МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
ЛУГАНСКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ
ГОУ ВО ЛНР «ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИКИ, СИСТЕМНОГО АНАЛИЗА И МЕТОДИКИ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ДИСЦИПЛИН

МАТЕРИАЛЫ
УНИВЕРСИТЕТСКОЙ
НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКОЙ КОНФЕРЕНЦИИ

2020

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ

ЛУГАНСКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ ЛУГАНСКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ «ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра фундаментальной математики

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ УНИВЕРСИТЕТСКОЙ НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКОЙ КОНФЕРЕНЦИИ «АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИКИ, СИСТЕМНОГО АНАЛИЗА И МЕТОДИКИ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ДИСЦИПЛИН»

Луганск
2020

УДК [51+37.016:51+004.2](06)
ББК 22.1я43+22.1р.я43+32.81я43
А43

Рецензенты:

Твердохлеб Л.В. – директор ГОУ ЛНР «Луганский экономико-правовой лицей-интернат» имени героев «Молодой гвардии», кандидат педагогических наук, доцент;

Бранспиз М.Ю. – доцент кафедры прикладной математики ГОУ ВО ЛНР «Луганский государственный университет имени Владимира Даля», кандидат технических наук, доцент.

Швыров В.В. – доцент кафедры информационных образовательных технологий и систем Государственного образовательного учреждения высшего образования Луганской Народной Республики «Луганский государственный педагогический университет», кандидат физико-математических наук, доцент

А43 **Актуальные проблемы математики, системного анализа и методики преподавания математических дисциплин:** материалы Университетской научно-практической конференции, 04 марта 2020 г., г. Луганск /ГОУ ВО ЛНР «ЛГПУ». – Луганск: Книта, 2020. – 132с.

Настоящий сборник является результатом коллективного труда работников высших учебных заведений, академических и отраслевых научных организаций, сотрудников государственных и региональных организаций, ученых, педагогов, методистов, аспирантов, магистрантов и студентов.

Под редакцией
коллектива авторов

Печатается по решению Научной комиссии
Луганского государственного педагогического университета
(протокол № 3от 17 ноября 2020 г.)

УДК [51+37.016:51+004.2](06)
ББК 22.1я43+22.1р.я43+32.81я43

СОДЕРЖАНИЕ

РАЗДЕЛ 1. АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИКИ, СИСТЕМНОГО АНАЛИЗА И УПРАВЛЕНИЯ

УКД 373.016:514-021.121

АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПРЕПОДАВАНИЯ ГЕОМЕТРИИ В ШКОЛЕ

Абрамова А.С.
учитель математики,
Государственного образовательного учреждения
Луганской Народной Республики
«Стахановская средняя школа № 28», ЛНР, г. Стаханов
alin27@bk.ru

Школьный курс геометрии считается одним из самых сложных предметов в школьной программе. Уровень подготовки учащихся по этой дисциплине на сегодняшний день крайне низок. Одна из причин этого явления– содержание выпускных и итоговых экзаменов по математике, таких как ГИА, ЕГЭ. Долгое время эти работы содержали в основном алгебраические задания, и для успешной сдачи экзамена достаточно было иметь хорошую подготовку по алгебре и самую элементарную по геометрии. Но ситуация меняется, и заданий по геометрии становится больше, они разнообразнее, охватывают весь школьный курс предмета, часто переплетаются с алгеброй. Исходя из вышесказанного, тема данной статьи достаточно актуальна и проблемы преподавания геометрии в современной школе требуют более детального изучения.

Цель данной статьи состоит в том, чтобы определить и осветить основные трудности преподавания геометрии в школе, а также причины низкого усвоения геометрических знаний и умений учащихся.

Школьный курс геометрии традиционно представлен двумя большими разделами: «Планиметрия» – геометрия на плоскости (7-9 классы) и «Стереометрия» – геометрия в пространстве (10-11 класс). Как правило, проблемы с пониманием геометрии начинаются к концу первого полугодия первого года изучения этого предмета, а именно к концу первого семестра 7 класса. Далее, если эта проблема, пока еще не критическая, не устраняется, то она усугубляется и на выходе у учащегося формируется стойкое непонимание, а вследствие этого, боязнь предмета, что в свою очередь понижает мотивацию в обучении геометрии и как результат крайне низкий уровень знаний и умений. Итак, какие трудности в преподавании и изучении геометрии имеются в современной школе.

1. Геометрия предполагает большой объем теории, но теория, не подкрепленная практикой, это бесполезный набор правил. А просто бездумное зазубривание доказательств не дает даже подготовленному учащемуся ни малейшего шанса оценить стройность, логичность и красоту

геометрии. Поэтому очень важно выбрать литературу, учебник, который не будет перегружен только лишь доказательной базой.

2. Для качественного усвоения теории необходимо использовать разные виды деятельности на уроке, но самое важное – это решение задач. Задача – это универсальное средство в обучении геометрии, она включает в себя одновременно и знание и умение. Особое внимание следует уделять так называемым опорным задачам. Эти задачи сообщают какой-то факт или иллюстрируют определенный метод решения, что в дальнейшем можно применить при решении других задач.

3. Для оценивания знаний по геометрии современный учитель все чаще предлагает для решения самые элементарные задачи на применение какого-либо одного свойства или правила, теоремы. Такой себе шаблон теоремы Пифагора. Это в корне не правильно, задача должна быть задачей среднего или даже повышенного уровня сложности, оценить нужно не столько конечный ответ, а сам процесс поиска решения, анализ, т.е. насколько далеко ученик дошел в решении с самого нуля.

4. Для того чтобы применить предыдущий пункт, необходимо, чтобы педагог мог сам выбрать программу обучения этого предмета в зависимости от того, какого уровня учащиеся обучаются в данном классе.

5. Для успешного решения задач по геометрии важную роль играет правильный чертеж. Очень часто учащиеся изображают геометрические фигуры неправильно, не умеют делать дополнительные построения. Чертеж должен соответствовать условию задачи, а не отображать собственное видение учащегося. Эту ошибку следует отмечать и исключать сразу в самом начале курса геометрии.

Учащиеся для успешного усвоения геометрических знаний и умений должны быть плотно вовлечены в учебный процесс. Геометрия как никакой другой предмет развивает логическое и абстрактное мышление и интуицию. На начальном этапе изучения геометрии на этом стоит акцентировать внимание, развивать абстрактное мышление и строить простейшие следственные связи. Вопрос учителя «А почему?» должен стать частым на уроке геометрии, этот вопрос заставляет учащегося не решать задачу по шаблону, а объяснять каждое действие, шаг в решении задачи, т.е. рассуждать и приходить к заключению: почему именно так. Почему прямые параллельны? Не потому, что это и так видно по рисунку, а на основании определенных признаков параллельности прямых.

Обращать внимание на правильность построения чертежа согласно условию задачи. К сожалению, большая часть современных школьников не могут понять условие задачи, т.к. в должной мере не развит навык вдумчивого чтения, геометрические задачи требуют вдумчивого чтения с четким пониманием смысла прочитанного. Если действительно такая проблема есть, то для более эффективной отработки умения решать геометрические задачи нужно чаще использовать задачи с готовыми чертежами, за урок их можно освоить большее количество. Данный тип задач еще хорош тем, что они развивают «азарт» к решению.

И, конечно, желательно и необходимо учащимся с разным уровнем подготовки предлагать различные по сложности задачи, таким образом можно сохранить интерес к предмету у большинства учащихся и наиболее полно развить навыки и умения в решении геометрических задач.

Таким образом, обобщая все вышесказанное, можно отметить, что цели, поставленные при написании статьи, достигнуты. Проблема преподавания в школе геометрии действительно актуальна на данный момент и требует комплексного подхода. По моему субъективному мнению, в курсе планиметрии необходимо увеличить нагрузку в сторону решения задач, пусть даже за счет уменьшения доказательной базы. Принцип наглядности должен стать ведущим при обучении геометрии, необходимо уделять больше времени изображению фигур, применять знания при решении практических задач, связать теорию и реальность.

Библиографический список

1. Боженкова Л.И. Интеллектуальное воспитание учащихся при обучении геометрии / Л.И. Боженкова. – Калуга: Изд. КГПУ им. К.Э. Циолковского, 2007. – 281 с.
2. Гусев В.А. Теоретические основы обучения математике в средней школе: психология математического образования / В.А. Гусев. – М.: Дрофа, 2010. – 474 с.
3. Колмогоров А.Н. Геометрия: Учебн. пос. для 6-8 классов средней школы / А.Н. Колмогоров, А.Ф. Семенович, Р.С. Черкасов. – М.: Просвещение, 1982. – 383 с.
4. Программы общеобразовательных учреждений «Математика». – М: Просвещение,2013. – 165с.
5. Столяр А.А. Педагогика математики / А.А. Столяр. – М: Высшая школа», 2010. – 139с.
6. Шарыгин И.Ф. К семидесятилетию со дня рождения. Избранные статьи и выступления / И.Ф. Шарыгин.– М.: МЦНМО, 2007. – 205 с.
7. Щукина Г.И. Активизация познавательной деятельности / Г.И. Щукина.– М.: Омега-Л, 2011.–356 с.
8. Якиманская И.С. Психологические основы математического образования / И.С. Якиманская. – М.: Академия, 2004. – 320 с.

УДК 517.53

ПОСТРОЕНИЕ РЕГРЕССИОННОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ ПОКАЗАТЕЛЯМИ КАЧЕСТВА ПРОДУКЦИИ ПРЕДПРИЯТИЯ

Бутенко О.А.

студентка 3 курса Института профессионального развития,
ГОУ ВПО ЛНР «Луганский национальный университет
имени Тараса Шевченко», г. Луганск
ipr@ltsu.org

Актуальность статьи. Для управления показателями качества продукции, анализа технологических процессов и прогнозирования в промышленном производстве в последнее время очень широко используются математические модели. В условиях неполноты или искаженности производственной информации, действии случайных факторов на технологический процесс наиболее широкое применение получили регрессионные модели.

Целью статьи является описание методики построения регрессионной математической модели для управления показателями качества промышленной продукции.

Методология построения систем управления качеством продукции состоит в формальном описании производственных процессов в виде математических моделей, определении по полученной модели свойств объекта, и дальнейшем построение алгоритма управления, обеспечивающего поддержание показателей качества продукции на заданном уровне или в заданном интервале. Объектом управления в промышленном производстве являются разнообразные агрегаты и машины, с помощью которых осуществляется технологический процесс. Цель управления состоит в их согласованном функционировании согласно с заданным режимом.

При управлении качеством продукции объектом управления являются показатели качества, установленные нормативно-технической документацией, которые формируются под воздействием параметров управления технологическим процессом, а цель управления заключается в стабильном достижении их регламентированных значений [1].

Для эффективного управления качеством продукции необходимо разработать математическую модель, отражающие с определенной степенью точности взаимосвязь технологических параметров с показателями качества.

Математическая модель по своей сути представляет собой уравнение, либо систему уравнений или логических заключений, которые отражают определенные свойства объекта управления. Для того чтобы построенная математическая модель имела высокую точность, необходимо при ее построении учесть самые существенные связи в технологических процессах, при этом связи, слабо влияющие на качество продукции, не рассматривать.

По признаку информированности разработчика различают аналитические и эмпирические модели. Для построения аналитических математических моделей применяются известные физические и химические законы, которые позволяют адекватно описать свойства технологических объектов. Разработчик должен владеть трансцендентальной исчерпывающей информацией о технологических процессах и влияющих факторах. На основе выдвинутых гипотез строятся модели, которые отражают поведение объектов в статических и динамических режимах.

Экспериментальные математические модели строятся в тех случаях, когда информация о внутреннем строении объекта управления неполная или полностью отсутствует, неясен характер протекающих технологических процессов. Этот вид математических моделей позволяет установить связь между технологическими параметрами и показателями качества продукции, не раскрывая причинно-следственных связей. Модели строятся на основе проведения ряда экспериментов путем наблюдения за производственным процессом при известных технологических параметрах.

Аналитические модели в явном виде включают в себя конструктивные и технологические (эксплуатационные) параметры объекта. Их преимущество заключается в том, что они отражают научные представления о технологических процессах. Этот вид моделей используется при аналитическом проектировании. При разработке моделей используются значительные допущения для определения начальных и граничных условий, применяемые алгоритмы упрощаются в ряде случаев. Несмотря на очевидные преимущества, аналитические модели на практике ввиду сложности и многообразия физических явлений, которые происходят во время формирования показателей качества на промышленных предприятиях, оказываются малоэффективными для управления показателями качества. Поэтому для этих целей широкое распространение получили экспериментальные математические модели.

Проблемами сбора, обработки и анализа результатов производственной деятельности занимается математическая статистика, которая включает большое количество не только известных методов, но и современных инструментов анализа и выявления дефектов. К таким методам можно отнести корреляционный и регрессионный анализы, проверку статистических гипотез, факторный анализ и др.[2]. На практике с целью выявления связей между факторами производства и показателями качества продукции используют регрессионный и корреляционный анализы.

Между показателями качества продукции и производственными факторами существуют функциональные, корреляционные и статистические зависимости. Функциональная зависимость характеризуется тем, что каждому значению независимого показателя соответствует строго определенное значение зависимого показателя. А при статистической зависимости изменение независимого показателя влечет за собой изменение закона распределения вероятностей зависимого показателя. Корреляционная зависимость – это частный случай статистической, когда при изменении независимого показателя изменяется среднее значение зависимого показателя [3].

Регрессия в математической статистике – это зависимость среднего значения зависимой переменной от некоторой независимой переменной или от нескольких переменных. Модель парной регрессии выражает зависимость зависимой переменной (показателя качества продукции) от одной независимой (технологический фактор). В случае, когда есть доминирующий фактор производства, и он влечет за собой изменение зависимой переменной в большей степени, чем остальные факторы, применяется парная регрессия.

Модель множественной регрессии выражает зависимость от нескольких независимых переменных. В случаях, когда из всей совокупности технологических факторов не удается выделить наиболее значимого, и когда необходимо учесть сразу несколько факторов, применяется множественная регрессия.

Построение регрессионной математической модели и исследование с их помощью технологических систем необходимо выполнять поэтапно.

1 этап. Определение и логический анализ совокупности факторов, их разделение на объясняющие и зависимые факторы.

2 этап. Формирование достаточного количества исходных данных и их первичная статистическая обработка, сводящаяся к статистическому сглаживанию данных и исключения из данных случайных «выбросов». Для получения статистически значимой модели необходимо провести по 5-8 наблюдений на каждый из факторов.

3 этап. Определение функции регрессии. Из множества функций необходимо найти такую функцию, которая лучше других выражает реально существующие связи между анализируемыми признаками объекта. Выбор типов функции может опираться на теоретические знания об изучаемом явлении, опыт предыдущих аналогичных исследований или осуществляться эмпирически – перебором и оценкой функций разных типов [4].

4 этап. Выбор значимых факторов. Из-за наличия большого количества факторов регрессионная модель становится громоздкой и неудобной на практике, что затрудняет изучение влияния определенных факторов. Поэтому в окончательный вариант регрессионной модели необходимо включать только оптимальный набор факторов. Очень часто выбор значимых факторов осуществляют, оценивая мультиколлинеарность факторов с последующим использованием метода исключения переменных.

5 этап. Проверка адекватности регрессионной модели, заключающаяся в определении средней ошибки аппроксимации и оценке значимости коэффициента детерминации [5].

6 этап. Определить оптимальные значения факторов, при которых объект исследования функционирует наилучшим образом.

7 этап. Разработка рекомендаций и предложений по функционированию объекта исследования.

Заключение. В статье приводится методика получения регрессионной математической модели, которая может применяться на промышленных предприятиях для управления качеством продукции.

Библиографический список

1. Магомедов Ш.Ш. Управление качеством продукции / Ш.Ш. Магомедов. – М.: Издательско-торговая корпорация «Дашков и К», 2013. – 336с.

2. Ефимов В.В. Статистические методы в управлении качеством продукции / В.В. Ефимов.– М.:КНОРУС, 2013. – 240с.

3. Белько И.В. Теория вероятностей, математическая статистика, математическое программирование/И.В. Белько. – М.:ИНФРА-М, 2016. – 299с.

4. Дубинина И.Н. Основы математического моделирования социально-экономических процессов/И.Н. Дубинин. – М.: Юрайт, 2018. – 349с.

5. Колемаев В.А. Теория вероятностей и математическая статистика / В.А. Колемаев, В.Н. Калинина. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2017. – 352 с.

УДК 373.3.016:5021504

ОСОБЕННОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫХ ПОНЯТИЙ У МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ

Зеленская А.А.

магистрант II курса, направление подготовки«Педагогическое образование», магистерская программа «Начальное образование»

ГОУ ВПО ЛНР «Луганский национальный университет имени Тараса Шевченко», г. Луганск

ltsu.kaf.ped@gmail.com

В психолого-педагогических исследованиях [1; 2; 3; 6] отмечается, что существенной особенностью мыслительной деятельности учащихся младшего школьного возраста является, с одной стороны, интенсивный рост их познавательных потребностей, а с другой – недостаточная зрелость логического мышления, ограниченность познавательных возможностей.

Познание осуществляется с помощью психических процессов – мышления, памяти, внимания, начинаясь с ощущений и восприятий.

В младшем школьном возрасте восприятие приобретает черты целенаправленной деятельности: ребенок способен выделить предмет из ряда других предметов, сосредоточить внимание на нем и определить его специфические качества [2]. В первую очередь школьники воспринимают яркие, объемные объекты, вызывающие эмоциональную реакцию, причем характерно поверхностное восприятие и не всегда адекватное выделение существенных признаков. Эти особенности восприятия влияют на учебный процесс. В частности, ученики путают похожие графические изображения и звуки, ошибаются в учете количественного и пространственного размещения предметов при конструировании и аппликации, нарушают пропорции при рисовании и лепке. Недостатки восприятия затрудняют усвоение детьми понятий, сдерживают перенос действия во внутренний план.

В процессе обучения восприятие ученика младшего школьного возраста развивается как целенаправленная и рационально организованная деятельность чувственного познания. Учитель должен обеспечить: во-первых, достаточную точность и полноту в восприятии ребенком объекта, явления; во-вторых, обогащение сенсорного опыта учащихся; в-третьих, воспитание качеств наблюдателя – умений наблюдать и видеть скрытые закономерности; в-четвертых, овладение сенсорными эталонами (общепринятыми образцами предметов и свойств); в-пятых, организацию внешнего восприятия объектов в сочетании с осмыслением данного материала [2].

Организуя процесс восприятия объекта, ученикам следует придерживаться определенной последовательности действий для его рассмотрения, а именно: целостное восприятие предмета, формирование общего впечатления о нем; выделение основных частей предмета и его особенностей (форма, размеры, цвет); определение пространственного размещения одних частей предмета относительно других (выше, ниже, справа, впереди и т.п.); характеристика дополнительных мелких частей, их пространственного размещения относительно основания; повторное целостное восприятие предмета, закрепление его образа в сознании [6].

Развитие восприятия у младших школьников неразрывно связано с усвоением слов, фиксирующих свойства предметов и обобщающих чувственные представления ребенка.

Восприятие является основой для мышления, которое направлено на выявление отношений и закономерных связей между предметами и явлениями объективной действительности. Мыслительный процесс реализуется через различные операции: анализ, синтез, абстрагирование, сравнение, конкретизация. Умственная деятельность проявляется у ребенка в различных формах – как наглядно-действенное, наглядно-образное и логическое мышление. Наглядно-действенное мышление вплетается в практическую деятельность: школьник реально оперирует предметами. При наглядно-образном мышлении ребенок опирается на образы предметов или представления. Логическое мышление основывается на преобразовании понятий и построенных на их основе суждений [1, с.160].

Ребенок может решать задачи, применяя все формы мышления, однако доминирующим в этом возрасте является наглядно-образное мышление, а при столкновении с трудностями активизируется действенное мышление. Эта форма мышления является важным резервом для усвоения знаний детьми. Эффект в умственном развитии определяется взаимодействием трех форм мышления. Полноценное развитие образного мышления и упражнения в решении задач на уровне логических рассуждений способствуют развитию логического мышления как основы для усвоения научных знаний.

Познавательная деятельность вмещает также процессы памяти. Как отмечают ученые-психологи, память у младших школьников преимущественно непроизвольная, наглядно-образного характера. Они хорошо запоминают материал, что вызывает интерес и имеет существенное значение для ребенка. Ученики имеют определенный опыт произвольного запоминания и воспроизведения, приобретенный в жизненных ситуациях и играх. Но владеть своей памятью, подчинять мнемические процессы сознательно поставленной цели дети начинают только в учебной деятельности.

При правильной организации обучения происходит усиленное развитие и качественная перестройка памяти. Тенденция качественных изменений заключается в переходе к преимущественно произвольному запоминанию и воспроизведению на основе логической обработки материала. Непроизвольное запоминание становится побочным продуктом, но им также следует управлять.

Особенностью обучения в начальной школе сначала является преимущественно непроизвольное запоминание, что позволяет запомнить довольно абстрактный материал без специального ориентирования и дополнительных усилий. Форме непроизвольного запоминания соответствуют учебные ситуации с игровой мотивацией. Развитие произвольной памяти предполагает постановку сознательной мнемической цели и использование определенных способов и приемов запоминания. Не следует злоупотреблять заучиванием наизусть, пока дети не приучаться к предварительному осознанию материала. Эффективное развитие памяти на начальном этапе обучения значительно повышает общую культуру мыслительной деятельности младших школьников, считает Р.А. Петросова [4].

Что касается эмоциональной сферы младших школьников, то этот период характеризуется импульсивностью детского поведения (склонностью действовать по первому побуждению, под действием внешних обстоятельств или эмоций) [3]. Эмоции преобладают над всеми сторонами психической жизни; они быстро возникают и ярко проявляются. Непосредственность детей, внешние выразительные движения (мимика, поза, жесты), речевая интонация дают возможность учителю быстро выявлять характер эмоций учеников и соответственно реагировать на них.

В процессе учебной деятельности ученик получает много описательных сведений, и это требует от него постоянного воспроизведения образов, без которых невозможно понять учебный материал и усвоить его, т.е. воссоздающее воображение младшего школьника с самого начала обучения включено в целенаправленную деятельность, способствует психическому развитию.

На основе различных представлений, накапливаемых опытом человеческой деятельности, у человека формируется воображение. Поэтому важным направлением деятельности учителя является накопление системы представлений у детей. В результате постоянных усилий педагога в этом направлении в развитии воображения младшего школьника происходят изменения: сначала образы воображения у детей расплывчаты, неясны, но затем они становятся более точными и определенными; сначала в образе отражаются только несколько признаков, причем среди них преобладают несущественные, а к 3-4 классу число отображаемых признаков, значительно возрастает, причем среди них преобладают существенные; переработка образов накопленных представлений сначала незначительная, а к 4 классу, когда ученик приобретает гораздо больше знаний, образы становятся более обобщенными и яркими; в начале обучения для возникновения образа требуется конкретный предмет (при чтении и рассказе, например, опора на рисунок), а дальше развивается опора на слово, поскольку именно оно позволяет ребенку создать мысленно новый образ [2;3].

В усвоении учащимися начальных классов научных знаний большую роль играет умение наблюдать явления мира и правильно воспринимать их. Первые навыки наблюдения ребенок приобретает еще до поступления в школу во время игры и самостоятельных развлечений. Но опыт этот недостаточен для усвоения научных знаний. Именно в младшем школьном возрасте происходит качественная перестройка познавательных процессов у ребенка – наблюдение, восприятие, мышление, запоминание, которые приобретают произвольный характер и ускоренное развитие. Ребенок думает, наблюдая, и наблюдает думая, – это исключительно важное условие проявления, выражения талантливости ребенка, – подчеркивал В.А. Сухомлинский [5, с.98].

Поэтому развитию познавательных способностей учащихся начальных классов учитель должен уделять постоянное внимание: учить детей умению наблюдать и правильно воспринимать объекты, видеть в них основные качества и сознательно усваивать их.

Развитию наблюдательности способствуют экскурсии в природу, на производство, посещение музеев, работа на школьном участке, различные виды самодеятельности.

Новые качества приобретает внимание младших школьников в процессе обучения в школе. Из слишком подвижного, неустойчивого, непроизвольного в дошкольном возрасте, оно становится устойчивым, сосредоточенным, целенаправленным, произвольным. В значительной степени поддерживает внимание учеников на уроке умело подобранные иллюстрации. Наглядные материалы должны обращать внимание детей на основной объект восприятия, подчеркивать самое главное.

Развитие мышления ребенка младшего школьного возраста осуществляется в процессе обучения. Усваивая знания, дети учатся наблюдать явления в природе и обществе, замечать в них самое существенное, анализировать эти явления, группировать их по сходным и отличительным признакам, объяснять эти признаки, проявляя к ним свое отношение.

Исследования ученых М.В. Матюхиной, Л.В. Занкова и других доказали, что именно в процессе усвоения знаний у детей младшего школьного возраста формируются мыслительные операции, развиваются познавательные способности. Задача учителя состоит в том, чтобы выявить эти возможности и использовать их для дальнейшего умственного развития ребенка.

Под руководством учителя в процессе усвоения знаний у учащихся постепенно формируется способность рассуждать, делать умозаключения, их мышление становится мышлением с помощью отношений. Ученики 3 и 4 классов уже могут оперировать проблемными суждениями, которые раскрывают внутренние логические связи между органично связанными явлениями, анализируют и обобщают похожие и отличные качества объектов, то есть пользуются индуктивным и дедуктивным способами мышления. В своих суждениях они идут от отдельных фактов к их обобщению, к определению понятий и сведению этих понятий в целостную характеристику явлений, дают оценку их практической значимости.

В развитии мышления учащихся большую роль играет правильная организация обучения и умелое управление умственной деятельностью школьников со стороны учителя. Чтобы научить ребенка мыслить, надо научить его сначала умению наблюдать явления в природе и в жизни общества.

Интенсивно развивается и речь младших школьников, растет их словарный запас. Третьеклассники способны правильно употреблять слова в разных словосочетаниях, понимать их прямое и переносное значение. Это создает широкие возможности для углубленного усвоения учащимися знаний по разным предметам.

Словарный запас учащихся 3 класса значительно расширяется за счет пополнения их лексики научной терминологией на уроках окружающего мира, родовыми названиями. Речь детей становится заметно более содержательной и выразительной, и это создает новые возможности для развития мышления, постепенного перехода от мышления конкретно-образного к абстрактно-понятийному. Выше становится и культура речи учащихся 3 класса, чему способствует сознательное овладение грамматическим строем речи.

Таким образом, в процессе обучения в начальной школе происходит формирование личности младшего школьника, которое характеризуется развитием психологических свойств – ощущений, восприятия, представления, мышления, памяти, чувств, интересов и стремлений, волевых черт характера. В этом возрасте у ребенка формируются новые культурные потребности: приобретение знаний, чтение книг, просмотр познавательных телепередач.

Организация формирования естественнонаучных понятий у младших школьников направлена на то, чтобы ребенок мог свободно и крепко усваивать понятия, оперировать ими, требует от учителя учета их индивидуальных психологических и возрастных особенностей умственной деятельности, познавательных возможностей восприятия, памяти, мышления, внимания.

Библиографический список

1. Возрастная и педагогическая психология: учеб.пособие / О.В. Скрипченко, Л.В. Долинская, З.В. Огородничук. – К.: Просвита, 2001. – 416 с.
2. Матюхина М.В. Психология младшего школьника: Учебно-методическое пособие / М.В. Михальчик, Т.С. Михальчик, К.Т. Патрина. – М.: Просвещение, 1970. – 255 с.
3. Немов Р.С. Общие основы психологии / Р.С. Немов. – М.: ВЛАДОС, 1994. – 576 с.
4. Петросова Р.А. Методика обучения естествознанию и экологическое воспитание в начальной школе: Учеб.пособие для студ. сред. пед. учеб. заведений /Р.А. Петросова, В.П. Голов, В.И. Сивоглазов. – М.: Академия, 2000. –176 с.
5. Сухомлинский В.А. Избранные педагогические сочинения/В.А. Сухомлинский. – М.: Педагогика, 1979. – 670 с.
6. ТалызинаН.Ф. Педагогическаяпсихология: Учеб.пособие для студ. сред. пед. учеб. заведений / Н.Ф. Талызина. – М.: Академия, 1998. – 288 с.

УДК 517.53

ОСОБЕННОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДЛЯ АНАЛИЗА ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ПРЕДПРИЯТИЯ

Коваленко Е.В., Селяков А.В.

ГУ ЛНР «Луганский государственный медицинский университет имени Святителя Луки», г. Луганск

yakrivko@yandex.ru

В условиях постоянно меняющейся экономической реальности использование математического моделирования становится особенно важным. Так для принятия управленческих решений в условиях риска и неопределенности на предприятиях следует использовать теорию игр. Теория игр – это совокупность математических методов и моделей, связанных с принятием рациональных решений в условиях конфликта и неопределенности. Например, теория массового обслуживания, которая также часто применяется, исследует на основе теории вероятностей математические методы количественной оценки процессов массового обслуживания. Так, каждое из структурных подразделений промышленного предприятия можно представить как объект системы обслуживания.

Методы исследования операций используются в анализе для получения сравнительной оценки альтернативных решений. Реализация этих методов должна охватывать следующие этапы: формализация начальной проблемы; построение математической модели; решение модели; проверка адекватности модели; реализация развязку. В последние годы для принятия управленческих решений все чаще применяют методы экспертных оценок. Эти методы построены на использовании профессионального опыта и интуиции специалистов при решении аналитических задач, особенно при прогнозировании развития экономических ситуаций.

Анализируя применение математических средств в решении практических задач, то можно выделить, по крайней мере, четыре важнейших аспекта:

1. Совершенствование системы экономической информации. Математические средства позволяют упорядочить систему экономической информации, выявить недостатки существующей информации и выработать требования для подготовки новой информации или ее корректировки. Разработка и применение экономико-математических моделей позволяют найти пути совершенствования экономической информации, ориентируется на решение определенной системы задач планирования и управления.

2. Интенсификация и повышение точности экономических расчетов. Формализация экономических задач и применения ЭВМ во много раз ускоряют типовые, массовые расчеты, повышают их точность и сокращают трудоемкость, позволяют проводить многоплановые экономические обоснования сложных мероприятий.

3. Углубление анализа экономических проблем. Применение методики моделирования значительно повышает качество конкретного количественного анализа связей между элементами экономической системы, создает условия для изучения многих факторов, влияющих на экономические процессы, позволяет провести качественную оценку последствий изменения условий развития экономических объектов.

4. Решение принципиально новых экономических задач. Путем математического моделирования удается решить экономические задачи, которые другими средствами решить практически невозможно [1].

По типу задач, которые решаются на производственном предприятии, можно выделить следующие основные направления использования экономико-математического моделирования:

- осуществление количественного анализа собственного производства и использования производственных мощностей на основе балансовых матричных математических моделей;
- выбор перспективных направлений производства и стратегии финансовой деятельности с использованием прогнозирующих математических моделей;

- оптимизация технико-экономического планирования с разной детализацией времени;
- прогнозирование выбора оптимального кредитного механизма;
- прогнозирование оптимального поведения на рынках производственных ресурсов и производимой продукции [2].

Таким образом, математическое моделирование финансовой деятельности предприятия можно представить в виде комплекса задач, решение которых необходимо осуществить в три этапа.

На первом этапе определяют назначение и специфику моделей, математический аппарат и информационное обеспечение, которые будут использоваться в исследовании, основные направления и тенденции в разработке и использовании моделей, направления и методы проведения исследования.

Второй этап предполагает исследование моделей, выявление и оценку возможностей экономико-математического инструментария анализа финансовой деятельности предприятия.

На третьем этапе исследуется возможность и необходимость создания системы финансовых моделей, обеспечивается согласованность их функционирования, разрабатывается проект модели системы, которая изучается. Таким образом, создается математическая общая модель, на основании которой можно проводить анализ деятельности предприятия, рассчитывать прогнозные значения.

Библиографический список

1. Белов П.Г. Управление рисками, системный анализ и моделирование. Учебник и практикум. В 3 частях. Часть 2 / П.Г. Белов. – М.: Юрайт, 2016. – 252 с.
2. Юдин С.В. Математика и экономико-математические модели. Учебник / С.В. Юдин. – М.: Инфра-М, РИОР, 2016. – 376 с.

УДК 517.53

ИСПОЛЬЗОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ И МОДЕЛЕЙ В ЭКОНОМИКЕ, ФИНАНСАХ

Колесникова А.В.,Свиридова С.В.
ГОУ ВПО ЛНР «Луганский национальный университет имени Тараса Шевченко», г. Луганск
yakrivko@yandex.ru

Выполнять рациональное управление всей экономико-производственной системой с учетом изменений каждого вида элементов, решение конфликтных ситуаций без применения экономико-математического инструментария невозможно.

Значительный вклад в развитие практического применения методов математического моделирования в различных областях сделали такие ученые, как Б. Буркинский, В. Здрок, Н. Лепа, В. Осипов, Е. Слуцкийи другие. С помощью экономико-математических методов они построили свои теории, провели практические расчеты дали обоснованные выводы, осуществили прогнозы и оценили риски многих экономических явлений и процессов.

Экономико-математическое моделирование является универсальным инструментом анализа и исследования производственных и финансово-хозяйственных процессов и явлений.

Широкое использование математических методов является важным направлением совершенствования экономического анализа, повышает эффективность деятельности предприятий и их подразделений. Основными причинами быстрого распространения методов экономико-математического моделирования является резкое усложнение современной экономической практики, вызванное высоким уровнем развития производства, ростом темпов научно-технического прогресса, требованиями повышения эффективности использования природных ресурсов [1].

Моделирование – это научная теория построения и реализации моделей, с помощью которых исследуются явления, процессы в природе и общественной жизни. Построение экономико-математических моделей - сложный процесс, который требует глубоких знаний по экономической теории, предмета исследования и математического инструментария.

Модель – это упрощенное представление или абстракция реальности, условный образ объекта, который создается для более глубокого изучения действительности. Математическая модель позволяет находить оптимальный вариант управленческого решения, которое дает возможность обеспечить развитие ситуации для эффективного достижения цели.

Экономико-математические методы и модели дают следующие возможности:

- точно и компактно изложить положения экономической теории;
- формально описать связи между экономическими переменными;
- решить задачи оптимизации планирования и управления, отражая специфику производственных процессов;
- своевременно реагировать на изменения целей, ограничений на ресурсы, зависимостей между параметрами и адекватно корректировать планы и управленческие решения;
- получить информацию об объекте, его функционирования;
- спрогнозировать объект и его поведение в будущем [2].

Например, методы элементарной математики используются в экономических расчетах при обосновании потребностей в ресурсах, учете затрат на производство, разработке планов, проектов, при балансовых расчетах.

Широкое распространение в экономическом анализе получили методы математической статистики. Эти методы применяются в тех случаях, когда изменение анализируемых показателей можно представить как случайный процесс. Статистические методы являются основным средством изучения массовых, повторяющихся явлений и играют важную роль в прогнозировании поведения экономических показателей.

Эконометрические методы являются своеобразным сочетанием трех областей знаний: экономики, математики и статистики. Основой эконометрии является экономическая модель, под которой понимают схематическое представление экономического явления или процесса с помощью научной абстракции. Одним из основных разделов эконометрики является корреляционно-регрессионный анализ – совокупность математических методов, с помощью которых исследуются взаимосвязи корреляционно связанных переменных.

Матричные методы и модели используются для исследования сложных и крупноразмерных экономических структур. Они позволяют в наиболее компактной форме представить взаимосвязь затрат и результатов производства. Удобство расчетов и четкость экономической интерпретации - главные особенности матричных моделей. Это важно при создании систем механизированной обработки данных, при планировании производства продукции с использованием ЭВМ.

