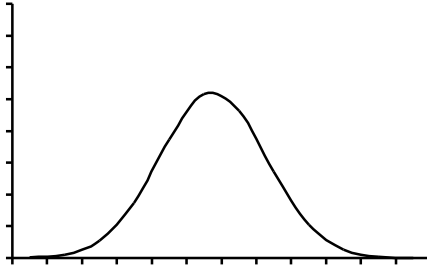


**Н.В. КРИНИЧНАЯ**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ  
К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ ПО УЧЕБНОМУ  
КУРСУ «МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ  
В БИОЛОГИИ»**

(для студентов очной формы обучения  
по направлению подготовки 06.03.01 «Биология»)



**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
ЛУГАНСКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ  
ГОУ ВПО ЛНР «ЛУГАНСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ ТАРАСА ШЕВЧЕНКО»**

**Н.В. КРИНИЧНАЯ**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ  
К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ ПО УЧЕБНОМУ  
КУРСУ «МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ  
В БИОЛОГИИ»**

(для студентов очной формы обучения  
по направлению подготовки 06.03.01 «Биология»)

Луганск  
  
2017

**ББК 28в641р3**  
**УДК 57:001.891 (072)**  
**К 82**

**Рецензенты:**

- Кацы Г.Д.* – зав. кафедрой биологии животных ГОУ ЛНР «Луганский национальный аграрный университет», профессор, доктор биологических наук;
- Соколова Е.И.* – доцент каф. общей и прикладной экологии ГОУ ЛНР «Луганский национальный аграрный университет», кандидат биологических наук;
- Жолудева И.Д.* – и.о. зав. каф. СПХ и экологии ГОУ ВПО ЛНР «Луганский национальный университет имени Тараса Шевченко», доцент, кандидат биологических наук.

Криничная Н.В.

**К 82**      **Методические рекомендации к практическим занятиям по учебному курсу «Математические методы в биологии»** (для студентов очной формы обучения по направлению подготовки 06.03.01 «Биология») / Н.В. Криничная; ГОУ ВПО ЛНР Луганский национальный университет имени Тараса Шевченко. – Луганск : «Книга», 2017. – 62 с.

Методические рекомендации составлены в соответствии с разделами рабочей программы учебной дисциплины «Математические методы в биологии» кафедры биологии Луганского национального университета имени Тараса Шевченко. В методических рекомендациях изложен перечень тем практических занятий по дисциплине «Математические методы в биологии», теоретические вопросы для обсуждения, практические задания к темам, задания для самостоятельной работы студентов, вопросы для самоконтроля, словарь терминов, список литературы. Студенты в результате выполнения практических работ расширяют и углубляют теоретические знания, полученные на лекциях и в процессе самостоятельной работы.

Предназначены для студентов очной формы обучения по направлению подготовки 06.03.01 «Биология».

**ББК 28в641р3**  
**УДК 57:001.891 (072)**

*Рекомендовано Учебно-методическим советом Луганского национального университета имени Тараса Шевченко в качестве учебника/учебного пособия для студентов, обучающихся по направлению подготовки/специальности 06.03.01 «Биология» (протокол № 9 от 24.05.2017 г.)*

© Криничная Н.В., 2017  
© ГОУ ВПО ЛНР «ЛНУ» имени  
Тараса Шевченко, 2017

## Оглавление

|  |    |
|--|----|
| Введение.....  | 4  |
| Раздел 1.....  | 8  |
| Тема № 1. Группировка результатов исследования.....                    | 8  |
| Тема № 2. Средняя величина.....  | 15 |
| Тема № 3. Показатели вариации.....                                     | 19 |
| Тема № 4-5. Закономерности распределения.....                          | 22 |
| Тема № 6. Статистическая проверка гипотез. t - критерий Стьюдента..... | 31 |
| Тема № 7. Статистическая проверка гипотез. F-критерий Фишера.....      | 33 |
| Тема № 8. Оценка законов распределения. Критерий $\chi^2$ .....        | 35 |
| Задания для самостоятельной работы студентов.....                      | 37 |
| Вопросы для самоконтроля.....  | 37 |
| Раздел 2.....  | 39 |
| Тема № 9-10. Корреляционный анализ.....                                | 39 |
| Тема № 11-12. Регрессионный анализ.....                                | 42 |
| Тема № 13-14. Дисперсионный анализ.....                                | 46 |
| Задания для самостоятельной работы студентов.....                      | 51 |
| Вопросы для самоконтроля.....  | 51 |
| Словарь терминов.....  | 53 |
| Литература.....  | 57 |
| Приложения.....  | 58 |

## **ВВЕДЕНИЕ**

Одна из характерных тенденций современной биологической науки – её усиленная *математизация*, всё более широкое применение языка математики и математических методов исследования в самых различных отраслях научного познания. Это связано с тем, что без познания количественных отношений в изучаемых объектах нельзя правильно отразить их качественную специфику и закономерности развития. При этом следует иметь в виду, что применение математического аппарата возможно на сравнительно высоком уровне развития той или иной науки, когда описательный метод в ней становится подчиненным. Термин «*биометрия*» ввел в науку Фрэнсис Гальтон в 1889г. для обозначения количественных методов, применяемых в биологии. Биометрия – научная дисциплина на стыке биологии и вариационной статистике, связанная с разработкой и использованием статистических методов в научных исследованиях.

