

**КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА**

ВІСНИК

**КИЇВСЬКОГО НАЦІОНАЛЬНОГО
УНІВЕРСИТЕТУ
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА**

СЕРІЯ ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНІ НАУКИ

ВИПУСК №4 2011

**Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка,
випуск №4, 2011
Серія фізико-математичні науки**

З 1991 року серії вісників Київського університету “Математика і механіка”, “Фізика”, “Моделирование и оптимизация сложных систем” реорганізовано у “Вісник Київського університету. Серія: фізико-математичні науки”. У віснику містяться результати нових досліджень у різних галузях математики, інформатики, механіки, фізики та радіофізики для наукових працівників, викладачів, аспірантів, інженерів і студентів. Друкується за рекомендаціями Вчених Рад фізичного, радіофізичного, механіко-математичного факультетів та факультету кібернетики.

Журнал “Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Серія фізико-математичні науки” включено до переліку фахових видань ВАК України.

Редакційна колегія:

- Анісімов Анатолій Васильович, член-кореспондент НАН України, доктор фізико-математичних наук, професор, **головний редактор**;
- Хусаїнов Денис Яхьєвич, доктор фізико-математичних наук, професор, **заступник головного редактора, відповідальний за видання**;
- Акіменко Віталій Володимирович, доктор технічних наук, професор;
- Анісімов Ігор Олексійович, доктор фізико-математичних наук, професор;
- Буй Дмитро Борисович, доктор фізико-математичних наук, старший науковий співробітник;
- Булавін Леонід Анатолійович, академік НАН України, доктор фізико-математичних наук, професор;
- Волошин Олексій Федорович, доктор технічних наук, професор;
- Гарашенко Федір Георгійович, доктор технічних наук, професор;
- Данилов Вадим Васильович, доктор фізико-математичних наук, професор;
- Єжов Станіслав Миколайович, доктор фізико-математичних наук, професор;
- Заславський Володимир Анатолійович, доктор технічних наук, доцент;
- Кириченко Володимир Васильович, доктор фізико-математичних наук, професор;
- Козаченко Юрій Васильович, доктор фізико-математичних наук, професор;
- Кудін Володимир Іванович, доктор технічних наук, старший науковий співробітник;
- Левитський Сергій Михайлович, доктор фізико-математичних наук, професор;
- Макара Володимир Арсенійович, член-кореспондент НАН України, доктор фізико-математичних наук, професор;
- Макарець Микола Володимирович, доктор фізико-математичних наук, професор;
- Мелешко В'ячеслав Володимирович, доктор фізико-математичних наук, професор;
- Перестюк Микола Олексійович, академік НАН України, доктор фізико-математичних наук, професор;
- Погорілий Сергій Дем'янович, доктор технічних наук, професор;
- Скришевський Валерій Антонович, доктор фізико-математичних наук, професор.

Редакційний відділ:

- Анісімова Тетяна Харитонівна, **відповідальний секретар**;
- Безущак Оксана Омелянівна, bezusch@univ.kiev.ua;
- Мороз Костянтин Олександрович, morozko@univ.kiev.ua;
- Родіонова Тетяна Василівна, rodtv@univ.kiev.ua;
- Хмелюк Надія Кузьмівна, khmeluk@univ.kiev.ua;
- Сільвейструк Людмила Миколаївна, **технічний редактор**, slm-klm@ukr.net.

Адреса редакційної колегії:

Факультет кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка,
пр. Глушкова, 4 д, 03680 Тел. (044) 259-01-49

