ВІСНИК

Східноукраїнського національного університету імені ВОЛОДИМИРА ДАЛЯ

НАУКОВИЙ ЖУРНАЛ

№ 12(130)
Частина 2
2008

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
СХІДНОУКРАЇНСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
імені ВОЛОДИМИРА ДАЛЯ

ВІСНИК

Східноукраїнського національного університету імені ВОЛОДИМИРА ДАЛЯ

№ 12 (130)
Частина 2
2008

НАУКОВИЙ ЖУРНАЛ

Луганськ 2008

ВІСНИК
СХІДНОУКРАЇНСЬКОГО НАЦІОНАЛЬНОГО УНІВЕРСИТЕТУ ІМЕНІ ВОЛОДИМИРА ДАЛЯ

№ 12 (130) 2008

НАУКОВИЙ ЖУРНАЛ
ЗАСНОВАНО У 1996 РОЦІ
ВИХІД З ДРУКУ - ДВАНАДЦЯТЬ РАЗІВ НА РІК

Засновник
Східноукраїнський національний університет імені Володимира Даля

Журнал зареєстровано Міністерством України у справах преси та інформації

Свідоцтво про державну реєстрацію
серія КВ № 2411 від 19.12.96 р.

VISNIK
OF THE VOLODYMYR DAL EAST UKRAINIAN NATIONAL UNIVERSITY

№ 12 (130) 2008

THE SCIENTIFIC JOURNAL
WAS FOUNDED IN 1996
IT IS ISSUED TWELVE TIMES A YEAR

Founder
of the Volodymyr Dal East Ukrainian National University

Registered by the Ministry of Ukraine For Press and Information

Registration **Certificate**
КВ № 2411 dated 19.12.96

Журнал включено до Переліків наукових видань ВАК України № 2 (Бюл. ВАК № 5 (13) 1999 р.), № 3 (Бюл. ВАК № 6 (14) 1999 р.) та № 4 (Бюл. ВАК № 2 (16) 2000 р.), в яких можуть публікуватися результати дисертаційних робіт на здобуття наукових ступенів доктора і кандидата наук з ***технічних, історичних та економічних наук*** відповідно.

Відповідальний за випуск: Пожидаєв В.Ф.

Рекомендовано до друку Вченою радою Східноукраїнського національного університету імені Володимира Даля (Протокол № 10 від 27 червня 2008 р.)

Матеріали номера друкуються мовою оригіналу.

ЗМІСТ

Технические науки

Васяева Т.А., Скобцов Ю.А.	Извлечение знаний на основе генетических алгоритмов и генетического программирования	5
Гоменюк С.И., Киричевский Р.В., Донченко В.Ю.	Моделирование препроцессора системы «Мірела+»	11
Іс О.М.	Великі відхилення у задачі розрізнення процесів нормальної авторегресії: випадок близьких гіпотез	18
Каминская М.А., Кулак Э.Н.	Использование анализа тестопригодности для повышения качества теста и производительности встроенных средств самотестирования	24
Козак І.А.	Використання онтологій при проектуванні інформаційних систем	36
Козуб Г.А., Толок В.А.	Температурные поля диссипативного разогрева многослойных конструкций	43
Andreiy I. Kondrat'yev	Calculation of Static Stresses and Strains in High Pressure Sensor	50
Мазурок Т.Л.	Автоматизація конфігурування процесів навчання на основі компонентної технології	55
Маслянко П.П., Ліссов П.М.	Дослідження та розробка підсистеми автоматизації проектування інформаційних ресурсів організаційних систем	62
Маслянко П.П., Майстренко О.С.	Дослідження та розробка бізнес-профіля для реалізації проектів інформатизації Організаційних Систем	70
Маслянко П.П., Стокоз К.В.	Системне проектування та реалізація порталів із сервіс-орієнтованою архітектурою	76
Меняйленко А.С., Романов В.А., Крыжановский А.И., Тихонов Ю.Л., Скачко В.В., Хмель А.В.	Интерфейс для фрагмента виртуальной лаборатории автоматизированного проектирования техпроцесса дистанционного обучения	83
Моамар Д.Н., Уткина Т.Ю., Шувалова Л.А.	Метод верификации структурно-функциональных моделей конечных автоматов	88
Могильный Г. А., Киреев И. Ю.	Определение траектории укладки армирующего материала (АМ) при изготовлении несущих поверхностей (НП) летательных аппаратов (ЛА) методом непрерывной намотки композиционным материалом (КМ)	95
Могильный Г. А., Тихонов В.Л.	Особенности усовершенствования системы управления для намоточных станков чпу, использующих привод с шаговым двигателем	104
Денисюк В.А., Нікітченко Т.П., Нікітченко Н.П.	Основні етапи графічного конвеєру	110