Вариационная статистика представляет собой один из разделов высшей математики. Применение вариационно-статистического метода при анализе массовых данных в области биологии получило название *биометрия*. Биометрия является составной частью количественной биологии. Характерной особенностью биометрии является то, что её методы применяют при анализе не отдельных фактов, а их совокупностей, т.е. явлений массового характера, в сфере которых обнаруживаются закономерности, не свойственные единичным наблюдениям. По мере превращения биологии из науки описательной в науку точную, основанную на измерениях, возникла потребность в применении методов математической статистики для решения биологических задач. Биометрия преследует исключительно биологические цели, приспособляя методы математической статистики к задачам и специфике биологических исследований. Предметом биометрии служит любой биологический объект, в результате наблюдения за которым получены количественные или качественные показатели.

Математические методы широко применяются в опытной работе. Потребность в использовании методов математической статистики обусловлена тем, что однородные биологические объекты исследования индивидуально различны, изменчивы. Например, число зерен в колосьях одного и того же сорта яровой пшеницы на одной и той же опытной делянке будет различным. Все биологические признаки изменчивы, подвержены варьированию. Объективную информацию в таких случаях можно получить, только подвергнув результаты учётов, измерений, анализов статистической обработке.

Биометрия, как самостоятельная научная дисциплина, возникла в XIX веке, однако первые попытки применить математику к биологическим объектам наблюдения были гораздо раньше. Первым ещё Декарт (1596-1650 гг.) ввёл статистическое понятие «переменная величина». В середине XVII века зародились две ветви точных наук – теория вероятностей и математическая статистика. Основная задача, которую ставили перед собой исследователи, сводилась к тому, чтобы теоретически доказать возможность по части (выборке) судить о состоянии целого (всей совокупности). Большая работа в этом направлении была проделана бельгийским учёным А. Кетле (1796-1874). Его работы показывали, что при помощи математических методов возможно вскрытие статистических закономерностей, действующих в среде массовых явлений. К. Пирсон развил учение о типах кривых распределения, встречающихся в биологии. Им введено понятие среднего квадратического отклонения. Совместно с Ф. Гальтоном основал в 1901 году выпуск научного журнала «Биометрика». Ф. Гальтон и К. Пирсон по праву считаются основателями биометрии. Существенный вклад в дальнейшее развитие биометрии внес Р.Э. Фишер (1890-1962). Он разработал метод дисперсионного анализа, ввёл понятие «степени свободы».

В 60-80-х годах прошлого столетия вышло несколько «классических» книг по биометрии: Н.А. Плохинский, П.Ф. Рокицкий, Г.Ф. Лакин. Опубликовано значительное количество книг с изложением методов математической статистики применительно к отдельным отраслям биологии и другим наукам.:

методика полевого опыта (Вольф В.Г.; Доспехов Б.А.), почвоведение (Дмитриев Е.А.), ботаника (Зайцев Г.Н.), фитопатология (Минкевич Н.И., Захаров Т.И.), защита растений (Пересыпкин В.Ф и др.), генетика (Рокицкий П.Ф.).

Биометрия представляет собой инструмент, способный:

- измерить значимость и надежность полученных результатов;
- заранее рассчитать и спланировать необходимую численность объектов для того или иного эксперимента;
- оценить достоверность проверяемой в эксперименте гипотезы;
- по части охарактеризовать целое;
- получить точную количественную характеристику изменчивости исследуемого показателя;
- определить степень и характер различий между признаками и процессами;
- выделить из множества воздействующих на явление факторов наиболее важные и измерить силу их влияния.

Игнорирование и недооценка статистической обработки полученного исследователем материала может свести на нет результаты многих важных опытов, привести к необоснованным или даже ошибочным заключениям. При этом следует иметь в виду, что сама по себе статистическая обработка данных, как бы ни была она совершенна с точки зрения математики, не может служить гарантией качества выполненного биологом исследования и не способна обеспечить надежности полученных им результатов, если само исследование проведено неправильно или использованные данные ошибочны.

Биометрия позволяет систематизировать и обрабатывать числовые данные, получаемые при изучении биологических объектов в условиях экспериментов. Современная генетика и селекция широко используют вариационно-статистический метод при генетическом анализе различных популяций (пород, линий, семейств) в отношении количественных признаков. Пользуясь этим методом, устанавливают степень наследуемости признаков, определяют эффект селекции и интенсивность отбора. Если

генетический анализ наследования качественных признаков основывается на скрещивании и выявлении наследования потомством признаков родителей, то генетический анализ наследования количественных признаков опирается на биометрический метод. Большое значение приобретает этот метод, когда требуется сопоставить эмпирическое (основанное на опыте), расщепление признаков у потомства с теоретически ожидаемым и установить достоверность получаемых различий в теоретическом и эмпирическом соотношении фенотипов и генотипов потомства.

Математический анализ массовых данных, исходящий из биометрического метода, находит широкое применение при решении ряда теоретических и практических вопросов генетики и селекции. Статистический анализ служит двойной задаче: во-первых, численно охарактеризовать биологический объект, явление или процесс, его масштабы и тенденции и, во-вторых, доказать объективность его существования, достоверность отличия от других явлений или процессов. Опираясь на полученный научный материал, статистика способна доказать несостоятельность выдвинутых гипотез, отделить истинные отличия от случайных, привнесенных неучтенными факторами, вычленить реальную закономерность из обилия экспериментального материала.



## **РАЗДЕЛ 1**

### **Тема № 1:**

#### **ГРУППИРОВКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИССЛЕДОВАНИЯ**

##### **Теоретические вопросы**

1. Дайте определение терминам «научное исследование», «наблюдение», «эксперимент».
2. Виды биологических признаков.
3. Цель выборочного метода.
4. Виды графического изображения вариационного ряда.
5. Какой ряд называют ранжированным?
6. Правила нахождения величины классового интервала.
7. Виды группировки экспериментальных данных.

