

Московский педагогический  
государственный университет



# АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ В ШКОЛЕ И ВУЗЕ

Материалы VI международной научной интернет-конференции  
г. Москва, 11–12 декабря 2020 г.

Москва  
2021



Министерство просвещения Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский педагогический государственный университет»



АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ОБУЧЕНИЯ  
МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ  
В ШКОЛЕ И ВУЗЕ

Материалы VI Международной научной интернет-конференции  
г. Москва, 11–12 декабря 2020 г.

Под общей редакцией Л. И. Боженковой, М. В. Егуповой

*Электронное издание сетевого распространения*

М П Г У  
Москва • 2021

УДК 372.851+372.800.2

ББК 74.262.21я431+22.1р30я431+74.263.2я431+32.81р30я431

А437

**Актуальные проблемы обучения математике и информатике**  
А437 **в школе и вузе** : материалы VI международной научной интернет-конференции, 11–12 декабря 2020 г. / Под общ. ред. М.В. Егуповой, Л.И. Боженковой. – Москва: МПГУ 2021. – 498 с.

ISBN 978-5-4263-0967-8

Настоящее издание кафедры теории и методики обучения математике и информатике Института математики и информатики Московского педагогического государственного университета содержит статьи и тезисы преподавателей вузов, аспирантов и магистрантов, учителей общеобразовательных школ из России, Беларуси, Казахстана, Украины, Польши, Египта, представленные на VI международную научную интернет-конференцию, 11–12 декабря 2020 г.

Сборник адресован преподавателям вузов, учителям математики, магистрантам, аспирантам и студентам. Материалы представлены в авторской редакции.

УДК 372.851+372.800.2

ББК 74.262.21я431+22.1р30я431+74.263.2я431+32.81р30я431

ISBN 978-5-4263-0967-8

© МПГУ, 2021

© Коллектив авторов, текст, 2021

Напалков С.В. Об особенностях преподавания практикума по решению задач школьной математики с использованием Web-квест технологии .....	298
Панишева О.В. Создание локальной гуманитарно-развивающей образовательной среды средствами дискретной математики .....	308
Первошикова Е.Н. Организационно-методические основы оценки компетенций выпускников бакалавриата на государственном итоговом экзамене по направлению подготовки «Педагогическое образование» ....	319
Попова Е.Ф., Ситникова И.А. Организация формирующего оценивания средствами LMS Moodle .....	325
Рогановская Е.Н. Фракталы как метод моделирования образовательного процесса при обучении математике в средней школе .....	329
Селякова Л.И., Матрон К.Э. Сущностно-содержательная характеристика метапредметных математических понятий в обучении будущих учителей математики и информатики.....	339
Троицкая О.Н., Вохтомина Е.Д. Конкурс «Кибербезопасность в образовании» в системе средств подготовки будущих учителей к обучению школьников основам кибербезопасности.....	349
Тумашева О.В. «Перевернутый класс» в процессе методической подготовки будущих учителей математики.....	357
Шкерина Л.В., Багачук А.В., Кейв М.А. Проектирование модульных магистерских образовательных программ по направлению подготовки 44.04.01 Педагогическое образование .....	363
Шмигирилова И. Б., Рванова А.С. Опыт формирования оценочной компетентности будущих учителей математики.....	373
<b>СЕКЦИЯ 3. МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА В ОБРАЗОВАНИИ</b> .....	<b>380</b>
Тен А.С., Жаксылыкова К.З., Батаева Я.Д. Проектная деятельность в цифровом мире.....	381
Евсеева Е.Г., Должикова А.В. Структура феномена «преемственность профессионально-ориентированного обучения математике в системе «средняя школа — классический университет».....	389

**Панишева О.В. ,**  
кандидат педагогических наук, доцент,  
Луганский государственный педагогический университет;  
Panisheva-ov@mail.ru

## **Создание локальной гуманитарно-развивающей образовательной среды средствами дискретной математики**

*Аннотация.* В статье рассматривается практическая реализация модели создания локальной гуманитарно-развивающей среды при изучении дискретной математики.

*Ключевые слова:* гуманитаризация, гуманитарно-развивающая среда, дискретная математика, теория множеств.

