

**КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА**

ВІСНИК

**КИЇВСЬКОГО НАЦІОНАЛЬНОГО
УНІВЕРСИТЕТУ
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА**

СЕРІЯ ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНІ НАУКИ

ВИПУСК №1 2011

**Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка,
випуск №1, 2011**

Серія фізико-математичні науки

З 1991 року серії вісників Київського університету “Математика і механіка”, “Фізика”, “Моделирование и оптимизация сложных систем” реорганізовано у “Вісник Київського університету. Серія: фізико-математичні науки”. У віснику містяться результати нових досліджень у різних галузях математики, інформатики, механіки, фізики та радіофізики для наукових працівників, викладачів, аспірантів, інженерів і студентів. Друкується за рекомендаціями Вчених Рад фізичного, радіофізичного, механіко-математичного факультетів та факультету кібернетики.

Журнал “Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Серія фізико-математичні науки” включено до переліку фахових видань ВАК України.

Редакційна колегія:

- Анісімов Анатолій Васильович, член-кореспондент НАН України, доктор фізико-математичних наук, професор, **головний редактор**;
- Хусаїнов Денис Ях'євич, доктор фізико-математичних наук, професор, **заступник головного редактора, відповідальний за видання**;
- Акіменко Віталій Володимирович, доктор технічних наук, професор;
- Анісімов Ігор Олексійович, доктор фізико-математичних наук, професор;
- Буй Дмитро Борисович, доктор фізико-математичних наук, старший науковий співробітник;
- Булавін Леонід Анатолійович, академік НАН України, доктор фізико-математичних наук, професор;
- Волошин Олексій Федорович, доктор технічних наук, професор;
- Гаращенко Федір Георгійович, доктор технічних наук, професор;
- Данилов Вадим Васильович, доктор фізико-математичних наук, професор;
- Єжов Станіслав Миколайович, доктор фізико-математичних наук, професор;
- Заславський Володимир Анатолійович, доктор технічних наук, доцент;
- Кириченко Володимир Васильович, доктор фізико-математичних наук, професор;
- Козаченко Юрій Васильович, доктор фізико-математичних наук, професор;
- Кудін Володимир Іванович, доктор технічних наук, старший науковий співробітник;
- Левитський Сергій Михайлович, доктор фізико-математичних наук, професор;
- Макара Володимир Арсенійович, член-кореспондент НАН України, доктор фізико-математичних наук, професор;
- Макарець Микола Володимирович, доктор фізико-математичних наук, професор;
- Мелешко В'ячеслав Володимирович, доктор фізико-математичних наук, професор;
- Перестюк Микола Олексійович, академік НАН України, доктор фізико-математичних наук, професор;
- Погорілий Сергій Дем'янович, доктор технічних наук, професор;
- Скришевський Валерій Антонович, доктор фізико-математичних наук, професор.

Редакційний відділ:

- Анісімова Тетяна Харитонівна, **відповідальний секретар**;
- Безущак Оксана Омелянівна, bezusch@univ.kiev.ua;
- Мороз Костянтин Олександрович, morozko@univ.kiev.ua;
- Родіонова Тетяна Василівна, rodtv@univ.kiev.ua;
- Хмелюк Надія Кузьмівна, khameluk@univ.kiev.ua;
- Сільвейструк Людмила Миколаївна, **технічний редактор**, slm-klm@ukr.net.

Адреса редакційної колегії:

Факультет кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка,
пр. Глушкова, 4 д, 03680 Тел. (044) 259-01-49

ISBN 978-617-571-036-4

ISSN 1812-5409

ЗМІСТ

АЛГЕБРА, ГЕОМЕТРІЯ ТА ТЕОРІЯ ІМОВІРНОСТЕЙ

Гудзенко С.В. Автоморфізми напівгрупи $FP^+(\Omega_N)$	7
Довгей Ж.І. Вербальні підгрупи групи трикутних автоморфізми кільця многочленів від двох змінних над полем характеристики	13
Касянюк М.В. Напівланцюгові квазіфробеніусові кільця	18
Леонов Ю.Г. Про 2-породженні нескінченні $\{2, p\}$ -групи	22
Швириков В. Про напівланцюгові справа нетерові зліва напівпервинні кільця	25

ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ, МАТЕМАТИЧНА ФІЗИКА ТА МЕХАНІКА

Богданов В.Р., Сулим Г.Т. Динамічний розвиток тріщини у компактному зразку за пружно-пластичною моделлю плоского напруженого стану	31
Григоренко О.Я., Єфімова Т.Л., Власова І.В. Власні коливання прямокутних анізотропних пластин змінної товщини	35
Кіпніс О.Л. Згин пружної клиноподібної пластини зосередженою силою	39
Краснопольська Т.С., Печук Є.Д. Побудова еволюційних рівнянь по даним вихідного сигналу	43
Ободан Н.І., Гук Н.А. Обернена задача визначення зовнішніх навантажень при деформації тонкостінних оболонок	47
Таран Є.Ю., Кондрат Р.Я. Вплив мікродинаміки недеформованих ланцюгових макромолекул у розведеному розчині на його макрореологію	51

КОМП'ЮТЕРНІ НАУКИ ТА ІНФОРМАТИКА

(The Proceedings of International Conference "Theoretical and Applied Aspects of Program Systems Development")

Діблік Й., Кухаренко О.В., Хусаїнов Д.Я. Зображення розв'язку першої крайової задачі системи рівнянь із сталим запізнюванням	59
Тарануха В.Ю., Порхун О.В. Автоматичне встановлення авторства текстів з використанням аналізу звукової організації мови	63
Бісікало О.В. Побудова нечітких відношення і простору сенсу образних конструкцій	70
Бондар Є.С., Глибовець М.М., Гороховський С.С. Хмарні обчислення та їх застосування	74
Борисенко О.А., Петров В.В. Матричне біноміальне кодування	82
Буй Д.Б., Глушко І.М. Узагальнена таблична алгебра, узагальнене числення рядків, узагальнене числення на домені та їх еквівалентність	86
Вижол Ю.О., Жорова А.М., Муленко І.О., Хомкін О.Л. Розробка системи аналітичних обчислень на ЕВМ та її застосування в кінетиці плазми	96
Галкін О.В., Верес М. М. Функціональне програмування. Лямбда числення в мовах FP та F#	103
Грунський І.С., Козловський В.А. Дескрипція автоматів їхньою поведінкою	108
Губа А.А. Методи синхронізації агентів при верифікації систем в термінах мультиагентних середовищ	115
Гученко І.В. Аналіз експертної бази на узгодженість методами Data Mining	119
Дряченко Л.І., Мінов Є.В., Остапов С.Е., Фочук П.М. Програмний комплекс моделювання точкових дефектів у напівпровідникових кристалах	123
Єпіфанов А.С. , Автоматна інтерпретація генетичних послідовностей	127
Іванов Є.В. Операційна семантика програм обробки складноіменних даних	133
Ковальов О.М., <u>Савченко О.Я.</u> , Козловський В.А., Щербак В.Ф. Обернені системи керування в алгоритмах перетворення інформації	137
Кульчицький Ю.М. Паралельне програмування на основі скелетонів	145
Лаврищева К.М., Слабоспицька О.О., Колесник А.Л., Коваль Г.І. Теоретичні аспекти керування варіабельністю в сімействах програмних систем	151
Лілікович С.О., Логінов А.В. Аналіз систем шаблонізації сучасних CMS	159
Лук'янова О.О., Дереза А.В. Про автоматичну систему аналізу деяких властивостей алгоритмічних схем	163

УДК 512.55

В'ячеслав В. Шви́ров, асистент

Про напівланцюгові справа нетерові зліва напівпервинні кільця

У роботі розглядаються напівланцюгові справа (зліва) нетерові зліва (справа) напівпервинні кільця. Доведено, що такі кільця є скінченним прямим добутком напівланцюгових нетерових спадкових первинних кілець.

Ключові слова: напівланцюгове кільце, нетерове кільце, напівпервинне кільце, спадкове кільце.