ISBN 978-617-571-036-4
ISSN 1812-5409

ЗМІСТ

АЛГЕБРА, ГЕОМЕТРІЯ ТА ТЕОРІЯ ІМОВІРНОСТЕЙ

Zhuchok A.V. Some least congruences on dimonoids	7
Городня Д.М. Єдиність розв'язків задач Коші для хвильових рівнянь із загальними стохастичними мірами	11
Дзямко В.Й., Моца А.І., Пашко А.О. Точність в $L_p(S_d)$ та надійність моделювання лінійних ізотропних полів на сфері	16
Дудченко І.В. Алгебри Фуджити	20
Кочубінська Є.А. Цілком ізольовані піднапівгрупи часткового вінцевого добутку скінченних симетричних інверсних напівгруп	23
Курченко О.О. Аналог сталої Ойлера для монотонної, збіжної до нуля функції	26
Леонов Ю.Г. Про трикутне зображення самоподібних груп	30
Рябухо О.М. Професор Євстахій Жилінський (до 120-річчя від дня народження)	34
Семенчук А.В. Алгоритм обчислення раціональних вкорочень мішаного періодичного рекурентного дроби 3-го порядку	38
Сугакова О.В. Робастні оцінки параметрів суміші двох розподілів	43
Тузов О.Н. Про одне узагальнення сервантних підгруп	48
Хомченко А.Н., Мотайло А.П. Геометричне конструювання базису октаедра: модифікація метода Уачспреса	51
Швириков В.В. Про кількість класів еквівалентності напівланцюгових нерозкладних кілець	56
ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ, МАТЕМАТИЧНА ФІЗИКА ТА МЕХАНІКА	
Григоренко О.Я., Бергульов А.С. Розрахунок напружено-деформованого стану прямокутних анізотропних пластин в просторовій постановці	63
Ільченко Ю.В., Чайковський А.В. Про функцію Гріна для диференціального рівняння з запізненням аргументу та необмеженими операторними коефіцієнтами	67
Каліон В.А., Семенович К.О., Сорочкін М.В. Метод гідродинаміки згладжених частинок в задачах про рух в'язкої рідини	71
Кіпніс О.Л., Острик В.І. Контакт з відривом на півнескінченному проміжку пружної смуги та жорсткої основи	75
Кондель В.М., Павліченко А.І. Дослідження стійкості сталених стиснутих елементів сталого та змінного поперечних перерізів	79
Курилко О.Б., Гуржій О.А. Топологічне змішування в'язких рідин в прямокутній порожнині	83
Лебедева І.В., Бандура Л.А. Круговий динамічний демпфер для розбалансованого ротора	87
Лук'янов П.В. Генерація звука лопаттю гелікоптера при косому обдуванні потоком	91
Мелешко В.В., Приходько Д.Ф. Хаотичні коливання П-подібного маятника	95
Печук Є.Д. Хаос в модифікованій моделі взаємодії серцево-судинної і респіраторної систем	99
Романенко В.М. Апроксимація обмежених розв'язків лінійних різницевих рівнянь з необмеженими операторними коефіцієнтами	103
Трунов О.О. Концентрація напружень у прямокутній пластині з круговим отвором	107
КОМП'ЮТЕРНІ НАУКИ ТА ІНФОРМАТИКА	
Алексеєнко В.В., Ключин Д.А. Узагальнення р-статистики для вибірок з повтореннями	113
Верченко А.П., Гнатюк В.О., Швець Д.В. Побудова та чисельне дослідження математичної моделі технологічного процесу подрібнення	117
Гук Л.М. Метод явного рахунку для реалізації моделі циркуляції атмосфери	121
Демків І.І. Інтерполяційні інтегральні ланцюгові дроби, що не вимагають правила підстановки	125
Джалладова І.А., Харламов А.О. Модель стабільного функціонування валютних операцій банку	133
Донченко В.С., Зінько Т.П. Побудова векторів ознак на основі виділення формант для класифікації мовних сигналів	137
Катеринич Л.О., Галкін О.В. Функціональні особливості реалізації нечіткої специфікації логічного виведення в експертній системі Н-Гомеопат	145
Коляденко М.А. Дослідження алгоритмічних систем торгівлі цінними паперами	151

УДК 512.55

В'ячеслав В. Шви́ров, асистент

Про кількість класів еквівалентності напівланцюгових нерозкладних кілець.

У роботі встановлюються зв'язки між кількістю класів еквівалентності напівланцюгових нерозкладних кілець та числами Каталана. Також отримані комбінаторні результати про кількість класів кілець, що мають скінченну розмірність Круля.

Ключові слова: напівланцюгове кільце, розмірність Круля кільця, первинний сагайдак, числа Каталана.

E-mail: slavik_asas@mail.ru

Стаття представлена доктором ф.-м. наук, професором Кириченко В. В.

1 Вступ. Основні визначення.