**Olga Panisneva,**  
candidate of pedagogical sciences, associate professor,  
Luhansk State Pedagogical University;  
Panisheva-ov@mail.ru

## **Creation of a local humanitarian developing educational environment by means of discrete mathematics**

**Abstract.** The article discusses the practical implementation of a model for creating a local humanitarian and developmental environment in the study of discrete mathematics.

**Keywords:** humanitarization, humanitarian development environment, discrete mathematics, set theory.

В эпоху стремительно развивающегося научно-технического прогресса техническое образование стало более перспективным и востребованным. Вместе с тем наметился кризис духовной культуры, предотвратить который была призвана одна из начавшихся в XX веке стратегий модернизации образования – его гуманитаризация.

О путях реализации гуманитаризации естественно-математического образования до сих пор ведется научная дискуссия. Вопросам гуманитаризации образования посвящены работы Г. Дорофеева, Т. Ивановой, А. Касьянова, Т. Мираковой, В. Монахова, И. Подласого, И. Родыгиной, Г. Саранцева и др. В научно-педагогической литературе

уже разработаны несколько моделей гуманитаризации образования на теоретическом уровне.

Один из вариантов решения данной задачи заключается в создании локальной гуманитарно-развивающей среды. Термин «гуманитарно-развивающая среда» введен в научный оборот Т. Елкановой. Автор рассмотрела компоненты в содержании модели этой среды, роль отдельных дисциплин в ее реализации (в частности, физики, иностранного языка, физической культуры).

Соглашаясь с предложенным исследователем способом осуществления гуманитаризации образования, ставим целью статьи описать реализацию данной модели на занятиях по дискретной математике, конкретизовав практическую составляющую нескольких компонентов содержания локальной гуманитарно-развивающей среды. Один из основных разделов дискретной математики – элементы теории множеств. Теоретико-множественный подход в настоящее время является одним из распространенных подходов многих традиционных разделов математики, он используется для описания процессов и в нематематических дисциплинах, например, в психологии.

Важным компонентом гуманитарно-развивающей среды является *этико-аксиологический* компонент, который акцентирует внимание на этических и социальных аспектах изучаемого материала. В дискретной математике гораздо реже, чем в гуманитарных дисциплинах рассматриваются ситуации морального выбора, обсуждаются вопросы моральной ответственности, но потенциал реализации данного компонента имеется. Чаще всего к моральным аспектам обращаются при «очеловечивании» дисциплины, подразумевающим прежде всего знакомство с личностями творцов математической науки. Сведения об ученых не обязательно должны быть энциклопедичными. Воспитательную ценность имеют специально отобранные фрагменты из их биографий, которые могут стать предметом обсуждения. Эти факты должны заставлять задуматься, иметь потенциал воздействия на эмоциональную сферу обучающихся, так как развитие мышления и эмоциональной сферы обучающихся – одна из главных задач математического образования в контексте его гуманитаризации.

Так, например, в дискретной математике не обойтись без хотя бы поверхностного знакомства с творцом теории множеств Георгом Кантором. Важно акцентировать внимание на том, как реагировало общество современников Кантора на созданную им теорию. Так, известно, что Анри Пуанкаре назвал теорию трансфинитных чисел «болезнью», от которой математика должна когда-нибудь излечиться. Леопольд Кронекер – учитель Г. Кантора и один из самых авторитетных

математиков Германии – даже нападал на Кантора лично, называя его «шарлатаном», «рenegатом» и «растлителем молодежи» [1]. Анализ нравственной составляющей такого поведения может стать началом мини-дискуссии о том, как реагировать на то, что идет против общепринятых убеждений, о стойкости и решимости отстаивать свои взгляды.

Другой биографический факт связан с попыткой ученого опубликовать рукопись с описанием своего нового открытия о существовании взаимно-однозначного соответствия между точками прямой и точками плоскости в журнале Крелле. «Работа эта послужила первым поводом для открытых столкновений между её автором и Кронекером. Будучи редактором журнала, Кронекер имел право отказать в публикации любой статьи, работа же Кантора настолько шокировала его, что он не преминул этим правом воспользоваться. Кантор был настолько огорчен этим инцидентом, что отказался впредь публиковаться в журнале Крелле. Полемика между Кантором и Кронекером усугублялась личной враждебностью, однако её причиной было различие во взглядах на обоснование математики» [1].