##### **Методические указания**

###### ***Студенту необходимо:***

- усвоить правило построения вариационного ряда;
- выучить ниже предложенные термины к теме.

Прежде чем проводить эксперимент исследователь его планирует: определяет цель, задачи, методы исследования, необходимое оборудование, статистические методы и способы обработки полученных результатов. Далее происходит сбор необходимых данных или необходимого материала. Полученные в результате наблюдения или научного эксперимента данные подвергают статистической обработке, первым шагом которой является группировка данных в статистические ряды (дискретные и интервальные), составление таблиц и построение статистических графиков (полигонов и гистограмм). Такая первичная обработка опытных данных в виде таблиц и графиков позволяет: выявить закономерности появления различных возможных значений наблюдаемого признака; оценить правильность тех или иных статистических гипотез; оценить наличие корреляционных

зависимостей между переменными, которые наблюдаются в опыте.

Весь массив объектов определенной категории, представляющий интерес для исследования, называется генеральной совокупностью. Теоретически – это бесконечно большая совокупность единиц, которые могут быть к ней отнесены.

Многочисленность составляющих генеральную совокупность единиц в большинстве случаев очень сильно затрудняет или вообще делает невозможным полное ее изучение. Сплошное изучение генеральных совокупностей производится редко. Практически же в подавляющем большинстве случаев исследованию подвергается всего лишь часть генеральной совокупности, называемая выборкой. Как правило, выборка - это достаточно небольшая часть генеральной совокупности, но она изучается с целью характеристики всей совокупности. Для достаточно точной характеристики генеральной совокупности параметры выборки должны достаточно правильно соответствовать параметрам генеральной совокупности, т. е. быть репрезентативными (*representar* - представлять). Поскольку часть никогда не может полно характеризовать целое, при выборочном исследовании существует особый тип ошибок, вытекающих из самой сущности такого исследования. Таких ошибок избежать невозможно. Они называются ошибками репрезентативности, так как показывают, насколько выборочные параметры отличаются от соответствующих показателей генеральной совокупности, насколько точно они её представляют, т. е. насколько они репрезентативны. Этих ошибок нельзя избежать, но их можно учесть, и следует стремиться к уменьшению их величины. Существуют способы расчета ошибок этой категории.

### **Организация эксперимента**

**Научное исследование** – это изучение и объяснение закономерностей развития явлений в любой области науки, может быть теоретическим или экспериментальным. Основа научного исследования – наблюдение и опыт. **Наблюдение** – это

количественная или качественная регистрация интересующих исследователя признака, свойства или состояния.

Основные правила научного наблюдения:

- ✓ наблюдение характеризуется наличием определенной цели и задач;
- ✓ необходимо правильно выбрать объект наблюдения;
- ✓ во время наблюдения необходимо остерегаться преждевременных выводов и суждений;
- ✓ все обнаруженные при наблюдении факты должны быть зафиксированы.

*Эксперимент, опыт* – это такое изучение, при котором исследователь искусственно вызывает явления или изменяет условия так, чтобы лучше выяснить свойство, признак и взаимосвязь признака и влияющего на него фактора. Главная особенность любого точного научного опыта является его воспроизводимость. Основное различие между наблюдением и экспериментом: наблюдение фиксирует факты, а эксперимент – гипотеза, ищущая проверки фактами, практикой.

Опыты делятся на три группы:

- 1) лабораторные – создание типичных полевых условий искусственно в лаборатории;
- 2) лабораторно-полевые;
- 3) полевые – наибольшее приближение условий исследования к типичной производственной обстановке.

Опыты бывают:

- 1) однофакторные – если в опыте изучается действие только одного фактора;
- 2) многофакторные – эксперимент включает минимум два однофакторных опытов.

По продолжительности опыты делят на:

- 1) краткосрочные – которые проводят в течение 1–3 лет;
- 2) многолетние – более 3-х лет;
- 3) географические – если опыты одинакового содержания проводят одновременно в нескольких различных географических и почвенно-климатических зонах и такие опыты объединены общей темой.

Под организацией эксперимента понимают:

- 1) планирование исследования. Включает:
  - ✓ выбор темы, определение задач и целей;
  - ✓ изучение литературы – опыты никогда нельзя планировать, пока не проведено полное изучение предшествующих исследований;
  - ✓ создание рабочей гипотезы – это научное предположение о развитии явлений, на котором основывается объяснение ожидаемых результатов;
  - ✓ составление программы и методики исследования – это проект намеченного хода эксперимента, в котором указаны схема опыта и условия его проведения.
- 2) выбор объекта исследования, подготовку материалов и оборудования;
- 3) разработку методики опыта – определение числа вариантов, площадь делянок их форму, повторность.

**Вариант** – это комплекс, который равен: изучаемый признак + условия воздействия. Один или несколько вариантов, с которыми сравнивают опытные варианты, называют **контролем** или **стандартом**. **Схема опыта** – совокупность опытных и контрольных вариантов. **Повторность опыта** – число делянок каждого варианта. **Делянка** – полевая площадь. Имеет определенную размер и форму.

Говоря о форме делянки, обычно имеют в виду отношение её длины к ширине. Делянки бывают:

- 1) квадратные – отношение длины к ширине, равно 1 (10×10 м или 5×5 м);
- 2) прямоугольные – отношение сторон больше 1, но меньше 10 (5×20 м или 2×20 м);
- 3) удлиненные – отношение сторон более 10 (2,5×40 м или 4×60м).

В зависимости от характера опыта между делянками необходимо иметь рамку защитных полос (от 1 до 3м).

Ни один сколько-нибудь серьезный опыт не следует ставить менее чем в 3-4 кратной повторности.