4. Дементьев Ю.В. САПР в автомобиле- и тракторостроении. - М.: Академия, 2004.
5. Норенков И.П. Основы автоматизированного проектирования. - М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2002.
6. Киричевский В.В., Дохняк Б.М., Козуб Ю.Г., Гоменюк С.И., Киричевский Р.В., Гребенюк С.Н.. Метод конечных элементов в вычислительном комплексе «МІРЕЛА+». – К.: Наук. Думка, 2005.
7. Гоменюк С.И. Объектно-ориентированные модели и методы анализа механических процессов. – Никополь: Никопольская коммунальная типография, 2004.
8. Толок В.А., Киричевский В.В., Гоменюк С.И., Гребенюк С.Н., Бувайло Д.П. Метод конечных элементов: теория, алгоритмы, реализация. – К.: Наук. думка, 2003.

УДК 519.21

Іє О.М.

ВЕЛИКІ ВІДХИЛЕННЯ У ЗАДАЧІ РОЗРІЗНЕННЯ ПРОЦЕСІВ НОРМАЛЬНОЇ АВТОРЕГРЕСІЇ: ВИПАДОК БЛИЗЬКИХ ГІПОТЕЗ

Доведено граничні теореми для інтеграла Хелінгера в задачі розрізнення двох процесів нормальної авторегресії у випадку близьких гіпотез. На підставі цих теорем отримано теореми про великі ухилення для логарифма відповідного відношення правдоподібності. Доведена теорема про асимптотичну поведінку ймовірності помилок критерію Неймана-Пірсона.

Граничні теореми про великі ухилення грають важливу роль у прикладній статистиці, теорії інформації, теорії масового обслуговування, статистичній механіці і інших областях. Дана робота присвячена «грубим» теоремам про великі ухилення для логарифма відношення правдоподібності і їх застосуванню до дослідження асимптотичної поведінки показників якості критеріїв при розрізненні простих гіпотез для сімейств статистичних експериментів.

Нехай $\xi^n = \left(\xi_{n,1}, \xi_{n,2}, \dots, \xi_{n,n}\right)$, $n \ge 2$ – вибірка в схемі серій спостережень процесу нормальної авторегресії вигляду

$$\xi_{n,i} = \theta_n \xi_{n,i-1} + w_{n,i}, \quad i = 1, 2, ..., n,$$

де $\xi_{n,0} = 0$, $w_{n,1}, w_{n,2}, \dots$, – незалежні стандартні гаусові величини. Причому припускаємо, що θ_n не залежить від n і писатимемо $\theta_n = \theta$, а $\tilde{\theta}_n$ залежить від n таким чином, що $\Delta_n = \tilde{\theta}_n - \theta \to 0$ при $n \to \infty$. Позначимо через P_θ^n міру, яка задає розподіл вектора ξ^n. Розглянемо задачу перевірки двох простих гіпотез H^n і $\tilde{H}^n$ по спостереженню ξ^n, які полягають в тому, що розподіл спостереження ξ^n задається мірами P_θ^n і $\mathrm{P}_{\tilde{\theta}}^n$ відповідно, де $\theta \ne \tilde{\theta}_n$.

Логарифм щільності міри $\mathrm{P}_{\tilde{\theta}}^n$ щодо міри P_θ^n має вигляд

$$\Lambda_n = \left(\tilde{\theta} - \theta\right) \sum_{i=1}^{n} \xi_{i-1} w_i - \frac{1}{2}\left(\tilde{\theta} - \theta\right)^2 \sum_{i=1}^{n} \xi_{i-1}^2 .$$

Введемо інтеграл Хелінгера $H_n(\varepsilon)$ порядку $\varepsilon \in (-\infty, \infty)$ для мір $\mathrm{P}_{\tilde{\theta}}^n$ і P_θ^n, вважаючи

$$H_n(\varepsilon) = H\left(\varepsilon; \mathrm{P}_{\tilde\theta}^n, \mathrm{P}_\theta^n\right) = \mathrm{E}_\theta^n e^{\varepsilon\Lambda_n} .$$

В цьому випадку виконується наступна теорема про асимптотичну поведінку $H_n(\varepsilon)$ при $n \to \infty$.