Методы математического программирования предназначены для оптимизации производственно-хозяйственной деятельности. По своей сути, это – средство плановых расчетов. Ценность их для экономического анализа заключается в том, что они позволяют оценивать достижения потенциала, напряженность плановых заданий, определять состояние оборудования, ограниченные виды сырья и материалов, степень конкурентности и дефицитности.

Таким образом, математическое моделирование представлено широким спектром методов, позволяющих проводить исследование той или иной экономической ситуации, вычислять основные параметры ее функционирования, находить прогнозные значения.

Библиографический список

1. Елизаров И.А. Моделирование систем / И.А. Елизаров и др. – М.: ТНТ, 2013. – 136 с.

2. Семакин И.Г. Программирование, численные методы и математическое моделирование / И.Г. Семакин и др. – М.: КноРус, 2016. – 304 с.

УДК 373.015.3:159.955

ФОРМЫ И МЕТОДЫ РАЗВИТИЯ ЛОГИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ У ШКОЛЬНИКОВ

Котова М. А.
студентка 1 курса магистратуры специальности «Математика»,
Ноженко Н.С.
студентка 3 курса специальности «Математика»
ГОУ ВПО ЛНР «Луганский национальный университет имени Тараса Шевченко», г. Луганск
Научный руководитель: Савельев В.М., к.ф-м.н., доцент
enjoykin1998@gmail.com

Изучая вопрос о логическом мышлении, стоит рассмотреть цели его развития. Способностью создавать логические связи наделены все люди, многие стараются развивать данное умение на протяжении всей жизни по ряду следующих причин: сокращение времени обдумывания и принятия решения, решение задач и формулирование обобщений, происходит улучшение уровня всех мыслительных процессов, развитие логического мышления позволяет человеку быть конкурентно способным в учебе, профессии.

В методической литературе можно найти много различных форм и методов развития логического мышления, существуют специальные частные курсы, предлагающие свои услуги не только для детей, но и взрослых, в основном все способы, обеспечивающие развитие логики, можно разделить на следующие группы: чтение, логические игры, математические упражнения и задачи, изучение иностранных языков. В рамках нашего исследования приведем дидактические методы развития логического мышления, используемые на уроках в современной школе.

В деятельности педагога используются различные методы обучения, способствующие развитию логического мышления: наглядные, словесные, практические, проблемные, исследовательские [3]. При выборе метода следует учитывать индивидуальные особенности детей, необходимые для реализации методов средства. Систематизированное применение и обоснованный выбор методов и приёмов, а также их рациональное использование способствует:

1. успешному развитию логических умений и отражению их в словесной форме,
2. способности воспринимать и вычленять отношения равенства и неравенства, количество, форму рассматриваемых объектов,
3. определять связи и зависимости между предметами или явлениями.

Дети способны самостоятельно находить практические способы (сравнивать, сопоставлять, измерять) установления существенных признаков и свойств.

Как показал анализ литературы, по мнению ученых, необходимо развивать познавательную активность школьников и их самостоятельность на уроках, в частности, геометрии [2], поэтому при изучении понятия «логическое мышление», учеными и методистами рассматриваются формы, методы и средства развития логического мышления учащихся (Таблица 1).

Таблица 1

Формы и методы развития логического мышления

Формы и методы	Характеристика
Практический метод	· Разнообразные практические действия выдвигаются как основа мыслительной деятельности; · Обширное применение дидактического материала; · Сформированные представления как результат практической деятельности широко используются в повседневной жизни, играх, труде; · Развитие логического мышления учащихся.
Игровая деятельность	· Включение в учебный процесс игровых элементов; · Самостоятельное и рациональное применения имеющихся знаний при решении мыслительных задач; · Развитие логического мышления учащихся; · Воздействует на эмоциональный баланс детей.
Проблемное обучение	· Работа над проблемными ситуациями; · Самостоятельная деятельность учащихся; · Развитие логического мышления учащихся, всестороннее развитие личности.
Проектная деятельность	· Предполагает решение какой-то проблемы, предусматривающей, использование разнообразных методов и интегрирование знаний из различных областей науки; · Формирование и развитие творческих способностей; · Формирование опыта самообразования и развитие логического мышления.

Рассмотрим каждый из них более подробно. Среди методов развития логического мышления выделяется практический метод, заключающийся в построении практической деятельности учащихся для усвоения, строго установленных способов действий с предметами или их моделями в виде изображений, графических рисунков и т.д. Характерными особенностями практического метода при развитии логики являются:

1. Разнообразные практические действия как основа мыслительной деятельности.
2. Обширное применение дидактического материала.
3. В результате практической деятельности с дидактическим материалом возникают представления об изучаемом предмете или явлении.
4. Сформированные представления широко используются в повседневной жизни, играх, труде и т.д. [4].

При использовании данного метода организуются специальные упражнения, предложенные в форме заданий, игровых элементов, самостоятельной работы учащихся с раздаточным материалом, либо действий с демонстрационным материалом. Упражнения могут выполняться всеми учащимися одновременно, тогда говорят о коллективных упражнениях либо индивидуально у доски или за партой. Такие задания, как правило, взаимосвязаны и чередуются, сменяя друг друга. С возрастом учащихся упражнения постепенно усложняются, наделяются более сложной структурой, их познавательная сущность маскируется под практической или игровой задачей, для решения которых необходимо проявить смекалку и сообразительность, при этом такие упражнения должны проводиться систематично в течение всего учебного года.

Другим эффективным методом развития логического мышления выступает игровая деятельность или включение в учебный процесс игровых элементов. Наиболее широко используются дидактические игры, способствующие развитию умственных способностей учащихся, самостоятельности в деятельности. Для этого ученик должен оперировать методами умственной работы: умение думать, правильно анализировать и синтезировать. Перед детьми ставится задача выявлять характерные отличия предметов и явлений действительного мира, сравнивать, классифицировать и группировать объекты по некоторым признакам, приходить к правильному заключению, обобщать. Тагирова Е.Ф. в своих научных исследованиях на основе зависимости активности и интереса доказала эффективность применения словесных дидактических игр в воспитании самостоятельности мышления учащихся. Игра, воздействуя на эмоциональный баланс детей, вызывая радость и удовольствие от удачно самостоятельно обнаруженного решения, принятия его педагогом [6].

Один из современных методов, возникший на основании успешной интеграции современной системы обучения и воспитания с традиционными типами обучения, является проблемное обучение, использующееся в школах для всестороннего интеллектуального развития учащихся [1]. Основой данного метода является принцип проблемности, то есть процесс взаимодействия учащихся и педагога связан с самостоятельной деятельностью учащихся, их познавательной активностью, направлен на формирование мыслительных способностей в ходе добывания знаний и умений, работая над проблемными ситуациями. Результатом систематизированного использования данного метода служит не только развитие логического мышления учащихся, но и их творческих способностей, происходит всестороннее развитие личности учащихся [5].

Логическое мышление развивается интенсивнее, если создавать на уроках атмосферу уважения, поощрять инициативу и стимулировать творчество учащихся. Системное развитие логического мышления должно быть неотрывно от урока, каждый ученик должен принимать участие в процессе решения не только стандартных заданий, но и заданий развивающего характера (активно или пассивно).

Существенно важно, чтобы учитель математики, школьный учебник демонстрировали подлинные образцы культуры мышления. Ведь учащиеся в своей мыслительной деятельности естественно подражают учителю, учебнику. И если учитель допускает погрешности в логике изложения, в обосновании, то конечно, трудно ожидать от учащихся высокой культуры мышления.

Библиографический список

1. Брушлинский А.В. Психология мышления и проблемное обучение[Текст] / А.В. Брушлинский. – М.: Знание, 1983. – 96 с.

2. Ермак Е.А. Развитие математического мышления школьников: сочетание образного и логического компонентов [Текст]: учеб-метод. пособие / Е.А. Ермак, Л.А. Сергеева.– Псков: Гос. пед. инст. им. С.М. Кирова, 2009. – 90 с.

3. Паламарчук В.Ф. Школа учит мыслить [Текст] / В.Ф. Паламарчук. – 2-е изд., доп. и перераб. – М.: Просвещение, 1987. – 208 с.

4. Подгорецкая Н.А. Изучение приемов логического мышления у взрослых [Текст] / Н.А. Подгорецкая. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1980. – 150 с.

5. Ситаров В.А. Проблемное обучение как одно из направлений современных технологий обучения [Текст] / В.А. Ситаров // «Знание. Понимание. Умение». – 2009. – №1. – С. 148-157.

6. Тагирова Е.Ф. Дидактические игры как средство повышения интереса учащихся к математике [Электронный ресурс] / Е.Ф. Тагирова, С.С. Салаватова // Материалы VI Международной студенческой электронной науч. конференции «Студенческий научный форум». – URL: http://www.scienceforum.ru/2014/545/1776 (дата обращения: 01.12.2019).

УДК 373.016:519.2-029:9

ИСТОРИЯ ВВЕДЕНИЯ СТОХАСТИЧЕСКОЙ ЛИНИИ В ШКОЛЬНЫЙ КУРС МАТЕМАТИКИ

Котова М.А., Савельев В.М.

студентка 1 курса магистратуры специальности «Математика»,
ГОУ ВПО ЛНР «Луганский национальный университет
имени Тараса Шевченко», г. Луганск
Научный руководитель: Савельев В.М., к.ф-м.н.,доцент
enjoykin1998@gmail.com

Элементы статистики, комбинаторики и теории вероятностей стали обязательной частью общеобразовательной школьной программы в 2003 году, однако их введение в школьный курс математики было долгим и трудоемким процессом, многие педагоги и математики веками спорили о целесообразности изучения школьниками стохастической линии и ее пользе для человеческого мировоззрения.

Во все времена ценность математики была в ее точности. Как вычислить площадь помещения, сколько заплатить за покупку, как узнать производительность того или иного оборудования – на эти вопросы у математики всегда есть точные и однозначные ответы.

Но в окружающем мире не все так просто и однозначно, а исходы различных происшествий заранее предсказать нереально, насколько полной не была бы информация о них. События и явления, которые нельзя предсказать, называют случайными. Поскольку случайности встречаются в повседневной жизни на каждом ходу, то для активного труда и жизни необходимо учитывать случай, что привело к появлению специальных отраслей математики – теории вероятностей, комбинаторики и математической статистики.

Идеи введения стохастической линии в школьный курс математики разрабатывались долгие годы, и множество математиков и педагогов-практиков поддерживали их развитие. Среди них Н.Т. Щеглов, П.А. Некрасов, П.С. Фролов, А.Н. Колмогоров, Б.В. Гнеденко, А.И. Маркушевич и др.

История развития стохастики содержит в себе большое количество оригинальных отличительных черт. В первую очередь по сравнению с возникшими в этот же промежуток времени разделами математики, таких как математический анализ или аналитическая геометрия, теория вероятностей и статистика не имели аналогов в античности или средневековье, они были созданы с нуля в период Нового времени. Длительный период теория вероятностей считалась исключительно экспериментальной наукой, она была теоретически аргументирована только в 1929 году [3; 8]. В наше время стохастика является неотъемлемой частью практически всех областей науки

[2]. Исторически образование стохастики можно разбить на пять этапов [7, с. 53-64; 13, с. 284-285]:

Предыстория, вплоть до 16 столетия. Во времена античности и средневековья натурфилософы лишь анализировали природу возникновения случайного события [11, с. 285-288]. Математически лишь изредка решались примеры, имеющие связь с теорией вероятностей, но общие способы и фундаментальные определения еще не существовали. Главным достижением этого промежутка времени являются комбинаторные методы, которые позднее были применены при создании теории вероятностей.

Начало возникновения понятийного аппарата во второй половине 17 столетия для случайных явлений с ограниченным количеством значений. Стимулом стала возрастающая популярность в сфере азартных игр, но весьма стремительно теория вероятностей охватила практические задачи демографической статистики, страхового дела и теории приближенных исчислений. На этой стадии существенный вклад в становление науки внесли Паскаль и Ферма.

В 18 столетии вышли монографии, в которых было приведено методическое изложение теория вероятностей. Первой из них стала книга, автором которой был Якоб Бернулли – «Искусство гипотез» (1713 г). В ней было приведено изложение классической формулировки вероятности случайного явления, как отношения количества равновозможных опытов к общему количеству опытов.

Развитием мыслей Бернулли в 19 столетии увлеклись Лаплас, Гаусс, Пуассон. Применение способов теории вероятностей в области прикладной статистики значительно возросло. Определение вероятности ввели также для непрерывных случайных величин, что расширило способы применения методов математического анализа. Были проведены первые попытки ее использования в физике. К концу 19 столетия появилась статистическая физика.

В 20 столетии в физике сформировали теорию микромира, а в биологии теорию наследственности. Обе науки были сформированы на базе вероятностных методов. Карл Пирсон занялся разработкой алгоритмов математической статистики, которая широко использовалась в анализе практических измерений, проверке предположений и принятии решений. Колмогоров составил классическую аксиоматику теории вероятностей.

Целесообразность введения в школьный курс математики статистической и вероятностной линий рассматривалась еще в первой половине 19 века. Так, преподавателем Царскосельского лицея Н.Т. Щегловым в его школьном учебнике по алгебре было предложено ознакомление с простой или абсолютной вероятностью, относительной вероятностью, сложной вероятностью, вероятностью явлений в повторяемых опытах.

Активно шло обсуждение планов и программ изучения основных сведений стохастики в средней школе в начале 20-го века. Такое изменение школьного курса было востребованным, и это осознавали не только преподаватели математики, но и специалисты различных естественных наук.

На педагогических съездах стал рассматриваться вопрос о разделении программ общеобразовательного обучения на общую, предназначенную для всех учеников вне зависимости от их способностей и склонностей, и на специальную, приспособленную к разнообразным категориям личностных качеств и способностей. В соответствии с этим было предложено введение двухчасового и четырехчасового курсов по изучению теории вероятностей. Было изложено по два варианта плана для изучения как двухчасового, так и четырехчасового курсов, авторами которых были П.А. Некрасов и П.С. Фролов.

I. Двухчасовой основной курс:

1. Теория вероятностей; 2. Определение вероятности; 3. Бином Ньютона; 4. Теорема Я. Бернулли; 5. Статистические взаимоотношения (согласно плану П.С. Фролова).

1. Теория соединений; 2. Определение вероятности; 3. Бином Ньютона; 4. Теорема Я. Бернулли; 5. Видоизменения теоремы Я. Бернулли (согласно плану П.А. Некрасова).

II. Дополнения, входящие в четырехчасовой курс:

6. Произведение вероятностей; 7. Сложение вероятностей; 8. Задача Гюйгенса; 9. Теорема Байеса; 10. Свидетельские показания; 11. Задача Бюффона; 12. Задача о разорении игроков; 13. Определение математического ожидания; 14. Страхование жизни (согласно плану П.С. Фролова).

6. Произведение вероятностей; 7. Сложение вероятностей; 8. Задача Гюйгенса; 9. Сличение статистических арифметических средин и математических ожиданий. Теорема Чебышева о средних величинах. Статистические взаимоотношения; 10. Теорема Байеса; 11. Свидетельские показания; 12. Задача Бюффона; 13. Задача о разорении игроков; 14. Некоторые приложения понятия математического ожидания. Цены; 15. Страхование жизни (согласно плану П.А. Некрасова) [9].

Проанализировав перечень вопросов, можно заметить, что в целом оба плана были основаны на введении понятия вероятности на основе комбинаторного анализа, после чего шло изучение статистических приложений, историческое и прикладное значение. Фактически аналогичные вопросы были рассмотрены при планировании минимального курса, отличалась лишь последовательность подачи материала.

Во времена реформирования математического образования, которое началась в 1960-е, известные математики А.Н. Колмогоров, А.Я. Хинчин, А.И. Маркушевич, Б.В. Гнеденко, И.М. Яглом предложили сделать изучение элементов теории вероятностей обязательным в школьном курсе математики [6-7]. В частности, А.Н. Колмогоров занимался разработкой различных подходов к изложению определения вероятности для факультативных курсов старшей школы.

Однако мнения преподавателей разительно отличались. Одни считали целесообразным создание отдельного, изолированного курса по основам теории вероятностей, а другие объединяли его с комбинаторикой. При этом сама мысль включить элементы теории вероятностей и статистики в математический курс была поддержана не только преподавателями математики, а и физиками, химиками, биологами и представителями иных естественных наук. Однако материал по теории вероятностей в конечном счете так и не включили в общеобразовательную программу. Причиной отказа стало не владение материалом большинства учителей, что подтвердили результаты экспериментальной проверки.

Важной для дальнейшего исследования включения основ теории вероятностей в математический курс стала статья В.В. Фирсова [10], который доказал что для формирования статистического мышления и вероятностной интуиции внедрение практического курса теории вероятностей и математической статистики является обязательным. Он считал необходимым введение таких этапов прикладной вероятностной задачи, как формализация и интерпретация.

В СССР долгое время не вводили стохастическую линию в школьный курс математики, хоть и большая часть ученых, методистов и педагогов занимались разработкой методики преподавания основ вероятностно-статистической линии. В 70-80 годах 20-го века была проведена серия исследований по совершенствованию методик преподавания стохастической линии [1; 4]. Новым толчком послужили работы К.Н. Курындиной, В.Д. Селютина, Л.О. Бычковой, Д.В. Маневича, в которых авторы пытались провести анализ причин неудачи внедрения вероятностно-статистической линии в образование и предложили вернуться к изучению этого вопроса.

В конечном счете, практически спустя 200 лет, в 2003 году было принято решение о включении элементов комбинаторики, теории вероятностей и статистики в школьный курс математики общеобразовательной школы. К этому времени стохастическая линия уже почти 10 лет присутствовала в различных своих представлениях в большинстве школьных учебников по алгебре для различных возрастных категорий, однако данный материал не включался учителями в учебные планы. В настоящее время основные идеи ФГОС РФ и ФГОС ЛНР благоприятствуют реализации включения теории вероятностей как полезной для развития мышления учащихся содержательной линии в процесс обучения математике в старшей школе.

Библиографический список

1. Булычев В.А.Теория вероятностей и математическая статистика в школе: проблемы преподавания. Второй международный семинар / В.А. Булычев // Математика, 1996. –№ 48. – С. 9-14.

2. Вентцель Е.С. Теория вероятностей / Е.С. Вентцель.-Изд. 4-е, стереотипное. -М.: Наука, 1969. – 577 с.

3. Гнеденко Б.В.Очерки по истории математики в России / Б.В. Гнеденко.- М.: ОГИЗ, 1946. – 201 с.
4. Гнеденко Б.В. Статистическое мышление и школьное математическое образование / Б.В. Гнеденко // Математика в школе, 1968. - № 1.- С. 8-16.
5. Колмогоров А.Н. Введение в теорию вероятностей и комбинаторики/А.Н. Колмогоров // Математика в школе, 1968.– № 2.– С. 24-26.
6. Колмогоров А.Н. К новым программам по математике / А.Н. Колмогоров. - Математика в школе, 1968. –№ 2.– С. 6-8.
7. Колмогоров А.Н. Роль русской науки в развитии теории вероятностей / А.Н. Колмогоров // В кн.: Роль русской науки в развитии мировой науки и культуры. Т.1, кн. 1. – М.: Изд-во МГУ, 1947.– 194 с.
8. Майстров Л.Е. Теория вероятностей. Исторический очерк / Л.Е. Майстров.-М.: Наука, 1967. – 321 с.
9. Некрасов П.А. Теория вероятностей и математика в средней школе. Отчет по содержанию постановлений съездов преподавателей математики и по содержанию ответов профессоров и преподавателей на вопросы министерства Народного Просвещения / П.А. Некрасов. -Петроград: Сенат. тип., 1915. – 139 с.
10. Фирсов В.В. Некоторые проблемы обучения теории вероятностей как прикладной дисциплине: автореф. дис. канд. пед. наук / В.В. Фирсов.- М. – 1974. –27 с.
11. Шейнин О.Б. Теория вероятностей до П. Л. Чебышёва. Историко-математические исследования / О.Б. Шейнин.– М.: Наука, 1978. –360 с.

УДК 373.016:51-021.121

АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПРЕПОДАВАНИЯМАТЕМАТИКИ В ШКОЛЕ

Мачулина Г.П.
учитель математики,
МОУ «Школа №25 г.Горловки», ДНР, г. Горловка
rikoshff@mail.ru

У большей части молодежи, к сожалению, изучение именно точных наук не вызывает интереса и представляет собой наибольшие трудности. Поддерживать преподавание математики на высоком уровне для многих общеобразовательных учреждений – сложная задача.

Получение математических знаний и выработки умения применять эти знания в решении прикладных задач – вот истинная цель математического образования.

Актуальные вопросы преподавания математики в современной школе заключаются в изучении огромного опыта, связанного с обучением школьников.

Только исходя из огромнейшего опыта, связанного с обучением школьников, можно выделить актуальные проблемы, накапливаемые годами, касающиеся преподавания математики в современной школе. Для начинающего педагога, сложности возникают как и с определением самой методики преподавания, так и с налаживаем необходимого взаимопонимания (взаимодействия) с учениками. На первых порах возникают сложности в привлечении внимания к изучаемой теме, важности и актуальности ее изучения и дальнейшего применения на практике.

К сожалению, к среднему звену многие дети подходят, плохо владея логикой мышления, со слабой математической базой, со скучающими глазами. Постоянные вопросы «А зачем мне это надо? А где мне это пригодиться? А лично мне ваша математика вообще не нужна!», «А мне мама лучше объяснит!». Наблюдается низкая мотивационная учебная деятельность учащихся. Только в том случае, когда учащийся увидит возможности практического применения изучаемого материала, только тогда у него возникнет мотивированный интерес, только тогда он сможет достичь определённых успехов. Поэтому реализация модернизации образования требует от учителя перестройки методики преподавания, перехода на технологии развивающего обучения. А обучать в действительности мы практически не умеем, - это трудно, т.к. надо придумывать учебные проблемы, интерактивные задания, создавать парадоксальные ситуации, проводить интересные факты и примеры и др. Однако, следует отметить, что не всем учащимся нравится такой подход к обучению. Иногда дети просто инертные к игровой форме общения на уроках, наглядные пособия не вызывают никакого интереса.

Поэтому педагогу в каждом конкретном случае необходимо профессионально подходить к построению учебного процесса, нацеливаться на личностные качества учеников, учитывать их индивидуальные особенности. Основная причина школьных трудностей – наличие пробелов у учащихся на той или иной ступени изучения математики, отсутствие последовательности и логичности математических знаний. Основную роль в предупреждении таких трудностей играет диагностика математических знаний и умений учащихся. При проведении диагностики, необходимо соблюдать следующие условия: формулировать вопросы четко и конкретно; предоставлять время для обдумывания ответа; относиться к ответам ученика позитивно, иногда даже с чувством юмора; обсуждать со всеми учащимися предложенные варианты решений поставленных задач; постоянно вовлекать их в диалог.

Практическая деятельность педагога – это целый ряд комплекса знаний по психологии, педагогике и математике, который накапливается с годами преподавания.

Сегодня можно выделить следующие актуальные вопросы школьного математического преподавания:

1) учащимся не всегда легко самостоятельно найти необходимую информацию, учебную литературу;

2) выбирая между «спроси у учителя» и «я обойдусь сам», школьники отдают предпочтение более легкому – «я сам»;

3) отсутствие усидчивости.

Тема самообразования школьников особенно актуальна при дистанционном обучении. Когда учащимся необходимо, в той или иной степени, рассматривать новые темы самостоятельно, уметь определять главное и уметь это главное изложить на бумаге. Большая часть учащихся не готова к такому обучению: возникают трудности в работе с учебником, просмотром видео-уроков, выполнения домашнего задания. А еще большие трудности возникают у учащихся, привыкших к «списыванию у соседа по парте». Возникает вопрос – где же «списать?».

Подводя итог, следует отметить, что рассматриваемая тема является актуальной для современной школы. Знания психолого-педагогических особенностей учащихся, умение организовывать и проводить диагностическую работу, умение создавать проблемные ситуации и благоприятный эмоционально-психологический фон, - все это залог для устранения трудностей в обучении математике.

Библиографический список

1. Бугибанова М.А. Актуальные проблемы преподавания математики в школе / М.А. Бугибанова [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://infourok.ru/statya-na-temu-aktualnie-problemi-prepodavaniya-matematiki-v-shkole-2434766.html (Дата обращения: 09.04.2020).

2. Белявцева Т.Д. Актуальные проблемы физико-технического образования в школе / Т.Д. Белявцева [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://infourok.ru/aktualnie-problemi-prepodavaniya-fiziki-3012075.html (Дата обращения: 09.04.2020).

3. Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований[Электронный ресурс]. – Режим доступа:https://applied-research.ru/ru/article/view?id=8297 (Дата обращения: 12.04.2020).

УДК 373.5.016:512

МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ИЗУЧЕНИЯ ЗАДАЧ С ПАРАМЕТРАМИ В КУРСЕ АЛГЕБРЫ 9 КЛАССА. АВТОРСКАЯ ПРОГРАММА КУРСА «ПАРАМЕТРЫ». БАЗОВЫЙ УРОВЕНЬ.

Слободян В.В.

учитель математики и физики,
ГОУ ЛНР «Петровская школа №22 имени генерал-майора М.М. Шаймуратова», ЛНР, г. Петровское
slobodyan.vyacheslav@gmail.com

Основная задача изучения математики в общеобразовательной школе – обеспечение твердого и сознательного овладения учащимися системой математических знаний и умений, что является необходимым условием для продолжения образования и будущей трудовой деятельности. Для эффективной жизнедеятельности в современном мире требуется прочная базовая математическая подготовка.

Изучение многих физических и математических закономерностей часто приводит к решению задач с параметрами. Практика олимпиад и вступительных экзаменов показывает, что такие задачи являются для учащихся наиболее сложными в логическом и техническом плане. Специфика указанных задач состоит в том, что они охватывают многие темы алгебры, поэтому являются уникальным способом для систематизации и обобщения знаний. Высокий уровень абстрагирования и алгоритмизации, которым характеризуются эти задачи развивает исследовательские приемы работы, что обеспечивает интеллектуальное развитие детей.

К сожалению, программа по математике общеобразовательной школы недостаточно времени уделяет параметрам, поэтому данный курс направлен на повышение уровня математической культуры девятиклассников на основе формирования устойчивых навыков решения данных задач.

На учебных занятиях используются активные формы и методы обучения, предусматривается защита индивидуальных работ, решение упражнений государственной итоговой аттестации и конкурсного характера.

Программа курса «Параметры» является дополнением к программе изучения математики на базовом уровне в 9 классе и была допущена к использованию в образовательных организациях (учреждениях) Луганской

Народной Республики приказом Министерства образования и науки ЛНР № 303-ОД от 5 апреля 2019 года.

Программа была разработана на основе Примерной программы для образования организаций (учреждений) ЛНР по математике для IX классов (базовый уровень), утвержденной МОН ЛНР (приказ №483 от 27.12.2016г.). Она рассчитана на один год обучения, один час в неделю, всего в объеме 34 часа (I семестр -16 часов, II семестр – 18 часов).

Курс является переходным этапом для рассмотрения параметров в старшей школе и реализует задачи предпрофильной подготовки школьников.

Цели курса:

- создание условий для достижения высокого уровня математической подготовки путем систематизации и обобщения учебных достижений, учащихся по алгебре;
- расширение и углубление курса математики на основе формирования целостного представления о задачах с параметрами, навыков их решения;
- содействие становлению предпрофильных интересов учащихся;
- реализация разноуровневого изучения курса математики методами развивающего обучения;
- ликвидация расхождений между уровнем учебных достижений по математике выпускников базовой школы и требованиями к математической подготовке абитуриентов техникумов и высших учебных заведений.

Апробация указанной программы в 2018-2019 учебном году была проведена на базе Государственного бюджетного образовательного учреждения ЛНР «Петровская общеобразовательная школа I-III ступеней № 22 имени генерал-майора М.М. Шаймуратова».

Библиографический список

1. Амелькин В.В. Задачи с параметрами/В.В. Амелькин, В.Л. Рабцевич. – Минск: Асар,1996. – 464 с.
2. Апостолова Г.В. Перші зустрічі з параметром / Г.В. Апостолова, В.В. Ясінський. – К.: Факт,2004. – 202 с.
3. Заслоніна Л.С. Задачі з параметрами / Л.С. Заслоніна. – Харків; Основа, 2012. – 108 с.
4. Крутецкий В.А. Психология математических способностей школьников / В.А. Крутецкий. – М.: Просвещение,1968. – 432 с.
5. Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г., Нешков К.И., Суворова С.Б. Алгебра. 9 класс. Учебник для общеобразовательных организаций / Под ред. С.А. Теляковского– М.: Просвещение, 2016. – 271 с.

УДК [373.016:51]:[373.015.3:172.15+17.022.1]

ЗАДАЧИ ПАТРИОТИЧЕСКОГО И ДУХОВНО-НРАВСТВЕННОГО СОДЕРЖАНИЯ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

Снежко Н.А.
учитель математики,
ГОУ СПО ЛНР«Луганское высшее училище физической культуры»,
ГОУ ВПО ЛНР «Луганский национальный университет имени Тараса Шевченко», г. Луганск
sneg.ko@yandex.ua

Государственный образовательный стандарт основного общего образования Луганской Народной Республики устанавливает требования к личностным результатам освоения обучающимися основной образовательной программы, в частности: формирование всесторонне развитой, высоко духовной личности, способной к социальной и культурной самоидентификации; воспитание патриотизма; усвоение гуманистических и демократических ценностей; воспитание чувства ответственности и долга перед Отечеством. Этому способствует патриотизация содержания образования. Известно, что воспитательная составляющая цели урока присутствует при изучении каждой темы любого предмета. Максимально приблизится к достижению цели воспитания духовной личности достаточно эффективно на неоспоримых исторических фактах или ярких литературных образах, однако, это не означает, что данная цель не может быть реализована при изучении точных наук.

Трудно переоценить роль решения задач в процессе обучения математике. Задачи выступают как средство целенаправленного математического развития учащихся, формирования у них познавательного интереса и самостоятельности, развития математических способностей, средство формирования мировоззрения, воспитания нравственных качеств личности. Одним из приёмов реализации этих целей при изучении математики является патриотизация содержания текстовых задач. Однако, учебники не содержат заданий данной направленности, что открывает учителю простор для творческой деятельности. При изучении подходящей темы, на любом этапе урока, каждый педагог может включать такие задачи, предварительно составив их, применив следующие шаги:

1. Выбрать тему урока
2. Определить этап урока
3. Наметить уровень сложности задачи
4. Подобрать материалы (статистические данные, отчёты, статьи, краеведческие материалы, географические, исторические сведения и т.п.)
5. Составить задачу

Результат такой работы можно проиллюстрировать следующими примерами:

Тема: Сравнение натуральных чисел

Задача.

Численность населения городов ЛНР по состоянию на 1 июня 2016 года составляет: Луганск - 437282 человек, Алчевск - 107502 человек, Антрацит - 75474 человек, Брянка - 51965 человек, Кировск - 32690 человек, Краснодон - 100693 человек, Красный Луч - 120279 человек, Первомайск - 37661 человек, Ровеньки - 81671 человек, Свердловск - 96159 человек, Стаханов - 89387 человек. Расположите данные в порядке возрастания и укажите города с наибольшим и наименьшим количеством жителей. (По данным ГКС ЛНР).

Тема: Все действия с натуральными числами

Задача.

Над Свято-Введенским храмом, построенном в 1870 году, в селе Церковное (ныне Красное), возвышалась колокольня с одиннадцатью медными колоколами: 7 колоколов весом по 6 кг остальные, соответственно 870 кг, 295 кг, 49 кг, 16 кг. Найдите общую массу колоколов. Из скольких маленьких колоколов состоит один наибольший?

Тема: Умножение десятичных дробей

Задача.

В барабане центрального купола Свято-Николаевского храма города Стаханова размещено восемь больших окон 4,5 м в высоту и 1,5 м в ширину. Шестнадцать окон таких же размеров расположены в храме: двенадцать в средней его части, два в алтаре и два в притворе*. Найдите общую площадь окон в храме. Вычислите, на сколько метров квадратных площадь окон в куполе меньше площади окон в средней части храма.

* Притво́р — пристройка перед входом в храм

Тема: Проценты

Задача.

Количество школьников в учебных заведениях Луганской Народной Республики с начала 2014 учебного года увеличилось на 17%. По состоянию на 1 марта 2017 года за школьные парты вернулись 14 832 ребёнка.

Сколько всего школьников завершили учебный год в ЛНР в 2017 году?

Задача.

Высота Останкинской телебашни в Москве 540 м, высота Шуховской телебашни составляет $\frac{8}{27}$её высоты, а высота Луганской телебашни составляет 121,25% высоты Шуховской телебашни. Определите высоту Луганской телебашни.

Тема: Длина окружности

Задача.

Самый большой православный храм – собор святого Саввы Сербского в Сербии имеет купол диаметром 26 метров. Найдите длину обода основания купола.

Тема: Деление десятичных дробей

Задача.

Расстояние от музея Миус фронт до памятника Саур Могила в 44 км автомобиль проезжает за 1 ч 24 мин, а пешеход проходит пешеходным маршрутом в 31, 6 км за 6 ч 36 мин. Во сколько раз скорость автомобиля больше скорости пешехода? (Время выразить десятичной дробью в часах)

Тема: Стандартный вид числа

Задача.

Количество человек, призванных на службу государствами, участие которых во второй мировой войне было ключевым, и пострадавших в ходе боевых действий:

СССР: 34 476 700 солдат, из них: 15 685 593 раненых, около

5 000 000 побывали в плену;

Германия: 17 893 200, 5 435 000, 4 100 000;

Япония: 9 058 811, 3 600 000, 1 644 614;

Италия: 3 100 000, 350 000, 620 000;

Великобритания: 5 896 000, 280 000, 192 000;

США: 16 112 566, 671 846, 130 201;

Китай: 17 250 521, 7 000 000, 750 000;

Франция: 6 000 000, 280 000, 2 673 000 соответственно.

Записать числительные в стандартном виде. Вычислить, на сколько количество солдат, призванных в СССР больше, чем в Италии, Франции и Великобритании вместе (в стандартном виде).

При решении таких задач реализуются основные положения Государственных образовательных стандартов Луганской Народной Республики, что ведёт к повышению качества знаний и воспитанию патриотизма и духовности обучающихся. Более того, поскольку учитель сам определяет целесообразность применения, подбирает материалы, составляет текст и разрабатывает решение задачи, он развивает свой творческий потенциал, что в итоге благоприятно влияет на процесс обучения и воспитания.

Библиографический список

1. Государственные образовательные стандарты основного общего образования ЛНР [Электронный ресурс]. - Режим доступа: http://mi-nobr.su/educations-standarts.html (дата обращения: 03.04.2020).

2. Астанина И.В. Роль задач в обучении математике / И.В. Астанина[Электронный ресурс] //Молодой ученый. – 2015. – № 8 (88). – С. 879-882. – URL:https://moluch.ru/archive/88/17347/ (дата обращения: 13.04.2020).

3. Смирнова А.А. Формирование осознанных знаний на уроках математики с помощью варьирования текстовых задач / А.А. Смирнова [Электронный ресурс] // Сельская школа. -2007. -№4. -С. 110-114. – URL:https://obrazovaka.ru/istoriya/poteri-vo-vtoroy-mirovoy-voyne-po-stranam.html (дата обращения: 10.02.2020).

4. Виленкин Н.Я. Современные проблемы школьного курса математики и их исторические аспекты / Н.Я. Виленкин// Математика в школе. – 1988. – № 4. – С. 7-14.

5. Дьюи Д. Психология и педагогика мышления / Пер. с англ. Н.М. Никольской. -М.: Совершенство,- 1990. – 208 с.