Метою роботи є вивчення деяких комбінаторних властивостей, що виникають при класифікації напівланцюгових кілець із скінченною розмірністю Круля, кусково нетерових напівланцюгових кілець, та напівланцюгових кілець з нетеровою діагоналлю нільпотентним первинним радикалом, первинний сагайдак яких є ланцюг.

Розмірність Круля напівланцюгових кілець вивчалася багатьма авторами. Чаттерс у [6] доводить структурну теорему для первинних напівланцюгових кілець зі скінченною розмірністю Круля. М. Апхам [4] отримує структурну теорему для несінгулярних напівланцюгових кілець з розмірністю Круля одиниця. У випадку напівланцюгових кілець із скінченною розмірністю Круля виникають комбінаторні результати, пов'язані із класифікацією таких кілець. Зв'язки між кількістю допустимих послідовностей та числами Каталана вивчалися у [8]. В роботі істотно використовуються результати робіт, Н.М. Губарені, В.В. Кириченко [1],[2], а також Г. Пунинського [5].

Означення 1.1. Модуль M називається *ланцюговим*, якщо ґратка його підмодулів утворює ланцюг, тобто множина всіх підмодулів модулю M є лінійно впорядкована відносно включення. Модуль називається *напівланцюговим*, якщо він розкладається у скінченну пряму суму ланцюгових модулів.

Означення 1.2. Кільце R називається *ланцю-*

Vjacheslav V. Shvyrov, assistant

On the number equivalence classes of serial indecomposable rings.

We learn connections with the number equivalence classes of serial indecomposable rings and Catalan numbers. Also are obtained some combinatorial results about serial rings with finite Krull dimension.

Key Words: serial ring, Krull dimension of the ring, prime quiver, Catalan numbers.

говим справа, якщо R_R є правим ланцюговим модулем, тобто ґратка правих ідеалів є лінійно впорядкована.

Означення 1.3. Кільце R називається *напівланцюговим справа*, якщо R_R є напівланцюговим модулем. Кільце яке є напівланцюгове справа та зліва називається напівланцюговим.

Означення 1.4. Нехай M – правий R -модуль. Розмірність Круля модуля M будемо позначати через $Kdim(M)$ і визначимо наступним чином:
якщо $M = 0$, тоді $Kdim(M) = -1$;
якщо α – ординал і $Kdim(M) \not\leq \alpha$, тоді $Kdim(M) = \alpha$, якщо не існує нескінченного убиваючого ланцюга

$$M = M_0 \supseteq M_1 \supseteq M_2 \supseteq \dots$$

підмодулів M_i , таких, що для $i = 1, 2, \dots$, $Kdim(M_i/M_{i+1}) \not\leq \alpha$.

Якщо не існує ординалу α , такого, що $Kdim(M) = \alpha$, то будемо говорити, що M не має розмірності Круля.

Означення 1.5. Правою розмірністю Круля кільця R називається розмірність Круля правого регулярного модуля R_R і будемо позначати її через $Kdim(R)$.

Наступний факт ([3]) корисний при обчислюванні розмірності Круля. Якщо модуль M має розмірність Круля, тоді $Kdim(M) \leq \sup\{Kdim(M/E) + 1 \mid E - \text{істотний підмодуль } M\}$.

Твердження 1. ([5]) Для кожного напівланцюгового кільця R і натурального n , $Kdim(R) \geq n$ тоді і тільки тоді, коли $Kdim(R_i) \geq n$ для кожного i .

2 Класи еквівалентності напівланцюгових кілець з скінченною розмірністю Круля.

Означення 2.1. Кільце A називається кусково нетеровим справа, якщо воно задовільняє наступним умовам

i) A має скінченну множину попарно ортогональних примітивних ідемпотентів e_1, \dots, e_n , таких, що $1 = e_1 + \dots + e_n$.

ii) $e_i A e_i$ – нетерова справа для кожного примітивного ідемпотента e_i , $i = 1, \dots, n$ (див. [2]).

Аналогічно визначаються кусково нетерові зліва кільця. Кусково нетерове зліва й справа кільце називається кусково нетеровим.

