разів у середньому за одиницю часу (щорічно) за певний період змінювався рівень показника, що аналізується.

137. **Середній або середньорічний темп приросту** – це показник ряду динаміки, який показує, на скільки відсотків у середньому за одиницю часу (щорічно) за певний період змінювався рівень показника, що аналізується.

138. **Середній індекс** – це індекс, який визначено як середню величину з індивідуальних індексів.

139. **Середній рівень динамічного ряду** – середня, обчислена на основі рівнів динамічного ряду.

140. **Середня арифметична зважена** використовується у випадках, коли окремі значення ознаки, за якою розраховується середня величина, можуть повторюватись по кілька разів, тобто в тих випадках, коли розрахунок здійснюється за згрупованими даними.

141. **Середня арифметична проста** використовується в тих випадках, коли розрахунок здійснюється за незгрупованими даними.

142. **Середня величина** – це узагальнююча характеристика сукупності однотипних явищ за ознакою, що варіює, тобто це узагальнюючий показник, який характеризує типовий рівень ознаки, що варіює, в розрахунку на одиницю однорідної сукупності.

143. **Середня гармонічна** – розраховується з відносних значень усередненої ознаки і за формою може бути простою і зваженою. Середня гармонічна зважена використовується у випадках, коли показник, величина якого безпосередньо не відома, знаходиться у знаменнику істотного відношення, а як вага використовується добуток показника, який знаходиться в чисельнику відношення.

144. **Середня хронологічна моментного ряду** – розраховується як сума всіх рівнів ряду, поділеного на число членів ряду без одного, причому перший і останній члени ряду беруться у половинному розмірі за умови, що даних моментного ряду недостатньо, але інтервали між поданими моментами часу рівні.

145. **Система базисних індексів** – ряд послідовно визначених індексів одного й того ж явища з постійною базою порівняння.

146. **Система індексів** – ряд послідовно побудованих індексів.

147. **Система індексів з постійними вагами** – це система зведених індексів одного й того ж явища, які обчислені з вагами, що не змінюються при переході від одного індексу до іншого.

148. **Система індексів зі змінними вагами** – це система зведених індексів одного й того ж явища, які обчислені з вагами, що послідовно змінюються від одного індексу до іншого.

149. **Система ланцюгових індексів** – ряд індексів одного й того ж явища, які визначаються базою порівняння зі зміною від індексу до індексу.

150. **Система показників** – це сукупність взаємопов'язаних показників, які відображають стан та розвиток масових соціально-економічних явищ з різних сторін.

151. **Складне групування** – це групування за двома і більше ознаками.

152. **Складне зведення** поєднує комплекс операцій, групування одиниць; підбиття групових і загальних підсумків; подання результатів зведення у формі статистичних таблиць, графіків, рядів розподілу.

153. **Спеціалізовані інтервали** – це інтервали, що мають за мету відобразити якісну своєрідність груп.

154. **Спеціально організоване статистичне спостереження** є другою формою статистичного спостереження і має на меті отримати відомості, які не охоплені звітністю.

155. **Статистика** – це суспільна наука, яка вивчає кількісну сторону якісно визначених масових явищ та процесів, їх структуру та розподіл, розміщення в просторі, рух у часі, досліджує діючі кількісні залежності, тенденції та закономірності в конкретних умовах місця та часу.

156. **Статистична закономірність** – форма виявлення причинного зв'язку, який знаходить відображення в послідовності, регулярності, повторюваності подій з досить високим ступенем імовірності, якщо причини, що породжують подію, не змінюються або змінюються незначно.

157. **Статистична звітність** – це така форма спостереження, коли кожний суб'єкт діяльності (підприємство, організація, установа) подає свої дані у статистичні органи.

158. **Статистична методологія** – система спеціальних прийомів і методів статистики, спрямованих на вивчення кількісних закономірностей, що виявляються у структурі, динаміці та взаємозв'язках соціально-економічних явищ. Вона ґрунтується на загальнофілософських (діалектична логіка) і загальнонаукових (порівняння, аналіз, синтез) принципах.

159. **Статистична сукупність** – це безліч одиниць, яким властиві масовість, однорідність, певна цілісність, взаємозалежність станів окремих одиниць та наявність варіацій.

160. **Статистична таблиця** – це форма найбільш раціонального, наочного та систематизованого викладу результатів зведення і групування матеріалів статистичного спостереження.