В экспериментальной работе применяют два способа размещения повторностей:

- 1) сплошное – все повторения объединены территориально;
- 2) разбросанное – повторения по одному или по несколько расположены в разных участках поля.

Размещение вариантов бывает:

- 1) последовательное (А);
- 2) случайное (рэндомизированное) (Б).

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|

А

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 1 | 3 | 4 | 2 |
|---|---|---|---|

Б

Биологические признаки делятся на: 1) *качественные* (окраска листьев и цветков, вкус и запах продуктов и т.д.) и 2) *количественные* – это признаки, которые подвергаются подсчету и измерению. К количественным признакам относятся: размеры листьев, число лепестков, масса и т.д. Количественные признаки в свою очередь делят на дискретные и непрерывные. Если случайная величина способна принимать любые числовые значения, она называется непрерывной. Мерные (подвергаются измерению), варьирующие непрерывно, признаки являются величинами непрерывными. Числовые значения этих признаков могут быть не только целыми, но и дробными числами. Счетные (подвергаются подсчету) признаки обычно относят к дискретным случайным величинам. Их значения выражаются целыми числами.

Не всегда возможно исследовать по тому или иному признаку все особи, всю генеральную совокупность. В этом случае прибегают к изучению части ее, по которой делают общее заключение. Такой метод называется *выборочным* и считается основным. В результате выборочных наблюдений получают числа, которые для удобства изучения сводят в ряды и называют их *вариационными рядами*. Таким образом, всю подлежащую изучению группу объектов называют совокупностью или

*генеральной совокупностью*, а ту часть объектов, которая попала на исследование, – выборочной совокупностью или *выборкой*. Объем генеральной совокупности обозначается  $N$ , выборки –  $n$ . Главная цель выборочного метода – по статистическим показателям выборки возможно точнее охарактеризовать всю генеральную совокупность. Первый шаг на пути статистической обработки результатов заключается в группировке собранных данных. Их две: статистические таблицы (бывают простые и сложные) и ряды распределения.

При составлении вариационного ряда обычно данные группируют в равноинтервальный ряд. Для этого необходимо:

1) приблизительно наметить число классов ( $K$ ), пользуясь табл.2.

Таблица 2

Выбор числа классов по числу наблюдений

| Число наблюдений $n$ (от - до) | Число классов $K$ |
|--------------------------------|-------------------|
| 25 – 40                        | 5 – 6             |
| 40 – 60                        | 6 – 8             |
| 60 – 100                       | 7 – 10            |
| 100 – 200                      | 8 – 12            |
| более 200                      | 10 – 15           |

2) определить размах варьирования  $R = x_{\max} - x_{\min}$  ;

3) деля размах варьирования на число классов получить величину классового интервала  $\lambda = R / K$ .

Чтобы придать наглядность закономерности варьирования признаков, вариационные ряды изображают графически в виде: вариационных кривых, гистограмм, кумуляты или огивы. *График строиться по следующему правилу:* в системе абсцисс ( $x$ ) необходимо отложить границы классов, а по оси ординат ( $y$ ) – их частоты.

### Оборудование

калькулятор.

## Практическая работа

Решите задачи:

1. Урожайность сравниваемых сортов земляники составила: 60, 64, 57, 87, 78, 64 и 60 ц/га. Ранжируйте данные в возрастающем и убывающем порядке.
2. Для изучения изменчивости числа колосков в колосе пшеницы был взят генетически однородный чистосортный материал. Подсчитав число колосков в разных колосьях, установили, что это число варьирует от 14 до 20. Взяв, не выбирая, подряд 100 колосьев определили частоту встречаемости разных вариантов:

|                          |    |    |    |    |    |    |    |
|--------------------------|----|----|----|----|----|----|----|
| <i>варианты (x)</i>      | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| <i>повторяемость (p)</i> | 2  | 7  | 22 | 32 | 24 | 8  | 5  |

Постройте вариационную кривую и гистограмму распределения признака.

3. Высота стебля у пшеницы: 50, 55, 57, 64, 57, 58, 54, 58, 70, 70, 51, 57, 55 (см). Задание:
  - а) ранжируйте эти варианты в возрастающем порядке;
  - б) расположите значения признака в виде двойного ряда, учитывая их повторяемость. Совокупность распределите следующим образом:  
*варианты (x):*  
*повторяемость (p):*
  - в) постройте вариационную кривую и гистограмму распределения признака.
4. Средняя урожайность топинамбура («земляная груша») 200-250 ц/га. Определите размах варьирования.
5. Средняя урожайность огурца в теплице 20-35 кг/м<sup>2</sup>. Определите размах варьирования признака.

6. Одновременно в теплице выращивали 2 сорта томата и учитывали значение признака «урожайность» ( $\text{кг}/\text{м}^2$ ). Количество растений первого сорта, взятых для исследования, составила 57 шт ( $n = 57$ ), второго – 64 шт ( $n = 64$ ). Урожайность первого сорта варьировала от 5 до 15  $\text{кг}/\text{м}^2$ , второго – от 7 до 15  $\text{кг}/\text{м}^2$ . Найдите величину классового интервала признака. Постройте вариационную кривую.
7. Средняя урожайность одного сорта груши составила 150 ц/га, второго – 174 ц/га. Количество исследуемых растений и в том и другом случае составила – 25. Найдите величину классового интервала, если известно, что урожайность первого сорта варьировала от 136 до 168 ц/га, второго – от 150 до 201 ц/га.

## Тема № 2:

### ***СРЕДНЯЯ ВЕЛИЧИНА ПРИЗНАКА***

#### **Теоретические вопросы**

1. Формула расчета средней арифметической признака.
2. Значение средней величины.
3. Единицы измерения средней.
4. Виды параметрических средних величин.
5. Виды непараметрических средних величин.
6. Критерий выбора средней величины.
7. Ряд мажорности (неравенства) средних.