Такие отношения нередки и в современном научном мире. Обсуждая моральную сторону враждебных взаимоотношений между учеными, логично направить дискуссию к вопросам терпимости и принятия других людей, мнения которых отличаются от твоего.

Правила и нормы поведения могут закрепляться не только при знакомстве с фактами биографий математиков, а и при выполнении практических заданий.

Так, нами разработана серия интерактивных упражнений, направленных на усвоение свойств соответствий и отношений между множествами. Среди них есть и такие, которые параллельно с дидактической функцией позволяют прививать общественно-необходимые моральные ценности. Рассмотрим пример такого задания с условным названием «Маршрутка».

Имеется два множества – множество  $A$  – мест в маршрутке (на занятии их роль выполняют стулья) и множества  $B$  – пассажиров. Необходимо установить соответствие между этими множествами, проинсценировав его, после чего указать его свойства в зависимости от ситуации, озвученной преподавателем.

- Маршрутка вышла в рейс, и на первой остановке в нее вошел и занял место всего один пассажир (соответствие не всюду определенное, инъективное и функциональное).

- На следующей остановке вошел еще один пассажир, но он, считая, что ему все позволено, сел на одно сиденье, на другое положил ноги, а на

третье бросил свой рюкзак. Таким образом, он занял сразу три места (соответствие перестало быть инъективным).

- На следующей остановке вошло несколько пассажиров и все места стали заняты. Стоячих пассажиров не было (всюду определенное, сюръективное, функциональное).

- На следующей остановке вошли мама с ребенком, но мест уже не было и им пришлось стоять (соответствие перестало быть сюръективным).

- Воспитанный студент уступил свое место женщине. Она села на это место сама и взяла на руки своего ребенка (соответствие перестало быть функциональным).

Выполнение этого упражнения вызывает живой отклик в студенческой среде. Обучающиеся выполняют его с удовольствием и непременно высказывают свое мнение не только по поводу меняющихся свойств соответствия, а и по поводу моральной стороны ситуации, пытаются среди всех рассмотренных ситуаций найти ту, которая идеальна с точки зрения математики, с точки зрения водителя маршрутки и пассажиров. Таким образом, они проявляют свои ценностные установки и модели поведения, типичные для аналогичной ситуации в жизни.

Изучение дискретной математики в таком ключе способствует воспитанию человечности, милосердия, доброжелательности.

Несомненная важность использования такого рода упражнений, в которых проявляются морально-этические ценности конкретного индивида и всей группы, обосновывается тем, что «ассимилируя и преобразуя общественно необходимые и социально-групповые ценности, студент строит собственную систему ценностей, элементы которой приобретают вид аксиологических функций» [2].

Второй компонент гуманитарно-развивающей среды, выделяемый Т. Елкановой – *интеракционно-гностический*. Он включает интеграцию на уровне усвоения разных способов познания мира, «обучение образному, визуальному мышлению, переводу с объективного внешнего языка на внутренний язык образно-концептуальных моделей действительности» [2].

В рамках реализации этого компонента при изложении дискретной математики мы предлагаем некоторые жизненные ситуации описать на языке теории множеств, построить их модели в виде графов соответствий и отношений и т.д. С этой целью разработаны, к примеру, такие задания.

1. Студентам предлагается объединиться в пары (или тройки, четверки – в зависимости от численности группы) и попытаться найти общие интересы, умения, увлечения, затем изобразить это с помощью



кругов Эйлера. Так выясняем, что нужный рисунок – это пересечение множеств, где каждый круг – это множество интересов каждого участника беседы.

2. Продолжая беседу, попытаться выяснить, что каждый из студентов умеет такого, что не умеют все остальные собеседники, чем он уникален. И снова эту ситуацию необходимо изобразить графически. На рисунке появляется изображение разности множеств.

3. Каждому из студентов предлагается подумать и написать на листе бумаги, чего ему не хватает для того, чтобы стать идеальным студентом. Изображение данного множества представляет собой дополнение. Это и будет его личная программа развития на ближайшие месяцы студенческой жизни.