УДК 514.75:514.16

ГРАССМАНОВ ОБРАЗ

Соколова Т.В.

магистрант, направление подготовки «Математика»,
ГОУ ВПО ЛНР «Луганский национальный университет имени Тараса Шевченко», г. Луганск
Научный руководитель:Савельев В.М.,
к. ф. – м. н., доцент кафедры фундаментальной математики
ann3005@ltsu.org

Актуальность и постановка проблемы. Тема научной работы находится на стыке двух важных разделов современной дифференциальной геометрии внешней геометрии многомерных поверхностей (подмногообразий) евклидова пространства и геометрии симметрических пространств.

Грассманово отображение успешно используется при изучении двумерных поверхностей и гиперповерхностей евклидова пространства [1]. В последнее время повышается интерес к изучению грассманова образа и геометрических свойств многообразий Грассмана [2]. На данный момент ряднерешенных вопросов еще требует своего исследования.

В частности, Борисенко предложил следующую гипотезу [3]. *Пусть* $F^n \subset E^{n+m}$*, где* $n \geq 1$, $m \geq 3$ *регулярно классу* C^2 *подмногообразия с невырожденным грассмановым образом. Тогда в любой* m *грассманова образа существует двумерная площадка вдоль которой* $\overline{K} \geq 1$, *если в некоторой точке* $\overline{K} \leq 1$ *для всех касательных 2–плоскостей. Тогда для любой 2–плоскости тождественно равно единице и* $m = 1$ *в каждой точке.*

Ю.А. Николаевский [3] и В.М. Савельев [4] доказали эту гипотезу для всех n, mза исключением некоторого конечного (не очень большого) множества значений n, m.В настоящей статье исследуется кривизна грассманова образа подмногообразий $F^4 \subset E^{4+m}$, где $m=3,4$.

Изложение основного материала

Для вычисления секционной кривизны многообразия Грассмана будем использовать следующую формулу [2]:

$$\bar{K}(X,Y)=\frac{\frac{1}{2}Tr\Lambda_1\Lambda_1^*+\frac{1}{2}Tr\Lambda_2\Lambda_2^*}{Tr\left(XX^*\right)Tr\left(YY^*\right)-\left(Tr\left(XY^*\right)\right)^2},$$

где $\Lambda_1 = XY^* - YX^*$, $\Lambda_2 = X^*Y - Y^*X$ – кососимметричные матрицы. В данной формуле * обозначает транспонирование матрицы.

Имеет место следующая теорема:

Теорема 2.1. *Пусть $F^4 \subset E^{4+m}$, где $m=3,4$ регулярное (класса C^2) подмногообразие с невырожденным грассмановым образом Γ^4, в касательном пространстве которого существуют сопряженные направления. Тогда в касательном пространстве к грассманову образу в любой точке существует двумерная площадка, для которой кривизна многообразия Грассмана $G_{4,m}$ меньше либо равна 1.*

Доказательство. Докажем теорему для $m=4$.

Согласно данным теоремы, условие сопряженности направления $\vec{v}=\bar{e}$ двумерного пространства приводит к тому, что образ $\psi_*(\vec{v})$ является матрицей X размера (4×4) с двумя нулевыми столбцами, ранг которой равен 2.

Совершив сингулярное разложение матрицы X, получим $X=RDR,$ где $S\in D(4),$ D – диагональная (4×4) матрица. Подвергнув касательное пространство к соответствующему автоморфизму Γ^4, выбираем в нем вектор $\tilde{Y}$, неколлинеарный вектору **D**.

После использования линейной комбинации $Y=\tilde{Y}-\frac{y_{11}}{\sigma_1}D$, получим, что $y_{11}=0$.

Потому что касательное пространство является четырехмерным, аналогичным образом получим, что $y_{12}=y_{13}=0$.

В таком случае, касательные векторы **D** и **Y** имеют вид:

$$D=\begin{pmatrix}\sigma_1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & \sigma_2 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\end{pmatrix},\quad Y=\begin{pmatrix}0 & 0 & 0 & y_{14}\\ y_{21} & y_{22} & y_{23} & y_{24}\\ y_{31} & y_{32} & y_{33} & y_{34}\\ y_{41} & y_{42} & y_{43} & y_{44}\end{pmatrix}.$$

Найдем кривизну $\overline{K}(D,Y)$ по формуле (1.1).

Имеем

$$\Lambda_1=\begin{pmatrix} 0 & \sigma_1 y_{21} & \sigma_1 y_{31} & \sigma_1 y_{41} \\ -\sigma_1 y_{21} & 0 & \sigma_2 y_{32} & \sigma_2 y_{42} \\ -\sigma_1 y_{31} & -\sigma_2 y_{32} & 0 & 0 \\ -\sigma_1 y_{41} & -\sigma_2 y_{42} & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\Lambda_2=\begin{pmatrix} 0 & -\sigma_2 y_{21} & 0 & \sigma_1 y_{14} \\ \sigma_2 y_{21} & 0 & \sigma_2 y_{23} & \sigma_2 y_{24} \\ 0 & -\sigma_2 y_{23} & 0 & 0 \\ -\sigma_1 y_{14} & -\sigma_2 y_{24} & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Вычисляем

$$\frac{1}{2}Tr\Lambda_1\Lambda_1^*=\sigma_1^2 y_{21}^2+\sigma_1^2 y_{31}^2+\sigma_1^2 y_{41}^2+\sigma_2^2 y_{32}^2+\sigma_2^2 y_{42}^2.$$

$$\frac{1}{2}Tr\Lambda_2\Lambda_2^*=\sigma_2^2 y_{21}^2+\sigma_1^2 y_{14}^2+\sigma_2^2 y_{23}^2+\sigma_2^2 y_{24}^2.$$

Получаем числитель

$$A=\sigma_1^2 y_{21}^2+\sigma_1^2 y_{31}^2+\sigma_1^2 y_{41}^2+\sigma_2^2 y_{32}^2+\sigma_2^2 y_{42}^2+\sigma_2^2 y_{21}^2+\sigma_1^2 y_{14}^2+\sigma_2^2 y_{23}^2+\sigma_2^2 y_{24}^2$$

Для знаменателя получим

$$B=Tr(XX^*)Tr(YY^*)-Tr(XY^*)^2=$$

$$=\sigma_2^2 y_{21}^2+\sigma_1^2 y_{31}^2+\sigma_1^2 y_{41}^2+\sigma_2^2 y_{32}^2+\sigma_1^2 y_{42}^2+\sigma_1^2 y_{22}^2+\sigma_1^2 y_{23}^2+\sigma_1^2 y_{24}^2+\sigma_1^2 y_{32}^2+$$
$$=\sigma_1^2 y_{33}^2+\sigma_1^2 y_{34}^2+\sigma_1^2 y_{42}^2+\sigma_2^2 y_{43}^2+\sigma_1^2 y_{44}^2+\sigma_2^2 y_{14}^2+\sigma_2^2 y_{31}^2+\sigma_1^2 y_{14}^2+\sigma_2^2 y_{23}^2+$$
$$=\sigma_2^2 y_{24}^2+\sigma_2^2 y_{21}^2+\sigma_2^2 y_{33}^2+\sigma_2^2 y_{34}^2+\sigma_2^2 y_{41}^2+\sigma_2^2 y_{43}^2+\sigma_2^2 y_{44}^2$$

Далее находим

$$A-B=-\sigma_1^2 y_{22}^2-\sigma_1^2 y_{23}^2-\sigma_1^2 y_{24}^2-\sigma_1^2 y_{32}^2-\sigma_1^2 y_{33}^2-\sigma_1^2 y_{34}^2-\sigma_1^2 y_{42}^2-\sigma_1^2 y_{43}^2-$$
$$-\sigma_1^2 y_{44}^2-\sigma_2^2 y_{14}^2-\sigma_2^2 y_{31}^2-\sigma_2^2 y_{33}^2-\sigma_2^2 y_{34}^2-\sigma_2^2 y_{41}^2-\sigma_2^2 y_{43}^2-\sigma_2^2 y_{44}^2.$$

Так как $A-B\le 0$, тогда $A\le 0$. Отсюда следует $\overline{K}(\mathbf{D},\mathbf{Y})=A/\mathrm{B}\le 1$.

Докажем теперь теорему для случая $m=3$.

Согласно условиям теоремы касательные векторы $\mathbf{X}$ и $\mathbf{Y}$ являются матрицами (3×4). Матрицу X запишем в каноническом виде (рассмотрим ее сингулярное разложение).

$$X=\begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},\ Y=\begin{pmatrix} y_{11} & y_{12} & y_{13} & y_{14} \\ y_{21} & y_{22} & y_{23} & y_{24} \\ y_{31} & y_{32} & y_{33} & y_{34} \end{pmatrix}.$$

Матрица $\Lambda_1 = XY^* - YX^*$ размерности 3×3 имеет вид:

$$\Lambda_1=\begin{pmatrix} 0 & \sigma_1 y_{21}-\sigma_2 y_{12} & \sigma_1 y_{31} \\ \sigma_2 y_{12}-\sigma_1 y_{21} & 0 & \sigma_2 y_{32} \\ -\sigma_1 y_{31} & -\sigma_2 y_{32} & 0 \end{pmatrix}.$$

Значит,

$$\frac{1}{2}Tr\left(\Lambda_1\Lambda_1^*\right)=\sigma_1^2 y_{21}^2-2\sigma_1^2 y_{12}\sigma_2 y_{21}+\sigma_2^2 y_{12}^2+\sigma_1^2 y_{31}^2+\sigma_2^2 y_{32}^2.$$

Матрица $\Lambda_2 = X^*Y - Y^*X$ размерности 4×4 имеет вид:

$$\Lambda_1=\begin{pmatrix} 0 & \sigma_1 y_{12}-\sigma_2 y_{21} & \sigma_1 y_{13} & \sigma_1 y_{14} \\ \sigma_2 y_{21}-\sigma_1 y_{12} & 0 & \sigma_2 y_{23} & \sigma_2 y_{24} \\ -\sigma_1 y_{13} & -\sigma_2 y_{23} & 0 & 0 \\ -\sigma_1 y_{14} & -\sigma_2 y_{24} & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Поэтому

$$\frac{1}{2}Tr\left(\Lambda_2\Lambda_2^*\right)=\sigma_1^2 y_{12}^2-2\sigma_1^2 y_{12}\sigma_2 y_{21}+\sigma_2^2 y_{21}^2+\sigma_1^2 y_{13}^2+\sigma_1^2 y_{14}^2+\sigma_2^2 y_{23}^2+\sigma_2^2 y_{24}^2$$

Значит, числитель для нахождения $\overline{K}$ имеет вид:

$$A=\sigma_1^2 y_{21}^2-4\sigma_1^2 y_{12}\sigma_2 y_{21}+\sigma_2^2 y_{12}^2+\sigma_1^2 y_{31}^2+\sigma_2^2 y_{32}^2+\sigma_2^2 y_{12}^2+\sigma_2^2 y_{21}^2+\sigma_1^2 y_{13}^2+$$
$$+\sigma_1^2 y_{14}^2+\sigma_2^2 y_{23}^2+\sigma_2^2 y_{24}^2.$$

Для знаменателя получим:

$$B=\sigma_1^2 y_{31}^2+\sigma_2^2 y_{32}^2+\sigma_1^2 y_{13}^2+\sigma_1^2 y_{14}^2+\sigma_2^2 y_{23}^2+\sigma_2^2 y_{24}^2+\sigma_1^2 y_{12}^2+\sigma_2^2 y_{21}^2+$$
$$+\sigma_2^2 y_{21}^2+\sigma_1^2 y_{21}^2+\sigma_2^2 y_{12}^2-2\sigma_1^2 y_{11}\sigma_2 y_{22}+\sigma_1^2 y_{22}^2+\sigma_1^2 y_{23}^2+\sigma_1^2 y_{24}^2+\sigma_1^2 y_{32}^2+$$
$$+\sigma_1^2 y_{33}^2+\sigma_1^2 y_{34}^2+\sigma_2^2 y_{11}^2+\sigma_2^2 y_{13}+\sigma_2^2 y_{14}^2+\sigma_2^2 y_{31}^2+\sigma_2^2 y_{33}^2+\sigma_2^2 y_{34}^2.$$

Запишем выражение для разницы числителя и знаменателя:

$$A-B=-4\sigma_1^2 y_{12}\sigma_2 y_{21}+2\sigma_1^2 y_{11}\sigma_2 y_{22}-\sigma_1^2 y_{22}^2-\sigma_1^2 y_{23}^2-\sigma_1^2 y_{24}^2-\sigma_1^2 y_{32}^2-$$

$$\sigma_1^2 y_{33}^2 - \sigma_1^2 y_{34}^2 - \sigma_2^2 y_{11}^2 - \sigma_2^2 y_{13}^2 - \sigma_2^2 y_{14}^2 - \sigma_2^2 y_{31}^2 - \sigma_2^2 y_{33}^2 - \sigma_2^2 y_{34}^2.$$

Так как касательное пространство является 4–мерным, то возможно найти такую линейную комбинацию векторов, что $y_{11} = y_{22} = 0$. В этом случае получим:

$$A - B = -\sigma_1^2 y_{22}^2 - \sigma_1^2 y_{23}^2 - \sigma_1^2 y_{24}^2 - \sigma_1^2 y_{32}^2 - \sigma_1^2 y_{33}^2 - \sigma_1^2 y_{34}^2 - \sigma_2^2 y_{11}^2 - \sigma_2^2 y_{13}^2 -$$
$$- \sigma_2^2 y_{14}^2 - \sigma_2^2 y_{31}^2 - - \sigma_2^2 y_{33}^2 - \sigma_2^2 y_{34}^2 \le 0$$

Так как $A - B \le 0$, тогда $A \le B$. Значит $\overline{K}(\mathrm{X}, \mathrm{Y}) = \dfrac{A}{B} \le 1$.

Работа носит теоретический характер. Полученные результаты могут быть использованы во внешней геометрии и геометрии грассманова образа. Материалы работы могут быть также использованы для чтения спецкурсов студентам, специализирующимися по геометрии.

Библиографический список

1. Аминов Ю.А. Геометрия подмногообразий / Ю.А. Аминов. – К.: Наукова думка, 2002. – 214 с.

2. Аминов Ю.А. Решение проблемы построения подмногообразия по заданному грассманову образу/Ю.А. Аминов. – Доклады национальной академии наук Украины. – 2010. –№5. – С. 1–4.

3. Борисенко А.А. Многообразия Грассмана и грассманов образ подмногообразий. / А.А. Борисенко, Ю.А. Николаевский // УМН. – 1990. – № 2(278). – С. 41–85.

4. Савельев В.М. К теории кривизны грассманова образа подмногообразий в евклидовом пространстве/В.М. Савельев//Мат. физика, анализ, геометрия. – 1994. – №3 – С. 520-528.

УДК 37.091.322:004

КАЧЕСТВО ОБРАЗОВАНИЯ КАК РЕЗУЛЬТАТ ПРИМЕНЕНИЯ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ ИНФОРМАТИКА И МАТЕМАТИКА

Тищенко Е.В.
ассистент кафедры теоретической и прикладной информатики,
ГОУ ВПО ЛНР «Луганский национальный университет имени Тараса Шевченко»,
учитель математики и экономики,
ГУ ЛНР «ЛОУСОШ № 17 имени В. Брумеля»,
Борзенко Д.А.,
учитель информатики,
ГУ ЛНР «ЛОУСОШ № 17 имени В. Брумеля», г. Луганск
authoressKatyusha@yandex.ru

Сегодня в мировой тенденции наблюдается переход к нестандартным формам образования связанным с потребностью общества в адаптивных системах обучения. По технологии дистанционного образования получают обучение многие учащиеся в виде основного образования. Интернет интенсивно используется учащимися [5, с. 71], как дополнительная форма и за пределами учебного образовательного процесса.

Изучение дисциплин информатика и математика неразрывно связаны как с вычислительными, так и с визуальными процессами и поэтому следует отметить, что важным в процессе их изучения является обратная связь с преподавателем.

На сегодняшний день образовательные учреждения активно используют информационные технологии в процессе обучения, такие как, сервисы «Российская электронная школа» [4], «Московская электронная школа» (МЭШ) [1], «Виртуальная академия» [2] и др. Практически все образовательные учреждения имеют свой веб-сайт и официальный адрес электронной почты в Интернете, как и любой преподаватель.

Основными информационными ресурсами при работе преподавателя по дисциплинам информатика и математика являются бесплатные платформы – Zoom, YouTube, Инфоурок, «01Математика онлайн» и др. Главным результатом данных форм преподавания является преимущество в прямом общении с обучающимся. При этом основным недостатком в достижении качества образования обозначенным способом является возможность его доступности у учащегося. Доступность формы обучения непосредственно связана со скоростью интернета, а также умением учащимся ею воспользоваться.

Другой формой дистанционного обучения являются видеоуроки, которые направлены на освещение основных разделов программ образовательных учреждений. Основной проблемой видеоурока является отсутствие в онлайн обратной связи с преподавателем, а также использованные методик в преподавании учителя. Поэтому преподаватель может не учитывать всех особенностей в понимании у учащегося.

При работе с сервисами единой информационной системы возникают проблемы у преподавателей с недостаточной скоростью обработки запросов. Так же, во время информирования о результатах проверки работ у обучающегося возникает недопонимание выявленных ошибок и причиной их появления. Следует отметить, что в системе дистанционного обучения учащемуся необходимо в личном контакте с преподавателем уточнять различного вида вопросы. В связи с этим существуют разработанные программные средства для решения данного вопроса.

Для эффективного контроля качества образования используются в дистанционном обучении различные программные средства. Среди них существуют инструменты компьютерного тестирования, обучающие компьютерные программы, цифровые библиотеки, учебные пособия и учебники, электронные дневники, журналы и т.д. Для достижения высоких результатов в формировании высокоразвитой личности обучаемого не мало важным является направленность качества образования на управление процессом. Взаимосвязанными факторами данного процесса являются организация и контроль деятельности обучаемого. В частности, для контроля можно использовать образовательный ресурс Online Test Pad[3], в котором существуют разработанные тесты, опросы, задания, диалоговые тренажеры и т.п. для свободного пользования. Также, можно создать свой вид контроля.

На основании анализа различных источников мы выделяем в дистанционном обучении следующие методики, применяемые в отечественной системе образования: модульное обучение, разноуровневое обучение, метод проектов, обучение в сотрудничестве, исследовательский метод, дифференцированный и индивидуальный подход к обучению.

В разных методиках дистанционного обучения не учитывается дифференцированный подход в обучении. Каждый преподаватель в своей практике отмечает разный уровень подготовки учащихся по дисциплине: как высокий, так и низкий. Поэтому преподаватель с учетом данной особенности обучаемых разрабатывает задания разного уровня. В результате нашего исследования было выявлено, что в большинстве видеоуроков не существует четкой градации в заданиях по дисциплинам информатика и математика.

Таким образом, важнейшим результатом применения дистанционного обучения по дисциплинам информатика и математика является предоставление качественных образовательных услуг обучающимся. Информационное пространство должно быть направлено как на обучающегося с ограниченными возможностями, которые не могу посещать образовательное учреждение, так и на одаренных обучающихся, для которых необходимы кадровые ресурсы для поддержки и развития их таланта.

Библиографический список

1. Библиотека: Московская электронная школа [Электронный ресурс]// Департамент Информационных Технологий города Москвы, 2015-2020. -URL: https://uchebnik.mos.ru/catalogue (Дата обращения: 05.01.2020).

2. Виртуальная академия: профессиональное сообщество частных репетиторов [Электронный ресурс] // www.VirtualAcademy.ru, г. Москва, ул. Шаболовка, 34 строение 3, 2009-2020. -URL: https://www.virtualacademy.ru/videouroki/ (Дата обращения: 07.01.2020).

3. Конструктор тестов: бесплатный многофункциональный сервис для проведения тестирования и обучения [Электронный ресурс] // OnlineTestPad, 2011-2020. -URL: https://onlinetestpad.com/ru (Дата обращения: 10.01.2020).

4. Российская электронная школа: государственная образовательная платформа [Электронный ресурс] // Российская электронная школа, 2012-2020. -URL: https://resh.edu.ru/ (Дата обращения: 09.01.2020).

5. Трудности и перспективы цифровой трансформации образования / А.Ю. Уваров, Э. Гейбл, И.В. Дворецкая и др.; под ред. А.Ю. Уварова, И.Д. Фрумина; Нац. исслед. ун-т «Высшая школа экономики», Ин-т образования. – М.: Изд. дом Высшей школы экономики, 2019. – 343 с.

УДК 373.016:51-021.121

АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ В СРЕДНЕЙ ШКОЛЕ

Якушев И.В.

учитель математики,

ГОУ ЛНР «Алчевская средняя школа №15», ЛНР, г. Алчевск

yakushev_alchevsk@mail.ru

Актуальность анализа качества математического образования в средней школе сложно недооценить. Тенденции развития современного мира в целом и конкретных областей человеческой деятельности наглядно показывают, что именно качественное освоение математическими знаниями и методами является важной составляющей успеха или неуспеха профессионалов в разных отраслях. Фундамент «теоретической и прикладной математической грамотности» закладывается именно в школе.

Предъявляемые обществом современные требования к содержанию школьного математического образования требуют детальной аналитики существующих позиций и выработки ряда методических и дидактических шагов по приближению курсов школьной дисциплины к реалиям сегодняшнего дня. Изучение математики с целью концентрирования исключительно предметных задач и умений утратило актуальность еще десятилетия назад. В то же время реалии школьной образовательной системы (содержание программ, методики образования и т.д.) зачастую остаются на прежнем, давно устаревшем уровне.

Важной **целью** является анализ факторов, которые помогают и мешают развитию не «механически-счетного», а реально творческого математического мышления и способностей, навыков самостоятельной математической исследовательской деятельности. На данном пути важны все составляющие: от содержания школьных программ в том или ином классе, выбора наиболее эффективных форм, методов и средств обучения, постановки актуальных целей и задач, качественной оценки и корректировки освоения материала учащимися до формирования полноценных межпредметных связей математики с другими учебными предметами.

По мнению многих современных математиков нынешней целью математического образования в школе и в дальнейшем является ориентирование на получение качественных комплексных знаний, которые могут быть использованы при решении прикладных задач.

Принципиально важная задача школьного математического образования – донести до учащихся (помочь им осознать), что, несмотря на широко декларируемые в социуме «обывательские ценности» именно математика, как и в прошлые века, но в еще более акцентированном содержании, становится синонимом и лакмусовой бумажкой успешности и эффективности человека, как грамотной творческой личности.

Важно, чтобы учитель мог дать не разрозненный багаж знаний, а формировать целостное «активное пятно», которое, базируясь на математике, органично взаимодействует с другими дисциплинами. Задача педагога-математика в частности и образовательной системы в целом – указать те примеры, те ориентиры, которые сделают обучение математике высокомотивированным: «знать не только что и как учить, но, главное, *зачем* учить». При этом важно ставить реальные цели, с учетом возрастных психологических и физиологических особенностей учащихся.

Как показывает статистика диагностик освоения различных этапов обучения математике (от выполняемых при переходе от из начальной школы в среднюю до оценочных работ перед ЕГЭ) картина неоптимистична: к окончанию обучения в школе результаты учащихся достаточно невысокие, а справиться с олимпиадными задачами, где акцент делается не на решение примеров «по хорошо заученным формулам», а на аналитическое математическое мышление могут только считанные проценты учащихся.

Среди распространенных проблем в школьном математическом образовании можно выделяют:

1. Недостаточное количество часов на изучение предметов в учебном плане: в сравнении с советскими временами программа по математике (далее – по алгебре и геометрии) в среднем сокращена на 20%.
2. Тенденция к «укрупнению» классов: снижение времени, которое учитель может посвятить тому или иному ребенку.
3. Не всегда высокое качество учебников.

4. Помимо пользы (доступности качественных образовательных ресурсов) Интернет приносит и вред: от уроков некомпетентных «педагогов» до доступности решебников с готовыми домашними заданиями (ГДЗ).
5. Снижение мотивации обучающихся к самостоятельной или групповой математической деятельности вследствие ранее накопленных «пробелов» в знаниях, «скучных форм преподавания» - однообразия в формах и методах обучения.
6. Отсутствие ощущения «полезности» математики»: ее практической направленности, формирования позитивного восприятия предмета как нужного.
7. Формализм и усредненность в системе закрепления и повторения изученного материала, подход к поданному в прошлых классах материалу, как к тому, который ученики должны знать априори;
8. Ориентир «на среднего» - отсутствие четко отлаженной работы с одаренными детьми на законодательном и практическом уровне (часто этот фронт оставлен «на откуп учителя» и зависит от его компетенции и альтруизма).

Решение если не большинства, но значимой части озвученных выше проблем современные педагоги видят в создании побудительной образовательной среды (связующей нитью проходящей от начальной школы к старшей), которая способствует раскрытию математического потенциала, способностей и одаренности учащихся. При этом решающим фактором в возможности и успешности инновационных начинаний являются педагоги и их квалификация.

Важным фактором повышения мотивации к изучению математики и повышения качества обучения (в том числе за счет дифференциации учащихся по группам по успеваемости и скорости усвоения материала – того, чего трудно добиться на обычных уроках) являются формы дополнительного и внеклассного обучения.

Настало время существенной ревизии содержания школьного материала по математике. Вполне очевидно, что в нынешних реалиях, некоторые темы «по инерции» занимают неоправданно большое количество учебных часов, находя в дальнейшем, в лучшем случае, ограниченное применение на практике. Более важные с точки зрения формирования навыков темы при этом иногда «проходят вскользь». Таким образом, возникает проблема: необходимости в увеличении объема изучаемых математических знаний при естественном ограничении времени. Как показывает практика, методика преподавания математики, особенно в условиях массового обучения, развивается намного медленнее, чем сама математика. Непростая задача современного математического образования (на всех уровнях) – оперативно оценивать актуальность новых знаний и корректно расставлять приоритеты. Современным решением данной проблемы является всесторонне развитие межпредметных и метапредметных связей математики с другими дисциплинами.

Не менее значимую, чем конкретные методические шаги, роль играет формирование правильного психологического микроклимата. Принцип «математика для каждого» должен реализовываться комплексно: от создания условий для качественного изучения непосредственно на уроке до работы с отстающими (не синоним слову «бездарные») и успевающими детьми, предоставления возможности закрепить успехи и нацелиться на дальнейшее развитие на конкурсах и олимпиадах различного уровня.

Подводя **итоги**, стоит подчеркнуть, что сегодня математика в школе по-прежнему занимает одну из ведущих для формирования полноценной личности позиций. В то же время, являясь «классической», она, тем не менее, требует внимательной оценки и своевременной ревизии содержания программы преподавания. В эпоху широкого использования ЭВМ математика все меньше служит «средством для выполнения рутинных расчетов», ее суть все более смещается к формированию интеллектуального, творческого мышления. На этом пути акценты должны делаться на создание прочного «математического фундамента»: как во время уроков, так и во внеклассной деятельности. Формирование творческого мышления (в том числе за счет формирования развитых межпредметных связей) должно вестись со всеми учениками: от условно отстающих до «показывающих средний уровень знаний. Успех на этом пути – не только и не столько более высокие оценки, а реальное умение решать сложные и проблемные прикладные задачи. Перефразируя одно из следствий из Принципа Питера («для того, чтобы выиграть соревнование по прыжкам в длину нужно иметь не девять человек, прыгающих на метр, а одного, прыгающего на девять») также важно активизировать работу с одаренными и потенциально математически-способными учениками – за данным шагом успех как отдельной личности в будущем, так и общества в целом.

Библиографический список

1. Григорьева Т.П. Основы технологии развивающего обучения математике / Т.П. Григорьева, Т.А. Иванова, Л.И. Кузнецова, Е.Н. Перевозчикова. – Нижний Новгород: Нижегородский гос. пед. ун-т, 1997. – 133 с.

2. Далингер В.А. Системно-деятельностный подход к обучению математике // Наука и эпоха: монография / В.А. Далингер; под ред. О.И. Кирикова. – Воронеж : Изд-во ВГПУ, 2009. – С. 7-18.

3. Епишева О.Б. Общая методика преподавания математики в средней школе / О.Б. Епишева. – Тобольск, Изд-во ТГПИ им. Д.И. Менделеева, 1997. – 191 с.

4. Жунисбекова Д.А. Некоторые проблемы методики обучения математике с использованием проблемных ситуаций / Д.А. Жунисбекова, Х.А. Аширбаев, Г.А. Такибаева, К.Ж. Рустемова, А.И. Джумагалиева // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. – 2016. – № 1-1. – С. 68-71.

5. Колягин Ю.М. Методика преподавания математики в средней школе. Частные методики / Ю.М. Колягин, Г.Л. Луканкин, Е.Л. Мокрушин и др. – М.: Просвещение, 1997. – 480 с.

6. Маркова В. Что такое исследовательская деятельность учащихся / В. Маркова // Математика в школе. – № 12. – 2007. – С.6-7.

УКД 517.9

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ АБЕЛЯ

Яричевская Ю.А., Савельев В.М.

ГОУ ВПО ЛНР «Луганский национальный университет имени Тараса Шевченко», г. Луганск

yuliya.yarichevskaya15@mail.ru

Актуальность исследования данной темы заключается в том, что за последние десятилетия в науке значительно возрос интерес к симметрийным методам исследования. Симметрия является фундаментальным свойством и присуща практически всем объектам и явлениям. Использование симметрийного подхода позволяет получать качественно новую информацию о дифференциальных уравнениях. В частности, это относится к уравнениям Абеля. Основная проблема – это нахождение классов уравнений, допускающих какую-либо симметрию (допускаемую группу).

В настоящей статье исследуются классов уравнений Абеля, допускающих группы преобразований с оператором заданного вида. Находится канонический вид двумерных алгебр Ли относительно группы преобразований и выводятся классы уравнений Абеля второго порядка, допускающих двумерные алгебры Ли.

Рассмотрим однопараметрическое семейство $\{T_a\}$ преобразований пространства $\mathbb{R}^n$

$$\overline{x} = f\left(x, a\right) \tag{1}$$

где a- вещественный параметр, принимающий непрерывное множество значений. Обозначим через $T_0 = id$ (тождественное преобразование) и преобразование $T_0 \neq id$. Предположим, что семейство $\{T_a\}$ вместе с каждым преобразованием содержит обратное к нему $T_a^{-1} = T_{-a}$. Также предположим, что композиция любых двух преобразований T_a и T_b снова принадлежит рассматриваемому семейству $T_a \circ T_b = T_{a+b}$.

Определение 1. Такое семейство преобразований называется однопараметрической группой преобразований.

Определение 2. Инвариантом группы называется функция $J\left(x\right)$, вид которой не меняется при групповых преобразованиях

$J(\bar{x}) = J(f(x,a)) = J(x).$

Теорема 1. *Необходимое и достаточное условие инвариантности заключается в том, что действие инфинитезимального оператора на функцию должно давать нуль*

$$X = \xi \frac{\partial}{\partial x} + \eta \frac{\partial}{\partial y} = 0. \qquad (2)$$

Отметим, что критерий инвариантности (2) представляет собой линейное однородное уравнение в частных производных первого порядка.

Теорема 2. *Всякая однопараметрическая группа* G *преобразований* $x = f(x,a)$ *невырожденной заменой переменных* $x_{i'} = x_{i'}(x_k)$ *может быть приведена к группе переносов вдоль оси* x_k.

Теорема 3. *Всякая однопараметрическая группа преобразований подходящей заменой переменных* $t = t(x,y)$, $u = u(x,y)$ *переходит к группе переносов* $\bar{t} = t + a$, $\bar{u} = u$ *и с оператором* $X = \frac{\partial}{\partial t}$.

Определение 3. Дифференциальное уравнение $F(x, y, y') = 0$ допускает данную группу преобразований, если после каждого преобразования из этой группы, уравнение переходит в уравнение того же вида.

Данную группу будем называть *допускаемой*, и ее оператор тоже будем называть*допускаемым*.Знание допускаемой группы позволяет проинтегрировать уравнение первого порядка [2, с. 81-83].

Определим коммутатор $[X_1, X_2]$ любой пары операторов вида

$$X_1 = \xi_1 \frac{\partial}{\partial x} + \eta_1 \frac{\partial}{\partial y} = 0, \quad X_2 = \xi_1 \frac{\partial}{\partial x} + \eta_1 \frac{\partial}{\partial y} = 0.$$

формулой $[X_1, X_2] = X_1 X_2 - X_2 X_1$. В итоге получим оператор вида

$$[X_1, X_2] = \left(X_1(\xi_2) - X_2(\xi_1)\right)\frac{\partial}{\partial x} + \left(X_1(\eta_2) - X_2(\eta_1)\right)\frac{\partial}{\partial y}. \qquad (3)$$

Определение 4. Алгеброй Ли называется векторное пространство L, в которое наряду с любыми операторами $X_1, X_2 \in L$, входит их коммутатор $[X_1, X_2]$.

Для операторов на плоскости (x, y) определим их косое произведение: $X_1 \wedge X_2 = \xi_1 \eta_2 - \xi_2 \eta_1$.

Определение 5.ДифференциальнымуравнениемАбеляназывается дифференциальное уравнение первого порядка, кубическое по зависимой переменной:

$$\dot{y} = a^4 y^3 + a^3 y^2 + a^2 y + a \qquad (4)$$

где $a = a(x)$, $a^4 \neq 0$, таккакв противном случае уравнение Абеля превращается в уравнение Риккати.

Решим следующую задачу: когда это уравнение допускает некоторые заданные группы преобразований.

Для этого рассмотрим двухмерные алгебры Ли 4 типов, которые определяются каноническими структурными соотношениями.

1. $[X_1, X_2] = 0,\ X_1 \wedge X_2 = 0.$
2. $[X_1, X_2] = 0,\ X_1 \wedge X_2 \neq 0.$
3. $[X_1, X_2] = X_1,\ X_1 \wedge X_2 = 0.$
4. $[X_1, X_2] = X_1,\ X_1 \wedge X_2 \neq 0.$

Эти структурные соотношения инвариантны относительно замены.

Пользуясь инвариантностью структурных соотношений 1-4 относительно замены переменных x, y, можно упростить вид базисных операторов алгебры L_2 каждого из перечисленных типов и прийти к результату.

Теорема 4. *Базис алгебры L_2 подходящей заменой переменных может быть приведен к одному их видов:*

1. $X_1 = \frac{\partial}{\partial x},\ X_2 = y\frac{\partial}{\partial x}.$
2. $X_1 = \frac{\partial}{\partial x},\ X_2 = \frac{\partial}{\partial y}.$
3. $X_1 = \frac{\partial}{\partial x},\ X_2 = x\frac{\partial}{\partial x}.$
4. $X_1 = \frac{\partial}{\partial x},\ X_2 = x\frac{\partial}{\partial x} + y\frac{\partial}{\partial x}.$

Переменные t, u называют каноническими переменными.

Найдем общий вид дифференциального уравнения Абеля. Составляем определяющее уравнение и находим его коэффициенты при различных степенях y', после чего составляем общий вид дифференциального уравнения Абеля, допускающее алгебры Ли 1-4 типов.