#### **Методические рекомендации**

##### ***Студенту необходимо:***

- усвоить правило вычисления средней арифметической;
- выучить ниже предложенные термины к теме

Одной из важных обобщающих характеристик варьирующих признаков является средняя величина. Значение средних – нивелировать индивидуальные различия, в результате чего выступает целая выступает более или менее устойчивая числовая



характеристика признака – не отдельных представителей, а целой группы статистических единиц. Средняя величина характеризует групповые свойства. Существует несколько видов средних. Применяемые в биологии средние делятся на **параметрические** и **непараметрические**. Параметрические средние связаны с распределением варьирующих признаков, непараметрические – характеризуют структурные особенности вариации.

### *Параметрические средние*

Из всех параметрических средних наиболее часто применяется средняя арифметическая ( $\bar{x}$ ).

1. **Средняя арифметическая** – наиболее важный и универсальный количественный показатель. Она представляет собой обобщенную характеристику всей совокупности в целом. Если сумму всех вариантов ( $X_1 + X_2 + \dots + X_n$ ) обозначить через  $\sum X_i$  ( $\Sigma$  – прописная сигма означает знак суммирования), а число всех вариантов через  $n$ , то формула для определения средней арифметической примет вид:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n},$$

Основное свойство средней арифметической заключается в равенстве все положительных и всех отрицательных отклонений от нее, т.е. сумма центральных отклонений всех отдельных вариантов от  $\bar{x}$  равняется нулю:  $\sum(X_i - \bar{x}) = (X_1 - \bar{x}) + (X_2 - \bar{x}) + \dots + (X_n - \bar{x}) = 0$ . Это свойство средней арифметической дает возможность проверить правильность вычисления  $\bar{x}$ . Если  $\sum(X_i - \bar{x}) \neq 0$ , значит допущена ошибка в вычислениях. Например, для значений 180, 220 и 500 средняя арифметическая  $\bar{x} = 300$ . Центральные отклонения будут следующими:  $180 - 300 = -120$ ,  $220 - 300 = -80$ ,  $500 - 300 = +200$ , а сумма центральных отклонений  $-120 + (-80) + 200 = 0$ . Средняя арифметическая – величина именованная, она выражается теми же единицами, что и характеризующий ею признак.

## **2. Средняя квадратическая**

Когда признаки выражаются мерами площади, их средняя величина более точно характеризуется средней квадратической, обозначаемой символом  $\bar{x}_q$ . Этот показатель применяется при определении среднего диаметра какой-либо поверхности. Примеры такого рода признаков: размеры колоний микробов, величина листовых пластинок у растений и т.д.

## **3. Средняя кубическая**

Когда необходимо определить средний размер объемных признаков, используется средняя кубическая, обозначаемая символом  $\bar{x}_Q$ . Она равна корню кубическому из суммы кубов вариант, деленной на их общее число.

## **4. Средняя гармоническая**

Когда изучаемый признак находится в обратной пропорциональности к другому признаку.

## **5. Средняя геометрическая**

Характеризует средние величины прибавок веса, линейных размеров тела или средний прирост популяции за определенные промежутки времени. Вычисляется не из абсолютных чисел ряда, а из их разностей или отношений. Обычно вычисляется с помощью десятичных логарифмов.

Так как эти средние получаются из одной и той же формулы, между ними существуют определенные отношения, выражаемые следующим рядом мажорантности (неравенства):  $\bar{x}_Q \geq \bar{x}_q \geq \bar{x} \geq \bar{x}_g \geq \bar{x}_h$ .

Критерием правильного выбора средней служит ее свойства, которые должны соответствовать содержанию описанного явления. Если это условие не выполняется средняя не может служить точной обобщающей характеристикой явления.

## *Непараметрические средние*

### **1. Медиана**

Характеризует середину вариационного ряда: в обе стороны от медианы располагается одинаковое число вариантов. Например, для следующего распределения:

|     |   |   |   |   |    |    |    |    |    |
|-----|---|---|---|---|----|----|----|----|----|
| $x$ | 3 | 6 | 7 | 8 | 10 | 12 | 13 | 15 | 17 |
| $p$ | 2 | 3 | 4 | 5 | 6  | 5  | 4  | 3  | 2  |

медиана равна 10: в обе стороны от этой величины располагается по 14 вариант, число 10 занимает центральное положение в этом ряду, является его медианой.

### **2. Мода**

Наиболее часто встречающаяся величина. В непрерывных вариационных рядах мода находится в том классе, который имеет наибольшее число вариантов. Этот класс с наибольшей вероятностью называется модальным классом.

Мода и медиана являются вспомогательными характеристика вариационного ряда.

## **Оборудование**

калькулятор.

## **Практическая работа**

*Решите задачи:*

1. Урожайность сортов земляники, выращиваемых в хозяйстве составила: 74,5; 91,1 и 73,3 ц/га. Найдите среднее значение признака.
2. Высота колоса пшеницы одного сорта в среднем составила 10 см, второго – 13 см, третьего – 9 см, четвертого – 8,7 см. Найдите среднюю высоту колоса пшеницы.