В качестве самостоятельного творческого задания предлагается отыскать сказки, которые имеют одинаковый блуждающий сюжет или общих главных героев, и интерпретировать результат поиска на языке теории множеств. Другим заданием такого типа является следующее – дается перечень фамилий известных личностей, и необходимо установить, что у них общего, к примеру, вид спорта, которым они увлекались, место жительства, раздел науки, вклад в который они внесли и пр. В результате выполнения задания продолжается ненавязчивое знакомство обучающихся с биографиями творцов науки, очеловечивание математики, происходит совершенствование умений поиска и отбора нужной информации и ее интерпретации различными способами.

И обратно, учимся читать диаграммы Эйлера, которые довольно часто используются для передачи смысла, понимать суть действий над множествами. Например, дается задание: опишите словами, о чем рассказывает диаграмма (рис 1). Какие действия над множествами использованы для передачи смысла? Найдите другие примеры использования диаграмм Эйлера для описания ситуаций реальной жизни.



*Рис. 1.* Модель поиска идеальной профессии

На занятиях проводим анализ произведений искусства, логотипов, других изображений на предмет присутствия на них теоретико-множественной символики, отражения смысла действий над множествами. Отыскивать такие изображения предлагаем в качестве дополнительного задания. В результате студенты еще раз убеждаются в универсальности языка теории множеств, в практически неограниченных его применениях в разных областях – не только математики, но и культуры, искусства, в обыденной жизни.

Образы и ассоциации используются для лучшего запоминания смысла вводимой терминологии и обозначений. Так, для запоминания символов пересечения и объединения проводим такое пояснение – знак пересечения  $\cap$  – похож на прописную букву «п», для этого ему не хватает маленьких деталей (п – первая буква слова «пересечение»). Смысл действия объединения – элементы двух множеств сливаются в одно, вот и знак объединения  $\cup$  похож на чашу, в которую легко «ссыпать» элементы всех множеств.

Запоминаются яркие и образные примеры, позволяющие понять смысл закона коммутативности. Например, порядок действий при удалении зуба – А – анестезия, В – удаление. Порядок важен АВ не равно ВА. Так же важен порядок при записи элементов декартового произведения.

Разнообразит практическое занятие фрагмент игры в морской бой с последующим анализом: что представляют собой перечень всех возможных ходов? (декартово произведение), а зарисованные клеточки? (подмножество декартового произведения, т.е. соответствие). Ценность выполнения сформулированных выше заданий в том, что с их помощью происходит развитие общекультурных компонентов содержания образования.

«Интеракционно-гностический компонент способствует формированию целостной картины мира, в составе которой взаимосвязаны различные типы представления истины (как формулы, как интерпретации, как технологии и как художественной правды)» [2].

Еще одним компонентом модели локальной гуманитарно-развивающей среды является *сенситивно-рефлексивный*, который Т. Елканова определяет «как знание, добытое в борьбе идей, страстей, надежд, мнений, желаний и идеалов. Реализация этого компонента способствует формированию эмоционально-мотивационной сферы студентов, развитию общей и гуманитарной культуры, системы личных ценностей на основе взаимосвязи, существующей между знаниями и переживаниями. Процесс овладения знаниями должен осуществляться в

атмосфере интеллектуальных, нравственных и эстетических переживаний» [2].

Эмоции – это то, что отличает живого учителя от других носителей информации, с которыми в современных условиях дистанционного образования обучающиеся познакомились вплотную. Считаем одним из необходимых характеристик современного занятия по математике – его эмоциональную окраску. Для обеспечения эмоциональной окрашенности лекций и практических занятий нами регулярно используются примеры, способные вызвать эмоциональный отклик у студентов. Это может быть и рассказ о фактах из биографии математиков, и фабула математической задачи. Рассмотрим некоторые из них.

Развитие науки – это не гладко накатанное шоссе. Идеи пробивают свое место в системе наук не так быстро и просто. Так, в научном мире до сих пор существует неоднозначное отношение к теории множеств. Известно, что элементы теории множеств вошли в школьную математику во время реформы школьного образования А. Колмогоровым. Ярким противником этой реформы был Л. Понтрягин. А. Ляпунов, наоборот, был приверженцем этой теории. Такие сообщения, показывая противоречивый путь становления науки, превращают математику из догматичной и статичной в живую, динамичную науку.