Алгебра типа 1

$[X_1, X_2] = 0,\ X_1 \wedge X_2 = 0.$

Определяющее уравнение имеет вид:

$$y'^2\left(4y'^3a + 3y'^2b + 2y'c + d\right) - 3y'y'' = 0.$$

После преобразований получаем уравнение Абеля, допускающее алгебра Ли типа 1:

$$y'' = y'b(y).$$

Алгебра типа 2

$[X_1, X_2] = 0,\ X_1 \wedge X_2 \neq 0.$

Имеем определяющее уравнение

$$\left(y'^4 a + y'^3 b + y'^2 c + y' d\right) f' - \left(y'^4 a' + y'^3 b' + y'^2 c' + y' d'\right)\left(y' + f'\right) = 0.$$

Уравнение Абеля, допускающее алгебра Ли типа 2 имеет вид:

$$y''\left(y' + f(y)\right) = y'^3 C_4 + y'^3\left(C_4 f(y) + C_2\right) + y'^2\left(C_2 f(y) + C_1\right) + y' C_1 f(y).$$

Алгебра типа 3

$[X_1, X_2] = X_1,\ X_1 \wedge X_2 = 0.$

Определяющее уравнение

$$y'^2\left(4y'^3 a + 3y'^2 b + 2y' c + d\right) - 2y'' = 0.$$

После преобразований получаем уравнение Абеля, допускающее алгебра Ли типа 3:

$$y'' = y'^2 c(y).$$

Алгебра типа 4

$[X_1, X_2] = X_1,\ X_1 \wedge X_2 \neq 0.$

Определяющее уравнение имеет вид:

$$y y'' f' - y\left(y'^4 a' + y'^3 b' + y'^2 c' + y' d'\right) - y''\left(y' + f'\right) = 0.$$

Уравнение Абеля, допускающее алгебра Ли типа 4:

$$y y''\left(y' + C_5\right) = C_1 y'^4 + C_2 y'^3 + C_3 y'^2 + C_4 y'.$$

Библиографический список

1. Зайцев. В.Ф. Дифференциальные уравнения (структурная теория) / В.Ф. Зайцев, Л.В. Линчук.– СПб.: Книжный дом, 2008. – 15 с.

2. Бибиков П.В. О геометрии квадратичных обыкновенных дифференциальных уравнений Абеля второго порядка / П.В. Бибиков. – М.:Национальный открытый университет «ИНТУИТ».–2015. –№2.– С. 21-34.

3. Чичурин А.В.Использование системы *Mathematica* при поиске конструктивных методов интегрирования уравнения Абеля / А.В. Чичурин // Вечерние записки БрДУ им. А.С.Пушкина. – 2007.–Т.3, ч.2. - С. 24-38.

4. Andrei D. Handbook of ordinary differential equations. Exact Solutions, Methods, and Problems / D. Andrei, V. Polyanin, F. Zaitsev. –Taylor & Francis Group, LLC CRC Press. – 2018. –1 427 p.

РАЗДЕЛ 2. АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ МЕТОДИКИ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ КАК КОНТРОЛЯ И ОЦЕНКИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ УЧЕБНОГО ЗАВЕДЕНИЯ

УДК 373.016:512.1

НЕКОТОРЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ПОКАЗАТЕЛЬНЫХ И ЛОГАРИФМИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ С ПАРАМЕТРАМИ

Давыскиба О.В., Филипенко Н.И.
ГОУ ВПО ЛНР «Луганский национальный университет имени Тараса Шевченко», г. Луганск
davidovao@list.ru

Уравнения с параметрами играют важную роль в формировании логического мышления и математической культуры у школьников. Изучение многих физических процессов и геометрических закономерностей часто приводит к решению уравнений, содержащих параметр. Кроме того уравнения с параметрами предлагаются на государственной итоговой аттестации, едином государственном экзамене.

Однако решение уравнений и задач с параметрами вызывает большие трудности у школьников, так как их изучение не является отдельной составляющей школьного курса математики и рассматривается только на немногочисленных факультативных занятиях.

Целью данной статьи является анализ методов решения показательных и логарифмических уравнений с параметрами.

В каждом итоговом экзамене, проверяющем математическую подготовку на достаточно высоком уровне включают задачи с параметрами. Эти задачи являются наиболее трудными из предлагаемых на экзаменах заданий. Трудности в решении задач с параметрами связаны не столько с их технической сложностью, сколько с отсутствием ясного внимания многоуровневости таких задач.

Например, в обычном уравнении с неизвестными необходимо найти его корни, следуя определенному алгоритму решения, и на этом этапе решение заканчивается. В уравнении с параметром следует перейти на более высокий уровень: необходимо проанализировать корни уравнения, т.е. понять, как они изменяются при изменении данных задачи и корни уравнения удовлетворяли тому или иному условию [1]. Поэтому формирующаяся в школе привычка решить уравнение и на этом поставить точку, также присутствие в подавляющем числе уравнений и неравенств только одной переменной, переводит задачи с параметром в ранг сложных.

Рассмотрим некоторые методы решения логарифмических и показательных уравнений с параметрами [3]:

Метод замены. Метод замены заключается в формулировке исходного условия задачи в терминах новых переменных, существенно упрощающих процесс решения. Чаще всего метод замены используется при решении тригонометрических уравнений или неравенств. Он позволяет сводить их к алгебраическим уравнениям и неравенствам, анализ которых проще. Однако существуют алгебраические задачи, решение которых становится более простым после получения их тригонометрического эквивалента.

Например, решить уравнение:

$$25^x - (a-4)\cdot 5^x - 2a^2 + 10a - 12 = 0$$

Решение:

Обозначим 5^x через t, получим квадратное уравнение $t^2 - (a-4)t + (2a-6)(2-a) = 0$, корни которого $t_1 = 2a - 6$, $t_2 = 2 - a$.

Так как уравнение $5^x = t$ имеет решение при $t > 0$, то искомые значения a найдем из совокупности неравенств:

$$\left[\begin{array}{l} t_1 > 0 \\ t_2 > 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2a - 6 > 0 \\ 2 - a > 0, \end{array}\right. \text{ откуда } a \in (-\infty; 2) \cup (3; +\infty).$$

Графический метод. Задача с параметрами является как минимум задачей с двумя переменными – аргумент и параметр.

Следовательно, решение задачи - упорядоченный набор их значений, может рассматриваться как координаты точки некоторого евклидова пространства. В частности, непустое уравнение относительно одной переменной с одним параметром задает на плоскости некоторую пинию, неравенство относительно одной переменной и одним параметром – некоторые области координатной плоскости. Уравнение относительно двух переменных и одним параметром задает некоторую поверхность в пространстве [2].

Координатно-графический метод представляет искомые решения в виде геометрического места точек на координатной плоскости, где в качестве одной из координат выступает параметр, а в качестве другой - искомая переменная. Решение задачи в том случае рассматривается как значение координаты, соответствующей искомой переменной, принадлежащей пинии или области, задаваемой условием.

Например, найти все значения параметра a, при которых уравнение

$$3^{\left|x^2-4x+3\right|+1}\cdot\log_2\left(\left|x^2-4x+3\right|+1\right) = 3^{1+3a-2a^2}\cdot\log_2\left(1+3a-2a^2\right)$$

имеет три корня.

Решение.

Данное уравнение можно записать в виде

$$f\left(\left|x^2-4x+3\right|+1\right)=f\left(1+3a-2a^2\right),$$

где функция $f\left(t\right)=3^t\cdot\log_2 t$ является возрастающей.

Действительно, так как $\left|x^2-4x+3\right|+1\geq 1$, то $t\geq 1$, следовательно, $\log_2 t\geq 0$.

Таким образом, исходное уравнение равносильно следующему

$$\left|x^2-4x+3\right|+1=1+3a-2a^2.$$

Дальнейшее решение проведем графическим способом.

Для этого определим, при каких значениях параметра a графики функций

$$g\left(x\right)=\left|x^2-4x+3\right|$$

$$h\left(x\right)=3a-2a^2$$

имеют три общих точки на координатной плоскости yOx (рис. 1).

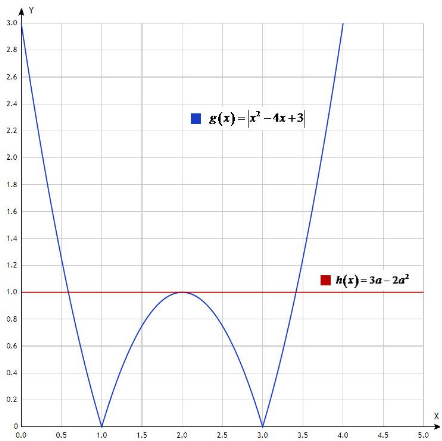


Рис. 1 Графики функций

По графику видим, что требованию задачи отвечает случай $3a-2a^2=1.$

Решая полученное уравнение, находим $a = \frac{1}{2}$ или $a = 1$.

Ответ: при $a = \left\{ \frac{1}{2}; 1 \right\}$ уравнение имеет ровно три решения.

Задачи с параметрами являются одним из эффективных средств развития системного мышления, элементов математического творчества, исследовательских способностей учащихся, повышения уровня их математической культуры. С их помощью проверяется техника впадения формулами, методами решения уравнений, умения выстраивать логическую цепочку рассуждений. Этим объясняется присутствие задач с параметрами в вариантах выпускных и вступительных экзаменах по математике.

Библиографический список

1. Голубев В.И. О задачах с параметром / В.И. Голубев // Математика. – 2002. – № 23. - С. 27-32.

2. Елифанова Т.Н. Графические методы решения задач с параметрами / Т.Н. Елифанова// Математика в школе, 2003. – №7. - С. 17-20.

3. Крамор В.С. Задачи с параметрами и методы их решения / В.С. Крамор – М.: Издательство «Оникс», 2007. -416 с.

4. Севрюков П.Ф. Школа решения задач с параметрами: Учебно-методическое пособие / П.Ф. Севрюков, А.Н. Смоляков. – М.: Инекса, 2009. – 212 с.

УДК 606.61

ПУТИ РЕАЛИЗАЦИИ ПРИКЛАДНОЙ НАПРАВЛЕННОСТИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В СРЕДНЕЙ ШКОЛЕ

Ефанина Ю.В.

студентка 6 курса,

ГОУ ВПО ЛНР «Луганский национальный университет имени Тараса Шевченко», г. Луганск

Научный руководитель: Кривко Я.П,

к.п.н., доцент кафедры фундаментально математики

Julia152736@inbox.ru

Проблему недостаточного использования прикладных задач в процессе обучения математике в своих исследованиях затрагивают многие методисты. **Актуальность** прикладной направленности школьного курса математики заключается в способствовании повышения качества математического образования учащихся, применения их математических знаний к решению задач повседневной практики и в дальнейшей профессиональной деятельности.

Целью нашей статьи является рассмотрение необходимости и пути реализации прикладной направленности обучения математике.

Математика является неотъемлемой частью истории человеческой культуры: она является ключом к познанию окружающего мира, базой научно-технического прогресса. Математические знания и навыки необходимы практически во всех профессиях, прежде всего в тех, которых связаны с естественными науками, техникой, экономикой[2].

В.В. Фирсов отмечает, что математическое образование должно учитывать необходимости отражения прикладных сторон математической науки. Прикладная направленность среднего математического образования основывается на осуществлении целенаправленной содержательной и методологической связи школьного курса математики с практической деятельностью. Учитывая эти факторы, стоит отметить необходимость введения в школьную математику специфических моментов, характерных для исследования прикладных проблем методики математики.

О.С. Титова считает, что реализовать вышеописанную направленность можно с учетом специфик прикладной математики. Она предлагает выполнить такие рекомендации:

- Использование математического объекта. В прикладной математике в качестве такого объекта выступает математическая модель реального объекта.

- Изменение отношения к числу. Число в прикладной математике принято воспринимать чаще всего как количественный показатель, а не как объект.

- Допущение любых трактовок функции.

Стоит уделить отдельное внимание такому способу реализации прикладной направленности математики, как обучение учащихся построению математических моделей. В процессе их построения и исследования отслеживаются межпредметные связи. В физике это могут быть модели колебаний, в экономике – оптимизационные. На уроках математики моделирование используется чаще всего при решении текстовых задач. Однако примерами таких моделей в школьном курсе математики являются и приемы решения задач с помощью уравнений и их систем, изучение различных явлений и процессов с помощью исследования функций.

Учителю необходимо на таких уроках использовать приемы и средства обучения, ориентированные не только на ознакомление с понятием и демонстрацию разных моделей моделирования, а и на самостоятельное их построение и исследование. Так, учащиеся на конкретном примере смогут заметить универсальность математических методов и их прикладной характер.

С.И. Иванова выделяет следующие пути реализации прикладной направленности на уроках математики в средней школе:

- реализация в процессе обучения межпредметных связей, в том числе согласование трактовок одноименных понятий;

- сближение методов решения учебных задач с методами, применяющимися на практике;
- обучение учащихся построению математических моделей;
- привлечение к содержанию учебного материала элементов историзма;
- использование в процессе обучения математики прикладных задач;
- привлечение к содержанию учебного материала практических задач;
- применение современных информационных технологий[1].

Так, использовать в обучении прикладные и практические задачи целесообразно на примерах из других областей знаний, таких как физика, химия, биология, география, экономика и др. Например, при изучении темы «Масштаб» можно дополнительно к заданиям взять карты из атласа по географии или для наглядности выбрать карты районов, в котором проживают учащиеся. Это позволит повысить мотивацию школьников к изучению темы.

Привлечение межпредметных связей в ходе уроков способствует повышению научности обучения, мотивации учащихся и доступности изучаемого материала (теория насыщается практическим содержанием). Однако учителям потребуется освоить другие дисциплины, а практическая задача обычно требует больше времени, чем теоретическая, возникают вопросы соответствия учебной программы.

Учителя отмечают, что учащиеся с заинтересованностью решают и воспринимают задачи практического содержания. Большой интерес вызывает процесс перехода практической задачи в теоретическую, и как чисто теоретической задаче можно придать практическую форму. Задаче прикладной направленности соответствует выполнение таких условий:

1. содержание задач должно затрагивать математические и нематематические проблемы и их взаимосвязь;
2. задачи должны соответствовать программе школьного курса, вводится в процесс обучения как необходимый компонент, служить достижению цели обучения;
3. содержание и требование задач должны соприкасаться с действительностью, используемые в задачах понятия должны быть доступными для учащихся;
4. способы и методы решения задач должны быть приближены к практическим приемам и методам;
5. прикладная часть задач не должна покрывать ее математическую сущность[2].

На уроках математики следует использовать практические задачи, вызывающие споры. Такие задачи учащиеся воспринимают с большим интересом. Ответы на них кажутся простыми и очевидными. Однако ответы у учащихся не совпадают, и возникает спор. Выяснить какой же из ответов верный можно только с помощью убедительно изложенного решения.

Интересной особенностью прикладных математических задач является применение размерных величин.

В задачах с размерностью величин учащиеся на своем опыте в ходе их решения наблюдают ошибки в нем.Например, если a и b – длины, а в процессе решения появится выражение a2–2b, здесь учащиеся смогут сделать вывод, что допущена ошибка[2]. Еще одна важная особенность задач прикладного характера заключается в постоянном стремлении довести решение до числа, причем «круглые» ответы здесь большая редкость. Задачи же, применяемые в школьной практике, чаще всего создают у учащихся представление о том, что «некруглость» ответа является признаком его ошибочности.

Таким образом, методисты отмечают недостаточное количество математических задач с практическим применением в учебном материале школьного курса математики. Необходимость и важность применения задач прикладного характера обосновываются ФГОС среднего общего образования. Однако в учебных пособиях по алгебре и геометрии их недостаточно. Кроме того, отмечается необходимость самостоятельного построения учащимися математической модели при решении задач.

Библиографический список

1. Иванова С.И. Пути реализации прикладной направленности обучения математике / С.И. Иванова [Электронный ресурс] // Молодой ученый. – 2018. – №45. – С. 245-247. – URL: https://moluch.ru/archive/231/53548/ (дата обращения: 14.01.2020).
2. Киякбаева А.Л. Необходимость использования прикладных задач в обучении математике / А.Л. Киякбаева [Электронный ресурс] // Молодой ученый. – 2015. – №19. – С. 9-11. – URL: https://moluch.ru/archive/99/22150/ (дата обращения: 14.01.2020).
3. Титова О.С. О прикладной ориентации школьного курса математики / О. С. Титова // Наука о человеке: гуманитарные исследования. – 2017. – №2(28). – С. 87-92.
4. Фирсов В.В. О прикладной ориентации курса математики / В.В. Фирсов// Математика в школе. – 2006. – №6. – С. 2-9.

УДК[373.016:51]:[373.015.31:316.47]

РАЗВИТИЕ КОММУНИКАТИВНОЙ КОМПЕТЕНЦИИ УЧАЩИХСЯ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

Иванчук Ю.Л.
учитель математики,
ГОУ ЛНР«Стахановская средняя школа № 28»,
ЛНР,г. Стаханов
soschool28@mail.ru

В современном мире все большее значение приобретает умение людей взаимодействовать друг с другом. От того, насколько люди умеют и готовы общаться, обмениваться информацией, зависит эффективность работы, качество взаимоотношений, социальный климат. Важной составляющей межличностного общения является сформированная коммуникативная компетенция. Человек, имеющий развитые коммуникативные навыки, успешно взаимодействует с другими людьми в различных сферах деятельности: бытовой, учебной, социальной, производственной, культурной.

Поэтому для современного учителя проблема развития коммуникативной компетенции учащихся особенно актуальна. Одним из приемов формирования и развития коммуникативных навыков является использование на уроках различных техник вопросов, позволяющих учителю вовлечь в конструктивный диалог учащихся, тем самым активизируя их интеллектуальную, познавательную и творческую деятельность.

Цель данной статьи – поделиться опытом работы по обозначенной проблеме, раскрыть возможности применения техники простых вопросов как одного из способов развития коммуникативной компетенции учащихся.

Термин «коммуникативная компетенция» введен американским ученым-лингвистом, а в системе образования он появился в результате становления т.н. CBE-подхода (competence-based-education), аналогом которого является известный нам компетентностный подход. Понятие «компетентностный подход», в свою очередь, вошло в образование в результате освоения Россией Европейского пространства высшего образования (ЕПВО). Возникновение его обусловлено тем, что триединых «знаний-умений-навыков» стало недостаточно для описания интегрированных результатов образовательного процесса.

Итак, что же такое коммуникативная компетентность? Существует множество различных определений этого понятия. Вот два наиболее распространенные из них:

- коммуникативная компетенция – это умение строить эффективную речевую деятельность и эффективное речевое поведение, которые соответствуют нормам социального взаимодействия, присущим конкретному этносу [4, с.23]
- коммуникативная компетенция – это способность человека к общению в одном или всех видах речевой деятельности, которая

представляет собой приобретённое в процессе естественной коммуникации или специально организованного обучения особое качество реальной личности [7, с.55].

Обобщая, можно сказать, что коммуникативная компетентность – это, прежде всего, готовность и способность к коммуникации, т.е. конструктивному общению. И на сегодняшний день это одно из важнейших качеств, необходимых человеку во всех жизненных ситуациях. Новый государственный образовательный стандарт определяет коммуникативную компетентность как основную (универсальную) компетентность учащихся.

Развитие коммуникативной компетенции на уроках математики дает возможность формировать и развивать у учащихся навыки логических рассуждений, умения структурировать и анализировать информацию, делать выводы, отстаивать собственную точку зрения.

Однако проблема в том, что далеко не все учащиеся сегодня имеют хотя бы базовые коммуникативные навыки. А те «сильные» учащиеся, которые обладают хорошим математическим мышлением и запасом знаний, оказываются не готовы применить их в новых для себя ситуациях, как на уроках, так и в жизни.

Современный мир – это мир информации. Чтобы быть востребованным в этом мире, современному школьнику необходимо учиться работать с информацией: грамотно отбирать ее (в том числе в сети Интернет), анализировать, перерабатывать и, конечно, уметь передавать.

То есть становится очевидным, что развитие коммуникативной компетенции является неотъемлемым условием формирования математической грамотности учащихся.

Поэтому, начиная с 5-6 класса, учителю необходимо большое количество времени уделять развитию коммуникативных навыков учащихся.

Условно структуру коммуникативной компетенции можно представить так:

- устная (обсуждение, дискуссия, презентация, доклад);
- письменная (чтение и получение информации, понимание и написание текстов).

Возникает вопрос: где, на каких этапах обучения учителю следует уделить внимание развитию коммуникативной компетенции учащихся?

Главным элементом учебного процесса был и по-прежнему остается урок. Поэтому на каждом этапе любого, даже стандартного, урока учитель может и должен обращать внимание учащихся на необходимость грамотного и четкого изложения материала.

Рассмотрим пример, как на различных этапах урока учитель может с помощью техники простых вопросов вовлечь учащихся в диалог и заставить их участвовать в процессе урока не в качестве пассивных слушателей, а в качестве активных участников. Именно такой подход заложен в требованиях новых государственных стандартов к современному уроку.

Так, на этапе проверки домашнего задания ученики представляют не просто ответы к заданиям, а комментируют или «представляют» («презентуют») его. Если ответы учащихся отличаются, можно предложить аргументировать свое решение и в процессе дискуссии определить правильное решение и ответ.

На этапе целеполагания учащимся можно предложить самостоятельно сформулировать цели и задачи урока (выдвинуть гипотезы и проверить их правильность).

На этапе актуализации знаний можно предложить ребятам ответить на ряд вопросов, например:

Знаете ли вы, как это посчитать? Какой порядок действий? Какие правила помогут выполнить это задание? Сможете посчитать устно? А есть идеи, как можно сделать проще? Можете сформулировать, каким правилом мы воспользовались?

На этапе первичного усвоения новых знаний вопросы могут быть такими:

Вы слышали когда-нибудь это словосочетание? А что вы знаете о…? Где в обычной жизни мы сталкиваемся с…?Как думаете, что тут можно сделать? Есть идеи, что можно сделать дальше? Повтори, пожалуйста, основную мысль материала, который мы обсудили. Если бы тебе нужно было другу объяснить то, что мы прошли, что бы ты сказал? Можешь теперь своими словами объяснить, что мы сделали? Приведи пример?

Первичная проверка понимания также может осуществляться учителем в виде диалога:

Есть идеи – с чего начать? Решали ли мы раньше такое? Какой будет план/порядок действий? Знаем ли мы формулу, которая бы связывала эти понятия? Кто знает правило об…? Какую формулу можем применить? Нет ли тут противоречия? Проговорим правило/метод, которым мы воспользовались.

На этапе первичного закрепления:

Проговори, пожалуйста полностью новый алгоритм/правило, который ты использовал/научился применять/запомнил. Как мы будем решать такую задачу в следующий раз? Если бы тебе нужно было другу объяснить то, что мы прошли, что бы ты сказал?

Информация о домашнем задании, инструктаж по его выполнению может предполагать такие вопросы:

С чего ты начнешь выполнять это задание? Какое правило/теорему необходимо применить, чтобы выполнить это задание? Какая будет последовательность действий для выполнения этого задания? Какое самое трудное/простое задание? Что вызовет трудность при выполнении этого задания? Сможешь выполнить домашнее задание, не заглядывая в доп. источники?

Рефлексия:

Что из сегодняшнего урока вам запомнилось лучше всего? Что было труднее всего? Какие новые методы ты теперь знаешь? Можешь пересказать правило, которое мы изучили? Какие новые приемы мы применили на практике?

Таким образом, организуя урок в виде диалога, учитель, с одной стороны, имеет возможность вовлечь в работу всех учащихся, а с другой – заставляет учащихся говорить: формулировать мысли, проговаривать правила и алгоритмы, генерировать идеи и отстаивать их, учит работать в команде.

На нестандартном уроке возможностей для развития коммуникативных навыков еще больше. Помимо традиционной формы возможно использование и других типов урока: урок-диспут; урок-практикум; урок с использованием технических средств обучения; урок-игра; урок-путешествие; интегрированный урок; урок-интеллектуальный марафон и др.

Использование учителем инновационных технологий также расширяет возможности для развития коммуникативной компетентности учащихся. Наиболее удачные, на наш взгляд, технологии, позволяющие наиболее эффективно развивать коммуникативные навыки учащихся, это: проектная технология; технология проблемного обучения, технология развития критического мышления.

Отдельно стоит сказать о возможностях развития коммуникативной компетенции учащихся во внеурочной (внеклассной) деятельности. Это:

- подготовка к олимпиадам, где задача учащегося – предложить различные нестандартные способы решения задания, выбрать наиболее рациональный из них и обосновать его;
- кружковая деятельность, где учитель имеет возможность предложить учащимся сформулировать имеющиеся проблемы, остановиться на наиболее труднодоступном материале, подробнее разобрать «просевшие» темы и при этом выбирать те формы работы, которые будут наиболее результативными;
- внеклассные предметные мероприятия: игры, конкурсы, соревнования (здесь даже те учащиеся, которые имеют средний или низкий уровень знаний, имеют возможность проявить кругозор, смекалку и сообразительность и выступить в роли активного участника).

И особенно показательным с точки зрения не только развития, но и оценки уровня коммуникативной компетенции учащихся, является, на наш взгляд, участие в работе научно-практических конференций, конкурсах-защитах ученических научно-исследовательских работ. Участие в подобных мероприятиях позволяет учащимся применить на практике навыки публичного выступления, ведения дискуссии, презентации результатов собственной деятельности.

Работая над проблемой развития коммуникативной компетенции учащихся, учителю, прежде всего, самому необходимо владеть навыками грамотной выразительной речи, умением излагать мысли четко, последовательно и эмоционально, готовностью к конструктивному общению.

Это помогает учителю работать творчески и интересно, а для ребенка урок становится самым любимым и увлекательным. Учащийся усваивает материал в процессе диалога, не замечая интеллектуальной нагрузки, быстро, весело, с удовольствием.

Библиографический список

1. Заир-Бек С.И. Развитие критического мышления на уроке: Пособие для учителя / С.И. Заир-Бек, И.В. Муштавинская. – М.: Просвещение, 2004. – 175с.
2. Зимняя И.А. Ключевые компетентности как результативно-целевая основа компетентностного подхода в образовании / И.А. Зимняя. – М.: Исследовательский центр проблем качества подготовки специалистов, 2004. – 38 с.
3. Немов Р.С. Практическая психология: Учеб. пособие / Р.С. Немов. – М.: Гуманит. изд. Центр ВЛАДОС, 1997. – 320 с.
4. Сафонова В.В. Коммуникативная компетенция: современные подходы к многоуровневому описанию в методических целях / В.В. Сафонова // О чем спорят в языковой педагогике. – М.: Еврошкола, 2004. – 236 с.
5. Седов К.Ф. Дискурс и личность / К.Ф. Седов – М.: Лабиринт, 2004. – 320 с.
6. Хуторской А.В. Ключевые компетенции и образовательные стандарты / А.В. Хуторкой // Интернет-журнал «Эйдос». – 2002. – №2. – 23 с.
7. Царенков Д.И. Базисные составляющие коммуникативной компетенции и их формирование на продвинутом этапе обучения студентов-нефилологов / Д.И. Царенко // Русский язык за рубежом. – 1990. – №4. – С. 54-60.

УДК 373.091.275:51

ТЕКСТОВЫЕ ЗАДАЧИ В СОСТАВЕ ЕГЭ

Котова М.А.
студентка 1 курса магистратуры специальности «Математика»,
Гаврыш В.А.
студентка 3 курса специальности «Математика»
Савельев В.М., *к.ф-м.н., доцент*
ГОУ ВПО ЛНР «Луганский национальный университет имени Тараса Шевченко», г. Луганск
enjoykin1998@gmail.com

Математика входит в каждую область человеческой деятельности. Данный предмет был в числе первых предметов, включенных в итоговую аттестацию в форме Единого Государственного Экзамена (ЕГЭ), где особое место отводится текстовым задачам.

Текстовые задачи являются важным средством обучения математике. С их помощью учащиеся получают навык работы с величинами, познают связи между ними, получают навык применения математики к решению практических (либо верных) задач.

Умение решать текстовые задачи дает возможность проверить у выпускников существование логического мышления, сообразительности, наблюдательности и способности к анализу полученных результатов. Следовательно, основной целью выпускника является навык решения подобного рода задач, а так же прочное усвоение различных методов, применяемых в процессе их решения.

В текстовых задачах речь идёт о конкретных ситуациях из практической деятельности. Они позволяют проверить не только навыки в решении уравнений и их систем, но и умение описывать с помощью математических соотношений реальные события [1]. Этим и объясняется тот факт, что задачи на составление уравнений являются непременным элементом контрольно-измерительных материалов ЕГЭ по математике как базового, так и профильного уровней [2].

Рассмотрим методику использования текстовых задач, которые присутствуют в тестах ЕГЭ [3].

Решение любой текстовой задачи состоит из трех основных моментов:

1.удачного выбора неизвестных;

2.составление уравнения и формализации того, что требуется найти;

3.решение полученного уравнения.

Во время решения текстовых задач полезно пользоваться следующими советами [4]:

1. Первое прочтение задачи является ознакомительным. Надо попытаться получить информацию и представить её в другом виде – это может быть как рисунок, так и таблица, а так же просто краткая запись условия задачи. Таблица является универсальным средством и позволяет решать большое количество идейно близких задач.

2. Второе прочтение преследует за собой выбор неизвестных, при этом не берем во внимание числа и «мелочи». Самое главное, чтобы неизвестные соответствовали условию задачи, при составлении соответствующей “математической модели” (уравнение, неравенство, система уравнений или неравенств).

3. Во время третьего прочтения задачи следует ее условие разделить на логические части. Необходимо следить за тем, что обозначает, каждая фраза текста задачи в полученной математической записи и чему в тексте задачи соответствует каждый «знак» полученной записи.

Является необходимым не только составление уравнения, неравенства, системы уравнений или неравенств, но так же и выполнение решения составленного. В случае, когда решение задачи не получается, необходимо ещё раз перечитать и совершить анализ задачи (заданного текста и полученной записи). Иногда по условию задачи достаточно отыскать не сами неизвестные, а их комбинации. Например, не x и y, $x+y$, $\frac{x}{y}$, $\frac{1}{y}$ и т. п.

Можно рассмотреть вопросы, которые помогут при решении задач разных типов.

1. Какой процесс рассматривается в задаче? Какими величинами он характеризуется? (Количество величин соответствует числу столбцов таблицы).
2. Сколько процессов описано в задаче? (Количество процессов соответствует числу строк в таблице).
3. Какие величины известны? Что именно надо найти? (Таблица заполняется данными задачи; ставится знак вопроса).
4. Как связаны величины в задаче? (Вписать основные формулы, выяснить связи и соотношения величин в таблице).
5. Какую величину (величины) удобно выбрать в качестве неизвестной или неизвестных? (Клетки в таблице заполняются в соответствии с выбранными неизвестными).
6. Какие условия используются для составления «модели»? (Выписать полученную «модель»).

Рассмотрим примеры текстовых задач в составе ЕГЭ:

Задача. Татьяна сделала вклад в банк в размере 5500 рублей. Начислениепроцентовосуществляетсяраз в год, и эти проценты прибавляются к текущей сумме вклада. Спустя год Ольга положила такую же сумму в этот же банк и на тех же условиях. Ещё через год Татьяна и Ольга одновременно закрыли вклады и забрали деньги. В результате Елена получила на 739,2 рубля больше, чем получила Ольга. Выясните, какой процент годовых начислял банк по вкладам?

Решение:

Пусть процент годовых будет x, тогда через год вклад Татьяны составил:

$5500 + 0.01 \cdot x \cdot 5500 = 5500 \cdot (1 + 0.01 \cdot x)$,а ещё через год – $5500(1 + 0.01 \cdot x)^2$рублей. Вклад Натальи лежал в банке только год, потому он равен $5500 \cdot (1 + 0.01 \cdot x)$рублей. А разность между получившимися вкладами Елены и Натальи составила739,2 рубля.

Составим и решим уравнение:

$$5500(1 + 0.01 \cdot x)^2 - 5500 \cdot (1 + 0.01 \cdot x) = 739{,}2$$
$$(1 + 0.01 \cdot x)^2 - (1 + 0.01 \cdot x) = 0{,}1344$$
$$x^2 + 100 \cdot x - 1344 = 0$$
$$x_1 = -112 x_2 = 12$$

Банк начислял 12%годовых.

Ответ:12

Задача. Имеется два сплава. Первый содержит12 % меди, второй – 28 %меди. Масса второго сплава больше массы первого на 2 килограмма. Из этих двух сплавов изготовили третий сплав, в котором содержится 21 % меди.

Какова масса третьего сплава? Запишите ответ в килограммах.

Решение:

Обозначим массу первого сплава через x кг. Тогда масса второго сплава$(x + 2)$ кг. Содержание железа в первом сплаве равно$0{,}12 \cdot x$ кг, во втором сплаве$-0{,}28(x + 2)$кг. Третий сплав имеет массу$x + x + 2 = 2x + 2$(кг),и в нём содержание меди равно$2(x + 1) \cdot 0{,}21 = 0{,}42(x + 1)$кг.

Составим и решим уравнение:

$$0{,}12x + 0{,}28(x + 2) = 0{,}42(x + 1)$$
$$6x + 14(x + 2) = 21(x + 1)$$
$$x = 7$$

Масса третьего сплава:$2 \cdot 7 + 2 = 16$ (кг).

Ответ: 16 кг.

Задача. Кире дали задание сделать100открыток.Ежедневно Кираизготавливает на одно и то же количество открыток больше, чем в предыдущий день. В первый день девочка смастерила 5 открыток. Сколько было изготовлено открыток в последний день, если на выполнение всей работы Кире потребовалось 8 дней?

Решение:

Так как количество открыток ежедневно увеличивалось на одно и то же число, то число ежедневно сделанных открыток образует арифметическую прогрессию, первый член этой прогрессии равен 7. Распишем число выполненных открыток по формуле суммы первых членов арифметической прогрессии, получим:

$$a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_8 = \frac{a_1 a_8}{2} \cdot 8 = 100;$$
$$5 + a_8 = 25\ ;$$
$$a_8 = 25 - 5 = 20\ .$$

Итак, Кира изготовила 20 открыток в последний день.

Ответ: 20

Решение текстовых задач способствует развитию способности предсказывать заранее результат, находить верный путь в запутанных условиях. Несмотря на то, что изучение математики подразумевает большой труд, но ее изучение приносит много пользы и учит преодолевать трудности.

Творческая работа, направленная на составление задачи и ее решения, приводит к более осознанному пониманию зависимости между величинами, дает осознание, что числа берутся непроизвольно: некоторые задаются, а другие получаются на основе выбранных. Использование алгоритмов, таблиц, рисунков, схем, общих приемов дает возможность ликвидировать у большей части учащихся страх перед текстовой задачей, научить распознавать типы задач и правильно выбирать прием решения [5].

Табличная форма записи условия и требования текстовых задач эффектное средство обучения учащихся решению текстовых задач алгебраическим способом. Для сложных задач нужно использовать и другие, более «гибкие» модели поиска решения текстовых задач. При решении простых задач необходимо выявить и отработать общую схему решения. Это облегчит решение более сложных задач.

Библиографический список

1. Демидова Т.Е. Теория и практика решения текстовых задач: учеб.пособие для вузов / Т.Е. Демидова, А.П. Тонких. – М.: Академия, 2002. – 347 с.

2. ЕГЭ. Математика. Профильный уровень: типовые экзаменационные варианты: 36 вариантов / И.Р. Высоцкий, П.И. Захаров, В.С. Панферов и др.; под ред. И.В. Ященко. – М.: Изд-во «Национальное образование», 2017. –256 с.

3. Иванова Т.А. Технология обучения школьников решению математических задач / Т.А. Иванова // Задачи в обучении математике: теория, опыт, инновации. Материалы Всероссийской научно-практической конференции, посвященной 115-летию член.-корр. АПН СССР П.А. Ларичева. – Вологда: Изд-во «Русь», 2007. – С. 246-250.

4. Попов Н.И. Использование специальной методики при обучении решению математических задач / Н.И. Попов, А.Н. Марасанов // Вестник МГОУ. Серия: Педагогика. – 2014. – № 1. – С. 86-89.