Теорема 1.

1. Нехай $|\theta| < 1$, а $\tilde\theta_n$ залежить від n так, щоб $\Delta_n = \tilde\theta_n - \theta \to 0$ і $n\Delta_n^2 \to \infty$ при $n \to \infty$. Тоді для будь-якого $\varepsilon \in (-\infty, \infty)$ існує границя

$$\lim_{n\to\infty} \psi_n^{-1} \ln H_n(\varepsilon) = \kappa(\varepsilon) , \tag{1}$$

де $\psi_n = n\Delta_n^2$, $\kappa(\varepsilon) = -2^{-1}\left(1-\theta^2\right)^{-1} \varepsilon\left(1-\varepsilon\right)$.

2. Нехай $|\theta| = 1$. Тоді справедливі наступні два твердження.

a) Якщо $\theta = 1$ і $\tilde\theta_n > \theta$ або $\theta = -1$ і $\tilde\theta_n < \theta$, де $\tilde\theta_n$ залежить від n так, що $\Delta_n = \tilde\theta_n - \theta \to 0$ і $\psi_n = n|\Delta_n| \to \infty$ при $n \to \infty$, то для всіх $\varepsilon \in (-\infty, \infty)$ існує границя (1), де $\kappa(\varepsilon) = -2^{-1}\left(\sqrt{\varepsilon} + \varepsilon\right)$ при $\varepsilon \in [0, 1)$, $\kappa(1) = 0$ і $\kappa(\varepsilon) = \infty$ при $\varepsilon \notin [0, 1)$.

b) Якщо $\theta = 1$ і $\tilde\theta_n < \theta$ або $\theta = -1$ і $\tilde\theta_n > \theta$, де $\tilde\theta_n$ залежить від n також як і в пункті a), то для всіх $\varepsilon \in (-\infty, \infty)$ існує границя (1), де $\kappa(\varepsilon) = -2^{-1}\left(\sqrt{\varepsilon} - \varepsilon\right)$ при $\varepsilon \in [0, \infty)$ і $\kappa(\varepsilon) = \infty$ при $\varepsilon \in (-\infty, 0)$.

3. Нехай $|\theta| > 1$, а $\tilde\theta_n$ залежить від n так, що $\Delta_n = \tilde\theta_n - \theta \to 0$ і $\psi_n = \ln \theta^{2n} \Delta_n^2 \to \infty$ при $n \to \infty$. Тоді для будь-якого $\varepsilon \in (-\infty, \infty)$ існує границя (1), де $\kappa(\varepsilon) = -2^{-1}$ при $\varepsilon \in (0, 1)$, $\kappa(0) = \kappa(1) = 0$ і $\kappa(\varepsilon) = \infty$ при $\varepsilon \notin (0, 1)$.

Доказ. Випадок $|\theta| < 1$ доведено в роботі [1], теорема 3. Розглянемо $\theta = 1$. Оскільки виконується рівність $H_n(\varepsilon) = |A_n(\varepsilon)|^{-1/2}$, в якій $|A_n(\varepsilon)| = D_{n.n}$, де $D_{n.n}$ – мінор матриці $A_n(\varepsilon)$, то для будь-якого $\varepsilon \in \left(\varepsilon_-^{(n)}, \varepsilon_+^{(n)}\right)$ отримуємо

$$\ln H_n(\varepsilon) = -\frac{n}{2}\ln\alpha - \frac{1}{2}\ln\frac{1-\beta-(1-\alpha)\left(\beta/\alpha\right)^n}{\alpha-\beta} , \tag{2}$$

де α і β – коріння рівняння $x^2 - cx + b^2 = 0$. Оскільки $\Delta_n \to 0$ при $n \to \infty$, то $\varepsilon_-^{(n)} \to 0$ і $\varepsilon_+^{(n)} \to 1$ при $n \to \infty$ для тих n, для яких $\Delta_n > 0$, і $\varepsilon_-^{(n)} \to 0$ і $\varepsilon_+^{(n)} \to \infty$ при $n \to \infty$ для тих n, для яких $\Delta_n < 0$. Після нескладних обчислень отримуємо, що для будь-якого фіксованого $\varepsilon \in [0, 1)$ у випадку $\Delta_n > 0$ і для будь-якого фіксованого $\varepsilon \in [0, \infty)$ у випадку $\Delta_n < 0$ при $n \to \infty$

$$\alpha = 1 + \varepsilon\,\Delta_n + \sqrt{\varepsilon}\,|\Delta_n| + \frac{1}{2}\varepsilon\,\Delta_n^2 + O\left(\Delta_n^3\right) , \tag{3}$$