3. Урожай картофеля на каждом из трех полей составил (ц/га): 180, 220 и 500. Вычислите среднее значение урожайности картофеля в хозяйстве.
4. Количество плодов на кустах томата было: 5, 6, 7, 10, 6, 7, 9, 6, 3, 5, 4 шт. Найдите среднее количество плодов на кустах томата. Ранжируйте данные. Постройте вариационный ряд.
5. Масса плодов томата составила: 70, 58, 30, 81, 90, 100, 65, 52, 34, 54, 123 г. Найдите среднее значение признака. Ранжируйте данные. Постройте вариационный ряд.
6. На сортоиспытательном участке одновременно выращивали 10 сортов ячменя. Урожайность первого сорта составила 33 ц/га, второго – 34,1 ц/га, третьего – 39,1 ц/га, четвертого – 30 ц/га, пятого – 39,7 ц/га, шестого – 30 ц/га, седьмого – 28,4 ц/га, восьмого – 32,3 ц/га, девятого – 35 ц/га, десятого – 26,6 ц/га. Найдите среднее значение признака.
7. Урожайность пшеницы по вариантам и повторностям составили (табл. 3). Найдите среднее арифметическое значение признака по вариантам и повторностям.

Таблица 3

Урожайность пшеницы в опыте

| Вариант   | Повторности |      |      |      | $\bar{x}$ |
|-----------|-------------|------|------|------|-----------|
|           | 1           | 2    | 3    | 4    |           |
| I.        | 15,5        | 17,4 | 19,6 | 19   |           |
| II.       | 16,5        | 18   | 20   | 20,5 |           |
| III.      | 20,8        | 18   | 17   | 17,7 |           |
| IV.       | 21          | 23,2 | 21   | 22   |           |
| $\bar{x}$ |             |      |      |      |           |

## Тема № 3:

### ***ПОКАЗАТЕЛИ ВАРИАЦИИ***

#### **Теоретические вопросы**

1. Количественная и качественная изменчивости.
2. Варьирование признака.
3. Лимиты.
4. Дисперсия, значение показателя.
5. Среднее квадратическое отклонение, значение показателя.
6. Коэффициент вариации, значение показателя.
7. Ошибка средней арифметической. Значение показателя.

#### **Методические указания**

##### ***Студенту необходимо:***

- усвоить правило вычисления показателей вариации;
- выучить ниже предложенные термины к теме.

Свойство условных биологических единиц наблюдения отличаться друг от друга в однородных совокупностях называется ***изменчивостью*** или ***варьированием***. Например, у растений пшеницы варьирующими признаками являются число и масса зерен в колосе, высота растения, продуктивная кустистость, стекловидность и содержание сырой клейковины в зерне, площадь листьев и т.п. В полевых опытах урожаи на одноименных вариантах по повторениям всегда получаются разные.

Средняя арифметическая – важнейшая статистическая характеристика. Но она ничего не говорит о величине варьирования характеризуемого признака. Между тем без учета степени варьирования нельзя составить полную характеристику варьирующего признака. Средняя арифметическая дает обобщённое представление о совокупности изучаемых объектов. В ней снята всякая вариация. Однако, нередко бывает так, что средние арифметические одинаковы, но характеры распределения индивидуальных значений признака совершенно различны.

Полную характеристику варьирующего признака можно дать на основе показателей вариации:

1. *Дисперсия (варианса):*

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n - 1},$$

где  $s^2$  – дисперсия.

2. *Среднее квадратическое отклонение:*

$$s = \sqrt{s^2},$$

где  $s$  – среднее квадратическое отклонение.

3. *Коэффициент вариации (изменчивости)* – относительный показатель изменчивости:

$$C_v = \frac{100s}{\bar{x}},$$

где  $C_v$  – коэффициент вариации (в%).

4. *Ошибка средней арифметической:*

$$S\bar{x} = \sqrt{\frac{s^2}{n}} = \frac{s}{\sqrt{n}},$$

где  $S\bar{x}$  – ошибка средней арифметической.

### **Оборудование**

калькулятор.

### **Практическая работа**

Используйте средние показатели, полученные при решении задач 1-7 темы № 2 «СРЕДНЯЯ ВЕЛИЧИНА ПРИЗНАКА», для

нахождения показателей вариации. Результаты расчета оформляйте в виде табл. 4. Например:

Таблица 4  
(для задачи № 1)

| № задачи | $\bar{x}$ | $S^2$ | $S$ | $C_v$ | $S_{\bar{x}}$ |
|----------|-----------|-------|-----|-------|---------------|
|          |           |       |     |       |               |

**Тема № 4-5:**

***ЗАКОНОМЕРНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ***

**Теоретические вопросы**

1. Эмпирические и теоретические величины.
2. Биноминальное распределение.
3. Нормальное распределение.
4. Форма кривых нормального распределения.
5. Закономерности в распределение вариант по нормальному закону.
6. Ассиметрия.
7. Эксцесс.

**Методические указания**

***Студенту необходимо:***

- усвоить правило графического построения нормального ряда распределения варьирующего признака.

В распределении эмпирических (наблюдаемых) совокупностей бросается в глаза одна важная особенность – преимущественное накопление вариант в центральных класса и постепенное убывание их числа по мере удаления от срединной точки вариационного ряда. Эта особенность – одна из характерных черт варьирования биологических признаков. Например, известно, что чаще встречаются люди среднего роста, а индивиды большого и

маленького роста встречаются сравнительно редко. Однако, не все знают, среди населения людей высокого (выше среднего) и ниже среднего роста и оказывается примерно одинаковое количество.

На основании выборочных наблюдений можно определить общие закономерности в распределении вариант: характеризуемые случайные величины имеют наивероятнейшее значение в наивысшей точке, при удалении от которой вправо или влево вероятности их непрерывно убывают.