В качестве другого примера, вызывающего эмоциональный отклик, можно привести фрагмент из биографии Рене Декарта, имя которого носит одно из действий над множествами (декартово произведение). Философ смог навести порядок в театральных залах, предложив нумеровать ряды и места, чем положил конец обычно царящей суете, путанице и раздорам, царящим там перед началом спектакля. За это благодарное дворянство ходатайствовало перед королем о награждении Декарта орденом, на что был получен ответ: «Это замечательно и достойно ордена. Но орден философу? Это уж слишком!». Эмоционально рассказанная небольшая история гораздо лучше справляется с задачей знакомства с автором открытия, чем скупая биографическая справка о нем, хотя на то и другое сообщение потребуется одинаковое время.

Много эмоционально окрашенных ситуаций можно найти и в биографии Леонарда Эйлера, чье имя носят наглядные рисунки для изображения взаимоотношений между множествами. Леонард, которого в России называли Леонтием, стал студентом в 13 лет, уже в 17 получил магистерскую степень. В отличие от Декарта, он не был театралом, а, наоборот, во время посещения театра с женой выдумывал себе сложную математическую задачу, которую решал в уме на протяжении всего представления. Количество его научных трудов (около 800) и отраслей математики, в которых он сделал свой вклад, не может не удивлять, как

не может не вызвать сопереживания причина, по которой он ослеп на один глаз – выполнение срочного правительственного задания по картографии, и восхищение тот факт, что он продолжал научную деятельность, полностью потеряв зрение, проводя выкладки в уме.

Позитивные эмоции, сопровождающие усвоение учебного материала, способствуют более быстрому и качественному овладению знаниями. Создание ситуации успеха, добрые подбадривающие слова от преподавателя и однокурсников играют в этом немаловажную роль. Так, для лучшего понимания свойств отношений (рефлексивность, симметричность, транзитивность), мы даем несколько заданий, в выполнении которых нужно разглядеть аналог с тем или иным свойством. Например, передать комплимент однокласснику через другого человека (Маша, скажи Саше, что у него красивая рубашка - свойство транзитивности), игра, в которой нужно повторять движения за ведущим (симметричность).

При изучении дискретной математики нами широко используется литературная, музыкальная, искусствоведческая информация. Например, проводим анализ строк из стихотворений, сюжетов сказок на предмет отражения в них свойств соответствий над множествами. Такие произведения нами отобраны заранее. Например, слова «кукушка хвалит петуха, за то, что хвалит он кукушку» как нельзя лучше отражают свойство симметричности.

При изучении включения множеств предлагаем к рассмотрению произведения современного фотоискусства, основанные на творческом использовании эффекта Дросте (бесконечной рекурсии) (рис. 2), после чего логично перейти к рассмотрению парадокса Рассела, основанного на понятии собственного подмножества.

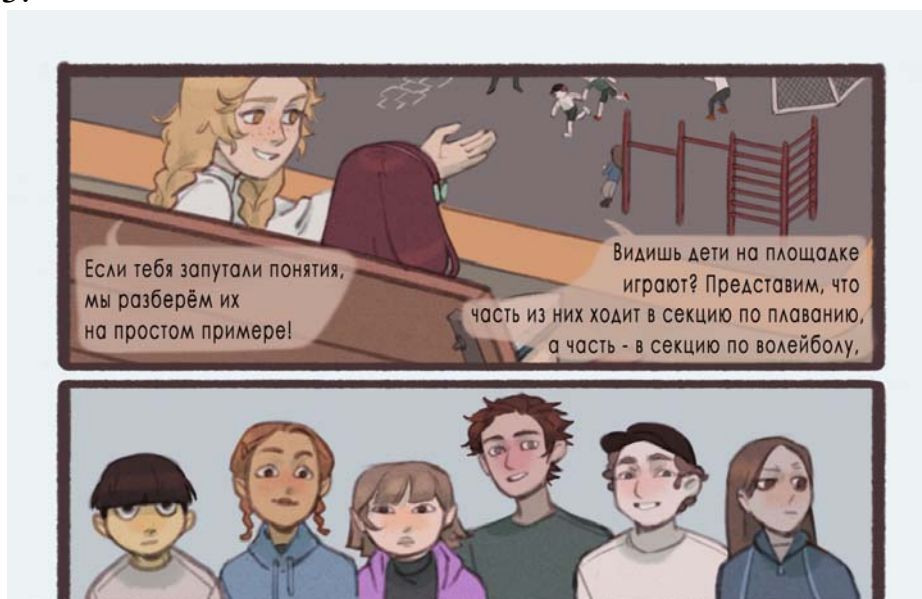


**Рис. 2.** Эффект рекурсии в фотографии (рис. с сайта: <https://art-assorty.ru/134-beskonechnaya-rekursiya-effekt-droste.html>)

Использование произведений изобразительного искусства и архитектуры может служить наглядным материалом для изучения смысла действий над множествами.