5. Эрдниев П.М. Очерки по методике преподавания математики в средней школе / П. М. Эрдниев. – Элиста: Калмиздат, 1968. – 344 с.

УДК 373.016:512

АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПРЕПОДАВАНИЯ ПРОГРЕССИЙ В КУРСЕ АЛГЕБРЫ СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ

Кривошеева А.О.

учитель математики,

Государственное образовательное учреждение среднего профессионального образования Луганской Народной Республики «Луганское высшее училище физической культуры», г. Луганск

krivosheeva.aly.17@mail.ru

Одним из актуальных вопросов в педагогике, в целом, и в математике, в частности, является активизация познавательной деятельности учащихся. Познавательная активность представляет собой двусторонний процесс, в котором учитель создает условия для активизирующего процесса познания, а ученик является демонстрантом результата условий, т.е. саму познавательную активность. Так как тема «Арифметическая и геометрическая прогрессии» в курсе алгебры средней школы изучается только в 9 классе и очень обособленно при этом, практически, не пересекаясь с другими разделами школьной программы, то для достаточно высокого уровня знаний учеников нам следует активизировать их познавательную деятельность. Поэтому активизация познавательной деятельности учеников является актуальной, как для применения в средних школах с математическим уклоном, так и средних школ базового уровня.

В данной статье мы покажем применение активизации познавательной деятельности учащихся на уроках алгебры по теме «Арифметическая и геометрическая прогрессии».

Прогрессии в средней образовательной школе изучаются, как уже было сказано, в 9 классе. На данную тему в программах общеобразовательных классов выделяются 14 часов. Первый урок по прогрессиям начинается с понятия последовательности, n-го члена последовательности, а так же использования индексных обозначений, т.е. вывод формул и решение по формулам. Рассмотрим несколько примеров на последовательности для развития познавательной активности учащихся.

Пример 1.[4] Найдите первые шесть членов последовательности, заданной формулой n-го члена $x_n = \dfrac{n}{n+1}$.

Пример 2.[4] Вычислите второй, третий, четвертый и пятый члены последовательности, если известно, что первый член равен 10, а каждый следующий на 3 больше предыдущего.

При решении примера 1 учащиеся должны провести аналогию между индексом *n* при *x* и неизвестной *n* в данной формуле. То есть чтобы найти пятый член последовательности следует неизвестную *n* заменить числом 5. Для решения примера 2 учащимся следует вывести самим формулу. Поэтому обозначаем последовательность, например, b_n, после записываем первый член последовательности через b_1 и указываем, что для нахождения второго члена последовательности нужно составить следующую формулу: $b_2 = b_1 + 3$, чтобы найти третий член: $b_3 = b_2 + 3$. Продолжая данное рассуждение, получим формулу для нахождения последующего члена через предыдущий: $b_{n+1} = b_n + 3$. Формула, в которой последующий член последовательности находится через предыдущий называется рекуррентной.

Как в примере 1, так и в примере 2, учащихся подводили к самостоятельным выводам и аналогиям, что показывает активизацию познавательной деятельности учащихся.

Знания о последовательностях учащиеся применяют при введении определений арифметической и геометрической прогрессий, выводе формул n-го члена прогрессий и их суммы. При формулировке определения прогрессий, следует обратить внимание, что они являются простейшими примерами последовательностей, которые задаются рекуррентным способом.

На первых уроках прогрессий можно показать учащимся несколько последовательностей, среди которых будут выделяться наши последовательности.

Например:

1) 10; -10; 10; -10; … .

2) 0,2; 0,02; 0,002; … .

3) 2008; 2010; 2012; 2014; … .

4) 5; 5; 5; 5; … .

5) $\frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \frac{1}{5}; \ldots$.

6) -2; -3; -4; -5; …

Из данного перечня последовательностей учащиеся самостоятельно выделяют арифметическую и геометрическую прогрессии, пользуясь логическими мышлением и полученными сведениями, из определений составленными с помощью учителя. Так же следует указать, что 4-ая последовательность является одновременно, и арифметической прогрессией с разностью $d = 0$ и геометрической прогрессией со знаменателем $q = 1$.

Следующим рассмотрим вывод формул *n*-го члена прогрессий. Так как вывод формул исходит благодаря рекуррентной формуле, что мы применяли в примере 2, покажем более наглядно, используя арифметическую прогрессию.

Пусть дана арифметическая прогрессия (a_n), первый член которой равен a_1 и разностью d :

$$a_2 = a_1 + d;$$

$$a_3 = a_2 + d = a_1 + d + d = a_1 + 2d;$$

$$a_4 = a_3 + d = a_1 + 2d + d = a_1 + 3d;$$

$$a_5 = a_4 + d = a_1 + 3d + d = a_1 + 4d;$$

$$\ldots;$$

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

После нескольких преобразований по нахождению третьего, четвертого и пятого членов прогрессии учащиеся замечают, что первый член остается неизменным, а разность увеличивается на единицу меньше индекса члена, прогрессии которого мы находим.

Так же учитель может подвести учащихся, на этом уроке, к характеристическим свойствам прогрессий. Например, предложить найти среднее арифметическое (геометрическое) чисел 7 и 13, записать полученное число с данными по возрастанию и убедиться является ли этот ряд чисел арифметической (геометрической) прогрессией.

Вывод суммы первых n членов арифметической и геометрической прогрессий можно осуществить следующим образом:

- для арифметической прогрессии можно рассказать предание о маленьком Карле Гауссе,[2] который быстро решил задачу о нахождении суммы первых ста натуральных чисел, в десятилетнем возрасте. После рассуждений учащихся можно преступать к выводу формулы суммы первых n членов арифметической прогрессии;
- для геометрической прогрессии расскажем индийскую легенду об изобретателе шахмат Сете, и поставить проблему для учащихся: «Сколько зерен получил Сета за свое изобретение?»[4]. Далее поступаем аналогично выводу формулы суммы первых n членов арифметической прогрессии.

Таким образом, для эффективного изучения и усвоения темы «Арифметическая и геометрическая прогрессии» следует особое внимание уделять активизации познавательной деятельности учащихся. Так как данная тема является индивидуальной, т. е. практически не пересекается с другими темами учебной программы, поэтому главной задачей учителя наиболее доступно и объемно привить знания и умения по прогрессиям. Как мы можем убедиться из педагогического опыта учителей, ученики принимающие участие в рассуждениях определений, выводе и преобразовании формул запоминают более качественно материал темы. Поэтому активизация познавательной деятельности является неотъемлемым помощником для учителя при изучении прогрессий.

Библиографический список

1. Колягин Ю.М. Методика преподавания математики в средней школе / Ю.М. Колягин, В.А. Оганесян и др. // Общая методика. Учебное пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. институтов. – М.: Просвещение, 1975. – 462 с.
2. Колягин Ю.М. Изучение алгебры в 7-9 кл. / Ю.М Колягин, Ю.В. Сидоров и др. // Кн. для учителя. – М.: Просвещение, 2002. – 287 с.
3. Коротаева Е.В. Обучающие технологии в познавательной деятельности школьников / Е.В. Коротаева // Библиотека журнала Директор школы. – М.: Сентябрь. 2003. – № 2. – С. 114-153.
4. Макарычев Ю.Н. Алгебра – 9. Учебник для 9 кл. сред. шк. / Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, С.Б. Суворова.– М.: Просвещение, 2002. – 347 с.

УДК 373.091.322:51

ОБЗОР МЕТОДИК ПОДГОТОВКИ ШКОЛЬНИКОВ К МАТЕМАТИЧЕСКИМ ОЛИМПИАДАМ

Скринникова А.В., Чепелева О.Ю.
ГОУ ВПО ЛНР «Луганский национальный университет имени Тараса Шевченко», г. Луганск
ann3005@rambler.ru

В настоящее время отечественными педагогами применяются чаще всего либо методика подготовки школьников к математическим олимпиадам на основе системного подхода либо на основе интенсивной подготовки. Некоторые авторы используют эти методики в сочетании. Практически все педагоги-ученые считают, что при подготовке к олимпиадам следует уделять большое внимание и поощрять самостоятельную работу учащихся [1-6].

Цель работы – выявить особенности методик подготовки учащихся к математическим олимпиадам.

Наиболее распространена в литературе методика подготовки школьников к олимпиадам, которая разрабатывалась М.И. Баишевой [1] вначале 20 века, и носит системный характер. Она включает этапы: 1) диагностический (выявление наиболее подготовленных, одаренных и заинтересованных школьников); 2) планирования (оптимальное выстраивание индивидуальных образовательных траекторий для каждого участника); 3) практический (включает обязательное решение задач разного уровня сложности, участие в предметных олимпиадах, конкурсах, интернет-олимпиадах, чемпионатах); 4) обобщения и коррекции (обсуждение, разбор наиболее интересных задач, возможных способов решения).

Интенсивная подготовка (тренировка) проводится непосредственно перед конкурсами, олимпиадами. Методика, использующая такой подход, изложена в [5]. Однако, как и многие спортивные тренеры, не все педагоги, ведущие подготовку школьников к олимпиадам, являются приверженцами этой методики. Объясняют это тем, что возрастающее психологическое давление перед соревнованием может снизить вероятность того, что участник покажет высокий результат.

Ядром методики подготовки школьников к олимпиадам на основе интенсивной подготовки, как и методики М.И. Баишевой, считают кружковую работу. В основе же кружковой работы лежит принцип строгой добровольности [2].

Темы, которыми занимаются в математическом кружке, обычно выходят за рамки школьной программы. Немалая часть занятия посвящается решению нестандартных (олимпиадных) задач. И задачи, и темы занятий подбираются так, чтобы стимулировать творческие способности и развивать математическое мышление. Нередко теория приходит к ученикам естественным путём, через задачи, которые они решают. Важную часть программы кружка составляют математические игры, соревнования, конкурсы.

В кружковой работе по математике выделяют следующие составляющие, направленные на то, чтобы: 1) показать приемы решения олимпиадных задач, 2) помочь школьнику выработать навыки решения задач, 3) эмоциональная подготовка [6].

Среди приемов решения олимпиадных задач выделяют:

- метод математической индукции;
- метод инвариантов;
- метод привлечения знаний из разных областей математики;
- метод рассуждения о свойствах объекта задачи, нахождении взаимосвязи с другими свойствами;
- принцип Дирихле;
- метод установления промежуточных фактов, гипотез и др.

Для того чтобы освоить приемы решения олимпиадных задач, нужно брать задачу определенного типа и решать её до тех пор, пока не получится. Это может занять даже 3-4 часа. Если решить задачу не получается, то можно найти наподобие решенные примеры и разбирать их досконально, а после снова начинать решать задачу, которая не получилась первоначально. Далее решая не менее пяти задач такого типа, прием усваивается и нарабатывается навык. Решая задачи разных уровней сложности, ученик накапливает свои опыт и навыки, закрепляет методы решения конкретного типа задач. Для выработки навыков решения олимпиадных задач некоторые авторы считают необходимым каждый день решать, как минимум 2-3 задачи [3]. Другие – заниматься одной из форм кружковой работы: индивидуальной, групповой или массовой по 2-3 часа в день [4]. Олимпиадные задачи есть на сайтах Центра непрерывного математического образования (http://olympiads.mccme.ru/), МГУ (http://lomonosov.msu.ru/), МФТИ (http://www.fizteh2012.ru/variants) и др.

Эмоциональной подготовке в методике на основе интенсивной подготовки уделяется серьезное место. Перед подготовкой к конкретной олимпиаде рекомендуют [5] ознакомить школьника с положением и условиями ее проведения: составом жюри, апелляционной комиссии, задачами предыдущих лет. Основным является настрой ученика учителем на психологическое спокойствие на олимпиаде. В кружковой работе рассматриваются некоторые приемы, направленные на достижение этого состояния.

Кружковой работе посвящено большое количество книг и научных статей, однако, методика подготовки школьников к олимпиадам на основе интенсивной тренировки (подготовки) подразумевает сильное наращивание количества часов занятий в математическом кружке перед важными мероприятиями и спад в межсезонье.

На данный момент наблюдается дисбаланс математических знаний обучающихся в ЛНР и требований, предъявляемых на математических олимпиадах, проводимых в других странах, ввиду того, что в школах зачастую математику и/илиматематические кружки ведут или студенты, еще не сформировавшиеся как педагоги, или пенсионеры с признаками эмоционального выгорания.

Заключение.

Основные особенности подготовки школьников к математическим олимпиадам заключаются в следующем: 1) обязательна внеклассная (кружковая) работа с учащимися: индивидуальная, групповая, массовая; 2) уровень сложности задач, разбираемых при внеклассной работе, либо повышенный либо задачи сформулированы нестандартно; 3) обязательно применение нестандартных, изящных решений; 4) больше внимания необходимо уделять самостоятельной работе учащихся.

Библиографический список

1. Баишева М.И. Совершенствование методики подготовки учащихся к олимпиадам по математике (на примере 3-5 классов): автореф. дис…канд. пед. наук: 13.00.02 / М.И. Баишева. – Москва, 2004. – 23 с.
2. Друшлякова Е.В. Способы выявления одаренных учащихся / Е.В. Друшлякова // Учитель в школе. – 2009. – № 4. – С. 76-78.
3. Канель-Белов А.Я. Олимпиадный ковчег / А.Я. Канель-Белов, А.С. Трепалин, И.В. Ященко. – М.: МЦНМО, 2014. – 236с.
4. Карягина А.В. Курс математики для нематематических специальностей и направлений бакалавриата: учебное пособие / А.В. Карягина. – СПб.: Лань П, 2016. – 576 с.
5. Скопенков А.Б. Олимпиады и математика / А.Б. Скопенков // Математическое просвещение.– 2006.– №10.– С. 57-63.
6. Шаповалов А.В. Как готовиться к математическим боям / А.В. Шаповалов, Л.Э. Медников – М.: МЦНМО, 2014. – 198с.

УДК 517.957

НЕЛИНЕЙНЫЕ УРАВНЕНИЯ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ

Суркова Е.В., Темникова С.В.
ГОУ ВПО ЛНР «Луганский национальный университет имени Тараса Шевченко», г. Луганск
missis.infinity99@yandex

Проникновение математики как науки в различные отрасли производства даёт возможность для исследования того или иного процесса или явления. Основой организации и управления производством являются математические модели (приближенное описание объекта моделирования, выраженное с помощью математической символики), а большинство физических явлений описывается на языке дифференциальных уравнений, содержащих неизвестные функции под знаком дифференциала или производной.

Нелинейные дифференциальные уравнения в частных производных второго и более высоких порядков (нелинейные уравнения математической физики) часто встречаются в различных областях математики, физики, механики и во многих приложениях. Общее решение нелинейных уравнений математической физики удаётся получить довольно редко, поэтому часто приходится ограничиваться поиском и анализом частного решения, которое принято называть точным решением. Точные решения наглядно демонстрируют и помогают разбираться в механизмах следующих сложных нелинейных эффектов: множественность и отсутствие стационарных состояний, существование режимов с обострением, пространственная локализация процессов переноса и многие другие.

Цель данной работы заключается в исследовании методов и типов решения нелинейных уравнений в частных производных. Объектом исследования являются нелинейные уравнения в частных производных, а предметом исследования – формы и методы решения нелинейных уравнений в частных производных.

Рассмотрим общий вид нелинейного дифференциального уравнения:

$$F(u,\, y^1, \ldots, y^n, \frac{\partial u}{\partial y^1}, \ldots, \frac{\partial u}{\partial y^n}) = 0 \qquad (1)$$

для вещественной функции $u = u(y)$ от n независимых переменных, где $F(u,\, y,\, p)$ -вещественная функция.

В работе [1] рассмотрена следующая классификация основных типов решения нелинейных уравнений в частных производных:

- решения, которые выражаются через элементарные функции;
- решения, выражающиеся в виде квадратур (представление решения аналитическими формулами, при записи которых используется указанный список допустимых функций и перечисленный заранее набор математических операций);
- решения, описывающиеся обыкновенными дифференциальными уравнениями и их системами;
- решения, выражающиеся через линейные уравнения с частными производными;
- решения, выражающиеся уравнениями с частными производными, с меньшим количеством переменных.

Метод разделения переменных [2] является одним из самых распространённых методов решения нелинейных уравнений математической физики. Для уравнения, зависящего от двух независимых переменных x и t, и искомой функции w данный метод основывается на поиске точных решений в виде произведения функций различных аргументов:

$$w(x,t) = \varphi(x)\psi(t) (2)$$

Интегрирование отдельных классов нелинейных уравнений с частными производными первого порядка основывается на поиске точных решений, которое будет представимо в виде суммы функций, зависящих от разных аргументов:

$$w(x,t) = \varphi(x) + \psi(t) \quad (3)$$

Точные решения данного вида называются решениями с мультипликативным и аддитивным разделением переменных.

Подставив (2) или (3) в рассматриваемое уравнения (1) и выполнив элементарные алгебраические операции, получим равенство двух выражений, зависящих от разных аргументов. Такая ситуация возможна лишь в том случае, когда каждое из полученных выражений равно одной и той же постоянной величине. В результате получим обыкновенное дифференциальное уравнение для искомых величин.

При решении уравнения функции $\varphi_i(x)$ и$\psi_j(y)$ в общем случае неизвестны и определяются в ходе исследования.

Наиболее часто при использовании метода с обобщенными разделяющими переменными встречается решение специального вида[1]:

$$w(x,y) = \varphi(x)\psi(y) + \chi(x).$$

Метод функционального разделения [3] применяется к нелинейным уравнениям, которые получились в результате замены $w = F(z)$ из линейных уравнений математической физики с разделяющимися переменными для функции$z = z(x,y)$ будут иметь точное решение, представимое в виде:

$$w(x,y) = F(z), \qquad \text{где } z = \sum_{m=1}^{n} \varphi_m(x)\psi_m(y) \quad (4)$$

Решение данного вида (4) называют решением с функциональным разделением переменных.

Выделяют несколько специальных видов:

1) $w = F(z)$, $z = \psi_1(y)x + \psi_2(y)$ (аргумент z линеен по x);

2) $w = F(z)$, $z = \psi_1(y)x^2 + \psi_2(y)$ (аргумент z квадратичен по x);

3) $w = F(z)$, $z = \psi_1(y)e^{\lambda x} + \psi_2(y)$ (аргумент z содержит экспоненциальную функцию x).

После того, как одно из данных выражений подставляется в рассматриваемое уравнение необходимо исключитьx с помощью выражения для z.

Пример 1: Рассмотрим нелинейное уравнение третьего порядка для функции тока [1]:

$$\frac{\partial w}{\partial y}\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} - \frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = \nu \frac{\partial^3 w}{\partial y^3}$$

Будем рассматривать точное решение этого уравнения с обобщенным разделением переменных в виде:

$$w(x,y) = x\psi(y) + \theta(y)$$

где $\varphi_1(x) = x, \varphi_2(x) = 1$. Подставим данное точное решение в рассматриваемое уравнение, после чего получим:

$$(x\psi + \theta)'_y((x\psi + \theta)'_x)'_y - (x\psi + \theta)'_x\big((x\psi + \theta)'_y\big)'_y = v\Big(\big((x\psi + \theta)'_y\big)'_y\Big)'_y$$

$$\big(x\psi'_y + \theta'_y\big)\psi'_y - \psi\big(x\psi''_{yy} + \theta''_{yy}\big) = v\big(x\psi'''_{yyy} + \theta'''_{yyy}\big)$$

$$x\big(\psi'_y\big)^2 + \psi'_y\theta'_y - x\psi\psi''_{yy} - \psi\theta''_{yy} = vx\psi'''_{yyy} + v\theta'''_{yyy}$$

$$x\big(\psi'_y\big)^2 + \psi'_y\theta'_y - x\psi\psi''_{yy} - \psi\theta''_{yy} - xv\psi'''_{yyy} - v\theta'''_{yyy} = 0$$

$$x\Big(\big(\psi'_y\big)^2 - \psi\psi''_{yy} - v\psi'''_{yyy}\Big) + \Big(\psi'_y\theta'_y - \psi\theta''_{yy} - v\theta'''_{yyy}\Big) = 0$$

При любых значениях x равенство будет верным, если обе скобки будут обращаться в нуль, то есть:

$$\begin{cases} \big(\psi'_y\big)^2 - \psi\psi''_{yy} - v\psi'''_{yyy} = 0 \\ \psi'_y\theta'_y - \psi\theta''_{yy} - v\theta'''_{yyy} = 0 \end{cases}$$

Данная система будет иметь точное решение вида:

$$\psi = \frac{6v}{y + C_1}, \quad \theta = \frac{C_2}{y + C_1} + \frac{C_3}{y + C_1} + C_4$$

где C_1, C_2, C_3, C_4-производные постоянные.

Подставим данные точные решения в первоначальное уравнение и получим:

$$w = \frac{6vx}{y + C_1} + \frac{C_2}{y + C_1} + \frac{C_3}{(y + C_1)^2} + C_4.$$

Пример 2: Рассмотрим нелинейное уравнение гиперболического типа [4]:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = a\frac{\partial}{\partial x}\left(w\frac{\partial w}{\partial x}\right) + f(t)w + g(t) \quad (5)$$

где $f(t)$ и $g(t)$- произвольные функции.

Ищем решение данного уравнения с обобщенным разделением переменных следующего вида:

$$w(x,t) = \varphi(x)\psi(t) + \chi(t) \quad (6)$$

Подставив данное решение в рассматриваемое уравнение получим:

$$\big(\varphi(x)\psi(t) + \chi(t)\big)''_{tt} = a\Big(\big(\varphi(x)\psi(t) + \chi(t)\big)\big(\varphi(x)\psi(t) + \chi(t)\big)'_x\Big)'_x +$$

$$+f(t)\big(\varphi(x)\psi(t) + \chi(t)\big) + g(t);$$

$$(\varphi\psi'_t + \chi'_t)'_t = a\big((\varphi\psi + \chi)(\psi\varphi'_x)\big)'_x + f\varphi\psi + f\chi + g;$$

$$\varphi\psi''_{tt} + \chi''_{tt} = a\psi^2(\varphi'_t)'_t + a\psi\chi\varphi''_{xx} + f\varphi\psi + f\chi + g;$$

$$a\psi^2(\varphi'_t)'_t + a\psi\chi\varphi''_{xx} + f\varphi\psi - \varphi\psi''_{tt} + f\chi + g - \chi''_{tt} = 0;$$

$$a\psi^2(\varphi'_t)'_t + a\psi\chi\varphi''_{xx} + \varphi(f\psi - \psi''_{xx}) + f\chi + g - \chi''_{tt} = 0.$$

Данное уравнение можно представить в виде функционального уравнения:

$$\Phi_1\Psi_1 + \Phi_2\Psi_2 + \Phi_3\Psi_3 + \Phi_4\Psi_4 = 0,$$

где $\Phi_1 = (\varphi\varphi'_x)'_x$, $\Phi_2 = \varphi''_{xx}$, $\Phi_3 = \varphi$, $\Phi_4 = 1$, $\Psi_1 = a\psi^2$, $\Psi_2 = a\psi\chi$,

$$\Psi_3 = f\psi - \psi''_{tt}, \qquad \Psi_4 = f\chi + g - \chi''_{tt}.$$

Подставим данные выражения в решение следующего вида:

$$\Phi_1 = A_1\Phi_3 + F_2\Phi_4, \qquad \Phi_2 = A_3\Phi_3 + A_4\Phi_4,$$
$$\Psi_3 = -A_1\Psi_1 - A_3\Psi_2, \quad \Psi_4 = -A_2\Psi_1 - A_4\Psi_2.$$

При подстановке, получим систему следующего вида:

$$\begin{cases} (\varphi\varphi_x)'_x = A_1\varphi + A_2 \\ \varphi''_{xx} = A_3\varphi + A_4 \\ f\psi - \psi''_{tt} = -A_1 a\psi^2 - A_3 a\psi\chi \\ f\chi + g - \chi''_{tt} = -A_2 a\psi^2 - A_4 a\psi\chi \end{cases} \qquad (7)$$

Первые два уравнения совместны лишь при:

$$A_1 = 6B_2, \qquad A_2 = B_1^2 - 4B_0B, \qquad A_3 = 0, \qquad A_4 = 2B_2 .$$

Подставим и найдем функцию:

$$\varphi''_{xx} = 2B_2$$
$$\int \varphi''_{xx}dx = \int 2B_2dx$$
$$\varphi'_x = 2B_2x + B_1$$
$$\int \varphi'_x dx = \int (2B_2x + B_1)dx$$
$$\varphi(x) = \frac{2B_2x^2}{2} + B_1x + B_0$$
$$\varphi(x) = B_2x^2 + B_1x + B_0 \quad (8)$$

Далее подставим эти коэффициенты в третье и четвертое уравнения системы:

$$\begin{cases} f\psi - \psi''_{xx} = -6B_2a\psi^2 - 0a\psi\chi \\ f\chi + g - x''_{tt} = -(B_1^2 - 4B_0B_1)a\psi^2 - 2B_2a\psi\chi \end{cases}$$
$$\begin{cases} \psi''_{xx} = f\psi + 6B_2a\psi^2 \\ x''_{tt} = f\chi + g + (B_1^2 - 4B_0B_1)a\psi^2 + 2B_2a\psi\chi \end{cases} \qquad (9)$$

Формулы (6), (8) и система (9) определяют точное решение уравнения (5) с обобщенным разделением переменных.

Таким образом, в данной работе рассмотрены основные типы точных решений, которые используются при поиске решений нелинейных уравнений в частных производных. Проведено исследование некоторых методов решения нелинейных уравнений в частных производных, в частности, метода разделения переменных и метода функционального разделения переменных на примере решения задач математической физики.

Библиографический список

1. Воронова М.Е. Методы решения нелинейных уравнений / М.Е. Воронова, М.Н. Симакова, Е.Е. Симаков // Юный ученый. – 2016. – № 3. – С. 102-105.

2. Копытов А.В. Линейные и нелинейные уравнения физики: учебное пособие / А.В. Копытов, А.В. Кособуцкий. – Кемерово: Кемеровский государственный институт, 2018. – 82 с.

3. Масленникова В.Н. Дифференциальные уравнения в частных производных / В.Н. Масленникова. - М.: Изд-во РУДН, 1997. -446 с.

4. Полянин А.Д. Методы решения нелинейных уравнений математической физики и механики/А.Д. Полянин, В.Ф. Зайцев, А.И. Журов. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. – 246 с.

5. Петровский Г.И. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений / Г.И. Петровский. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. – 208 с.

УДК 517.53

ИСТОРИЯ СТАНОВЛЕНИЯ ТЕОРИИ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО

Шарова Д.А., Скринникова А.В.

ГОУ ВПО ЛНР «Луганский национальный университет имени Тараса Шевченко», г. Луганск

sharovadaria2000a@gmail.com

Для решения задач области математики, физики необходимо решение алгебраических уравнений. Из-за широкого применения исследование алгебраических уравнений является одним из основных вопросов в математике.

Множество действительных чисел является неограниченным, однако его может быть не достаточно для решения алгебраических уравнений. Для примера рассмотрим квадратное уравнение$ax^2 + bx + c = 0$. В случае, когда $D < 0$уравнение не имеет корней на множестве действительных чисел. Поэтому необходимо расширять множество действительных чисел, добавляя к ним мнимые числа. Множество всех действительных чисел вместе с мнимыми называют множеством комплексных чисел.

Комплексные числа имеют очень широкое применение. Например, в математике (аналитические функции, комфорные преобразования, теория вычетов), физике (анализ колебаний, тестирование радиоэлектронных компонент), в электродинамике (построение конформных отображений), в компьютерной сфере (алгоритмы аппроксимации для задач NP-сложной оптимизации), в космической индустрии (научные космические комплексы). Именно поэтому необходимы знания в области ТФКП.

Целью работы является раскрытие основных этапов развития ТФКП и становления ее как дисциплины. В связи с этим ставится ряд задач.

Задачи:1) обзор работ математиков, которые повлияли на развитие ТФКП,2) установление основных этапов в развитии ТФКП, 3) выяснение причин возникновение и становления ТФКП в качестве учебного предмета.

Первый этап развития ТФКП (сер.XVI в. – XVIII в.)Этап начинается с работы Дж. Кардано (1545) «Великое искусство, или об алгебраических правилах». В этой работе была поставлена задача заключалась в обосновании общих алгебраических методов решений уравнений третьей и четвертой степеней.

Комплексное число оказывается здесь не результатом, а промежуточным членом в вычислениях, которые приводят к действительным корням рассматриваемого уравнения $x^3 + px + q = 0$.

Дж. Кардано столкнулся с трудностью и понял, что для сохранения общности формулы надо отказаться от полного игнорирования комплексных чисел. Комплексные числа стали «вынужденно» применять для решения ряда прикладных задач, когда использование действительных чисел приводили к сложному результату или задача не имела результата теоретически, но имела практическую реализацию.

Использование комплексных чисел приводило к необходимости сохранения законов и правил арифметики действительных чисел на множестве комплексных чисел. Порой это приводило к ошибочным результатам. Поэтому актуальными стали вопросы об обосновании комплексных чисел и построении алгоритмов их арифметики.

На данном этапе (в XVII в.) были общепринятыми две точки зрения: первая, которую высказывал Жирар. Он поднял вопрос о необходимости признании необходимости неограниченного использования комплексных чисел. Вторую точку зрения высказывал Декарт. Он отрицал возможность геометрической интерпретации комплексных чисел.

Второй этап развития ТФКП (начало XVIII в. – XIX в.). На данном этапе основные заслуги принадлежат Эйлеру, ведь он считается одним из создателей ТФКП. В своих работах он детально изучил элементарные функции комплексного переменного (1740–1749). Эйлер вывел условия дифференцируемости (1755) и начала интегрального исчисления функций комплексного переменного (1777). В своих работах Л. Эйлер практически ввел конформное отображение (1777). С 1799г.Появились работы, в которых были изложены удобные интерпретации комплексного числа и определены правила действий. Геометрическим представлением мнимых чисел и операций над нами владели К. Вессель, Ж.Арган, К.Гаусс.

В 1831 г. К. Гаусс опубликовал работу теории биквадратных вычетов. В работе он изложил геометрическую интерпретацию комплексных чисел. Помимо этого показана отчетливая интерпретация мнимых чисел, определение интеграла в комплексной плоскости, интегральная теорема.

Третий этап становления ТФКП (XIX в. – XX в.).Основные заслуги принадлежат О. Коши (1789–1857), Б. Риману (1826–1866), К. Вейерштрассу (1815–1897).

Представителем первого направления, которое называлось «теория моногенных или дифференцируемых функций»был О.Коши. В своих работах О. Коши оформил разрозненные факты по дифференциальному и интегральному исчислению функций комплексного переменного. Была изложена теория пределов, на основе которой построена теория рядов и элементарных функций. Эйлер сформулировал теорему, которая полностью выясняет область сходимости степенного ряда. О. Коши вывел интегральную формулу; получил теорему существования разложения функции комплексного переменного в степенные ряды (1831). О. Коши заложил основы теории аналитических функций многих переменных; определил главные ветви многозначных функций комплексного переменного

Последователем О. Коши был Б. Риман, который создал «геометрическое» (второе) направление развития ТФКП. Риман установил различия между функциями комплексного и действительного переменного, положил начало геометрической теории функций. Он ввел риманову поверхность, в последующем разработал теорию конформных отображений. Риманом была установлена связь между аналитическими и гармоническими функциями, Благодаря его работам в рассмотрение введена дзета-функцию.

Еще одним представителем изучения ТФКП на этом этапе является К. Вейерштрасс. Он сформулировал и доказал теорему о законности приведения подобных членов в ряд. К. Вейерштрасс сумел обобщить теорему Коши о разложении в степенной ряд функции комплексного переменного. Он описал процесс аналитического продолжения степенных рядов и его применение к представлению решений системы дифференциальных уравнений. К. Вейерштрасс установил факт абсолютной и равномерной сходимости ряда. Вейерштрасс вывел и доказал теорему о разложении целой функции в произведение. Он закладывает основы теории аналитических функций многих переменных, строит теорию делимости степенных рядов.

Богатство взаимосвязей ТФКП с алгеброй, геометрией и другими науками, создание систематических основ самой науки ТФКП, большая ее практическая значимость способствовали становлению ТФКП как учебного предмета.

По содержанию курс ТФКП является продолжением математических дисциплин, в которых изучается поведение функций действительного переменного. В рамках ТФКП рассматриваются основы дифференциального и интегрального исчислений функций комплексного переменного, числовые, функциональные и степенные ряды на комплексной плоскости. Изучаются теория вычетов и ее приложения. Знание ТФКП дадут возможность будущему специалисту на практике применять методы ТФКП, понимать и анализировать математические методы, основанные на свойствах аналитических функций. В результате работы было выявлено три основных этапа развития ТФКП. Богатство взаимосвязей ТФКП с алгеброй, геометрией и другими науками, создание систематических основ самой науки ТФКП, большая ее практическая значимость способствовали становлению ТФКП как учебного предмета.

Библиографический список

1. Вилейтер Г. История математики от Декарта от середины XIX столетия / Г.Вилейтер. – М., ГИФМЛ, 1980. –468с.

2. Рыбников К.А. История математики. Том I. / К.А. Рыбников. –М.: Изд-во Московского университета, 1960. –191с.

3. Алейников С.М. Теория функций комплексного переменного для инженеров/ С.М. Алейников. –М.: Вузовская книга, 2009. –148с.

4. Шубин М.И. Математика. Теория функций комплексного переменного / М.И. Шубин. –М.: Бином,2015. –248с.

5. Юшкевич А.П. История математики в средние века/ А.П. Юшкевич. –М.: Физматгиз,1961. –448с.

УДК 37.016:51

АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ

Янченко Н. М.

педагог-организатор,

МОУ «Школа №24 города Тореза», ДНР, г. Торез

natalja.janchenko@mail.ru

С сентября 2019 года я работаю педагогом-организатором в школе, до этого 17 лет проработала в детском доме, из них 8 лет воспитателем. Если сравнить со школой, то это как воспитатель группы продленного дня, только заниматься приходилось всеми предметами и со всеми воспитанниками с 1-9 класс. После самоподготовки мы решали с детьми все оставшиеся вопросы: бытовые, воспитательные, режимные моменты и т.д. Это хорошая школа жизни, но не необходимый опыт для написания статьи.

В течение 2019-2020 учебного года я посещала уроки математики в пятом классе, и в феврале была две недели на замене в седьмых классах на уроках алгебры и геометрии. Основываясь на этот минимальный опыт работы, изучив очень много материала в интернете, я попробую изложить «Актуальные вопросы преподавания математики».

Цель статьи – изучив материал в интернете, рассмотреть наиболее актуальные проблемы преподавания математики.

Начиная разговор об актуальных проблемах преподавания математики в школе, хотелось бы вспомнить высказывания известных людей о важности и необходимости этого учебного предмета.

«Математику уже затем учить надо, что она ум в порядок приводит.» М.В. Ломоносов.

«Математика – это цепь понятий: выпадет одно звенышко – и не понятно будет дальнейшее.» Н.К. Крупская.

«Математика – гимнастика ума» А.В. Суворов.

Анализ этих высказываний говорит о том, что изучение математики даёт детям овладеть предметными действиями, также формирует: память, речь, воображение, эмоции, критичность мышления, интеллект, культуру мышления; личностные и эстетические качества.

В настоящее время одной из актуальных проблем преподавания математики в школе является проблема активизации обучения школьников, воспитания их творческой активности. У детей отсутствует мотивация и интерес к изучению предмета, и вследствие этого – пассивность учащихся на уроках. Решение названной проблемы не совсем простое. После анализа литературы, можно выделить следующие противоречия:

- между объемом и содержанием учебного материала;

-противоречия между коллективной учебной работой школьников и индивидуальными особенностями усвоения ими знаний.