У зв'язку з твердженням 1 для напівланцюгових кусково нетерових кілець введемо наступну класифікацію таких кілець. Нехай A і B напівланцюгові кусково нетерові кільця, що мають розмірність Круля 1. $1_A = e_1 + e_2 + \dots + e_n$, $1_B = f_1 + f_2 + \dots + f_m$. Позначимо $A_i = e_i A e_i$, $B_j = f_j B f_j$, $i = 1, \dots, n$, $j = 1, \dots, m$. Покладемо

$$A \sim B \Leftrightarrow \left\{ n = m, \sum_{i=1}^n Kdim(A_i) = \sum_{j=1}^m Kdim(B_j), i, j = 1, \dots, n \right\}.$$

Позначимо через $\mathcal{A}_{1,n}$ клас всіх напівланцюгових кусково нетерових кілець, таких, що мають розмірність Круля одиниця і для кожного кільця $A \in \mathcal{A}_{1,n}$ одиниця є сумою n ортогональних ідемпотентів $1 = e_1 + \dots + e_n$, $n \in \mathbb{N}$. Якщо $\sum_{i=1}^n Kdim(A_i) = s$ для деякого i . Відповідний клас еквівалентності будемо позначати через $\mathcal{A}_{1,n,s}$.

Справедлива наступна теорема

Теорема 1. Нехай $n \in \mathbb{N}$, тоді кількість класів еквівалентності за відношенням \sim на множині $\mathcal{A}_{1,n}$ напівланцюгових кусково нетерових кілець дорівнює $n + 1$.

Доведення. Нехай A – довільне напівланцюгове кусково нетерове кільце. Тоді для будь-

якого локального ідемпотенту e , eAe – ланцюгове нетерове кільце. Одже eAe є або дискретно нормоване кільце, або артинове ланцюгове кільце. У першому випадку розмірність Круля $Kdim(eAe) = 1$ оскільки eAe двобічно нетерове і ланцюгове. У другому випадку розмірність Круля дорівнює 0, оскільки eAe артинове.

Нехай $n \in \mathbb{N}$, $Kdim(A_i) \leq 1$, $i = 1, \dots, n$ для будь-якого кусково нетерового кільця. Звідси

$$\sum_{i=1}^n Kdim(A_i) \leq n, \quad i = 1, \dots, n.$$

Кількість всіх різних послідовностей довжини n з нулів та одиниць і впорядкованих за зростанням є $n + 1$, одже кількість класів еквівалентності дорівнює $n + 1$.

Позначимо через $\mathcal{A}_{k,n}$ клас всіх нерозкладних напівланцюгових кілець, таких, що мають скінченну розмірність Круля, яка дорівнює k , $k \in \mathbb{N}$ і для кожного кільця

$$A \in \mathcal{A}_{k,n} \Leftrightarrow Kdim(A) = k, \quad 1_A = e_1 + e_2 + \dots + e_n.$$

Нехай $A, B \in \mathcal{A}_{k,n}$. Покладемо

$$A \sim_k B \Leftrightarrow \left\{ \exists \pi_n \in S_n \mid \pi_n(f_1, \dots, f_n) = (f'_1, \dots, f'_n) \Rightarrow Kdim(e_i A e_i) = Kdim(f'_i B f'_i), \quad i = 1, \dots, n \right\}$$

де S_n симетрична група переставок на множині з n елементів. Тобто два кільця належать до одного класу тоді і тільки тоді, коли можливо так розташувати їх ідемпотенти, що відповідні діагональні елементи у декомпозиціях Пірса цих кілець мають однакові розмірності Круля.

Позначимо через $\mathcal{A}_{k,n} / \sim_k$ множину класів еквівалентності за відношенням \sim_k . Нехай C_n^k позначає кількість сполучень.

Теорема 2. Кількість класів еквівалентності на множині $\mathcal{A}_{k,n}$ за відношенням \sim_k дорівнює

$$|\mathcal{A}_{k,n} / \sim_k| = \sum_{i=1}^{n-1} C_{k+i-1}^i = C_{n+2k-2}^k - 1.$$