E-mail: slavik_asas@mail.ru

Стаття представлена доктором ф.-м. наук, професором Кириченко В. В.

Вступ

Структура напівдосконалих нетерових спадкових первинних кілець вивчалася Г. Міхлером у [9]. Напівланцюгові не артинові кільця вперше вивчалися і були описані В.В. Кириченко у [7], [8]. Використовуючи інший підхід до вивчення нетерових напівланцюгових кілець, аналогічні результати о структури таких кілець в той же час незалежно були отримані і Уорфілдом [11], зокрема, у цих роботах дається повний опис структури напівланцюгових нетерових кілець. У [3] доведено, що нетерове справа напівланцюгове напівпервинне кільце є скінченним прямим добутком нетерових справа і зліва напівланцюгових напівпервинних кілець. Існують приклади напівланцюгових справа нетерових справа напівпервинних кілець, які не є напівланцюговими зліва, ні нетеровими зліва (див. [4]). Основним результатом роботи є теорема 1. Аналогічні результати були отримані А.А. Туганбаєвим у [10]. Користуючись результатами В.В. Кириченко [3], [5], [6] вдалося отримати більш коротке доведення.

Теорема 1. Для кільця A наступні умови є еквівалентні

- 1) A – напівланцюгове справа нетерове зліва напівпервинне кільце.
- 2) A – напівланцюгове зліва нетерове справа напівпервинне кільце.
- 3) A – скінченний прямий добуток напівланцюгових нетерових спадкових первинних кілець.

Vjacheslav V. Shvyrov, assistant

On right serial left noetherian semiprime rings

We consider right (left) serial left (right) noetherian semiprime rings. It is proved that such rings are finite direct product of serial noetherian hereditary prime rings.

Key Words: serial ring, noetherian ring, semiprime ring, hereditary rings.

2 Допоміжні визначення і теореми

Означення 2.1. Модуль M називається ланцюговим, якщо ґратка його підмодулів утворює ланцюг, тобто множина всіх підмодулів модулю M є лінійно впорядкована відносно включення.

Означення 2.2. Модуль називається напівланцюговим, якщо він розкладається у скінченну пряму суму ланцюгових модулів.

Означення 2.3. Кільце R називається ланцюговим справа (відповідно зліва) якщо R_R є правим (відповідно ${}_R R$ є лівим) ланцюговим модулем, тобто ґратка правих ідеалів (відповідно лівих ідеалів) є лінійно впорядкована.

Означення 2.4. Кільце R називається напівланцюговим справа (відповідно зліва), якщо R_R (відповідно ${}_R R$) є напівланцюговим модулем. Кільце яке є напівланцюгове справа та зліва називається напівланцюговим.

Означення 2.5. Кільце A називається напівмаксимальним, якщо воно напівдосконале напівпервинне нетерове справа і для будь-якого локального ідемпотенту $e \in A$ eAe – дискретно нормоване кільце, тобто всі $End(P_i)$ – дискретно нормовані кільця.

Означення 2.6. Кільце A називається первинним, якщо 0 є первинний ідеал у A , тобто добуток будь-яких двох ненулевих двосторонніх ідеалів у A не дорівнює нулю.

Означення 2.7. Кільце A називається напівпервинним, якщо 0 є напівпервинний ідеал, тобто A не містить ненулевих нільпотентних ідеалів.

Означення 2.8. Локальна область цілісності \mathcal{O} у якій кожен ідеал головний і така, що має єдиний максимальний ідеал називається дискретно нормованим кільцем.

Наступна теорема дає опис напівланцюгових напівпервинних нетерових справа кілець див. [3] теорема 13.5.3.

Теорема 2. Напівланцюгове напівпервинне і нетерове справа кільце може бути розкладено у прямий добуток первинних кілець. Напівланцюгове первинне нетерове справа кільце є нетерове зліва і спадкове з обох боків. У артиновому випадку такі кільця є Моріта еквівалентні тілу і у неартиновому випадку вони Моріта еквівалентні $H_m(\mathcal{O})$, де \mathcal{O} – дискретно нормоване кільце. Зворотньо, всі такі кільця є первинні двобічно спадкові і нетерові.