звідки витікає, що

$$\ln\alpha = \left(\varepsilon\,\Delta_n + \sqrt{\varepsilon}\,|\Delta_n|\right)\left(1 + O\left(\Delta_n\right)\right) . \tag{4}$$

Аналогічно отримуємо, що для будь-якого фіксованого $\varepsilon \in [0, 1)$ у випадку $\Delta_n > 0$ і для будь-якого фіксованого $\varepsilon \in [0, \infty)$ у випадку $\Delta_n < 0$ при $n \to \infty$

$$\beta = 1 + \varepsilon\,\Delta_n - \sqrt{\varepsilon}\left|\Delta_n\right| + O\left(\Delta_n^2\right). \qquad (5)$$

З (3) і (5) витікає, що для фіксованого $\varepsilon \in [0, 1)$ у випадку $\Delta_n > 0$ при $n \to \infty$ і для фіксованого $\varepsilon \in [0, \infty)$ у випадку $\Delta_n < 0$ при $n \to \infty$

$$\alpha - \beta = 2\sqrt{\varepsilon}\left|\Delta_n\right| + O\left(\Delta_n^2\right). \qquad (6)$$

Об'єднуючи (3), (5) і (6), отримуємо для $\varepsilon \in [0, 1)$ у випадку $\Delta_n > 0$ при $n \to \infty$ і для $\varepsilon \in [0, \infty)$ у випадку $\Delta_n < 0$ при $n \to \infty$

$$\ln \frac{1 - \beta - (1 - \alpha)\left(\beta / \alpha\right)^n}{\alpha - \beta} = O\left(\Delta_n\right). \qquad (7)$$

Тепер шукане співвідношення (1) витікає з рівностей (2), (4) і (7).

Випадок $\theta = -1$ доводиться аналогічно.

Нехай тепер $|\theta| > 1$. Оскільки $\Delta_n \to 0$ при $n \to \infty$, то $\varepsilon_-^{(n)} \to 0$, а $\varepsilon_+^{(n)} \to 1$ при $n \to \infty$. Легко показати, що для будь-якого фіксованого $\varepsilon \in (0, 1)$ при $n \to \infty$

$$\alpha = \theta^2 + 2\theta\,\varepsilon\,\Delta_n + \frac{\varepsilon\left(\theta^2 - \varepsilon\right)}{\theta^2 - 1}\Delta_n^2 + O\left(\Delta_n^3\right), \qquad (8)$$

$$\beta = 1 + \frac{\varepsilon(\varepsilon - 1)}{\theta^2 - 1}\Delta_n^2 + O\left(\Delta_n^3\right), \qquad (9)$$

звідки витікає, що

$$\alpha - \beta = \theta^2 - 1 + 2\theta\,\varepsilon\,\Delta_n + O\left(\Delta_n^2\right). \qquad (10)$$

Об'єднуючи рівності (8), (9) і (10), отримуємо шукане співвідношення (1) у випадку $|\theta| > 1$.

З теореми 1 витікає, що при всіх $\varepsilon \in (-\infty, +\infty)$ існує границя (1), в якій функція $\kappa(\varepsilon)$ строго опукла і диференційована на інтервалі $(\varepsilon_-, \varepsilon_+)$. Для формулювання наступних теорем введемо позначення

$$\gamma_- = \kappa'(\varepsilon_- +), \qquad \gamma_0 = \kappa'(0), \qquad \gamma_1 = \kappa'(1), \qquad \gamma_+ = \kappa'(\varepsilon_+ -),$$

де γ_0 визначено лише при $\tilde{\theta}_n < \theta$, а γ_1 – лише при $\tilde{\theta}_n > \theta$.

$$\Gamma_0 = \gamma_0 \mathrm{I}(\varepsilon_- < 0) + \gamma_- \mathrm{I}(\varepsilon_- = 0), \quad \Gamma_1 = \gamma_1 \mathrm{I}(\varepsilon_+ > 1) + \gamma_+ \mathrm{I}(\varepsilon_+ = 1).$$

Виконується наступна теорема про ймовірність великих ухилень Λ_n при гіпотезі H^n при $n \to \infty$.