Многие комбинаторные задачи могут быть составлены по материалам литературных произведений. Например, взяв эпизод из романа Жюль Верн «Путешествие к центру Земли», можно показать, каким огромными числами выражается число всевозможных комбинаторных комбинаций. Так, в этом романе рассказывается о профессоре Отто Лиденброке, который в букинистическом магазине увидел манускрипт 13 века, написанный руническим письмом. Записка, оставленная в этой книге ее бывшим владельцем, сообщала о каком-то великом открытии, но она тоже была зашифрована. Расшифровать ее помог случай – помощник профессора, обмахиваясь газетой, заметил, что читать текст необходимо в обратном порядке. Наблюдая за тщетными попытками профессора расшифровать текст, помощник отметил, что профессор, перебрав все возможные буквосочетания, в конце концов нашел бы разгадку. Но сколько таких буквосочетаний ему пришлось бы составить из 20 букв? Это число равно  $20! = 2\,432\,902\,008\,176\,640\,000$ .

Эмоционально окрашенные образы для запоминания материала создают сами студенты, выполняя творческое задание по визуализации изученного материала. Так, первокурсники в результате групповой работы создали комикс о действиях над множествами, фрагмент которого, объясняющий смысл действия пересечение, представлен на рисунке 3.





*Рис 3.* Фрагмент комикса «Пересечение множеств»

Выполнение таких заданий способствует более осознанному, более качественному запоминанию учебного материала, повышает интерес к предмету и стимулирует развитие творческих способностей обучающихся.

*Интегративно-аппликативный компонент*, основанный на предлагаемой Т. Елкановой концепции интегративно-корреляционных связей, подразумевающих установление и использование в учебном процессе многосторонних разнообразных связей не только между учебными дисциплинами, но и между различными областями знания и культуры. Реализуем его через систему разработанных нами межпредметных заданий, привлекающих к выполнению математических упражнений знания из гуманитарных дисциплин.

Например, предлагаем найти пересечение множеств, элементы которых необходимо составить по такому правилу: во множестве А записать число групп крови у человека, число атомов кислорода в молекуле воды, число дней недели, число колец на флаге олимпиады, а во множество В – число океанов на земле, четное простое число, число правильных многогранников.

Реализация этого компонента происходит более всего за счет демонстрации богатого приложения изучаемого материала в разных науках. Так, действия пересечения и объединения непосредственно используются при решении систем и совокупностей уравнений и неравенств в алгебре, на их смысле основана селекция, в 3D моделировании они помогают создавать рисунки и т.д.

Студенты отмечают, что изучать материал на занятиях, построенных описанным выше способом «комфортно и интересно», «он кажется более простым, чем если бы мы его изучали строго с научной точки зрения», «надолго запоминается», «стимулирует желание понимать и разбираться».

Итак, дискретная математика может стать одной из дисциплин, в процессе преподавания которой создается локальная гуманитарно-развивающая среда. Нами рассмотрена практическая реализация интегративно-аппликативного, сенситивно-рефлексивного, итерационно-гностического и этико-аксиологического компонентов модели этой среды. Дальнейшим направлением исследований считаем практическую реализацию модели в процессе преподавания других математических дисциплин.

### *Литература*

1. Георг Кантор и рождение теории трансфинитивных множеств // В мире науки. 1983. № 8. URL: <http://www.egamath.narod.ru/Singh/Cantor.htm> (дата обращения: 11.10.2020).
2. *Елканова Т.М.* Локальная гуманитарно-развивающая среда в структуре общегуманитарного базиса образования // Современные проблемы науки и образования. 2015. № 3. URL: <http://www.science-education.ru/ru/article/view?id=18894> (дата обращения: 11.10.2020).