161. **Статистичне групування** – це поділ сукупності масових суспільних явищ на однорідні типові групи за суттєвими для них ознаками з метою всебічної характеристики їх стану, розвитку і взаємозв'язків.

162. **Статистичне спостереження** – це спланований, систематичний і науково організований збір масових даних про різноманітні суспільно-економічні явища та процеси.

163. **Статистичний графік** – це наочне масштабне зображення статистичних даних за допомогою геометричних ліній, точок, знаків, фігур, географічних картосхем та інших графічних засобів.

164. **Статистичний інструментарій** – це набір статистичних формулярів, а також інструкцій і роз'яснень щодо проведення статистичного спостереження, реєстрації даних.

165. **Статистичний показник** – це кількісна характеристика соціально-економічних явищ та процесів в умовах якісного визначення, тобто це міра якісного і кількісного відображення певної властивості соціально-економічного явища чи процесу.

166. **Статистичний ряд розподілу** – це групування, в якому виділені групи характеризуються тільки їхньою чисельністю або питомою вагою в загальному обсязі сукупності.

167. **Статистичний формуляр** – це обліковий документ єдиного зразка, що містить програму і результати спостереження.

168. **Статистичні групування** – це основна ланка статистичного зведення, тобто поділ одиниць сукупності на групи, однорідні за певними ознаками.

169. **Статистичні дані** – це масові системні кількісні характеристики соціально-економічних явищ і процесів.

170. **Структурне групування** – це групування, за якого відбувається розподіл однорідної сукупності на групи, що характеризують її структуру за певною ознакою, яка варіює (змінюється).

171. **Сумірник** – величина, яка використовується з метою сумірності індексованих величин (для індексів кількісних показників).

172. **Суцільне спостереження** – це таке спостереження, при якому обстежуються всі без винятку одиниці сукупності.

173. **Темп зростання** або **коефіцієнт зростання** – це показник ряду динаміки, який показує, у скільки разів змінився поточний (порівнюваний) рівень показника, що аналізується, порівняно з рівнем попереднього або базового періоду.

174. **Темп приросту** – це показник ряду динаміки, який показує, на скільки відсотків змінився поточний (порівнюваний) рівень аналізованого показника порівняно з рівнем попереднього або базового періоду.

175. **Теорія статистики** – це наука про загальні принципи, правила та закони кількісного висвітлення соціально-економічних явищ.

176. **Територіальні індекси** – це індекси, які характеризують зміну явища у просторі.

177. **Типологічне групування** – це розподіл якісно неоднорідної сукупності на класи, соціально-економічні типи, однорідні групи згідно з правилами наукового групування.

178. **Трудові одиниці вимірювання** – це одиниці вимірювання, які і дають змогу враховувати як загальні витрати праці на підприємстві, так і трудомісткість окремих операцій технологічного процесу: людино-години, людино-дні.

179. **Факторні ознаки** – це незалежні ознаки, які впливають на інші ознаки і є причиною їх зміни.

180. **Ценз** – набір кількісних та якісних обмежувальних ознак.

181. **Централізоване зведення** – це таке зведення, при якому всі первинні статистичні матеріали зосереджуються в одному місці, де вони розробляються за єдиною програмою в потрібних розрізах і групах.

182. **Час спостереження (об'єктивний час)** – це час, якому відповідають дані спостереження.

183. **Частка** – це частота, яка наведена відносною величиною у формі коефіцієнта чи відсотка суми.

184. **Частоти** – це чисельності окремих варіантів або кожної групи варіаційного ряду, тобто числа, що показують, як часто зустрічаються ті чи інші варіанти ряду розподілу. Сума усіх частот варіаційного ряду називається його обсягом.

АНОТАЦІЯ

Навчальний посібник призначений для використання в навчальному процесі студентами, що навчаються за спеціальністю 6.030506 «Прикладна статистика», та розроблено у відповідність до вимог чинних навчальних планів.

Матеріали навчального посібника дозволяють студентам отримати необхідні знання за однією з найважливіших дисциплін підготовки фахівців – статистиці.

У навчальному посібнику розглянуті основні методи статистичного дослідження: статистичне спостереження, зведення і групування, дослідження рядів розподілу, аналіз рядів динаміки, вибірковий метод, кореляційно-регресійний аналіз, індексний метод аналізу.