Теорема 2. Нехай $|\theta| \le 1$ і $\tilde{\theta}_n$ залежить від n так, що $\Delta_n = \tilde{\theta}_n - \theta \to 0$ і $\psi_n = n\Delta_n^2 \to \infty$ у випадку $|\theta| < 1$ або $\psi_n = n\left|\Delta_n\right| \to \infty$ у випадку $|\theta| = 1$ при $n \to \infty$, причому при всіх n або $\Delta_n > 0$, або $\Delta_n < 0$. Тоді мають місце наступні твердження:

1) для будь-якого $\gamma \in \left(\Gamma_0, \gamma_+\right)$

$$\lim_{n\to\infty} \psi_n^{-1} \ln \mathrm{P}_\theta^n\left(\frac{\Lambda_n}{\psi_n} > \gamma\right) = \lim_{n\to\infty} \psi_n^{-1} \ln \mathrm{P}_\theta^n\left(\frac{\Lambda_n}{\psi_n} \ge \gamma\right) = -I(\gamma), \qquad (11)$$

де

$$
I(\gamma)=\begin{cases}
\dfrac{\left(2\gamma\left(1-\theta^{2}\right)+1\right)^{2}}{8\left(1-\theta^{2}\right)}\in(0,\,\infty), & \text{якщо } |\theta|<1,\\[2ex]
-\dfrac{1}{8(1+2\gamma)}\in\left(0,\,\dfrac{1}{4}\right), & \text{якщо } \theta=1 \text{ і } \tilde{\theta}_n>\theta\\
& \text{або } \theta=-1 \text{ і } \tilde{\theta}_n<\theta,\\[2ex]
\dfrac{1}{8(1-2\gamma)}\in(0,\,\infty), & \text{якщо } \theta=1 \text{ і } \tilde{\theta}_n<\theta\\
& \text{або } \theta=-1 \text{ і } \tilde{\theta}_n>\theta.
\end{cases}
$$

2) якщо $|\theta|<1$, то для будь-якого $\gamma\in(-\infty,\,\gamma_0)$

$$
\lim_{n\to\infty}\psi_n^{-1}\ \ln \mathrm{P}_{\theta}^{n}\left(\frac{\Lambda_n}{\psi_n}<\gamma\right)=\lim_{n\to\infty}\psi_n^{-1}\ \ln \mathrm{P}_{\theta}^{n}\left(\frac{\Lambda_n}{\psi_n}\le\gamma\right)=-I(\gamma)\in(-\infty,\,0).
$$

Доказ. Випадок $|\theta|<1$ детально розглянуто в роботі [1], теорема 5. Нехай $|\theta|=1$. З теореми 1 витікає, що виконується умова (H) з [2] с $\varepsilon_-=0$ і $\varepsilon_+=1$ у випадку $\theta=1$ і $\tilde{\theta}_n>\theta$ або $\theta=-1$ і $\tilde{\theta}_n<\theta$ і умова (H) з [2] з $\varepsilon_-=0$ у випадку $\theta=1$ і $\tilde{\theta}_n<\theta$ або $\theta=-1$ і $\tilde{\theta}_n>\theta$. Тоді твердження теореми виходять з теореми 4.1 [2].

Наступна теорема про великі ухилення Λ_n при гіпотезі $\tilde{H}^n$ при $n\to\infty$.

Теорема 3. Нехай $|\theta|\le 1$, а $\tilde{\theta}_n$ залежить від n таким чином, що $\Delta_n=\tilde{\theta}_n-\theta\to 0$ і $\psi_n=n\Delta_n^2\to\infty$ у випадку $|\theta|<1$ або $\psi_n=n|\Delta_n|\to\infty$ у випадку $|\theta|=1$ при $n\to\infty$, причому при всіх n або $\Delta_n>0$, або $\Delta_n<0$. Тоді для будь-якого $\gamma\in(\gamma_-,\,\Gamma_1)$

$$
\lim_{n\to\infty}\psi_n^{-1}\ \ln \mathrm{P}_{\tilde{\theta}}^{n}\left(\frac{\Lambda_n}{\psi_n}<\gamma\right)=\lim_{n\to\infty}\psi_n^{-1}\ \ln \mathrm{P}_{\tilde{\theta}}^{n}\left(\frac{\Lambda_n}{\psi_n}\le\gamma\right)=-I(\gamma)+\gamma,
$$

де $\gamma_1=\dfrac{1}{2\left(1-\theta^{2}\right)}$, а функція $I(\gamma)$ визначена в теоремі 2.