При беспредельном увеличении числа наблюдений распределение вариант в вариационном ряду приближается к некоторому теоретическому, которое известно под названием закона нормального распределения вероятностей. Оно составляет предел известного биномиального распределения Ньютона  $(p+q)^n$ , где  $p+q = 1$  ( $p$  – вероятность ожидаемого события;  $q$  – вероятность противоположного события) (орел-решка). По этому закону распределяются частоты ожидаемого результата в серии многократных испытаний того или иного события при условии, что  $p = q = 0,5$ .

При графическом изображении биномиального, или прерывистого, дискретного распределения мы получаем ступенчатую симметричную гистограмму. По мере увеличения размера выборки  $n$  или показателя степени бинома Ньютона ступени гистограммы будут становиться все меньше и меньше и сам график будет постепенно приобретать вид непрерывной кривой нормального распределения. Она представляет непрерывную, плавную, симметричную кривую, которая называется нормальной вариационной кривой. Соотношение между биномиальным (дискретным) и нормальным (непрерывным) распределением можно представить следующим образом (*рис.1*).



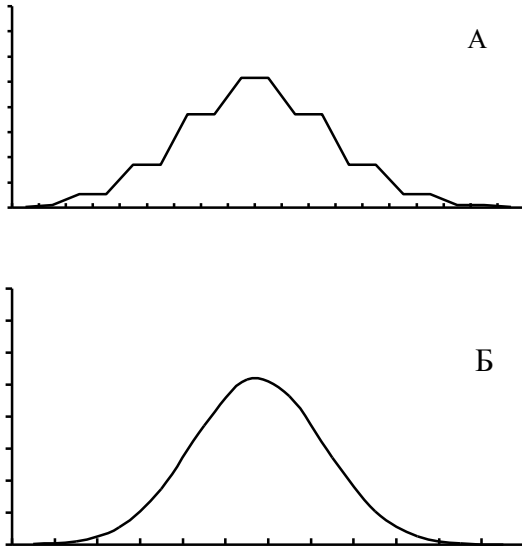


Рис.1. А – биномиальное распределение;  
 Б – нормальное распределение

Уравнение кривой нормального распределения имеет такой

вид:

$$f = \frac{n\lambda}{s} \times \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \times e^{-\frac{(x_i - \bar{x}/s)^2}{2}},$$

где  $f$  – теоретическая частота в классе;

$\bar{x}$  – средняя арифметическая;

$s$  – среднее квадратическое отклонение;

$\lambda$  – классовый интервал;

$\pi$  и  $e$  – математические константы ( $\pi = 3,14159\dots$ ,  
 $e = 2,71828\dots$ ).

Функция представляет собой колоколообразную кривую. Она симметрична и однозначно описывается двумя параметрами: средним арифметическим значением  $\bar{x}$  (точка

максимума, через которую проходит ось симметрии) и средним квадратичным отклонением  $s$ .

Кривая нормального распределения простирается в обе стороны от  $\bar{x}$  до бесконечности, приближаясь к оси абсцисс, то есть возможны как очень большие, так и малые значения величины  $X$ . Однако частота  $X$  по мере удаления от центра становится исчезающе малой. В вершине кривой в точке  $\bar{x}$  частота значений  $X$  достигает своего максимума, и, следовательно, его значение наиболее вероятно.

Описанная закономерность проявляется во всей живой природе. Закономерности в распределении вариант по нормальному закону:

- ✓ большая часть вариант располагается в средней части ряда, здесь наблюдается их максимум; то есть чем больше варианта к среднему значению ряда  $\bar{x}$ , тем больше вероятность ее появления и тем большим числом наблюдений она представлена;
- ✓ распределение вариант в обе стороны от этого максимума более или менее симметрично, и чем сильнее отклоняется она от среднего значения  $\bar{x}$  в ту или иную сторону, тем реже встречается и меньше бывает вероятность её появления.

Причина такой закономерности в том, что каждый из изменчивых признаков стремится к своей средней, типичной для него величине. Однако в этом стремлении он сталкивается с различным воздействием окружающей среды и не все особи оказываются в состоянии развить в себе среднюю величину данной совокупности. Вариация признаков – это реакция организма на внешние воздействия, которая определяется внутренними и внешними факторами.

По форме кривые нормального распределения показаний могут быть различными. Вид кривой полностью соответствует степени варьирования изучаемого признака, т.е. величине среднего квадратического отклонения  $s$ . Чем оно больше и, следовательно,

больше варьирует изучаемый материал, тем более пологой становится вариационная кривая, при малых значениях  $s$  кривая приобретает иглообразную форму (рис.2).

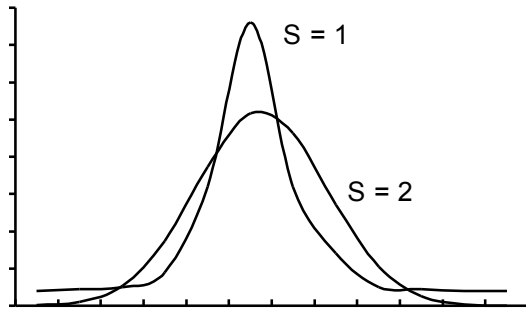


Рис. 2. Формы кривых нормального распределения.

В распределении эмпирических (наблюдаемых) совокупностей бросается в глаза одна важная особенность – *преимущественное накопление вариант в центральных класса и постепенное убывание их числа по мере удаления от срединной точки вариационного ряда*. Эта особенность – одна из характерных черт варьирования биологических признаков. На основании выборочных наблюдений можно определить общие закономерности в распределении вариант: характеризуемые случайные величины имеют наивероятнейшее значение в наивысшей точке, при удалении от которой вправо или влево вероятности их непрерывно убывают. При беспредельном увеличении числа наблюдений распределение вариант в вариационном ряду приближается к некоторому теоретическому, которое известно под названием закона нормального распределения. При графическом изображении биномиального, или прерывистого, дискретного распределения мы получаем ступенчатую симметричную гистограмму. По мере увеличения размера выборки  $n$  ступени гистограммы будут становиться всё меньше и меньше, и сам график будет постепенно приобретать вид непрерывной кривой нормального распределения (рис.3).