Следующим актуальным вопросом современного преподавания математики является отсутствие у школьников навыка самостоятельно находить новую информацию, отбирать важные понятия и находить пути решения математических задач.

Решение данной проблемы возможно лишь при условии доступного и подробного изложения материала в учебнике, что поможет приучить школьников к чтению учебной литературы и к самостоятельному добыванию информации, научить их осознанному чтению математических текстов. Для того чтобы они могли самостоятельно читать учебное пособие по математике, нужно, чтобы оно было написано в первую очередь для учеников, а не для учителя.

Следующие актуальные вопросы преподавания математики:

- учащиеся осваивают знания неосознанно, непрочно.

- отсутствие точной, совершенной системы контроля и оценки знаний учащихся.

- некоторые проблемы преемственности в преподавании математики между начальной школой и 5 классом (организационно-психологические; общеучебные умения и навыки; специальные математические знания, умения и навыки). Как только дети из начальной школы переходят в среднее звено, сразу могут начаться проблемы. Отсутствие навыков чтения у современных школьников затрудняет восприятие текста задач, не говоря уже о её смысле. В последние годы у учащихся очень заметно слабое знание таблицы умножения, следовательно - масса вычислительных ошибок. Умение пользоваться калькулятором уже с дошкольного возраста приводит к тому, что к 7 классу многие дети забывают даже то, как подписываются числа друг под другом при умножении, сложении и вычитании в столбик.

Еще один не менее актуальный вопрос - проблема информатизации в образовании. В последнее время в России уделяется большое внимание развитию информационных технологий в различных областях, в том числе, и на уроках математики, а в ЛНР и ДНР? Использование компьютерной техники открывает новые возможности для педагога: компьютер может взять на себя функцию контроля знаний, поможет сэкономить время на уроке, продемонстрировать наглядный материал, повторить то, что вызвало затруднения, дифференцировать урок в соответствии с индивидуальными особенностями.

Таким образом, исследуя тему «Актуальные вопросы преподавания математики», можно сделать вывод, что формирование устойчивой мотивации к учению и самосовершенствованию; обучение навыкам самообразования и научно - исследовательского труда; формирование внутренней потребности в непрерывном самосовершенствовании - позволят активизировать уже существующий интерес ученика к предмету или способствует развитию такого интереса.

Необходимо обратить внимание на поддержку идей, способов мыслительной деятельности ученика, поиска различных возможностей решения задач. Приобщая школьника к творческой деятельности, надо использовать различные формы инновационной работы, основанные на личностно - ориентированном взаимодействии с обучающимся.

Библиографический список

1. Семенов А.Л. Разным детям нужна разная математика / А.Л. Семенов // Вестник образования. – 2010. – № 5. – С. 6-22.
2. Дворянинов С.В. Всероссийский съезд учителей математики в МГУ: тревоги и надежды / С.В. Дворянинов //Математика в школе. – 2011. – № 1. – С. 8-13.
3. Епишева О.Б. Общая методика преподавания математики в средней школе / О.Б. Епишева. – Тобольск, Изд-во ТГПИ им. Д.И. Менделеева, 1997. – 191 с.
4. Новосельцева З.И. Развернутые планы лекций и учебные задания для студентов по курсу «Теоретические основы обучения математике» / З.И. Новосельцева. – Спб.: РГПУ, 1997. – 38 с.
5. ПотоцкийМ.В. Преподавание математики в школе. – М.:Учпедгиз,1998.– 4е изд. – 200 с.

РАЗДЕЛ 3. СОВРЕМЕННЫЕ ТЕНДЕНЦИИ РАЗВИТИЯ МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

УДК 519.17-047.44

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МЕТОДОВ НАХОЖДЕНИЯ КРАТЧАЙШИХ ПУТЕЙ НА ГРАФАХ

Воронина Е.А., Полищук Н.А.

ГОУ ВПО ЛНР «Луганский национальный университет имени Тараса Шевченко», г. Луганск

nata_pl@list.ru

Теория графов в настоящее время является интенсивно развивающимся разделом дискретной математики. Это объясняется тем, что с помощью графов можно описать многие объекты и процессы: коммуникационные сети, схемы электрических и электронных приборов, химические молекулы, отношения между людьми, всевозможные транспортные схемы и многое-многое другое. Проблема поиска кратчайших путей в графе является одной из важных задач, имеющих прикладное значение. Решение такого вида задач позволяет предприятиям, например, снизить затраты на транспортные перевозки, тем самым увеличить получаемую прибыль. Кроме того данная задача используется в алгоритмах поиска кратчайшего пути в GPS-навигации, в системах автоматического пилотирования в самолетах, при прохождении интернет-пакета по сети.

Рассмотрим следующую задачу. Необходимо найти кратчайший дорожный путь между двумя городами Антрацит (вершина 1) и Луганск (вершина 18). На рис.1изображена карта дорожных путей между городами Луганск и Антрацит.

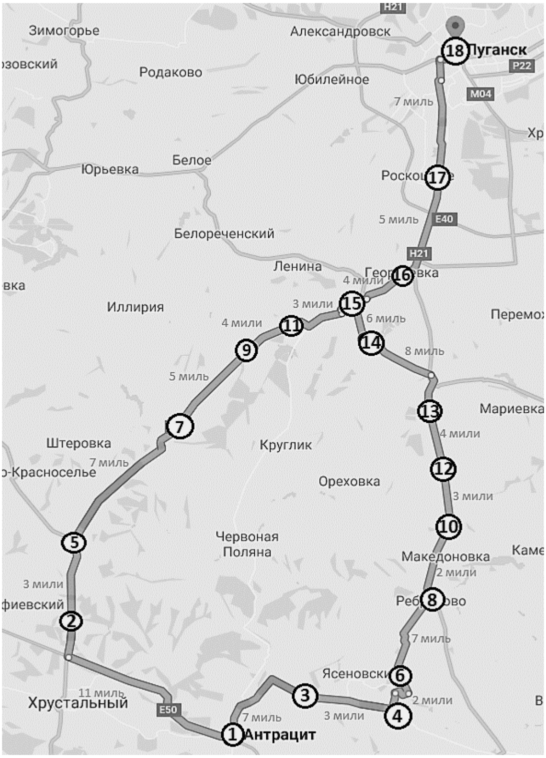


Рис.1. Карта дорожных путей между городами Луганск и Антрацит

Найдем этот путь, используя метод Дейкстры и построение дерева решений.

Сначала найдем кратчайший путь из вершины 1 в вершину 18, используя метод Дейкстры. Для этого, используя карту (рис.1), составим матрицу отражающую расстояние между вершинами графа (населенными пунктами). Полученная матрица размерностью 18 × 18 будет иметь вид представленный на рис. 2.

Начнем с вершины 1 и присвоим ей метку 0, рассмотрим всех соседей этой вершины, т.к. там еще нет пометок, то присвоим им соответствующие длины: 2 = 11; 3= 7. Все остальные равны бесконечности.

Все соседи 1 рассмотрены, помечаем ее и переходим к вершине 3. Ее соседи 1 и 4, но 1 помечена, не рассматриваем ее. Для вершины 4: $\min\{\infty; 7+3\} = 10$ оставляем метку. Все соседи вершины 3 рассмотрены, помечаем её.

Переходим к вершине 4, её соседи 3 и 6, но вершина 3 помечена, поэтому не рассматриваем её. Для вершины 6: $\min\{\infty; 3+2\} = 5$ оставляем метку. Все соседи вершины 4 рассмотрены, помечаем её.

Переходим к вершине 6, её соседи 4 и 8, но вершина 4 помечена, поэтому не рассматриваем её. Для вершины 8:$\min\{\infty; 2+7\} = 9$оставляем метку. Все соседи вершины 6 рассмотрены, помечаем её.

$$\begin{pmatrix}
0 & 11 & 7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 8 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 7 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{pmatrix}$$

Рис. 2. Матрица расстояний между вершинами графа

Продолжая выполнять эти шаги, мы выясним, что:
для 10: $\min\{\infty; 2+7\} = 9$, оставляем метку;
для 12: $\min\{\infty; 2+4\} = 6$, оставляем метку;
для 13:$\min\{\infty; 3+4\} = 7$, оставляем метку;
для 14:$\min\{\infty; 4+8\} = 12$, оставляем метку;
для 15:$\min\{\infty; 8+6\} = 14$, оставляем метку;
для 16:$\min\{\infty; 6+4\} = 10$, оставляем метку;
для 17:$\min\{\infty; 4+5\} = 9$, оставляем метку;
для 18:$\min\{\infty; 5+7\} = 12$, оставляем метку.

Мы дошли до конечной вершины. Посчитаем длину этого пути. Она будет равна 100.

Переходим к вершине 2, её соседи 1 и 5, но так как вершина 1 помечена, мы не рассматриваем её. Для вершины 5:$\min\{\infty; 11+3\} = 14$, оставляем метку. Все соседи вершины 2 рассмотрены, помечаем её.

Продолжаем повторять эти шаги, пока не выясним окончательно этот путь.

Для 7:$\min\{\infty; 3+7\} = 10$, оставляем метку.

Для 9:$\min\{\infty; 7+5\} = 12$, оставляем метку.

Для 11:$\min\{\infty; 5+4\} = 9$, оставляем метку.

Для 15:$\min\{\infty; 4+3\} = 7$, оставляем метку.

Для 16:$\min\{\infty; 3+4\} = 7$, оставляем метку.

Для 17:$\min\{\infty; 4+5\} = 9$, оставляем метку.

Для 18:$\min\{\infty; 5+7\} = 12$, оставляем метку.

Мы дошли до конечной вершины. Посчитаем длину этого пути. Она будет равна 94.

Вывод: кратчайший путь из 1 в 18 имеет длину 94, это путь: 1-2-5-7-9-11-15-16-17-18.

Решим эту же задачу методом построения дерева решений. Дерево поиска для решения данной задачи имеет вид, представленный на рис. 3.

Из рисунка видно, что существует всего два пути из вершины 1 в вершину 18: (1-3-4-6-8-10-12-13-14-15-16-17-18) и (1-2-5-7-9-11-15-16-17-18). Из этих возможных путей путь (1-3-4-6-8-10-12-13-14-15-16-17-18) – максимальный с длиной, равной 58, а путь (1-2-5-7-9-11-15-16-17-18) – минимальный с длиной 49.

Если пространство поиска включает в себя все возможные варианты решений, то дерево, с помощью которого осуществляется поиск в таком пространстве, называется деревом полного перебора. Очевидно, что дереву полного перебора соответствует алгоритм с экспоненциальной сложностью.

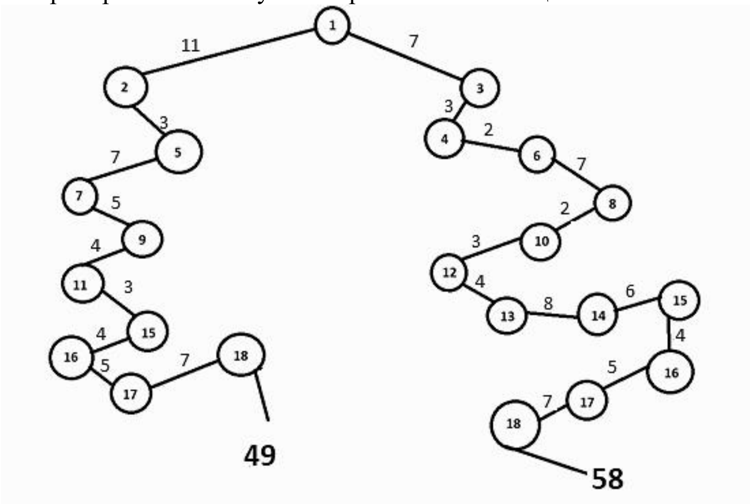


Рис. 3.Дерево поиска для решения данной задачи

Поэтому использование алгоритма полного перебора реально осуществимо лишь для весьма ограниченного пространства поиска. Если же число *n* вариантов решения достаточно велико, то дерево перебора приобретает комбинаторные размеры, и решить задачу полного перебора (например, поиска путей между заданными вершинами графа) становится невозможным даже для современных компьютеров. Поэтому возникает необходимость в поиске не всевозможных вариантов решения, а лишь таких, которые удовлетворяют определенным условиям.

Проанализировав на практике применение алгоритма Дейкстры и метод построения дерева решений, можем выделить следующие результаты.

Отметим основные достоинства и недостатки алгоритма Дейкстры,начнем с достоинств:

1) у данного алгоритма высокая скорость работы;
2) высокая точность результата ;
3) этот метод хорошо изучен.

Недостатки:

1) данный алгоритм не работает при отрицательном весе ребер;
2) вершины графа рассматриваются при каждом повторе для нахождения минимальной вершины;
3) сложность понимания алгоритма.

Остановимся на основныхдостоинствах алгоритма построения дерева решений.

1) данный метод нахождения кратчайшего пути очень универсален;
2) не приходится рассматривать вершины несколько раз;
3) простота толкования и наглядность.

Недостатки:

1) небольшие изменения в наборе данных могут привести к построению совершенно другого дерева;
2) размерность дерева очень сложно контролировать, а ведь размерность является критическим фактором, который определяет качество решения задач;
3) если увеличить размерность, то появится проблема: задача поиска кратчайшего пути усложняется.

Исходя из вышеперечисленного, можно сделать вывод, что из двух рассмотренных методов алгоритм Дейкстры более эффективен для поиска кратчайшего пути на графах.

Библиографический список

1. Редькин Н.П. Дискретная математика / Н.П. Редькин – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. – 264 с.
2. Судоплатов С.В. Дискретная математика: учебник / С.В. Судоплатов – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2016. – 280 с.
3. Сундетов Р.Н. Обоснование выбора алгоритма поиска оптимального пути с расчетом показателей светофора в городской сети / Р.Н. Сундетов, Т.Н. Есламгалиев // Естественные и математические науки в современном мире: сб. ст. по матер. XXX междунар. науч.-практ. конф. № 5(29). – Новосибирск: СибАК, 2015. – с.133-137.

4. Галкина В.А. Дискретная математика. Комбинаторная оптимизация на графах / В.А. Галкина. – М.: Гелиос АРВ, 2003. – 232 с., ил.

УДК 373.016:512

ТЕКСТОВЫЕ ЗАДАЧИ В КУРСЕ АЛГЕБРЫ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ

Гришковец Е.А.

учитель физики и математики,

ГОУ ЛНР «Стахановская основная школа № 25», ЛНР, г. Стаханов

lena.grisha@i.ua

Перед каждым человеком на протяжении всей его жизни ставятся определенные задачи. Человек определяет для себя круг задач, которые необходимо решить, или это задачи, которые ставят перед ним другие люди. В любом из этих случаев человек должен уметь справляться с поставленными задачами, поскольку они стимулируют всю деятельность человека, а в целом определяют его жизнь и заставляют мыслить. В современной методической литературе уделено достаточное внимание проблеме формирования умений решать текстовые задачи алгебраическим методом [2; 3]. Теоретические знания о задачах и способах их решениях дети получают с раннего возраста. Эти знания нужны для того, чтобы они могли решать разнообразные задачи целенаправленно и осознанно, а не только лишь на основе алгоритмов и подражания

Поэтому целью данной статьи является определить причины затруднений обучающихся при решении алгебраических задач, выделить основные этапы решения алгебраических задач и провести обзор текстовых задач, входящих в задания государственной итоговой аттестации в основной школе.

Актуальность выбранной темы определяется тем, что не все ученики основной школы могут усвоить алгебраический метод решения текстовых задач. Главными причинами затруднений у школьников при решении текстовых задач являются: отсутствие общих представлений о рассматриваемых в задачах явлениях и процессах, неумение анализировать задачу, выделять ключевые слова, устанавливать логические связи между величинами. На практике мы сталкиваемся с тем, что ученики не могут понять смысла прочитанной задачи, поскольку обладают очень маленьким словарным запасом и общими знаниями, которых часто недостаточно для понимания условия задачи. Многие ученики могут запомнить алгоритм решения конкретного вида задач, но сталкиваются с определенными трудностями при решении нестандартных и логических задач. Дети очень часто не могут установить в задачах межпредметные связи. Например, решение задач на движение на уроках физики и математики рассматривается по-разному. Если при решении задач на уроках физики необходимо получить конечную формулу, применить графический метод для решения задач, то решение этих же задач алгебраическим способом предполагает составление уравнений, неравенств или их систем. В своей практике мы столкнулись с тем фактом, что дети не понимают содержания задачи, не могут выделить основные этапы решения и конкретизировать цель собственной деятельности на каждом из этапов.

Но если все вышеперечисленные трудности ребенок преодолел, то возникает еще одна – для успешного решения задачи необходимо владеть умениями решать уравнения, неравенства, системы уравнений определенного вида, уметь отбирать корни уравнений, удовлетворяющие условию задачи и аргументировать свой выбор. Кроме того, при решении текстовых задач ребенок должен уметь приводить объяснения своего выбора способа решения, аргументировать введение переменных, объяснять полученный ответ. Именно на данную продуктивную деятельность нацеливает педагогов Государственный стандарт основного общего образования [1].

Естественно, для того чтобы ребенок научился решать алгебраические задачи он должен усвоить базовые навыки, а именно обучиться решению задач арифметическим методом. В 5 и 6 классах ученики знакомятся с различными типами задач, которые решаются по определенному алгоритму [4]. Это задачи на «части», задачи на совместную работу, задачи на нахождение двух чисел по их сумме и разности, задачи геометрического содержания. В это же время дети накапливают теоретические знания о методах решения задач. То есть в 5-6 классах формируется базис для дальнейшего успешного овладения алгебраическим способом решения задач. При изучении курса математики в 5 классе дети знакомятся с понятием дроби и нахождением неизвестных величин, используя данное понятие, в 6 классе вводится понятие пропорции, которое является основой для решения рациональных уравнений в курсе алгебры, дети знакомятся с понятием процента и нахождением величин по процентам. В это же время совершенствуются навыки решения задач на движение, дети знакомятся с универсальными методами решения уравнений. Успешное данного материала учениками в дальнейшем способствует формированию умений решать задачи алгебраическим способом.

При обучении детей решать текстовые задачи учителю необходимо в первую очередь научить детей смысловому чтению. Именно осознанное чтение задачи позволяет ученику понять ее содержание и выделить ключевые слова. На этом этапе целесообразно использовать прием комментированного чтения. На следующем этапе необходимо научить ребенка умению разделять содержание задачи на логические части: выяснить, что известно, а что необходимо найти. При этом очень важно научить ребенка переформулировать условие задачи, четко выделять основные процессы, устанавливать связи между объектами, указанными в задаче.

Обязательным условием для успешного решения задачи является краткая запись к задаче. В зависимости от вида задачи краткая запись может быть выполнена в виде таблицы, поясняющего рисунка, записи основных действий и процессов. В каждом конкретном случае выбор способа записи определяется типологией задачи. Ребенок должен усвоить, что краткая запись – это ключ к успешному решению задачи.

В зависимости от постановки конкретной задачи далее выбираются способы ее решения, вводятся обозначения неизвестных величин и выстраивается стратегия решения. Трудности на этом этапе заключаются в том, что все пояснения к задаче должны быть записаны и аргументированы. К окончанию основной школы у обучающихся должны быть сформированы умения объяснять свои действия и приводить рассуждения к задаче.

Следующий этап – непосредственное решение задачи. Это может быть решение дробно-рационального уравнения, системы уравнений или неравенств, дополнительные действия, необходимые для получения ответа. И здесь отсутствие у учеников достаточного опыта в решении простейших задач, незнание способов решения уравнений и неравенств оказывает большое влияние на освоение алгебраического метода решения текстовых задач, поскольку решение задачи требует знания базисного материала и умения его применять на практике.

Заключительным этапом решения задачи является получение ответа на вопрос задачи, анализ полученных решений и аргументация выбора. Таким образом, решение текстовых задач сводится не просто к проверке знаний и умений обучающихся. Это целый комплекс обучающих элементов, способствующих развитию мышления, памяти, формированию навыков смыслового чтения, синтеза, анализа, формирования общего мировоззрения и мета предметных умений.

Задания, предлагаемые на государственной итоговой аттестации для выпускников 9 класса, определяют обязательный минимум содержания образования в основной школе [5]. Первая часть экзаменационной работы содержит очень маленькое количество задач. В основном это задачи начального и среднего уровней сложности. Данные задачи решаются арифметическим способом и позволяют проверить умения детей анализировать текст задачи, знание определенных правил и определений. Вторая часть экзаменационной работы не содержит текстовых задач.

В третьей части экзаменационной работы предложены составные текстовые задачи, представляющие собой логически связанную последовательность простых задач. Задачи третьей части можно условно разделить на несколько видов. Это задачи на движение, задачи на совместную работу и задачи на смеси. Данные задачи имеют достаточный и высокий уровень сложности. Задачи на движение представлены в нескольких вариантах: это задачи на совместное движение, задачи на движение с измененным интервалом времени, задачи на движение по течению реки. Задачи на смеси представлены в виде задач на растворы и сплавы. В данных задачах в условие вводится понятие концентрации и учитывается процентное соотношение чисел. Таким образом, решение задач данного вида позволяет не только проверить качество усвоения знаний по математике и связи учебного материала внутри предмета, но и предполагает использование межпредметных связей. Третий тип задач - задачи на совместную работу и сюжетные задачи имеют практическую и прикладную направленность.

Каждую из задач, предложенных в ГИА, можно решить путем составления системы уравнений или составления дробно-рационального уравнения, сводящегося к решению квадратного уравнения. То есть условие задачи позволяет обучающемуся применить наиболее «удобный» для него способ решения. Кроме того, при решении каждой из этих задач алгебраическим способом ученику необходимо обосновать выбор ответа, выполнить дополнительные действия для нахождения ответа на вопрос, поставленный в задаче.

Таким образом, задачи, представленные в экзаменационной работе, позволяют проверить не только конкретные знания ученика, а и умение их использовать для решения конкретных практических задач, умение рассуждать, анализировать, выделять главное, делать выводы.

Формирование умений решать текстовые задачи является одним из главных условий успешного усвоения школьниками курса математики в основной школе. При работе с текстовыми задачами учителю необходимо, прежде всего, помнить, что важно не столько решить задачу, сколько научить учащихся решать задачи, рассуждать, догадываться, обосновывать или опровергать свои догадки и уметь проверять полученный результат.

Библиографический список

1. Государственный стандарт основного общего образования, утвержденный приказом МОН ЛНР от 21.05.2018 № 495-ОД «Об утверждении государственных образовательных стандартов Луганской Народной Республики» [Электронный ресурс]. – Режим доступа:https://minobr.su/docs/2284-prikaz-mon-lnr-ot-21052018-g-495-od.html (Дата обращения 26.02.2020).

2. Методика обучения решению текстовых задач алгебраическим способом [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://patriot-sever.ru/metodika-obucheniya-resheniyu-tekstovyx-zadach-algebraicheskim-sposobom.html/ (Дата обращения 25.02.2020).

3. Методика обучения решению текстовых задач алгебраическим способом [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://multiurok.ru/files/kursovaia-rabota-metodika-obucheniia-resheniiu-tek.html (Дата обращения 25.02.2020).

4. Примерная программа для образовательных организаций (учреждений) Луганской Народной Республики по физике VII-IX классы (базовый уровень), утвержденная приказом Министерства образования и науки Луганской Народной Республики № 483 от 27.12.2016 «Об утверждении примерных программ для образовательных организаций (учреждений) Луганской Народной Республики по общеобразовательным предметам базового, углубленного и профильного уровней преподавания» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://rcro.su/uchebnye-programmy-

dlya-sredneobrazovatelnyx-uchebnyx-uchrezhdenij-lnr/ (Дата обращения 26.02.2020).

5. Сборник заданий для государственной итоговой аттестации по математике, 9 класс, утвержденный приказом МОН ЛНР от 07.03.2019 № 189-ОД. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://rcro.su/category/gosudarstvennaya-itogovaya-attestaciya-gia/ (Дата обращения 26.02.2020).

УДК 519.816

МОДЕЛИ ПРОЦЕССА ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ

Давыскиба О.В., Калмыкова Ю.М.

ГОУ ВПО ЛНР «Луганский национальный университет имени Тараса Шевченко», г. Луганск

davidovao@list.ru

В настоящее время термин «принятие решений» используется очень широко, а сам процесс принятия решений представляет собой довольно сложный вид мыслительной деятельности. Как в жизни отдельного человека, так и в повседневной деятельности организаций принятие решений является важной деятельностью. Как правило, решение принимается не сразу и требует определенного количества времени для его подготовки. В то же время нередко возникают ситуации, когда приходится принимать решение в условиях дефицита или нехватки времени. С этой точки зрения жизнь и деятельность человека - это последовательность принятия решений и их реализации.

Цель статьи: рассмотреть различные подходы к изучению процесса принятия решений.

Процесс принятия решения включает в себя несколько этапов. Одним из первых, кто определил эти этапы, был французский философ эпохи Просвещения Жан-Антуан Николя Кондорсе (1743-1794). Он рассматривал процесс принятия решений с точки зрения методологии разработки французской конституции 1793 года. Кондорсе выделяет три стадии процесса принятия решений.

На первом этапе, с его точки зрения, обычно обсуждаются принципы, которые являются основой решения проблемы, исследуются различные аспекты проблемы, анализируются последствия принятия того или иного решения. Мнения о возможных решениях носят личный характер и не синтезируются в единое решение.

Второй этап предполагает уточнение решаемой проблемы и сведение всех возможных решений к ограниченному числу альтернатив.

Третий этап включает в себя выбор одного решения из оставшихся альтернатив.

С точки зрения Джона Дьюи, процесс принятия решения включает пять последовательных этапов:

1) понимание проблемы;

2) уточнение и определение характера проблемы;

3) предложение возможных решений проблемы;

4) оценка каждого из предложенных вариантов;

5) дальнейшее изучение предложенных вариантов, отказ от наименее перспективного и принятие наилучшего варианта в качестве решения[3].

Герберт Саймон, американский ученый, несколько изменил описание процесса принятия решений Джоном Дьюи, адаптировав этот вид деятельности к управлению социальными системами. Так, процесс принятия решений включает в себя следующие три этапа:

1) осознание необходимости принятия управленческого решения, то есть осознание необходимости преобразования реальной ситуации в желаемую. На данном этапе осуществляется сбор имеющейся в настоящее время информации: фактические данные, экспертные заключения и научные знания об объекте, по которому принимается решение; используется математическое моделирование рассматриваемых процессов и проводятся социологические опросы;

2) разработка нескольких возможных алгоритмов действий;

3) выбор наилучшего варианта.

Первый этап он назвал «разведкой», заимствовав военное значение этого термина, второй –«проектированием», третий –«выбором». Брим выделил следующие этапы процесса принятия решения:

1) понимание проблемной ситуации;

2) сбор необходимой информации;

3) разработка возможных решений;

4) оценка каждого из разработанных решений;

5) выбор конкретной стратегии действий;

6) реализация решения.

В рассмотренных последовательных моделях процесса принятия решений выделенные этапы всегда расположены в определенном порядке и не могут меняться местами.

Однако некоторые авторы, например, Витт, критиковали такие модели. По его опыту, некоторые этапы процесса принятия решений осуществляются одновременно, а не последовательно. Таким образом, модели, в которых этапы процесса принятия решения могут быть расположены в различном порядке или параллельно, в зависимости от специфики области, в которой принимается решение являются более реалистичными [1].

Рассмотрим некоторые непоследовательные модели процесса принятия решений. В них процесс принятия решений обычно состоит из отдельных фаз. Например, канадский экономист Генри Минцберг выделяет фазы: «идентификация», «развитие» и «отбор».

Идентификация включает в себя два этапа:

1. признание решения: лицо, принимающее решение, собирает необходимую информацию, преимущественно вербального характера, о проблеме и возможных путях ее решения;

2. Оценка (диагностика): классификация имеющейся информации для уточнения и уточнения проблемы.

Этап разработки также состоит из двух этапов: поиск, который направлен на поиск готовых решений и проект. Этот шаг направлен на поиск новых решений, а также корректировку существующих.

Заключительный этап отбора состоит из трех этапов:

1. Защита. Эта стадия имеет место только тогда, когда необходимо отбросить наименее перспективную из всех имеющихся альтернатив;

2. Оценка - процедура выбора. Этот шаг-выбор из оставшихся альтернатив наиболее перспективной. Выбор может быть сделан как интуитивно, так и на основе рационального анализа имеющейся информации;

3. Авторизация. Принимая в качестве решения наиболее перспективную альтернативу, выбранную из всех имеющихся альтернатив. Отношения между этими фазами и этапами носят скорее циклический, чем последовательный характер.

На этапе идентификации этапы поиска и оценки решения могут быть циклически повторены несколько раз. Этап разработки может сопровождаться довольно долгим блужданием по лабиринтам существующих решений и новых проектов с целью поиска наиболее оптимальных вариантов. Если приемлемое решение не найдено, лицо, принимающее решение, может вернуться к первому этапу и начать поиск заново [3].

Следует отметить, что в процессе принятия решений гораздо больше времени тратится на разработку проектов решений, чем на их оценку и отбор наиболее перспективных.

В то же время анализ научной литературы по теории принятия решений показал, что внимание фокусируется не на разработке решения (как рождается альтернатива), а на оценке имеющихся альтернатив и выборе наиболее подходящей. Процесс оценки и выбора альтернативы достаточно изучен, формализован с помощью логики. Все возможные последствия дедуктивно выводятся из всех имеющихся альтернатив. Затем последствия сравниваются с целью, для достижения которой принимается решение. Выбирается альтернатива, которая ведет непосредственно к цели (идеалу)или приводит к ситуации, максимально приближенно к цели [2].

Таким образом, теория принятия решений играет важную роль в жизни человека, особенно в профессиональной деятельности экономических отраслей. Процесс принятия решений выполняет особую роль в управлении, как необходимое условие для осуществления функций управления. Поэтому многие специалисты и ученые принимают участие в развитии принятия решений как научной области, разрабатываются новые методы принятия решений, основанные на математических, компьютерных, психологических аспектах.

Библиографический список

1. Ларичев О.И. Теория и методы принятия решений / О.И. Ларичев. – М.:Физматкнига: Логос, 2006. – 296 с.
2. Терелянский П.В. Теория и методы принятия решений : учеб.пособие / П.В. Терелянский. – Волгоград: ВолгГТУ, 2016. – 94 с.
3. Hansson Sven Ove. Decision Theory: A Brief Introduction. – KTH Stockholm, 1994. – 94 p.

УДК 373.016:512.1

ОСОБЕННОСТИ МЕТОДИКИ ПРЕПОДАВАНИЯ ТЕМЫ «ЛОГАРИФМИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА» В ПРОФИЛЬНЫХ КЛАССАХ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО НАПРАВЛЕНИЯ

Давыскиба О.В., Сафронова Е.В.

ГОУ ВПО ЛНР «Луганский национальный университет имени Тараса Шевченко», г. Луганск

davidovao@list.ru

Научно-технический прогресс современного мира порождает необходимость прикладной направленности курса математики средней школы. В данном контексте тема «Логарифмические уравнения и неравенства» является наиболее удачной для демонстрации применения математических знаний в технических и экономических процессах.

Однако на сегодняшний день в профессиональной подготовке будущих выпускников сложились неразрешенные противоречия. С одной стороны, необходимость подготовки по профилю для поступления в ВУЗы учащихся физико-математических классов и недостаточная распространенность учебников по математике для профильного уровня с необходимой подачей материала, а с другой, высокие требования к содержанию и уровню подготовки выпускников физико-математических классов по теме «Логарифмические уравнения и неравенства» и недостаточность методического обеспечения.

Цель данной статьи – выявить особенности изучения темы «Логарифмические уравнения и неравенства» в условиях профильного обучения математики.

На основе анализа Государственного образовательного стандарта среднего общего образования Луганской Народной Республики [1], программы для образовательных организаций Луганской Народной Республики для базового и профильного уровня [2; 3], а также методических рекомендаций по преподаванию учебных предметов в 2019-2020 учебном году в образовательных организациях Луганской Народной Республики [4, с. 14], показано распределение часов в зависимости от уровня изучения математики (таблица 1).

Также, методическими рекомендациями по преподаванию учебных предметов в 2019-2020 учебном году в образовательных организациях Луганской Народной Республики для изучения данной темы рекомендованы к использованию учебники и учебные пособия, допущенные Министерством образования и науки Луганской Народной Республики [4, с. 2].

Для базового уровня это учебник Ш.А. Алимова, Ю.М. Колягина и др. «Алгебра и начала математического анализа. 10-11 кл.»; для профильного уровня – учебники: С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников и др. «Алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 10 кл.»; А.Г. Мордкович и др. «Алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни) (в 2 частях). 11 кл.»; Г.К. Муравин, О.В. Муравина «Математика: Алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (углубленный уровень). 10 кл.»; М.Я. Пратусевич, К.М. Столбов, А.Н. Головин «Математика: Алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (углубленный уровень). 11 кл.» [5-8].

Таблица 1.

Распределение часов в зависимости от уровня изучения математики

Уровень изучения	Предмет	Количество часов по классам			
		10 класс		11 класс	
		в неделю	в год	в неделю	в год
Базовый уровень	Математика	4	136	4	136
Базовый уровень	Алгебра и начала математического анализа	2,5 (I сем. –2, II сем. –3)	85	2,5 (I сем. –2, II сем. –3)	85
	Геометрия	1,5	51	1,5	51
Профильный уровень	Алгебра и начала математического анализа	4	136	4	136
	Геометрия	2	68	2	68

На основе проведенного анализа рекомендованных учебников необходимо подчеркнуть, что для изучения темы «Логарифмические уравнения и неравенства» в профильных физико-математических классах наиболее соответствует учебник А.Г. Мордковича, П.В. Семенова.

Также, анализ научно-методической литературы поставленной проблемы, позволил выделить основные принципы, на которых должна базироваться методика преподавания темы «Логарифмические уравнения и неравенства»:

- глубокие и прочные математические знания и умения, широкое математическое развитие на базе основного курса;
- творческий подход учащихся к процессу изучения темы, устойчивый интерес к предметам физико-математического цикла, самостоятельность;
- использование решения нестандартных, конкурсных, проблемных задач теоретического и прикладного характера.

Разработана структурная модель методики преподавания темы «Логарифмические уравнения и неравенства» в профильных классах физико-математического направления, которая включает этапы, их содержание и ожидаемые результаты (рис.1).

Рис. 1. Структурная модель методики преподавания темы «Логарифмические уравнения и неравенства» в профильных классах физико-математического направления

Таким образом, разработанная методика преподавания темы «Логарифмические уравнения и неравенства», соответствующий комплект практических заданий позволит учителям математики реализовать подготовку учащихся профильных классов физико-математического направления к выпускным экзаменам и поступлению в ВУЗы на достаточном уровне.