Доказ. Випадок $|\theta|<1$ детально розглянуто в роботі [1], теорема 6. Розглянемо тепер $|\theta|=1$. З теореми 1 витікає, що виконується умова (H) з [2] з $\varepsilon_-=0$, $\varepsilon_+=1$ при $\theta=1$ і $\tilde{\theta}_n>\theta$ або $\theta=-1$ і $\tilde{\theta}_n<\theta$ і $\varepsilon_+=\infty$ при $\theta=1$ і $\tilde{\theta}_n<\theta$ або $\theta=-1$ і $\tilde{\theta}_n>\theta$, а $\kappa(\varepsilon)=-2^{-1}\left(\sqrt{\varepsilon}+\varepsilon\right)$ при $\theta=1$ і $\tilde{\theta}_n>\theta$ або $\theta=-1$ і $\tilde{\theta}_n<\theta$ і $\kappa(\varepsilon)=-2^{-1}\left(\sqrt{\varepsilon}-\varepsilon\right)$ при $\theta=1$ і $\tilde{\theta}_n<\theta$ або $\theta=-1$ і $\tilde{\theta}_n>\theta$. Звідси витікає, що $I(\gamma)$ має вигляд, визначений рівністю (11). І твердження теореми виходять з теореми 4.3. [2].

Зауваження. У випадку $|\theta|>1$ з теореми 1 витікає, що $\kappa(\varepsilon)=-2^{-1}$ при $\varepsilon\in(\varepsilon_-,\,\varepsilon_+)=(0,\,1)$. Значить, функція $\kappa(\varepsilon)$ не є строго опуклою і умова $\gamma_-<\gamma_+$

порушується. Тому при $|\theta|>1$ теореми про великі ухилення для Λ_n при $n\to\infty$ у разі загальних бінарних статистичних експериментів не виконуються.

Нехай δ_n – критерій Неймана-Пірсона рівня $\alpha_n\in(0,1)$ для розрізнення гіпотез H^n і $\tilde{H}^n$ за спостереженнями ξ^n процесу авторегресії, який визначається рівністю

$$\delta_n = 1(\Lambda_n > d_n) + q_n 1(\Lambda_n = d_n),$$

де $1(A)$ – індикатор множини A, а $d_n\in(-\infty,\infty)$ і $q_n\in(0,1)$ – параметри критерію δ_n, які визначаються з умови $\mathrm{E}_\theta^n\delta_n=\alpha_n$.

Наступна теорема встановлює взаємозв'язок між швидкостями убування рівня α_n і ймовірністю помилки 2-го роду критерію δ_n.

Теорема 4.

1. Нехай $|\theta|<1$ і $\tilde{\theta}_n$ залежить від n так, що $\Delta_n=\tilde{\theta}_n-\theta\to 0$ і $n\Delta_n^2\to\infty$ при $n\to\infty$. Тоді виконуються наступні твердження:

а) для будь-якого $a\in(0,\gamma_1)$

$$\lim_{n\to\infty}\psi_n^{-1}\ln\alpha_n=-a \quad\Leftrightarrow\quad \lim_{n\to\infty}\psi_n^{-1}\ln\beta_n=-b(a), \tag{12}$$

де $\psi_n=n\Delta_n^2$, $\gamma_1=\dfrac{1}{2\left(1-\theta^2\right)}$, $b(a)=\left(\sqrt{a}-\dfrac{1}{\sqrt{2\left(1-\theta^2\right)}}\right)^2$;

b) для будь-якого $a\ge\gamma_1$

$$\lim_{n\to\infty}\psi_n^{-1}\ln\alpha_n=-a \quad\Rightarrow\quad \lim_{n\to\infty}\psi_n^{-1}\ln\beta_n=0 \tag{13}$$

і при $b\ge-\gamma_0=\dfrac{1}{2\left(1-\theta^2\right)}$

$$\lim_{n\to\infty}\psi_n^{-1}\ln\beta_n=-b \quad\Rightarrow\quad \lim_{n\to\infty}\psi_n^{-1}\ln\alpha_n=0.$$