Означення 2.9. Кільце ендоморфізмів нерозкладного проективного модуля над напівдосконалим кільцем називається головним кільцем ендоморфізмів.

У випадку напівдосконалих кілець має місце наступна теорема про декомпозицію таких кілець.

Теорема 3. ([3], теорема 14.4.3.) Напівпервинне напівдосконале кільце є скінченним прямим добутком нерозкладних кілець. Нерозкладне напівпервинне напівдосконале кільце є або артинове просте кільце, або нерозкладне напівпервинне напівдосконале кільце, таке, що всі головні кільця ендоморфізмів є не-артинові.

Теорема 4. ([3], теорема 14.5.1.) Наступні умови еквівалентні для напівдосконого напівпервинного нетерового справа кільця A :

(a) кільце A є напівдистрибутивне;

(b) кільце A є прямим добутком напівпростого артинового кільця і напівмаксимального кільця.

Теорема 5. Кожне напівмаксимальне кільце ізоморфне скінченному прямому добутку первинних кілець наступного виду

$$A = \begin{pmatrix} \mathcal{O} & \pi^{\alpha_{12}}\mathcal{O} & \dots & \pi^{\alpha_{1n}}\mathcal{O} \\ \pi^{\alpha_{21}}\mathcal{O} & \mathcal{O} & \dots & \pi^{\alpha_{2n}}\mathcal{O} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \pi^{\alpha_{n1}}\mathcal{O} & \pi^{\alpha_{n2}}\mathcal{O} & \dots & \mathcal{O} \end{pmatrix},$$

де $n \geq 1$, \mathcal{O} є дискретно нормованим кільцем з первинним елементом π , і α_{ij} є цілі, такі, що

$$\alpha_{ij} + \alpha_{jk} \geq \alpha_{ik}$$

для всіх i, j, k ($\alpha_{ii} = 0$ для будь-якого i).

Теорема 6. (теорема 3.6.1. див. [5]) Нехай A довільне кільце з ідемпотентом $e^2 = e \in A$. Покладемо $f = 1 - e$, $eAf = X$, $fAe = Y$ і

$$A = \begin{pmatrix} eAe & X \\ Y & fAf \end{pmatrix}$$

відповідна декомпозиція Пірса кільця A . Тоді кільце A є нетеровим справа (артиновим) тоді і тільки тоді, коли кільця eAe і fAf є нетеровими справа (артиновими), X – це скінченнопородженний fAf -модуль і Y – скінченнопородженний eAe -модуль.

Лема 1. Локальне напівпервинне напівланцюгове справа кільце є первинним.

Доведення. Нехай \mathcal{O} – локальне кільце з вказаними вище властивостями, тоді, якщо L_1 і L_2 – двобічні ненульові ідеали кільця \mathcal{O} , то або L_1 містить L_2 , або L_2 містить L_1 . З рівності $L_1 \cdot L_2 = 0$ (за умови, що $L_2 \subset L_1$) випливає $L_2^2 = 0$, з напівпервинності кільця \mathcal{O} випливає, що $L_2 = 0$. Отримано протиріччя, яке доводить, що локальне напівланцюгове справа кільце є первинним кільцем.

Лема 2. (див. [6], лема 1.1) Нехай A локальне нетерове з одного боку кільце з циклічним радикалом $\pi A = A\pi$, причому елемент π не є нільпотентним. Тоді кільце A є дискретно нормованим кільцем.

Наслідок 1. (9.6.6. див. [1]). Напівдосконале напівпервинне нетерове зліва і справа спадкове кільце є напівланцюговим.

3 Доведення теореми 1

Через те, що умова (3) симетрична, достатньо довести $2 \Leftrightarrow 3$. Імплікація $3 \Rightarrow 2$ є очевидною.