Библиографический список

1. Государственный образовательный стандарт среднего общего образования Луганской Народной Республики, утвержденный Приказом Министерства образования и науки Луганской Народной Республики от 21 мая 2018 г. №495-ОД. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://minobr.su/docs/2284-prikaz-mon-lnr-ot-21052018-g-495-od.html (Дата обращения 15.01.2020).
2. Примерная программа для образовательных организаций (учреждений) Луганской Народной Республики «Математика X-XI классы, базовый уровень», Луганск, 2016.[Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://beloe-sh2.ucoz.net/met_rek_2017-18/matematika_10-11_bazovyj.pdf (Дата обращения 15.01.2020).
3. Примерная программа для образовательных организаций (учреждений) Луганской Народной Республики «Математика X-XI классы, профильный уровень», Луганск, 2016. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://multiurok.ru/index.php/files/primiernaia-programma-dlia-obrazovatiel-nykh-or-15.html (Дата обращения 15.01.2020).
4. Приложение к приказу Министерства образования и науки Луганской Народной Республики № 684-од от 12.07.2019 года Методические рекомендации по преподаванию учебных предметов в 2019-2020 учебном году в образовательных организациях (учреждениях) Луганской Народной Республики. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://lugschool38.ucoz.com/2019-2020/metodrekom/mr_19-20_nvp.docx (Дата обращения 15.01.2020).
5. Никольский С.М. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 10 кл. / С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников и др. – М.: Просвещение, 2009. – 430 с.: ил.
6. Мордкович А.Г. Алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни) (в 2 частях). 11 кл. Часть 1 / А.Г. Мордкович, П.В. Семенов. – М.: Мнемозина, 2007. – 287 с.: ил.
7. Муравин Г.К.. Алгебра и начала математического анализа (углубленный уровень). 10 кл. / Г.К. Муравин, О.В. Муравина. – М.: Дрофа, 2013. – 318 с.: ил.
8. Пратусевич М.Я. Математика: Алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (углубленный уровень). 11 кл. / М.Я. Пратусевич, К.М. Столбов, А.Н. Головин. – М.: Просвещение, 2010. – 463 с.: ил.

УДК 511.13

ЦЕПНЫЕ ДРОБИ И ЗАМОЩЕНИЕ ПОЛОСЫ

Жовнир А.А., Савельев В. М.
ГОУ ВПО ЛНР «Луганский национальный университет имени Тараса Шевченко», г. Луганск
ann3005@ltsu.org

Бесконечные цепные дроби, связанные с темой исследования, относятся к одному из основных разделов теории чисел. Изучение цепных дробей остается актуальным. Получив широкое применение в области технических и физико-математических наук, они продолжают использоваться в различных исследованиях и разработках.

Замощение плоскости активно изучается в физике кристаллов, геометрии, а также встречается в повседневной жизни. По сей день ученые пытаются описать все выпуклые многоугольники, замощающие плоскость.

В данной статье исследуется связь чисел Фибоначчи с цепными дробями и замощением полосы.

Изложение основного материала

Конечной цепной дробью называется выражение вида

$$a_0 + \cfrac{1}{a_1 + \cfrac{1}{a_2 + \ldots + \cfrac{1}{a_n}}} = [a_0; a_1, a_2, \ldots, a_n],$$

где $a_0, a_1, a_2, \ldots, a_n$ – целые числа; $a_1 \ge 1, \ldots, a_{n-1} \ge 1, a_n > 1$ при этом, числа a_n называются неполными частными [1, с.199–201].

Для данной цепной дроби, её подходящей *k*-ой дробью, $0 < k < n$, называется выражение $[a_0; a_1, a_2, \ldots, a_k]$. Каждое из этих выражений можно вычислить, т.е, свернуть в простую дробь; получающийся при этом ряд дробей называется подходящими дробями данной цепной дроби

$$\frac{P_0}{Q_0}, \frac{P_1}{Q_1}, \frac{P_2}{Q_2}, \ldots, \frac{P_n}{Q_n}.$$

Непосредственно из определения следует справедливость следующих рекуррентных соотношений

$$P_0 = a_0, P_{k+1} = a_{k+1} P_k + P_{k-1},$$

$$Q_0 = 1, Q_{k+1} = a_{k+1} Q_k + Q_{k-1}.$$

Для $k=\overline{1,n-1}$. Эти рекуррентные соотношения позволяют последовательно находить числители и знаменатели подходящих дробей по данной цепной дроби.

Бесконечная цепная дробь $\left[a_0,a_1,a_2,\ldots\right]$ является пределом $\left[a_0,a_1,a_2,\ldots,a_n\right]$ при $n\to\infty$. Предел всегда существует и является некоторым иррациональным числом a [12, с. 10-16].

Любое иррациональное число можно разложить в цепную дробь. В результате такого разложения мы получим бесконечную цепную дробь, значение которой будет стремиться к какому-то иррациональному числу. Если вычесть из этой дроби единицу, а затем обратить, то получим эту же дробь. Теперь уже видно, что если обрубить эту дробь в каком-нибудь конечном месте, мы получим дробь, выражающую отношение двух соседних числе Фибоначчи.

Числами Фибоначчи называют элементы числовой последовательности. В ней каждое следующее число в ряду получается суммированием двух предыдущих чисел.

Записать это можно так:

$F_0=0, F_1=1, F_n=F_{n-1}+F_{n-2}, n\geq 2$ [3, с. 2].

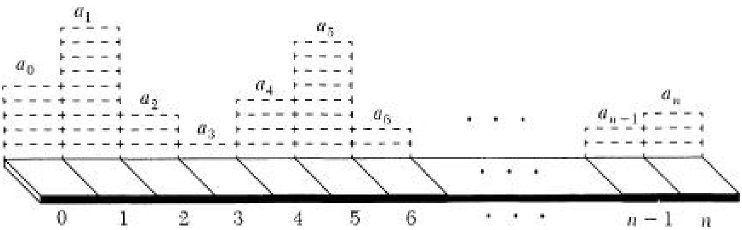
К тому же числа Фибоначчи F_n определяют количество возможных путей покрытия шахматной доски размером $n\times 2$ с помощью костяшек домино 1×2. Это позволяет совершенно по-новому переосмыслить математическую интерпретируемость данных чисел.

Рассмотрим какую-либо полосу. Замощение плитками домино это способ разбить эту полосу на прямоугольники размера 2×1 так, чтобы они покрывали всю полосу и никакие два прямоугольника не имели общих внутренних точек, а пересекались бы только по границе.

Для данной непрерывной дроби $\left[a_0,a_1,a_2,\ldots\right]$ рассмотрим следующую задачу замощения. Пусть P_n – количество способов замощения полосы $1\times(n+1)$ с помощью плиток домино 1×2 и квадратных плиток и 1×1. Все ячейки полоски пронумеруем числами от 0 до n и постараемся покрыть их этими плитками. Запретим класть плитки поверх домино, но разрешим это делать по отношению к квадратным плиткам 1×1. Ячейка с номером i может быть покрыта стопкой из a_i квадратных плиток 1×1, где $i=0,\ldots,n$.

На рис. 1 изображена полоска ширины $n+1$, для ячеек которой указаны числа $a_0, a_1, ..., a_n$ обозначающие высоту стопок. На рис. 2 приведён пример одного из замощений полосы 1×12 с заданными значениями высот стопок – 5,10,3,1,4,8,2,7,7,4,2,3.

Рис. 1. Полоса $1\times(n+1)$ с заданными высотами стопок



При $n > 2$ мы получаем

$$P_n = a_n P_{n-1} + P_{n-2}.$$

Это следует из наблюдения, что последняя клетка с номером n либо покрыта стопкой квадратных плиток 1×1, либо одной домино. В первом случае существует a_n вариантов размера стека и P_{n-1} способов покрытия ячеек полосы с номерами от 0 до $n-1$.

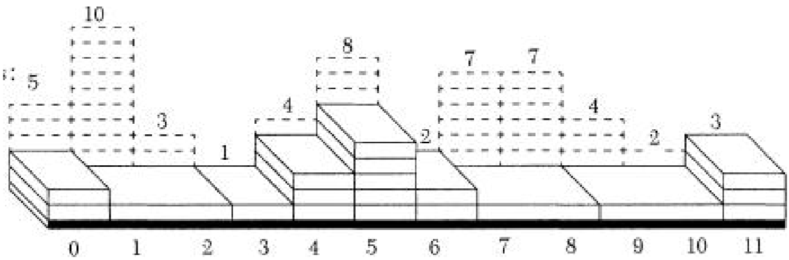


Рис. 2. Полоска с заданным набором высот 5, 10, 3, 1, 4, 8, 2, 7, 7, 4, 2.

Во втором случае для последнего домино есть только один выбор, и оставшаяся полоса с ячейками от 0 до $n-2$ может быть покрыта P_{n-2} способами. Так как P_n и p_n удовлетворяют одинаковым рекуррентным и начальным условиям, то $P_n = p_n$.

Удалим теперь ячейку с номером 0 из полосы, и пусть Q_n, обозначает количество способов замощения полосы $1\times n$ с помощью домино и квадратных плиток, причём ячейка с номером i может быть покрыта стопкой из a_i квадратных плиток, где $i = 1, ..., n$. С помощью аналогичных рассуждений, мы получим, что $Q_n = q_n$. (Здесь $Q_0 = 1$ обозначает «пустое» разбиение).

Для иллюстрации рассмотрим представление цепной дроби для π, которое начинается [3, 7, 15, 1, 292,…] (рис. 3).

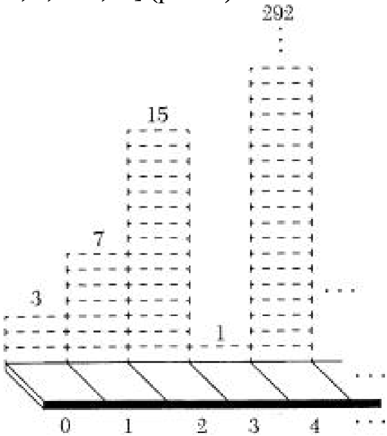


Рис. 3. Начало доски размера π.

Если подсчитать количество способов чередования ячеек 0, 1 и 2, мы получим $p_2 = 333$. Подсчет количества способов чередования только ячеек 1 и 2 легко дает нам $q_2 = 106$. Это приводит к приближению $\pi \approx r_2 = \frac{333}{106}$. При подсчете количества способов чередования ячеек с номерами от 0 до 3, получим $r_3 = \frac{355}{113}$.

Если $a_i = 1$ для всех $i \geq 0$, то получаем хорошо известную последовательность чисел Фибоначчи, а именно: подходящая дробь p_n / q_n с номером n является отношением двух последовательных чисел Фибоначчи. В частности, если мы определим $f_0 = 1$, $f_1 = 1$, а при $n \geq 2$, $f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$, то $p_n = f_{n+1}$ и $q_n = f_n$. Число Фибоначчи f_n подсчитывает количество способов разбиения полоски из n клеток с помощью квадратных плиток 1×1 и домино 1×2. Таким образом, непрерывная дробь в нашей задаче замощения полосы обобщает известную интерпретацию чисел Фибоначчи [4].

Следующий вопрос, который возникает после этого сколькими способами можно замостить доминошками прямоугольник произвольного размера $m \times n$? Эту весьма непростую задачу решили ученые Кастелейн, Темперли и Фишер. Они доказали, что число замощений такого прямоугольника задается следующей формулой:

$$\prod_{j=1}^{m}\prod_{k=1}^{n}\left(4\cos^2\frac{\pi j}{m+1}+4\cos^2\frac{\pi k}{n+1}\right)^{1/4}$$

Если m и n оба нечётны, формула корректно даёт нулевое число возможных мозаик домино [2, с.12].

Специальным случаем является замощение прямоугольника n костяшками домино – получается последовательность Фибоначчи.

Библиографический список

1. Арнольд И.В. Теория чисел: учеб. пособие для студ. вузов / И.В. Арнольд. – 2-е изд. – М.: Ленанд, 2017. – 288 с.
2. Benjamin A.T. Recounting Fibonacci and Lucas Identities / A.T. Benjamin, J.J. Quinn. – College Math. J. 30, 1999. – 436 p.
3. Brigham R.C A tiling scheme for the Fibonacci numbers / R.C. Brigham, R.M. Caron, P.Z. Chinn, R.P. Grimaldi// J. Recreational Math., Vol 28, 1996-97. – 17 p.
4. Coltescu I. A new type of continued fraction. Expansion / I. Coltescu, D. Lascu// Math.Sci.Res.J. – 2007. – vol.11. – pp. 327-350.
5. Niven I.I. An Introduction to the Theory of Numbers / I.I. Niven, H.S. Zuckerman, H.L. Montgomery. – John Wiley & Sons, Inc., New York, 1991. – 540 p.

УДК 519.86:[339.13:330.101.542]

ОСНОВНЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПОТРЕБЛЕНИЯ В МИКРОЭКОНОМИКЕ

Киричевский Р.В., Горбанёва Е.Р.
ГОУ ВПО ЛНР «Луганский национальный университет имени Тараса Шевченко», г. Луганск
rost71@mail.ru

Центральную роль в распределении ресурсов играют рынки. Рынок представляет собой пакет соглашений, при помощи которых продавцы и покупатели товаров и услуг вступают в контакт по поводу купли-продажи данных товаров и услуг. Изучением функционирования отдельных рынков и их взаимодействия занимается микроэкономика. В микроэкономике основной упор делается на цены и объем выпуска и на то, как в результате взаимодействия рынков осуществляется распределение ограниченных ресурсов по многим альтернативным направлениям использования. Типичные микроэкономические вопросы следующие: «почему литр бензина стоит дороже, чем литр молока, и больше, чем литр воды?»; «какое влияние минимальной оплаты труда на занятость населения?»; «почему цены на электроэнергию всегда устанавливаются государством?» и др. Подход, основанный на исследованиях экономических отношений на уровне отдельных элементов экономической системы, называется микроэкономическим. Термин «микроэкономика» показывает, что здесь за основу исследования берется наименьшая хозяйственная единица, микрочастица экономики – предприятие [1].

Теория потребительского выбора в условиях определенности имеет 5 методов решения задачи потребителя:

1. Переход к безусловной максимизации.
2. Условие касания и его интерпретация.
3. Случаи, когда условие касания не работает/ненадежно.
4. Метод Лагранжа.
5. Решение задачи потребителя для Леонтьевских предпочтений.

В данной работе мы рассмотрим некоторую задачу потребительского выбора.

Решение задачи потребительского выбора

Потребитель располагает доходом Q, за который он приобретает два продукта (если продуктов больше, часто выделяют один продукт, а вторым считают все остальные). Математическая модель поведения потребителя называется *моделью потребительского выбора*. Потребительский набор – это вектор (x_1, x_2) ,где координата x_i равна количеству единиц i-го продукта $(i=1,2)$.

На множестве потребительских наборов (x_1, x_2) определена функция $U(x_1, x_2)$ ® $\max u(x_1, x_2)$ (*функция полезности потребителя*), значение $u(x_1, x_2)$ которой на наборе (x_1, x_2) равно оценке потребителем этого набора. Каждый потребитель имеет, вообще говоря, свою функцию полезности. Если набор А предпочтительнее набора В, то $u(A) > u(B)$.

Функция полезности имеет следующие свойства:

1.Если $x_1^2 > x_1^1$, то $u(x_1^2, x_2) > u(x_1^1, x_2)$;

если $x_2^2 > x_2^1$ то, $u(x_1, x_2^2) > u(x_1, x_2^1)$.

Иначе говоря, $u_{x1}(x_1, x_2) = u_1 > 0, u_{x2}(x_1, x_2) = u_2 > 0$.

Производные $u_1^{'}$ и $u_2^{'}$ называются *предельными полезностями*1-го и 2-го продуктов соответственно.

2.Предельная полезность каждого продукта уменьшается, если объём его потребления растёт (*закон убывания предельной полезности*). Из свойства второй производной следует, что $u_{x1}^{``}(x_1, x_2) < 0, u_{x2}^{``}(x_1, x_2) < 0$.

3.Предельная полезность каждого продукта увеличивается, если растёт количество другого продукта. Если блага могут замещать друг друга в потреблении, свойство не выполняется.

$u_{x1x2}^{``}(x_1, x_2) = u_{12} > 0, u_{x2x1}^{``}(x_1, x_2) = u_{21} > 0$.

Линия уровня функции $u(x_1, x_2)$ называется *линией безразличия*. Линии безразличия, соответствующие разным уровням удовлетворения потребностей, не пересекаются и не касаются. Чем выше и правее расположена линия безразличия, тем большему уровню удовлетворения потребностей она соответствует. Условия 1-3 означают, что функция $u(x_1, x_2)$ убывает и выпукла вниз.

Задача потребительского выбора имеет вид:

$U(x_1, x_2) \to \max$

при ограничении $p_1x_1 + p_2x_2 \le Q$ L $(x_1 \ge 0, x_2 \ge 0)$.

Допустимое множество (т.е. множество наборов продуктов, доступных для потребителя) есть треугольник, ограниченный осями координат и бюджетной прямой. На этом множестве требуется найти точку, принадлежащую кривой безразличия с максимальным уровнем полезности.

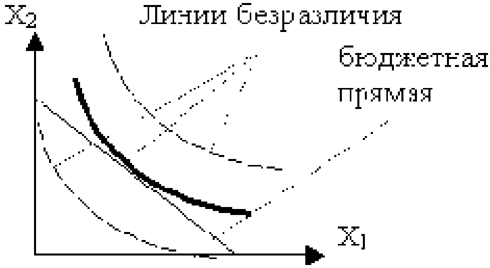


Рис.1 Пример линии безразличия

Набор (x_1^0, x_2^0), который является решением задачи потребительского выбора, принято называть *оптимальным* для потребителя.

Если на каком-то потребительском наборе (x_1, x_2) бюджетное ограничение $p_1x_1 + p_2x_2 \le Q$ будет выполняться в виде строгого неравенства, то мы можем увеличить потребление какого-либо из продуктов и тем самым увеличить функцию полезности. Следовательно, набор (x_1^0, x_2^0), максимизирующий функцию полезности, должен обращать бюджетное ограничение в равенство, т.е. $p_1x_1^0 + p_2x_2^0 = Q$.

Итак, задачу потребительского выбора можно заменить задачей на условный экстремум (ибо решение (x_1^0, x_2^0), этих двух задач одно и то же)

$u(x_1, x_2) \to \max$

при условии $p_1x_1 + p_2x_2 = Q$.

Для решения этой задачи применим метод Лагранжа [2]. Для функции Лагранжа $L(x_1, x_2, \lambda) = u(x_1, x_2) + \lambda(p_1x_1 + p_2x_2 - Q)$, получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} L'_{x1} = u'_1 + \lambda p_1 = 0, \\ L'_{x2} = u'_2 + \lambda p_2 = 0, \\ L'_\lambda = p_1x_1 + p_2x_2 - Q = 0 \end{cases}.$$

Исключив из полученной системы неизвестную λ, получим систему двух уравнений с двумя неизвестными x_1, x_2

$$\begin{cases} \dfrac{u'_1}{u'_2} = \dfrac{p_1}{p_2}, p_1x_1 + p_2x_2 = Q \end{cases}.$$

Решение (x_1^0, x_2^0) этой системы есть критическая точка функции Лагранжа. Подставив решение (x_1^0, x_2^0) в левую часть равенства

$$\frac{u'_1(x_1, x_2)}{u'_2(x_1, x_2)} = \frac{p_1}{p_2},$$

получим, что в точке (x_1^0, x_2^0) отношение $\dfrac{u'_1(x_1^0, x_2^0)}{u'_2(x_1^0, x_2^0)}$ предельных полезностей $u'_1(x_1^0, x_2^0)$ и $u'_2(x_1^0, x_2^0)$ продуктов равно отношению их рыночных цен p_1, p_2

$$\frac{u'_1(x_1^0, x_2^0)}{u'_2(x_1^0, x_2^0)} = \frac{p_1}{p_2} \quad (1)$$

Так как отношение $\dfrac{u'_1(x_1^0, x_2^0)}{u'_2(x_1^0, x_2^0)}$ равно предельной норме замены первого продукта вторым в точке локального рыночного равновесия (x_1^0, x_2^0) из (1) следует, что эта предельная норма равна отношению рыночных цен $\dfrac{p_1}{p_2}$ на продукты.

Приведённый результат играет важную роль в экономической теории.

Геометрически решение (x_1^0, x_2^0) можно интерпретировать как точку касания линии безразличия функции полезности $u(x_1, x_2)$ с бюджетной прямой $p_1x_1 + p_2x_2 = Q$. Это определяется тем, что отношение

$\frac{x_2^`}{x_1^`} = -\frac{x_2^`}{x_1^`} = -\frac{u_1^`}{u_2^`}$ равно тангенсу угла наклона линии уровня функции полезности, а отношение $-\frac{p_1}{p_2}$ n представляет собой тангенс угла наклона бюджетной прямой. Поскольку в точке потребительского выбора они равны, то в этой точке происходит касание данных двух линий [3].

Пример решения задачи потребительского выбора.

Оптимальный набор потребителя составляет 6 ед. продукта x_1 *и 8 ед. продукта* x_2. *Определить цены потребляемых благ, если доход потребителя равен 240000 руб. Функция полезности потребителя:*

$$u(x_1, x_2) = x_1^{\frac{1}{2}} x_2^{\frac{3}{2}}$$

<u>*Решение*</u>. Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{u_1^`}{u_2^`} = \frac{p_1}{p_2} \end{cases} \qquad \frac{\frac{1}{2} x_1^{-\frac{1}{2}} \cdot x_2^{\frac{3}{2}}}{x_1^{\frac{1}{2}} \frac{3}{2} x_2^{\frac{1}{2}}} = \frac{p_1}{p_2} \qquad \frac{1x_2}{3x_1} = \frac{p_1}{p_2}$$

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = 240000$$

Подставив $x_1 = 6$ *ед.*, $x_2 = 8$ *ед.*, получим: $p_1 = 10000, p_2 = 22500$.

В заключение, можем сказать лишь, что в данной работе был рассмотрен один из самых распространенных методов решения задач потребителя на основании функции полезности. Приведен пример о получении прибыли двумя потребителями, что составило 10000руб для первого и 22500 руб. для второго.

Библиографический список

1. Голиков М.Н. Микроэкономика. Учебно-методическое пособие для вузов / М.Н. Голиков. – Псков: Изд-во ПГПУ, 2005. – 104 с.

2. Котова Г.А. Микроэкономика / Г.А. Котова, А.А. Раквиашвили, И.Е. Рудакова. – М.: Экономический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова, 2013. – 139 с.

3. Общей экономической теории. Вводный курс. В 3-х кн. Кн. 1. Учебное пособие. / Под ред. А.А. Пороховского. – М.: Изд-во МГУ, 2010. – 316 с.

4. Сафронов Н.А. Экономика организации (предприятия): Учеб. для студентов среднего профессионального образования / Н.А. Сафронов. – М.: Экономистъ, 2008. – 251 с.

УДК 519.86:519.83

ПРИМЕР ЭКОНОМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ, ОСНОВАННОЙ НАСТРАТЕГИИ ИГРЫ С ПОЛНОЙ ИНФОРМАЦИЕЙ

Киричевский Р.В., Корнилов А.Е.

ГОУ ВПО ЛНР «Луганский национальный университет имени Тараса Шевченко», г. Луганск

rost71@mail.ru

В данной статье нами будет сделана попытка на основе теоретического анализа построить ограниченный вариант такой стратегической модели, которая основана на стратегии игр с полной информацией.

Иными словами, мы попытаемся теоретически смоделировать, как в поведении потребителя сочетаются удовлетворенность товаром компании, лояльность к ней и готовность выступать промоутером (т. е. по собственной инициативе и без ведома компании продвигать ее товары торговую марку среди своего круга общения).

Традиционно стратегические модели наглядно изображаются в виде матрицы, каждая ячейка которой представляет собой один из возможных вариантов развития событий, сформированный определенным набором критериев (при их заданных значениях)[1].

Игра с полной информацией(англ. game of perfect information– буквально «игра с совершенной информацией»), также игра с совершенной информацией, теоретико-игровой термин, обозначающий игру, в которой игрокам известны функция полезности, правила игры, а также ходы других игроков [2].

Примером игр с полной информацией можно выделить большинстводетерминированныхнастольныхигр(например,шахматы,шашки,крестики-нолики и т.п.) К недетерминированным играм с полной информацией относится, например, нарды. Не являются играми с полной информацией такие игры, как маджонг, кригшпиль, большинство карточных игр [3;4].

Не вполне строго, но практически можно считать, что игра является игрой с полной информацией, если: игроки воздействуют на игровую ситуацию дискретными действиями- ходами, порядок ходов определён правилами и не зависит от таких параметров, как скорость реакции игроков (то есть очередной ход делает тот, кто должен его сделать по правилам, а не тот, кто первым догадался или успел его сделать);в любой момент игры все игроки имеют полную информацию о состоянии игры, то есть о позиции и всех возможных ходах любого из игроков.

Так, покер является игрой с complete информацией, но не с perfect информацией– правила и функции полезности известны, а вот ходы игроков– нет. При это мaукционнеполон даже в complete-смысле: каждый игрок знает свою функцию полезности, но не знает функций полезности других игроков.

Если ни в каких аспектах игры (правилах, возможности или очерёдности ходов, определении момента завершения игры или результата) не участвует элемент случайности, такая игра будет ещё и детерминированной.

Для любой детерминированной игры с полной информацией, теоретически, можно просчитать всё дерево возможных ходов игроков и определить последовательность ходов, которая гарантированно приведёт, по крайней мере одного из них к выигрышу или ничьей, то есть всегда может быть построен алгоритм выигрыша или сведения игры вничью по крайней мере для одной из сторон.

Приведем пример экономической модели игры с полной информацией [5]. Любая многошаговая игра с полной информацией может быть сведена к игре в нормальной форме. А в игре в нормальной форме всегда существует ситуация равновесия по Нэша в смешанных стратегиях. Следовательно, можно утверждать, что и в игре с полной информацией всегда существует ситуация равновесия по Нэша.

Приведем пример равновесия Нэша в смешанных стратегиях:

Определение. РН в смешанных стратегиях μ^* называют РН в смешанном расширении

$$G_m : \bar{\mu}\left(\mu_i^*, \mu_{-i}^*\right) \ge \bar{\mu}\left(\mu_i, \mu_{-i}^*\right); \forall \mu_i \in M_i, \forall i \in N.$$

Найдем РН в смешанных стратегиях для игры «Совпадение монет».

Расставим вероятности p и q применения игроками своих стратегий:

	O	P	
O	-1,1	1,-1	p
P	1,-1	-1,1	1-p
	q	1-q	

Рис.1 Схематическое представление игры «Совпадение монет»

Здесь $\mu_1(O) = p;\ \mu_1(P) = 1 - p;\ \mu_2(O) = q;\ \mu_2(P) = 1 - q.$

Запишем средний выигрыш 1-го игрока от использования им 1-й стратегии:

$$\bar{\mu}_1(O) = (-1)\cdot q + (1)\cdot(1 - q) = 1 - 2q$$

Аналогично по 2-й стратегии:

$$\bar{\mu}_1(P) = 1\cdot q + (-1)\cdot(1 - q) = 2q - 1$$

Теперь сравним эти выигрыши между собой:

$$\overline{m}_1(O) > \overline{m}_1(P): p=1; 1-2q > 2q-1 \Rightarrow q < \frac{1}{2};$$

$$\overline{m}_1(O) < \overline{m}_1(P): p=0; 1-2q < 2q-1 \Rightarrow q > \frac{1}{2};$$

$$\overline{m}_1(O) = \overline{m}_1(P): p \in [0,1]; 1-2q = 2q-1 \Rightarrow q = \frac{1}{2}.$$

Функция отклика (наилучшего ответа) первого игрока на действия второго:

$$R_1(q) \equiv p = \begin{cases} 1, q < 1/2 \\ 0, q > 1/2 \\ [0,1], q = 1/2 \end{cases}$$

Запишем средний выигрыш 2-го игрока от использования им своей 1-й стратегии:

$$\overline{m}_2(O) = 1 \cdot p + (-1) \cdot (1-p) = 2p - 1;$$

и аналогично от 2-й стратегии:

$$\overline{m}_2(P) = (-1) \cdot p + (1) \cdot (1-p) = 1 - 2p.$$

Сравним эти выигрыши между собой:

$$\overline{m}_2(O) > \overline{m}_2(P): q=1; \Rightarrow 2p-1 > 1-2p \Rightarrow p > \frac{1}{2};$$

$$\overline{m}_2(O) < \overline{m}_2(P): q=0; \Rightarrow 2p-1 < 1-2p \Rightarrow p < \frac{1}{2};$$

$$\overline{m}_2(O) = \overline{m}_2(P): q \in [0,1]; \Rightarrow 2p-1 = 1-2p \Rightarrow p = \frac{1}{2}.$$

Функция отклика (наилучшего ответа) второго игрока на действия первого:

$$R_2(p) \equiv q = \begin{cases} 1, \quad p > 1/2 \\ 0, \quad p < 1/2 \\ [0,1], \quad p = 1/2 \end{cases}$$

РН соответствует всем точкам (p,q), удовлетворяющим обеим функциям отклика. Для этой цели можно построить график в координатах(p,q), т.е. на единичном квадрате:

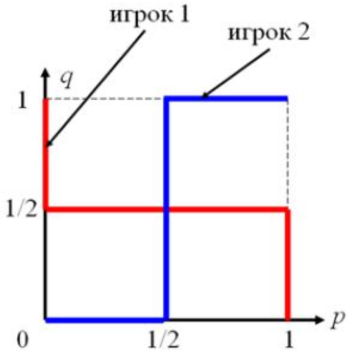


Рис.2График в координатах(p,q)

В точке пересечения графиков функций отклика находится равновесие Нэша: $m_2(O)=\dfrac{1}{2}$; $m_2(P)=\dfrac{1}{2}$; $m_1(O)=\dfrac{1}{2}$; $m_1(P)=\dfrac{1}{2}$.

Библиографический список

1. Васин А.А.Теория игр и модели математической экономики / А.А. Васин, В.В. Морозов. – М.: Макс-пресс, 2005. – 272 с.

2. Гетманчук А.В. Экономико-математические методы и модели / А.В. Гетманчук – М.: Дашков и К, 2013. – 188 с.

3. Костромин А.В. Теория игр. Конспект лекций/ А.В. Костромин, Д.М. Мухаметгалеев. – Казань: Каз. федер. ун-т, 2013. – 87 с.

4. Новиков А.И. Экономико-математические методы и модели / А.И. Новиков. – М.: Дашков и К, 2017. – 532 с.

5. Оуэн Г. Теория игр / Г. Оуэн. –М.: Вузовская книга, 2004. – 216 с.: ил.

УДК 519

ОСНОВЫ ПЛАНИРОВАНИЯ РОТОТАБЕЛЬНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Киричевский Р.В., Трищенко С.Н.

ГОУ ВПО ЛНР «Луганский национальный университет
имени ТарасаШевченко», г. Луганск
ann3005@rambler.ru

В ходе развития науки эксперимент выступал мощным средством исследования явлений природы и технических объектов. Не случайно у ученых и инженеров возникло пристальное внимание эффективнее проводить эксперимент, все это благодаря достигнутого уровня и масштаба экспериментальных работ на современном этапе развития науки и техники. Этот этап характеризуется: ростом общего числа проведенных экспериментальных работ; увеличением количества специалистов, занимающихся экспериментальной деятельностью; существенным усложнением объектов исследования и используемого экспериментального оборудования; тенденцией к увеличению среднего времени экспериментирования и подорожание исследований; начало процесса внедрения средств и систем автоматизации эксперимента [1].

Известно, что новая наука может возникнуть, если существует объективная необходимость ее появления и есть предмет новой науки, представляющий общенаучный интерес. Сказанное в полной мере относится и к теории планирования эксперимента. Предмет исследования этого научного направления − эксперимент. Для того чтобы эксперимент стал предметом исследования отдельного научного направления, необходимо, чтобы он характеризовался некоторыми чертами, общими для любого эксперимента независимо от того, в какой конкретной области знаний эксперимент проводится. Такими общими чертами эксперимента является необходимость:

1. Контролировать любой эксперимент, то есть исключать влияние внешних переменных, не принятых исследователем по тем или иным причинам к рассмотрению.
2. Определять точность измерительных приборов и получаемых данных.
3. Уменьшать до разумных пределов число переменных в эксперименте.
4. Составлять план проведения эксперимента, лучший из той или иной точки зрения.
5. Проверять правильность полученных результатов и их точность.
6. Выбирать способ обработки экспериментальных данных и форму представления результатов.
7. Анализировать полученные результаты и давать их интерпретацию в терминах той области, где эксперимент проводится [2].

Планирование эксперимента − это процедура выбора числа и условий проведения опытов, необходимых и достаточных для решения поставленной задачи с требуемой точностью [3].

Поиск оптимальных условий, построение интерполяционных формул, выбор существенных факторов, оценка и уточнение констант теоретических моделей, выбор наиболее приемлемых из некоторого множества гипотез о механизме явлений, исследование диаграмм, это примеры задач, при решении которых применяется планирование эксперимента. Можно сказать, что там, где имеет место эксперимент, есть и наука о его проведении − планирование эксперимента [4].

Основная цель эксперимента: выявление свойств исследуемых объектов, проверка справедливости гипотез и на этой основе широкое и глубокое изучение темы научного исследования.

Постановка и организация эксперимента определяют его назначения. Эксперименты, которые проводятся в различных отраслях науки, являются химическими, биологическими, физическими, психологическими, социальными и т.д.

Они различаются:

- по способу формирования условий: естественные, искусственные;
- по целям исследования: преобразовательные, констатирующие, контролирующие, поисковые, решающие;
- по характеру внешних воздействий на объект исследования: вещественные, энергетические, информационные;
- по характеру взаимодействия средства экспериментального исследования с объектом исследования: обычный, модельный;
- по типу моделей, исследуемых в эксперименте: материальный, мнимый;
- по организации проведения: лабораторные, натурные, полевые, производственные и т.д.;
- по структуре изучаемых объектов и явлений: простые, сложные;
- по контролируемым величинам: пассивный, активный;
- по числу варьируемых факторов: однофакторный, многофакторный;
- по характеру исследуемых объектов или явлений: технологические, социометрические [5].

Для проведения эксперимента любого типа необходимо: разработать гипотезу, что подлежит проверке; создать программы экспериментальных работ; определить способы и приемы вмешательства в объект исследования; обеспечить условия для осуществления процедуры экспериментальных работ; разработать пути и приемы фиксации хода и результатов эксперимента (приборы, установки, модели и т.д.); обеспечить эксперимент необходимым обслуживающим персоналом [6].

Согласно вышеизложенного обзора можно выдвинуть следующие рекомендации о планировании рототабельного эксперимента:

1. Обработать результаты эксперимента первого порядка типа для обоих выходных параметров γ и Q в частности:
   - вычислить коэффициенты линейного уравнения регрессии вида $y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2$;
   - определить значимость коэффициентов;
   - проверить адекватность математической модели.
2. Обработка результатов опытов центрального композиционного рототабельного планирования второго порядка для обоих выходных параметров, в том числе:
   - составить полный план эксперимента и уравнения регрессии в общем виде;
   - вычислить коэффициенты квадратичной математической модели;
   - определить значимость коэффициентов уравнения регрессии и уточнить исходную модель;

- проверить адекватность математической модели;
- раскодировать уравнения регрессии.

Библиографический список

1. Крутова В.И. Основы научных исследований: Учебник для технических вузов. / под ред. В.И. Крутова. – М.: Высшая школа, 1989. – 400 с.

2. Красовский Г.И. Планирование эксперимента / Г.И. Красовский, Г.Ф. Филаретов. – Минск: Издательство БГУ, 1982. – 302 с.

3. Адлер Ю.П. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий / Ю.П. Адлер, Е.В. Маркова, Ю.В. Грановский. – М.: Наука, 1976. – 280 с.

4. Власов К.П. Методы научных исследований и организации эксперимента / К.П. Власов. – Спб.: РИЦ СПГГИ, 2000. − 116 с.

5. Налимов В.Н. Логические основания планирования эксперимента: учебник Е.А. Шалыгина / В.Н. Налимов. − 2-е изд. – М.: Колос, 2001. – 152 с.

6. Сидняев Н.И. Статистический анализ и теория планирования эксперимента: учебное пособие / Н.И. Сидняев. – М: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017. – 195с.: ил.

УДК 519

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ПЛАНИРОВАНИЯ РОТОТАБЕЛЬНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА ПРИ ПРОИЗВОДСТВЕ ПОЛИПРОПИЛЕНОВЫХ ЛИСТОВ

Киричевский Р.В., Скринникова А.В., Трищенко С.Н.