2. Нехай $\theta=1$ і $\tilde{\theta}_n>\theta$ або $\theta=-1$ і $\tilde{\theta}_n<\theta$ і $\tilde{\theta}_n$ залежить від n таким чином, що $\Delta_n=\tilde{\theta}_n-\theta\to 0$ і $n|\Delta_n|\to\infty$ при $n\to\infty$. Тоді справедливі твердження:

а) для будь-якого $a\in\left(0,\dfrac{1}{4}\right)$ виконується співвідношення (12), в якому $\psi_n=n|\Delta_n|$ і $b(a)=\dfrac{(4a+1)^2}{16a}$;

b) для будь-якого $a\in\left[\dfrac{1}{4},\infty\right)$

$$\lim_{n\to\infty}\psi_n^{-1}\ln\alpha_n=-a \quad\Rightarrow\quad \liminf_{n\to\infty}\psi_n^{-1}\ln\beta_n\ge -1.$$

3. Нехай $\theta=1$ і $\tilde{\theta}_n<\theta$ або $\theta=-1$ і $\tilde{\theta}_n>\theta$, а $\tilde{\theta}_n$ залежить від n так, що $\Delta_n=\tilde{\theta}_n-\theta\to 0$ і $n|\Delta_n|\to\infty$ при $n\to\infty$. Тоді виконуються наступні твердження:

а) для будь-якого $a \in \left(0, \frac{1}{4}\right)$ виконується співвідношення (12), в якому $\psi_n = n|\Delta_n|$ і $b(a) = \frac{(4a-1)^2}{16a}$;

b) для будь-якого $a \geq \frac{1}{4}$ справедливе співвідношення (13).

Доказ. Доказ твердження 1 можна знайти в роботі [1], теорема 9. Розглянемо випадок $|\theta| = 1$. З теореми 1 витікає, що виконується умова (Н) з [3] при $\varepsilon_- = 0$, $\varepsilon_+ = 1$, $\kappa(\varepsilon) = -2^{-1}\left(\sqrt{\varepsilon} + \varepsilon\right)$ у випадку $\theta = 1$, $\tilde{\theta}_n > \theta$ або $\theta = -1$, $\tilde{\theta}_n < \theta$ і умова (Н) з [3] при $\varepsilon_- = 0$, $\kappa(\varepsilon) = -2^{-1}\left(\sqrt{\varepsilon} - \varepsilon\right)$ у випадку $\theta = 1$, $\tilde{\theta}_n < \theta$ або $\theta = -1$, $\tilde{\theta}_n > \theta$. Враховуючи вид функції $I(\gamma)$ з теореми 2, знаходимо, що корінь рівняння $I(\gamma) = a$ має вигляд

$$\gamma(a) = \begin{cases} -\dfrac{8a+1}{16a}, & \text{якщо } \theta = 1, \tilde{\theta}_n > \theta \\ & \text{або } \theta = -1, \tilde{\theta}_n < \theta, \\ \dfrac{8a-1}{16a}, & \text{якщо } \theta = 1, \tilde{\theta}_n < \theta \\ & \text{або } \theta = -1, \tilde{\theta}_n > \theta, \end{cases}$$

звідки отримуємо вид функції $b(a)$. Тоді твердження 2 і 3 безпосередньо витікають
з теореми 3.2. [3].

Висновки. У даній роботі доведено теореми про поведінку інтеграла Хелінгера $H_n(\varepsilon)$ при $n \to \infty$ для різних значень θ і $\tilde{\theta}_n$, на підставі цих теорем отримано теореми про великі ухилення для Λ_n в задачі розрізнення процесів нормальної авторегресії. На підставі теорем про великі ухилення доведена теорема про залежність між швидкостями убування ймовірності помилок α_n і β_n критерію Неймана-Пірсона.

Література

1. Ліньков Ю.М. Медведева М.І. Граничні теореми про великі відхилення для логарифму відношення правдоподібності//Теорія ймовірностей та математична статистика. – 1995. – Вип. 53. – С. 87 – 96.
2. Lin'kov Yu.N. Large deviation theorems in asymptotical statistics//Theory of Stochastic Processes. – 1997. – 3(19), no. 1-2. – P. 259 – 269.
3. Ліньков Ю.М. Теоремі про великі відхилення та їх застосування//Теорія ймовірностей та математична статистика. – 1997. – 57. – С. 96 – 102.