Покажемо $2 \Rightarrow 3$. Через те, що напівланцюгові зліва кільця можуть бути розкладені у пряму суму лівих ідеалів, кожен з яких має в точності один максимальний підмодуль, то за

теоремою 6.2.8. ([1]), таке кільце є напівдосконалим. За теоремою 2, A є скінченний прямий добуток нерозкладних напівпервинних кілець. Кожне нерозкладне кільце є або просте артинове кільце, або напівпервинне напівдосконале кільце, головні кільця ендоморфізмів якого неартинові.

У першому випадку A ізоморфне $M_n(D)$ і таке кільце є напівланцюговим нетеровим спадковим первинним кільцем.

Нехай

$$A = P_1^{n_1} \oplus P_2^{n_2} \oplus \dots \oplus P_m^{n_m}$$

і

$$1 = e_1 + \dots + e_m$$

Відповідна декомпозиція одиниці кільця A у суму попарно ортогональних локальних ідемпотентів.

За умовою, кільце A – нетерове справа. Отже, кільця $e_i A e_i$ за лемою 1 і теоремою 6 ([1]) є локальні напівланцюгові зліва нетерові справа первинні кільця. Радікал кільця $e A e$ є циклічним. За лемою 2, такі кільця є дискретно нормовані. Звідси кільце A є напівмаксимальним. За теоремами 3 та 4 маємо, що кільце A є скінченним добутком первинних напівдосконалих кілець.

Нехай далі кільце A таке, як у теоремі 4. Покажемо, що кільце A нетерове зліва. Нехай

$$1 = e_1 + \dots + e_m$$

– декомпозиція одиниці $1 \in A$ у суму ортогональних локальних ідемпотентів, $A_{ij} = e_i A e_j$ для $i, j = 1, \dots, m$. Позначимо через B_{ij} ($i \neq j$) наступний мінор другого порядку:

$$B_{ij} = \begin{pmatrix} A_{ii} & A_{ij} \\ A_{ji} & A_{jj} \end{pmatrix}$$

Якщо B_{ij} не є приведеним, тоді

$$B_{ij} \simeq M_2(A_{ii})$$

і B_{ij} є нетерове зліва. Якщо B_{ij} є приведене, то $A_{ij} a_{ji} \subset A_{ij}$, $\phi_{ji}: A_{ij} \rightarrow A_{ii}$ є мономорфізмом лівих A_{ii} -модулів (для будь-якого ненульового a_{ji} таким, що $\phi_{ji}(a_{ij}) = a_{ij} a_{ij}$). Якщо A_{ij} не є скінченно породжений, тоді A_{ii} містить не скінченно породжений лівий A_{ii} -підмодуль $A_{ij} a_{ji}$, де $a_{ji} \neq 0$. Отримали протиріччя. Отже, за лемою 13.3.4 (див. [3]), $A_{ij} \simeq A_{ii}$ і B_{ij} є нетеров

зліва, за теоремою 6 (див. [1]). Використовуючи індукцію за числом m і теорему 6, ми отримуємо, що A є нетерове зліва. Отже A є двобічно нетерове.

Через те, що кільце A є напівпервинне первинний радикал $Pr(A) = 0$. Користуючись тим фактом, що сингулярний ідеал міститься у первинному радикалі отримуємо, що сингулярний ідеал (лівий, правий) кільця A , $Sing(A) = 0$. Звідси A є несингулярне (зліва і справа). За твердженням 1.6. (див. [10]), несингулярність еквівалентна напівспадковості (справа і зліва). З того, що A є нетерове справа і зліва випливає, що A є спадкове.

Зважаючи на наслідок 1 (див. [1]), напівдосконале напівпервинне нетерове з обох боків спадкове кільце є напівланцюговим (справа і зліва). Отже, A є напівланцюгове нетерове первинне кільце.

4 Приклади

Наведемо приклади (див. [4]) кілець, що є напівланцюговими справа нетеровими справа, але не є напівланцюговими зліва нетеровими зліва.