У посібнику розкриваються:

- сутність статистики як науки, особливості статистичної методології, основні поняття та категорії статистики;
- методи збору статистичної інформації (форми, види і способи статистичного спостереження), програмно-методологічні та організаційні питання статистичного спостереження, сутність помилок спостереження і контроль даних спостереження;
- метод статистичних угруповань і таблиць;
- методологія обчислення абсолютних, відносних і середніх показників і їх використання в економіко-статистичному аналізі;
- статистичні методи та показники структури досліджуваного явища, такі як побудова та аналіз варіаційних рядів, визначення показників становища центру розподілу, рівня варіації ознаки, форми розподілу;
- аналіз рядів динаміки, побудова моделей їх розкладу, виявлення та опис тренда, оцінка сезонності, методи статистичного прогнозування на основі екстраполяції тренда;
- статистичне вивчення взаємозв'язків соціально-економічних явищ на основі кореляційно-регресійного аналізу;
- проблеми економічних індексів.

АННОТАЦИЯ

Учебное пособие предназначено для использования в учебном процессе студентами, обучающимися по специальности 6.030506 «Прикладная статистика», и разработано в соответствии с требованиями действующих учебных планов.

Материалы учебного пособия позволяют студентам получить необходимые знания по одной из важнейших дисциплин подготовки специалистов – статистике.

В учебном пособии рассмотрены основные методы статистического исследования: статистическое наблюдение, сводка и группировка, исследование рядов распределения, анализ рядов динамики, выборочный метод, корреляционно-регрессионный анализ, индексный метод анализа.

В пособии раскрываются:

- сущность статистики как науки, особенности статистической методологии, основные понятия и категории статистики;
- методы сбора статистической информации (формы, виды и способы статистического наблюдения), программно-методологические и организационные вопросы статистического наблюдения, сущность ошибок наблюдения и контроль данных наблюдения;
- метод статистических группировок и таблиц;
- методология исчисления абсолютных, относительных и средних показателей и их использование в экономико-статистическом анализе;
- статистические методы и показатели структуры исследуемого явления, такие как построение и анализ вариационных рядов, определения показателей положения центра распределения, уровня вариации признака, формы распределения;
- анализ рядов динамики, построение моделей их разложения, выявление и описание тренда, оценка сезонности, методы статистического прогнозирования на основе экстраполяции тренда;
- статистическое изучение взаимосвязей социально-экономических явлений на основе корреляционно-регрессионного анализа;
- проблемы экономических индексов.

ABSTRACT

The manual is intended for use in the educational process of students enrolled in the specialty 6.030506 "Applied Statistics", and developed in accordance with the requirements of the curriculum.

Materials textbook allow students to gain the necessary knowledge in one of the most important disciplines of training – statistics.

The manual describes the main methods of statistical research: participant observation, summary and grouping, research distribution series, time series analysis, sampling, correlation and regression analysis, the index method.

The manual reveals:

- the nature of statistics as a science, especially statistical methodology, concepts and categories of statistics;

- methods of collecting statistical information (forms, types and methods of statistical observations), program-methodological and organizational questions of statistical observations, the nature of errors of observation and monitoring of surveillance data;

- method of statistical groupings and tables;

- methodology for the calculation of absolute, relative and average indicators and their use in economic and statistical analysis;

- statistical methods and data structures of the phenomenon, such as the construction and analysis of variational series, identify indicators of the center of the distribution, the level of variation of variable, the form of distribution;

- time series analysis, modeling their decomposition, identification and description of the trend, seasonality assessment, methods of statistical prediction by extrapolating the trend;

- statistical study of the relationship of socio-economic phenomena on the basis of correlation and regression analysis;

- the problem of economic indices.

Навчальне видання

Іє Ольга Миколаївна

МАСЮТА Євгенія Олександрівна

СТАТИСТИКА

*Навчальний посібник
для студентів II курсу спеціальності
6.030506 «Прикладна статистика»*

Редактор – Іє О. М.
Комп'ютерний макет – Масюта Є. О.
Коректор – Кубатіна Ю. А.

Здано до складання 6.05.2013 р. Підписано до друку 5.06.2013 р.
Формат 60×84/18 . Папір офсетний. Гарнітура Times New Roman.
Друк офсетний. Ум. друк. арк. 18,94. Наклад 300 прим.

Видавець і виготовлювач
Видавництво Державного закладу
«Луганський національний університет імені Тараса Шевченка»
вул. Оборонна 2, м. Луганськ, 91011. Тел./факс: (0642)58-03-20
e-mail: alma-mater@list.ru
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК №3459 від 09.04.2009 р.