Доведення. За твердженням 1

$$Kdim(A) \geq Kdim(A_i), \quad Kdim(A) = k,$$

для будь-якого кільця $A \in A_{k,n}$. Одже $Kdim(A_i)$ може набувати значень з множини $\{0, 1, \dots, k\}$. Нехай $A \in A_{k,n}$ довільне кільце, $1 = e_1 + e_2 + \dots + e_n$. Через те, що кільце A має скінченну розмірність Крулля k отримуємо послідовність натуральних чисел $\{Kdim(A_1), Kdim(A_2), \dots, Kdim(A_n)\}$, знову з твердження 1 випливає, що $Kdim(A) = \max A_i, i = 1, \dots, n$ та обов'язково існує деякий номер i , такий, що $Kdim(A_i) = k$. Одже кількість класів збігається з кількістю різних послідовностей натуральних чисел від 0 до k довжини n впорядкованих за зростанням. Кількість таких послідовностей будемо шукати у вигляді суми $S = s_1 + s_2 + \dots + s_n$, де s_i – кількість послідовностей довжини n , що містять рівно i разів число k . Будемо вважати різні числа від 0 до $k-1$ об'єктами. Виникає наступна комбінаторна задача. Маємо об'єкти $k-1$ типів, потрібно обчислити скільки комбінацій можливо зробити так, щоби у кожному комбінацію входило $n-i$ об'єктів. Кожну комбінацію закодуємо за допомогою 0 та 1, 1 буде відповідати об'єктам, 0 виконувати функцію роздільника. Тоді, наприклад, записав $n-i$ одиниць та $k-1$ нуль отримуємо комбінацію, за якою обирається $n-i$ об'єктів першого типу та жодного інших типів. Виконуючи переставки всіма способами $n-i$ одиниць та $k-1$ нулів, кожен раз будемо отримувати деяке розташування з $n-i$ чисел.

$$P(n-i, k-1) = \frac{(n-i+k-1)!}{(n-i)!(k-1)!} = C_{n+k-i-1}^{n-i}.$$

Звідси

$$S = C_{n+k-2}^{n-1} + C_{n+k-3}^{n-2} + \dots + C_k^1 = \sum_{i=1}^{n-1} C_{i+k-1}^i.$$

Через те, що $C_n^k = C_n^{n-k}$

$$\sum_{i=1}^{n-1} C_{i+k-1}^i = \sum_{i=1}^{n-1} C_{i+k-1}^{k-1} = A$$

За одним з визначень біноміальних коефіцієнтів маємо

$$(x+1)^n = \sum_{i=0}^n C_n^i x^i.$$

Одже, C_n^i – коефіцієнт біля x^i у розкладі $(x+1)^n$. Звідси, S є сумою коефіцієнтів біля x^{k-1} у виразі

$$(x+1)^k + \dots + (x+1)^{n+k-2}.$$

Спрощуючи як суму геометричної прогресії, отримуємо

$$\begin{aligned} (x+1)^k + \dots + (x+1)^{n+k-2} &= \\ &= \frac{(x+1)^k(1 - (x+1)^{n+k-2})}{1 - (x+1)} = \\ &= \frac{(x+1)^k((x+1)^{n+k-2} - 1)}{x} = \\ &= \frac{(x+1)^{n+2k-2} - (x+1)^k}{x} \end{aligned}$$

Звідси, S – коефіцієнт біля x^k у виразі

$$(x+1)^{n+2k-2} - (x+1)^k$$

Таким чином, $S = C_{n+2k-2}^k - 1$.

3 Про кількість класів еквівалентності напівланцюгових нерозкладних кілець з нетеровою діагоналлю та нільпотентним первинним радикалом.

Означення 3.1. Послідовність p_1, p_2, \dots, p_t називається допустимою, якщо вона задовольняє наступним нерівностям

$$2 \leq p_i \leq p_{i+1} + 1, i = 1, \dots, t-1, p_t = 1,$$

або нерівностям

$$2 \leq p_i \leq p_{i+1} + 1, i = 1, \dots, t-1, 2 \leq p_t \leq p_1 + 1,$$

Означення 3.2. Сагайдак Q називається праворядним, якщо із кожної його вершини виходить не більше однієї стрілки.

Означення 3.3. Контуром сагайдака Q називається послідовність попарно різних вершин $\{i_1, \dots, i_t\}$ та стрілок $\{\sigma_1, \dots, \sigma_t\}$, таких, що кожна стрілка σ_k з'єднує i_k з i_{k+1} або i_{k+1} з i_k , крім того стрілка σ_t з'єднує i_t з i_1 або i_1 з i_t . Зв'язний сагайдак без контурів називається деревом. Коренем дерева називається вершина із якої не виходить стрілка.