ГОУ ВПО ЛНР «Луганский национальный университет ИмениТарасаШевченко», г. Луганск

ann3005@rambler.ru

Полимерные изделия, получаемые из специальных заготовок методом термоформования: одноразовые стаканы, тарелки, контейнеры и т.п. пользуются большим спросом. Современное производство подобных изделий практически безотходно: брак, некондиция, рулоны обрезанной кромки, образующиеся при пуско-наладочных операциях, вторично направляются в основной цикл производства, к дробинкам, для получения новых полипропиленовых листов. Однако при их производстве существенное значение имеет качество полимерной заготовки, которую получают экструзией через плоскощелевую головку листовальной машины − экструдера. Внешний вид листа не дает полной информации о его пригодности для формования, поскольку за гладкой, блестящей поверхностью могут скрываться структурные особенности или дефекты, которые при нагреве и последующей деформации приведут к ухудшению качества конечного изделия [1; 4; 5].

Опытным путем решены многие проблемы производства качественных термопластичных листов при помощи различного пневмоформовочного оборудования. Однако влияние многих факторов при изготовлении на различном оборудовании для оптимизации производства уточняется. Это актуально для производителей в ЛНР, поскольку временами есть дефицит сменных частей экструдера. Так, существенное влияние на качество термоформуемого листа оказывают температурный режим экструзии, качество фильтрации расплава полимера, степень однородности получаемой полимерной композиции и др.

В одном из цехов г. Луганска действует установка для термоформования полипропиленовых листов «Экструдер RJD-670», состоящая из одной технологической линии. Производительность линии составляет от 100 до 150 кг/час. В состав экструзионной линии входит много технологических узлов, некоторые из них:

- одношнековый экструдер предназначенный для пластификации;
- сменная сетка-фильтр для очистки однородной расплавленной массы от твердых включений;
- каландровая группа для уплотнения между собой слоев ленты под действием температуры, регулирования толщины получаемой ленты и для сглаживания неровностей на поверхности ленты (каландр служит для непрерывного формования листа полимера путем пропускания его через зазор между вращающимися валами);
- подстанция терморегулирования цилиндров каландра, снабженная электрическими нагревательными элементами и водяной системой охлаждения;
- три каландра с полированной хромированной поверхностью для быстрого и эффективного охлаждения материала (регулировка температуры с точностью до ± 1°C обеспечивает контроль процесса пластификации, а также толщины и гладкости получаемого листа);
- двигатели с высоким крутящим моментом (скорость вращения до 1500 об/мин) и автоматический контроль натяжения обеспечивают легкое управление скоростным режимом и толщиной получаемого листа.

Цель работы − поставить задачу планирования рототабельного эксперимента при производстве полипропиленовых листов для дальнейшего исследования зависимость производительности процесса изготовления полипропиленовых листов и износа сетки экструдера при этом процессе от температуры нагревания листов и частоты оборотов двигателя экструдера.

Входные переменные параметров процесса − факторы: скорость вращения двигателя v и температура нагревания материала t. Выходные параметры процесса: производительность процесса, Q (производство ленты в ц/мес), относительный линейный износ сетки-фильтра для очистки однородной расплавленной массы от твердых включений, g (в %). Относительный линейный износ сетки-фильтра определялся путем увеличения размеров фракции гранул полипропилена. Уровни факторов v, t и интервалы их варьирования выбраны по результатам ранних поисковых экспериментов. Другие факторы: давление прокачки воды, настройка следящего привода подачи, скважность импульсов тока не менялись.

Поскольку эксперимент является многофакторным, целесообразно применение ротатабельного планирования [2; 3], а для этого необходимо: 1) обработать результаты эксперимента первого порядка типа 2^2 для обоих выходных параметров g и Q, в том числе: вычислить коэффициенты линейного уравнения регрессии вида $y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2$; определить значимость коэффициентов; проверить адекватность математической модели; 2) обработать результаты опытов центрального композиционного рототабельного планирования второго порядка для обоих выходных параметров.

Факторы, уровни и интервалы варьирования факторов, результаты запросов первого порядка и опросов в центре плана приведены в таблицах 1 − 3, где Н – натуральные факторы, К – кодовые факторы [3].

Таблица 1

Факторы, уровни и интервалы варьирования факторов

Обозначения факторов		Уровни факторов						Интервалы варьирования факторов
		Верхний		основной		нижний		
Н	К	Н	К	Н	К	Н	К	
v, об/мин	x_1	1500	+1	1400	0	1300	-1	100
t, °С	x_2	485	+1	463	0	441	-1	22

Таблица 2

Матрица плана первого порядка и результаты его опросов

№ опыта	x_1	x_2	Верхний параметр	
			Производительность, y_Q (ц/месс)	Износ сетки, y_g (%)
1	+	+	29	24
2	-	+	38	39
3	+	-	56	39.5
4	-	-	88	55.5

Таблица 3

Результаты запросов в центре плана

№ опыта	x_1	x_2	y_Q	y_g
1	0	0	26	31
2	0	0	23	28
3	0	0	27	32
4	0	0	24	29.5
5	0	0	26	30.5

Итак, в соответствии с целью работы на первом этапе исследования поставлен полный факторный эксперимент типа 2^2. Выявлены факторы, уровни факторов и интервалы их варьирования. Они даны в табл. 1. Матрица плана эксперимента и результаты измерения выходных параметров y_g и y_Q в соответствии с выявленными данными приведены в табл. 2. В качестве математической модели возьмем линейное уравнение регрессии вида $y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2$.

Определим коэффициенты уравнения регрессии для параметра y_Q:

$$b_0 = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} y_j \text{ }, b_0 = \frac{1}{4}(29 + 38 + 56 + 88) = 52.75$$

$$b_1 = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} x_1 y_j \text{ }, b_1 = \frac{1}{4}(29 - 38 + 56 - 88) = -10.25$$

$$b_2 = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} x_2 y_j \text{ },$$

$$b_2 = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} x_2 y_j = \frac{1}{4}(29 + 38 - 56 - 88) = -19.25$$

и уравнение регрессии y_Q приобретает вид:

$$y_Q = 52.75 - 10.25 x_1 - 19.25 x_2$$

Далее, необходимо определить значимости коэффициентов используя результаты пяти параллельных опытов в центре плана (см. табл. 3 выходных данных), рассчитать дисперсии адекватности для y_g . Однако эти дальнейшие исследования выходят за рамки статьи, ведь цель работы достигнута: задача планирования ротатабельного эксперимента при производстве полипропиленовых листов поставлена.

Добавим, что при реализации ротатабельних планов можно отказаться от постановки параллельных опытов для оценки воспроизводимости эксперимента [3]. Дисперсия воспроизводимости может быть оценена в этом случае по экспериментам в центре плана.

Библиографический список

1. Бегунов А.А. Метрология в системе контроля / А.А. Бегунов, Е.И. Булгаков // Пищевая индустрия, 2019. – №1. – С. 42-44.
2. Дойников А.С. Учёт нестабильности метрологических характеристик средств измерений при выборе способа поверки / А.С. Дойников, Ф.И. Храпов, Л.В. Юров // Метрология, 2020. – №1. – С. 3-14.
3. Назаров Н.Г. Измерение: планирование и обработка результатов / Н.Г. Назаров. – М.: Изд-во стандартов, 2000. – 304 с.
4. Экструдер для пластмассы. [Электронный ресурс]. -URL: https://polimech.ru/oborudovanie-dlya-pererabotki-plastika/ekstruderi/ekstruder-dlya-plastmassyi (Дата обращения: 03.01.2020).
5. Экструзионное оборудование. Виды. Описание. [Электронный ресурс]. -URL: http://vfmspb.ru/extruder.htm. (Дата обращения: 03.01.2020).

УДК 519.246.8

ОДИН ИЗ ПОДХОДОВ ВЫДЕЛЕНИЯ ТРЕНДОВ ИЗ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

Киричевский Р.В., Пушная А.С.

ГОУ ВПО ЛНР «Луганский национальный университет имени Тараса Шевченко», г. Луганск

rost71@mail.ru

Основными статистическими методами исследования временных рядов являются: метод выделения тренда (временного сглаживания), регрессионный, автокорреляционный, адаптивный (скользящих средних), метод гармонического анализа, сингулярного спектрального анализа, бутстрепа (численного размножения выборок) и нейросетевой. Напомним, что случайным процессом на некотором вероятностном пространстве называется семейство случайных величин $x(t)$, принимающих значения из множества, называемого областью определения процесса. Если параметр t принимает дискретные значения, то процесс называется временным рядом.

Временной ряд называется стационарным в широком смысле, если его математическое ожидание не зависит от времени t , а корреляционная функция, являющаяся математическим ожиданием произведения отклонений значений ряда от среднего в различные моменты времени t_1 и t_2 зависит только от разности $t_1 - t_2$. Более общее определение предполагает независимость от времени центральных моментов ряда вплоть до некоторого конечного порядка.

Временной ряд $x(t)$ называется стационарным в узком смысле [3], если при любых t и t случайная величина $x(t)$ распределена одинаково с величиной

$x(t - t)$

Рассмотрение существующих подходов к анализу временных рядов начнем с метода временного сглаживания или выделения тренда. При исследовании временных рядов принято выделять несколько составляющих:

$$x(t) = x_{тренд}(t) + x_{цикл}(t) + X(t) \qquad (1)$$

где $x_{тренд}(t)$ − плавно меняющаяся компонента, определяемая долговременной тенденцией (трендом) изменения ряда признаков, $x_{цикл}(t)$ - циклическая или сезонная компонента, которая отражает повторяемость процессов на определенных промежутках времени, а $X(t)$ - случайная компонента, содержащая влияние прочих факторов, механизм которого (влияния) скрыт от наблюдателя [4]. Первые две составляющих (тренд и цикл) в идеале должны быть описаны точно, так как, это закономерные факторы, изучаемые в рамках детерминистских моделей. Однако следует заметить, что сами детерминистские модели представляют определенную идеализацию описываемых закономерностей, поэтому им также присуща некоторая неточность. В этом смысле представление (1) несколько условно, но оно бывает полезно на практике для интерпретации результатов статистического анализа данных.

Трендовая компонента временных рядов обычно не известна точно, а, как и ряд в целом, является случайной величиной, но ее изменение из некоторых априорных суждений часто может быть качественно описано аналитически. Для описания тренда используются так называемые кривые роста, которые позволяют моделировать процессы трех основных качественных типов: без предела роста, с пределом роста без точки перегиба, а также с пределом роста и точкой перегиба.

Процессы развития без предела роста характерны в основном для абсолютных объемных показателей. Процессы с пределом роста характерны для относительных показателей, таких, как душевое потребление продуктов питания, внесение удобрений на единицу площади, затраты на единицу произведенной продукции и тому подобное. Процесс с пределом роста и точкой перегиба характерен, например, для описания изменения спроса на новые товары.

Для моделирования этих процессов используются полиномиальные или квазиполиномиальные (с экспоненциальными множителями и т.п.) зависимости, дробно-рациональные и линейно-логарифмические функции, кривые Гомперца и иные функциональные зависимости. В рамках многопараметрических моделей, часто бывает возможно провести аппроксимацию данных с требуемой точностью, однако этот подход не всегда удовлетворителен при прогнозировании, поскольку подбираемые функции не обязательно отражают реально обусловленную зависимость наблюдаемой величины от времени.

Таким образом, часто используемым методом моделирования нестационарных временных рядов является параметрическое оценивание. В этом случае подбираются параметры той или иной функциональной зависимости для трендовой составляющей, после исключения которой, остается стационарный ряд. Оставшийся ряд может и не быть стационарным в смысле математического определения этого понятия, но на практике его удобно считать таковым с доверительной вероятностью, достаточной для исследователя. Для этой цели используются различные тесты на стационарность [1], которые, как правило, разработаны для применения к известным функциональным зависимостям (например, нормального, экспоненциального или равномерного распределений).

В частности, для нормально распределенных случайных величин тест на наличие тренда проводится в основном по критериям Стьюдента и Фишера [2], но также существуют и другие тесты, использующие нормальность распределения. Например, статистики критерия Фостера-Стюарта [3] для обнаружения тренда в среднем значении и дисперсии используют производные случайные ряды из нулей и единиц, определяющие наличие тренда в максимумах или минимумах исходного ряда.

Если нет оснований предполагать нетривиальную функциональную зависимость трендовой составляющей ряда, ее часто считают полиномиальной. В этом случае такой тренд может быть исключен путем перехода к первым, вторым и т.д. разностям в значениях ряда, т.е. вместо ряда $x(t)$ можно рассмотреть ряд $x(t) - x(t-1)$ или ряд из разностей более высокого порядка, называемый производным рядом. Такой метод достаточно эффективен, если функциональный тип тренда сохраняется во времени.

Целью сведения временного ряда к стационарному является появляющаяся тогда возможность использования теоремы Гливенко о сходимости эмпирической вероятности к распределению генеральной совокупности (Пусть $X_1,\ldots,X_n$ - бесконечная выборка из распределения, задаваемого функцией распределения F. Пусть $\hat{F}$ - выборочная функция распределения, построенная на первых *n* элементах выборки. Тогда

$$\lim_{n\to\infty}\sup\left|\hat{F}(x)-F(x)\right|=0\ x\in R,$$

где символ sup обозначает точную верхнюю грань. А так же можно выделить еще один способ сведения временного ряда к стационарному критерий согласия Колмогорова о близости выборочной функции распределения и распределения генеральной совокупности (где D и d – соответственно, максимальная разность между накопленными частотами и накопленными частотами эмпирического и теоретического распределений.

$$\lambda=\frac{D}{\sqrt{n}}\ \lambda=\frac{d}{\sqrt{n}} \qquad (3)$$

[4, 5] для того, чтобы попытаться определить вид распределения, к которому относилась бы изучаемая выборка данных, после чего с известной доверительной вероятностью строить прогноз.

Рассмотрим один из подходов выделение различных видов трендов из нестационарных временных рядов.

Временной ряд $y(n_1), y(n_2),....., y(n_k)$ - это множество наблюдений о статистических значениях некого процесса, собранных последовательно во времени *n*. Самый распространенный пример временного ряда – биржевой курс, исследуя и анализируя который, специалисты пытаются выявить основную тенденцию поведения. А тренд - основная долговременная тенденция изменения, она не случайна, на нее могут влиять сезонные эффекты или случайные колебания.

Стационарностью называют свойство не менять свои вероятностные характеристики с течением времени. Когда говорят, что данные стационарны в узком смысле, имею в виду, что их свойства не изменяются при изменении времени, то есть, совместное распределение для $y(n_1), y(n_2),....., y(n_k)$, собранных в течение времени $n_1,...,n_k$, будет точно таким же, как и для ряда $y(n_1+i), y(n_2+i),...., y(n_k+i)$ со временем $n_1+i,...,n_k+i$. Стационарность в широком смысле значит, что математическое ожидание ряда – постоянное число, а корреляционная функция зависит только от разности аргументов.

Любой временной ряд можно представить в виде:

$$y=f(n)+z \qquad (4)$$

где $f(n)$ - детерминированная компонента, выражающая тенденцию во временном ряду, а z - остаток. В настоящей работе были рассмотрены такие виды трендов, как

- $f(n)=an+b$ – линейный
- $f(n)=ae^{bn}$ – экспоненциальный
- $f(n)=a+b\ln(n)$ – логарифмический

- $f(n) = ank + bnk - 1 + \ldots$ -полиномиальный, в данной работе было использовано $k = 2$
- $f(n) = an^b$ – степенной

Для каждого вида тренда были найдены коэффициенты a и b методом наименьших квадратов, суть которого заключается в нахождении таких коэффициентов функции $f(n)$, чтобы сумма квадратов отклонений

$$\sum (y(n) - f(n))^2 \to \min \qquad (5)$$

была как можно меньше[5]. Иными словами решается задача нахождения минимума функции. Обязательное условие существования минимума – это равенство нулю частных производных исследуемой функции по неизвестным переменным.

Выводы. Были рассмотрены различные виды трендов: а) линейный, б) экспоненциальный, в) логарифмический, д) квадратичный ,е) степенной. С помощью метода наименьших квадратов были найдены подходящие коэффициенты, подставив которые в уравнения трендов, стало возможным выделить сами тренды изданных и получить остатки. Полученные остатки были проанализированы и проверены на стационарность, и была определена модель для дальнейшей их корректировки.

Однако мы не можем утверждать о том, что некоторый метод при своем практическом применении дает наименьшую ошибку прогнозирования для любых временных рядов. Напротив, каждый из методов имеет определенные ограничения, препятствующие их эффективному применению к задачам прогнозирования нестационарных временных рядов.

Библиографический список

1. Боровков А.А. Математическая статистика / А.А. Боровков. – М.: Физматлит, 2007. – 704 с.
2. Губанов В.А. Анализ воздействия выбросов на результат сезонной корректировки временных рядов / В.А. Губанов // Научные труды ИНП РАН. – М.: МАКС Пресс, 2004. – №2. – С. 210-220.
3. Губанов В.А. Выделение нестационарной циклической составляющей из временных рядов / В.А. Губанов // Научные труды ИНП РАН. – М.: МАКС Пресс, 2005. – С. 25-40.
4. Кобзарь А.И. Прикладная математическая статистика / А.И. Кобзарь. – М.: Физматлит, 2006. – 816 с.
5. Кремер Н.Ш. Эконометрика /Ш.Н. Кремер, Б.А. Путко. – М.:ЮНИТИ-ДАНА, 2002. – 311 с.

УДК 373.5.016 : 519.2

К ВОПРОСУ О ПРЕПОДАВАНИИ СТОХАСТИЧЕСКОЙ ЛИНИИ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ

Свиридова С. В.

старший преподаватель кафедры фундаментальной математики,
ГОУ ВПО ЛНР «Луганский национальный университет
имени Тараса Шевченко», г. Луганск
belen_kaya67@mail.ru

В статье рассматривается прикладная направленность стохастической линии в школьном курсе математики. Сформулированы рекомендации, которыми желательно руководствоваться при подборе прикладных задач и заданий в обучении учащихся стохастике.

Развитое общество выдвигает к своим членам достаточно высокие требования, среди которых умение анализировать случайные факты, оценивать шансы, выдвигать гипотезы, прогнозировать развитие ситуации, принимать решение в условиях неопределенности и др.

Необходимость включения стохастической линии в школьный курс математики сегодня не вызывает сомнений. Стохастические методы широко применяются не только в физике, химии, биологии, медицине, естествознании, они уже давно используются в археологии и языкознании, при толковании зашифрованных текстов, в экономике и организации производства, педагогических исследованиях и др. В современном перенасыщенном информацией мире сложно представить человека, не обладающего вероятностной интуицией и статистическим мышлением.

Поэтому стохастические моменты в математике заняли достойное место рядом с основными понятиями школьного курса. Стохастическая составляющая является уникальной, ведь статистико-вероятностные модели наряду с естественнонаучными описывают и дают возможность исследовать явления социальной реальности.

Проблемой изучения элементов стохастики в основной школе занимались многие ученые (Е.С. Вентцель, Н.Я. Виленкин, Г.В. Дорофеев, Ю.М Колягин, Ю.Н. Макарычев, О.С. Медведева, А.Г. Мордкович, И.П. Никольская, В.В. Фирсов, И.Г. Шарыгин, С.И. Шварбург, и др.), которые считают, что необходимость изучения элементарных основ статистики и вероятности обусловлены огромным значением данных понятий в решении современных задач социального и экономического развития.

Стохастический материал имеет как общекультурное значение, так и общеобразовательное, обладает огромными возможностями для активизации познавательной деятельности школьников, создания мотивации к изучению не только математики, но и других дисциплин. Данная линия является актуальной с точки зрения современных тенденций усовершенствования и реализации основных заданий школьного образования.

Одним из действенных и эффективных способов формирования у учащихся умений и навыков применять полученные при обучении знания, являются прикладные задачи. Не является исключением и изучение стохастики. Изучение основ теории вероятностей и математической статистики относится к числу основных способов реализации прикладной направленности обучения математике, то есть применение стохастических методов при описании реальных процессов, анализе ситуаций, которые могут возникать в различных областях жизнедеятельности человека и др. Мы разделяем мнение ученых, которые под прикладной статистически-вероятностной задачей понимают задачу, которая возникает в реальной ситуации или в области будущих профессиональных интересов учащихся и для решения которой необходимо применить стохастический аппарат.

Сформулируем рекомендации, которыми желательно руководствоваться при подборе прикладных задач и заданий стохастической линии для учащихся. Прикладная задача должна быть:

1) понятной для учащегося (термины и понятия должны быть известны или понятны на интуитивном уровне);
2) нести значимую практическую информацию, отражать ситуацию, имеющую место в реальности (обеспечивать иллюстрацию ее жизненной ценности, актуальности);
3) иметь познавательную ценность;
4) отражать связь стохастики с другими науками, способствовать межпредметному обобщению полученных знаний и умений;
5) математически содержательной, соответствовать учебной программе касательно теоретических сведений, применяемых в процессе их решения;
6) иметь числовые данные, соответствующие реальным;
7) способствовать овладению учащимися приемами как алгоритмической, так и исследовательской деятельности.

Очень важна самостоятельная работа учащихся по составлению прикладных задач, подбору примеров использования идей и методов стохастики в различных областях деятельности человека, что существенно расширяет кругозор школьников, способствует развитию творческого мышления [1].

Отметим еще одну важную функцию прикладных задач – профориентационную, поэтому в условиях задач целесообразно рассматривать факты, касаемые различных наук.

Приведем примеры таких задач.

1. Прибор состоит из трех узлов. В течение суток любой из узлов может выйти из строя. Неисправность хотя бы одного узла влечет за собой отказ всего прибора. Определить вероятность того, что на протяжении суток прибор будет работать безотказно, если вероятность безотказной работы в течение суток первого узла равна 0,95, второго – 0, 85, третьего – 09. [*Физика*].

2. Известно, что хромосому схематически можно представить, как цепочку генов. На свойства хромосомы оказывает влияние не только состав генов, но и их расположение в цепочке. Какое количество хромосом можно получить из данной, изменяя в ней порядок следования генов? [*Биология*].

3. Экономисты полагают, что вероятность роста стоимости акций компании «Авиа» в следующем году будет равна 0,72, если экономика страны будет на подъеме; и эта же вероятность будет равна 0,4, если экономика страны будет менее успешно развиваться. Вероятность экономического подъема в новом году равна 0,8. Оценить вероятность того, что акции «Авиа» поднимутся в цене в следующем году. [*Экономика*].

4. Психолог изучает свойства 125 студентов: А – желание учиться, В – способность к учебе, С – необходимость учиться. В результате выяснено, что хотят учиться, обладают способностями и понимают необходимость учиться – 7 человек; имеют желание учиться – 70 студентов, имеют способности к учебе – 65, не видят необходимости учиться – 50 студентов. К тому же, хотят учиться, но не видят в этом необходимости – 35 человек, имеют способности, но не видят необходимости – 15, имеют желание и способности – 12 студентов. Найти вероятность наличия хотя бы одного из свойств А, В, С у студента. [*Психология*].

5. 15% статей автора А, 92% и 38% статей авторов В и С носят критический характер. В редакцию поступило 25, 11 и 30 статей авторов А, В и С соответственно. Одна из критических статей этих авторов оказалась без подписи. Определите наиболее вероятного автора. [*Журналистика*].

Изучение стохастической линии в школьном курсе математики имеет общекультурное и общеобразовательное значение. Наполнение его задачами прикладного характера способствует формированию целостной картины мира, умений сопоставлять обобщенные выводы с конкретными явлениями, вырабатывать собственную оценку явлений, делать аргументированные выводы и принимать решения в повседневных ситуациях. Решение прикладных задач демонстрирует применение законов естествознания и стохастических моделей для решения конкретных проблем, имеющих познавательное и практическое значение.

Библиографический список

1. Полякова Т.А. Прикладные задачи стохастики как средство формирования и развития вероятностно-статистического мышления учащихся / Т.А. Полякова // Омский научный вестник. – 2008. – № 5. – С. 224-227.

2. Плоцки А. Вероятность в задачах для школьников: кн. для учащихся /А. Плоцки. – М.: Просвещение, 1996. – 191 с.

3. Фирсов В.В. О прикладной ориентации курса математики / В.В. Фирсов // Математика в школе. – 2006. – № 6. – С. 2-9.

УДК 517.965

ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ: ИСТОРИЧЕСКИЙ, МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЙ И ПРАКТИЧЕСКИЙ ОБЗОРЫ

Скринникова А.В.,Скринникова К.В.

ГОУ ВПО ЛНР «Луганский национальный университет имени Тараса Шевченко», г. Луганск

ann3005@rambler.ru

Существует несколько определений понятия «функциональное уравнение» (ФУ). Так, И.В. Федак [5] определяет, что ФУ – уравнения, в которых искомая функция связана с известными функциями с помощью арифметических действий и операции образования сложной функции. Под решением ФУ понимают функцию, которая на заданном множестве превращает его в тождество [5]. В [2]: ФУ – уравнение, в котором искомая функция связана с известными (данными) функциями с помощью операции образования сложной функции (алгебраических операций). Решить ФУ означает найти все функции, которые тождественно удовлетворяют ему. В [4]: ФУ – уравнение, содержащее одну или несколько неизвестных функций с заданными областями определения и значений. Однако, независимо от автора определения термина суть одна: термин ФУ используется для уравнений, которые не сводятся простыми способами к алгебраическим уравнениям. Эта несводимость чаще всего обусловлена тем, что аргументами неизвестной функции в уравнении являются не сами независимые переменные, а некоторые заданные функции от них.

Исторические сведения о зарождении теории ФУ, ее развитии с научной точки зрения, которые удалось найти в открытом доступе, представлены в работе [1]. Однако, ее автор, И.А. Головинский, указывает, что его исторический очерк изложен очень узко и начинается с 18 в. По хронологии самым старым методом решения ФУ в [3] обозначен метод Г. Бриггса (1624). Авторы [3] отмечают, что ФУ появились почти одновременно с зарождением теории функций. Таким образом, ФУ занимаются давно, однако, задачи с ФУ мало охвачены.

Известные математики Л. Эйлер, К.Ф. Гаусс, Ж.Л. Даламбер, О.Л. Коши, Н.Х. Абель, Н.И. Лобачевский, Д. Гильберт неоднократно рассматривали ФУ [1]. Они уделяли много внимания разработке методов их решения. ФУ изначально служили в основном для решения задач математического анализа и физики. Первые сведения о теории ФУ как дисциплине связаны с проблемой параллелограмма сил, поскольку в 1769 году Даламбер свел обоснования закона сложения сил к решению ФУ

$$f(x+y)+f(x-y)=2\times f(x)\times f(y) \qquad (1)$$

Уравнение (1) с той же целью было рассмотрено Пуассоном в 1804 году при допущении аналитичности $f(x)$. Уже в 1821 году О. Коши нашел общие решения этого уравнения, предполагая лишь непрерывность $f(x)$:

$f(x) = \cos ax$, $f(x) = ch\ ax = \dfrac{e^{ax} + e^{-ax}}{2}$, $f(x) \equiv 0$.

Известная формула неевклидовой геометрии для угла параллельности $f(x) = tg\,\frac{1}{2}\Pi(x) = e^{-\frac{x}{k}}$ была получена Н. И. Лобачевским из ФУ

$$f^2(x) = f(x-y) \times f(x+y), \tag{2}$$

которое он решил методом, аналогичным методу Коши. Уравнение (2) сводится к ФУ Йенсена $f\left(\frac{x+y}{2}\right) = \frac{f(x)+f(y)}{2}$, удовлетворяющему все линейные функции. Ряд геометрических задач, приводящих к ФУ, были рассмотрены Ч. Бэббиджем. Он исследовал периодические кривые 2-го порядка, которые определяются свойством для любой пары точек кривой: если абсцисса 2-ой точки равна ординате 1-ой, то ордината 2-ой точки равна абсциссе 1-ой. Пусть такая кривая является графиком функции $y = f(x)$; $(X, f(x))$ – произвольная ее точка. Тогда, согласно условию, точка с абсциссой $f(x)$ имеет ординату x, следовательно,

$$f(f(x)) = x. \tag{3}$$

ФУ (3) удовлетворяют, в частности, функции $f(x) = a/x,\ a \neq 0$, $f(x) = \sqrt{a^2 - x^2},\quad x \in [0;|a|]$.

В ФУ кроме неизвестных функций могут присутствовать функции известные, заданные в любой форме: явной (например, $x+1$, $\left[\frac{2}{x+1}\right]$, $\cos x$ и т. д.) или неявной. Одним из простых ФУ является уравнение Коши:

$$f(x+y) = f(x) + f(y), \tag{4}$$

которое используется в проективной геометрии и теории вероятностей. Другие известные ФУ

$$f(x+y) = f(xy), \tag{5}$$

$$f(xy) = f(x)f(y), \tag{6}$$

$$f(xy) = f(x) + f(y). \tag{7}$$

ФУ (5) – (7) подробно исследовал в своем «Курсе анализа», изданном в 1821 году, О. Коши [10]. Их непрерывные решения имеют соответственно вид: $f(x) = ax$, a^x, $\log_a x$, $x^a\ (x > 0)$. В классе разрывных функций могут быть и другие решения.

ФУ (4) ранее рассматривалось Лежандром и Гауссом при выводе основной теоремы проективной геометрии и при исследовании гауссовского закона распределения вероятностей. ФУ (4) было вновь применено Г. Дарбу к проблеме параллелограмма сил и к основной теореме проективной геометрии. Известно, что ФУ Коши (4) характеризует в классе непрерывных функций линейную однородную функцию $f(x) = ax$. Г. Дарбу показал, что любое решение, непрерывное хотя бы в одной точке или ограниченное сверху (или снизу) на малом интервале, также имеет вид $f(x) = ax$. Первый пример отличного от $f(x) = ax$ разрывного решения ФУ (4) построил в 1905 году немецкий математик Г. Гамель с помощью введенного им базиса действительных чисел [1].

Понятие ФУ дается либо в некоторых математических кружках [4] либо в физико-математических классах школ, его изучение не предусмотрено программами общеобразовательных учебных заведений. Однако на математических олимпиадах задачи, приводящие к ФУ, не являются редкостью [3].

Постановка задач, связанных с ФУ, часто достаточно проста, а их решение не требует какой-то специальной подготовки. Но, как правило, при этом всегда важным компонентом является глубокое логическое мышление, знание основных методов решения таких уравнений и их творческое осмысление. Так, Е. Чен в [6] проводит аналогию решения ФУ с игрой в шахматы втроем. В связи с этим ФУ являются почти неотъемлемым атрибутом олимпиад, турниров и других математических соревнований.

Некоторые ФУ изучают уже в 7-х классах средней школы на уроках алгебры и геометрии. Например, ФУ, решения которых – тригонометрические функции. В этих уравнениях функции связаны между собой свойством периодичности $f(x) = f(x+T)$. Кроме этого, в школьном курсе математики встречаются $f(x) = f(-x)$, $f(-x) = -f(x)$– уравнения задающие свойства четности и нечетности функций.

Многие ФУ, как и (4) – (7), содержат несколько независимых переменных (x, y и т. п.). Равенство, которое определяет ФУ выполняется при любых значениях переменных x, y. Если зафиксировать y (например, подставить в уравнение $y = 0$), то равенство будет по-прежнему выполнено для каждого значения x. Это используется при решении многих ФУ, содержащих несколько неизвестных. В некоторых задачах ФУ справедливо, например, для x и y $x \leq y$. Здесь разного рода подстановки нужно принимать с осторожностью. Следует четко оговаривать, на котором множестве ФУ задается, то есть какая область определения каждой неизвестной функции, поскольку общее решение зависит от этого множества.

Многие ФУ не определяют конкретную функцию, а задают широкий класс функций, то есть выражают свойство, характеризующее тот или иной класс функций. Например, ФУ $f(x + 1) = f(x)$ характеризует класс функций, имеющих период 1, а уравнение $f(1 + x) = f(1 - x)$ – класс функций, симметричных относительно прямой $x = 1$, и т. д.

Простейшим видом ФУ являются рекуррентные соотношения, с которыми знакомятся учащиеся на уроках алгебры при изучении различных последовательностей. Сочетательный закон умножения $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$и сложения$(a + b) + c = a + (b + c)$ можно представить в виде ФУ, если положить

$$f(a, b) = a \cdot b, \text{ то есть} f(f(a; b); c) = f(a; f(b, c)),$$

$$f(a,b) = a + b, \text{ то есть } f(f(a;b);c) = f(a;f(b,c)).$$

Однако, авторы [6] считают, что для ФУ, не относящимся к дифференциальным или интегральным, известно мало общих методов решений.

В последнее время теория ФУ развивается в направлениях обоснования теоретических положений и практического применения при решении ФУ и их систем. Теоретические основы решения специальных ФУ представлены, например, в [7], где доказывается единственность решения одного из таких уравнений в вероятностном пространстве; в других работах исследуются эллиптические деформации коммутативных алгебр, для чего рассматриваются ФУ и их решения в терминах тета-функций. Конкретные результаты нашли применение в теории и технике вычислительных машин, в теории автоматического управления, при изучении процесса сгорания топлива в ракетных двигателях, в экономических моделях долгосрочного прогнозирования, в задачах электродинамики, биологии, медицины.

Библиографический список

1. Головинский И.А. Ранняя история аналитических итераций и функциональных уравнений / И.А. Головинский // Историко-математические исследования. – Выпуск XXV. – М. : Изд-во «Наука», 1980. – С. 25-51.
2. Лихтарников Л.М. Элементарное введение в функциональные уравнения / Л.М. Лихтарников. – Спб.: Лань.,1997. – 160 с.
3. Сторчай В.Ф. Готуємось до олімпіади. Функціональні рівняння / В.Ф. Сторчай, Л.С. Коряшкіна – Дніпро: НТУ «ДП», 2018. – 148 с.
4. Фалин Г.И. Функциональные уравнения и неравенства / Г.И. Фалин, А.И. Фалин // Квант. – 2006. – № 5. – С. 39-45.
5. Федак І.В. Функціональні рівняння: Навчальний посібник. (Видання друге) / І.В.Федак.– Івано-Франківськ: ПНУ, 2018. – 144с.
6. Chen E. Introduction to Functional Equations. 2016. [Электронный ресурс]. – Режим доступа : http://web.evanchen.cc/handouts/FuncEq-Intro/FuncEq -Intro.pdf(Дата обращения: 11.02.2020).
7. Morawiec J., Zürcher T. An application of functional equations for generating ε-invariant measures. 2018. – 16 p. [Электронный ресурс]. – Режим доступа : https://arxiv.org/pdf/1810.04530.pdf (Дата обращения: 11.02.2020).

Научное издание

Актуальные проблемы математики, системного анализа и методики преподавания математических дисциплин

Сборник материалов
Университетской научно-практической конференции
(04 марта 2020 г., г. Луганск)

Редакционная коллегия оставляет за собой право технического и стилистического редактирования статей. Авторы статей несут полную ответственность за содержание статьи.

Под общей редакцией – ***Я.П. Кривко, О.В. Давыскиба, Е.В. Тищенко***
Дизайн обложки – ***Е.В. Тищенко***
Верстка – ***Е.В. Тищенко***
Корректоры – ***Ю.В. Ефанина, А.С. Сухотинова***

Подписано в печать 26.11.2020. Бумага офсетная.
Гарнитура Times New Roman.
Печать ризографическая. Формат 60х84/16. Усл. печ. л. 7,67.
Тираж 50 экз. Заказ № 107.

Издатель
ГОУ ВО ЛНР «ЛГПУ»
«Книта»
ул. Оборонная, 2, г. Луганск, ЛНР, 91011. Т/ф: (0642)58-03-20
e-mail: knitaizd@mail.ru