1. Нехай Q – поле раціональних чисел і $Q(x)$ – поле раціональних функцій над Q від змінної x . Визначимо мономорфізм

$$\alpha: Q(x) \rightarrow Q(x),$$

вважаючи $\alpha(r(x)) = r(x^2)$. Нехай R складається з правих поліномів від y з коефіцієнтами у $Q(x)$, тобто виразів виду

$$\sum y^i r_i(x),$$

де $r_i(x) \in Q(x)$. Рівність і додавання в R визначаються звичайним чином, множення визначається правилом:

$$r(x)y = y\alpha(r(x)).$$

Легко бачити, R є ланцюговим справа, і, що кожен правий ідеал в R є головним, отже, кільце R – нетерове справа. Але R не є нетеровим зліва.

2. Нехай A – комутативна нетерова область цілісності, що не є полем (наприклад кільце цілих чисел) і нехай F – поле часток для A . Розглянемо кільце R , що утворено матрицями вида

$$\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ 0 & \gamma \end{pmatrix},$$

де $\alpha \in A$, $\beta, \gamma \in F$ з звичайними операціями додавання та множення. Легко бачити, що R – нетеровою справа, але не є нетеровим зліва. Такі кільця також є спадковими справа, і не є спадковими зліва. Достатньо розглянути ліві ідеали виду

$$\begin{pmatrix} 0 & M \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$

де M підмодуль A -модуля F , і скористатись тим фактом, що F не є скінченно породженим A -модулем, що суперечить умовам теореми 6.

Клас кілець для яких поняття спадковості справа і спадковості зліва є різними називають кільцями Херстейна-Смолла. Перший приклад таких кілець було сконструйовано І. Капланським. Вище наведені приклади, більш простіші, були пізніше сконструйовані Смоллом. Херстейн [4] використав такі кільця як приклад нетерових справа кілець у яких перетин всіх натуральних степенів радикала Джекобсона не дорівнює нулю.

Висновки. У роботі розглянуті напівланцюгові справа (зліва) і нетерові зліва (справа) напівпервинні кільця. Доведено, що такі кільця є скінченим прямим добутком напівланцюгових нетерових спадкових первинних кілець. Аналогічний результат належить А.А. Туганбаєву. Нами при доведенні були використані результати робіт В.В. Кириченко, А.Г. Завадського, Г. Міхлера, що дозволило скоротити доведення. Також наведені приклади кілець, що є напівланцюговими справа нетеровими справа, але не є напівланцюговими та нетеровими зліва.

Список використаних джерел

1. Gubareni N.M., Kirichenko V.V. Rings and Modules. Czestochowa. // - 2001. - 306 p.

2. Gubareni N.M., Kirichenko V.V. Serial Rings with T-nilpotent Prime Radical.// Algebras and Representations Theory (2006) 9, pp. 147-160.

3. Hazewinkel M, Gubareni N.M., Kirichenko V.V. Algebras, Rings and Modules. Vol.1// - Kluwer Academic Publishers, 2004.-380p.

4. Herstein I. N., Noncommutative Rings, Cams Mathematical Monographs, No. 15, Mathematical. Association of America, Washington, DC, 1968.

5. Кириченко В. В., О полуцепных наследственных и полунаследственных кольцах, Модули и алгебраические группы, Зап. научн. сем. ЛОМИ, 114, Изд-во "Наука", Ленинград. отд., Л., 1982, 137-147.

6. Завадский А. Г., Кириченко В. В., Полумаксимальные кольца конечного типа, Матем. сб., 103(145):3(7) (1977), 323-345.

7. Kirichenko V.V., Generalized uniserial r-ngs. Preprint IM-75-1, Kiev, 1975.

8. Kirichenko V.V., Generalized uniserial r-ngs. Mat. sb. v.99(141), N4 (1975), p. 559-581.

9. Michler G., Structure of semi-perfect hereditary noetherian rings. // J. Algebra, v. 13, N.3, 1069, p.327-344.

10. Tuganbaev A.A., Modules over serial rings. Mat. Zam. Vol. 65, no 6, pp. 880-892, 1999.

11. Warfield R.B., Serial rings and finitely presented modules. J. Algebra, v. 37 (1975), p.187-222.

Надійшла до редколегії 7.11.10