Теорема 3. Кількість допустимих послідовностей довжини t дорівнює $(t-1)$ -му числу Каталана C_{t-1} .

Доведення. Для доведення теореми встановимо бієкцію між множиною всіх допустимих послідовностей довжини t та множиною всіх однокорених дерев з t вершинами. За [7] кількість всіх однокорених дерев з $t + 1$ вершиною є t -те число Каталана. Далі, будь-яке однокореневе дерево будемо називати просто деревом.

У випадку $t = 1$ маємо одну допустиму послідовність 1, якщо $t = 2$ маємо послідовність 21, продовжуючи подібним чином побудуємо всі допустимі послідовності довжини 3, це є 221, 321, легко бачити, що на i -му місці у послідовності може бути розташоване тільки одне з чисел $\{2, \dots, t - i + 1\}$, $i = 1, \dots, t - 1$. Допустимі послідовності довжини 4 є:

4321, 3321, 2321, 3221, 2221

Нехай $p_1, p_2, \dots, p_{t-1}, p_t$ – довільна допустима послідовність. Будемо зіставляти кожній допустимій послідовності довжини t дерево з t вершинами наступним чином: проведемо на площині t паралельних прямих, які позначимо L_1, L_2, \dots, L_t , далі, читаючи послідовність зліва направо, зіставимо кожному p_j , $1 \leq j \leq t$ точку на L_{p_j} -й прямій. Позначимо точки через P_1, P_2, \dots, P_t . Будемо сполучувати точки P_i та P_j ребром тоді і тільки тоді, коли $p_j \leq p_i + 1$ і $i < j$, $1 \leq i, j \leq t$. За побудовою, отримана фігура є деревом, що містить t -точок. Відповідність у випадку $t = 4$ див. Рис 1.

Припустимо за індукцією, що допустимі послідовності довжини t відповідають всім деревам з t вершинами. Покажемо, що це справедливо і для випадку $t + 1$. Допустимі послідовності довжини $t + 1$ можна отримати додаючи одне з чисел $\{2, \dots, t + 1\}$ зліва до допустимої послідовності довжини t . Нехай p_1, \dots, p_t довільна допустима послідовність довжини t , T_t – дерево, що відповідає цій послідовності. Нехай c, p_1, \dots, p_t допустима послідовність довжини $t + 1$. Додамо точку C_i на деяку з прямих L_i , $i = 2, \dots, t + 1$. З'єднаймо ребром точку C_j з деякою точкою, що міститься на прямій L_{j-1} таким чином, щоб $c \leq p_1 + 1$. За побудовою ми знову отримаємо дерево, одже отримані фігури є всіма можливими деревами з $t + 1$ вершинами.

Навпаки можна показати, що будь-якому дереву з t вершинами можливо поставити у відповідність допустиму послідовність, якщо провести t паралельних прямих L_1, \dots, L_t , та побудувати всі можливі дерева з t вершинами, таким чином, щоб кожна вершина дерева належала деякій прямій L_i , $i = 1, \dots, t$. Якщо $P_i \in L_i$ будемо вважати $p_i = i$, $i = 1, \dots, t$. Обходячи всі вершини дерева по гілках, двигаючись з корня дерева, та починаючи з самої короткої лівої гілки будемо виписувати відповідні точки дерева справа наліво p_1, p_2, \dots, p_t , після проходження кожної гілки, пройдені ребра зтираються. За [7] кількість таких дерев є C_{t-1} .

У випадку $t = 4$ маємо

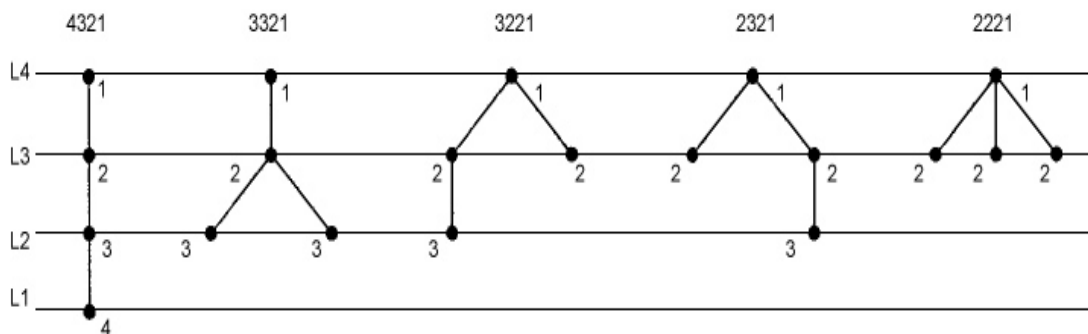


Рис 1.

Означення 3.4. Первинним рядом A -модуля M називається ряд

$$M \supset M\mathcal{L} \supset \dots \supset M\mathcal{L}^{k-1} \supset M\mathcal{L}^k = 0.$$

Мінімальне число k , таке, що $M\mathcal{L}^k = 0$ назива-

ється довжиною первинного ряду. Будемо позначати її через $k = pl(M)$.

Означення 3.5. Нашівланцюгове нерозкладне кільце A з нетеровою діагоналлю і нільпотентним первинним радикалом \mathcal{L} та первинним са-

гайдаком $PQ(A)$ будемо називати кільцем першого типу, якщо $PQ(A)$ є ланцюг.

Означення 3.6. Нехай A_1 та A_2 нерозкладні напівланцюгові кільця з нетеровою діагоналлю і нільпотентним первинним радикалом. Будемо говорити, що A_1 та A_2 належать до одного класу еквівалентності тоді і лише тоді, коли їх первинні сагайдаки збігаються і кільця A_1, A_2 є першого типу.

Зв'язок між кількістю класів еквівалентності напівланцюгових нерозкладних кілець з нетеровою діагоналлю першого типу та числами Каталана виникає завдяки наступній теоремі

Теорема 4. [2] Нехай A є нерозкладне напівланцюгове кільце з нетеровою діагоналлю і нільпотентним первинним радикалом \mathcal{L}

а) якщо первинний сагайдак кільця A є ланцюг, тоді

$$2 \leq pl_i \leq pl_{i+1} + 1, \quad i = 1, \dots, t-1, \quad pl_t = 1,$$

б) якщо первинний сагайдак кільця A є цикл, тоді

$$2 \leq pl_i \leq pl_{i+1} + 1, \quad i = 1, \dots, t-1, \quad 2 \leq pl_t \leq pl_1 + 1,$$

Наслідок. Кількість класів еквівалентності нерозкладних напівланцюгових кілець з нетеровою діагоналлю нільпотентним первинним радикалом, первинний сагайдак яких є ланцюг довжини $n \in n-1$ -ше число Каталана.

Доведення. За попередньою теоремою, якщо первинний сагайдак кільця є ланцюг довжини n , тоді довжини всіх первинних рядів задовольняють нерівностям.

$$2 \leq pl_i \leq pl_{i+1} + 1, \quad i = 1, \dots, n-1, \quad p_n = 1,$$

За визначенням послідовність pl_1, \dots, pl_n є допустимою, одже, за теоремою 2, кількість

допустимих послідовностей довжини $n \in (n-1)$ -ше число Каталана, звідси, кількість класів еквівалентності дорівнює $n-1$ -му числу Каталана.

Література

1. N.M. Gubareni, V.V. Kirichenko, *Rings and Modules.*// Czestochowa. - 2001. - 306 p.
2. N.M. Gubareni, V.V. Kirichenko, *Serial Rings with T-nilpotent Prime Radical.*// Algebras and Representations Theory (2006) 9, pp. 147-160.
3. J. C. McConnell, J. C. Robson, *Noncommutative Noetherian rings*// Graduate Studies in Mathematics v. 30, -2001.
4. M. H. Upham, *Serial rings with right Krull dimension one*// J. Algebra 109 (1987), 319-333.
5. G. Puninski, *Serial Rings*// Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 2001
6. A.W. Chatters, *Serial rings with Krull dimension*, Glasgow Math. J. 32 (1990). 71-78.
7. Stanley, R.P. (1999): *Enumerative Combinatorics, Vol. 2.* Cambridge University Press. (pp. 212-229)
8. J. O. Hanes, D.D. Wick, *The number of admissible sequences for indecomposable serial rings with simple projective module.* Proceedings of the Louisiana-Mississippi Section of Mathematical Association of America, Spring 2000.

Надійшла до редколегії 19.09.11