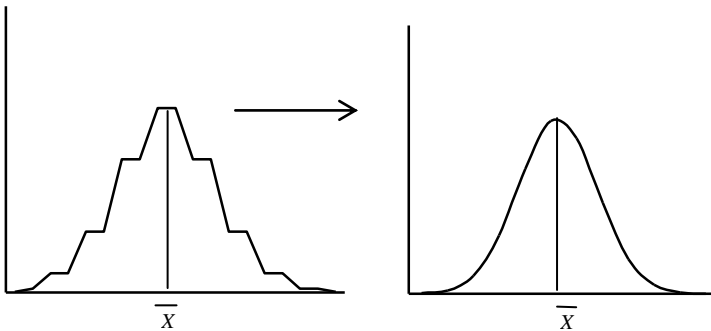


Рис. 3.

Кривая нормального распределения простирается в обе стороны от  $\bar{x}$  до бесконечности, приближаясь к оси абсцисс, то есть возможны как очень большие, так и малые значения величины  $x_i$ . Однако частота  $x_i$  по мере удаления от центра становится исчезающе малой. В вершине кривой в точке  $\bar{x}$  частота значений  $x_i$  достигает своего максимума, и, следовательно, его значение наиболее вероятно. Описанная закономерность проявляется во всей живой природе. В опытной работе считается возможным опираться на свойства нормального или близкого к нему распределения, поэтому следует хорошо уяснить его свойства. *Закономерности в распределении вариант по нормальному закону:*

- 1) большая часть вариант располагается в средней части ряда, здесь наблюдается их максимум; то есть чем больше варианта к среднему значению ряда  $\bar{x}$ , тем больше вероятность ее появления и тем большим числом наблюдений она представлена;
- 2) распределение вариант в обе стороны от этого максимума более или менее симметрично, и чем сильнее отклоняется она от среднего значения  $\bar{x}$  в ту или иную сторону, тем реже встречается и меньше бывает вероятность ее появления.

## Оборудование

калькулятор.

### Практическая работа

1. Заполните табл. 5. Постройте кривую теоретического (ожидаемого) нормального и эмпирического (наблюдаемого) распределений на основе предложенного примера: распределение растений томата по числу плодов на одном растении.

Таблица 5

Распределения растений томата по числу плодов на растении

| <i>Классы (X)<br/>(число плодов на<br/>растении)</i> | $f'$ | $X_i - \bar{x}$ | $t$ | $V$ | $f''$ |
|--|------|-----------------|-----|-----|-------|
| 5  | 10   |                 |     |     |       |
| 7  | 15   |                 |     |     |       |
| 8  | 21   |                 |     |     |       |
| 9  | 12   |                 |     |     |       |
| 10   | 8    |                 |     |     |       |

2. Заполните табл. 6. Постройте кривую теоретического нормального и эмпирического распределений на основе предложенного примера: распределение растений льна по числу коробочек.

Таблица 6

Распределения растений льна по числу коробочек

| <i>Классы (X)</i> | $f'$ | $X_i - \bar{x}$ | $t$ | $V$ | $f''$ |
|-------------------|------|-----------------|-----|-----|-------|
| 0                 | 1    |                 |     |     |       |
| 1                 | 10   |                 |     |     |       |
| 2                 | 24   |                 |     |     |       |
| 3                 | 34   |                 |     |     |       |
| 4                 | 20   |                 |     |     |       |
| 5                 | 7    |                 |     |     |       |
| 6                 | 3    |                 |     |     |       |
| 7                 | 1    |                 |     |     |       |

3. Заполните табл. 7. Постройте кривую теоретического нормального и эмпирического распределений на основе предложенного примера: распределение колосков в колосе пшеницы.

Таблица 7

Распределения растений пшеницы по числу колосков в колосе

| <i>Классы (X)</i> | <i>f'</i> | $X_i - \bar{x}$ | <i>t</i> | <i>V</i> | <i>f''</i> |
|-------------------|-----------|-----------------|----------|----------|------------|
| 14                | 2         |                 |          |          |            |
| 15                | 7         |                 |          |          |            |
| 16                | 22        |                 |          |          |            |
| 17                | 32        |                 |          |          |            |
| 18                | 24        |                 |          |          |            |
| 19                | 8         |                 |          |          |            |
| 20                | 5         |                 |          |          |            |

4. Заполните табл. 8. Постройте кривую теоретического нормального и эмпирического распределений на основе предложенного примера.

Таблица 8

Распределение веса 1000 семян подсолнечника (г)

| <i>Классы (X)</i> | <i>f'</i> | $X_i - \bar{x}$ | <i>t</i> | <i>V</i> | <i>f''</i> |
|-------------------|-----------|-----------------|----------|----------|------------|
| 1                 | 105       |                 |          |          |            |
| 2                 | 138       |                 |          |          |            |
| 3                 | 164       |                 |          |          |            |
| 4                 | 180       |                 |          |          |            |
| 5                 | 204       |                 |          |          |            |
| 6                 | 184       |                 |          |          |            |
| 7                 | 178       |                 |          |          |            |
| 8                 | 162       |                 |          |          |            |
| 9                 | 140       |                 |          |          |            |
| 10                | 121       |                 |          |          |            |

5. Заполните табл. 9. Постройте кривую теоретического нормального и эмпирического распределений на основе предложенного примера (табл.9).

Таблица 9

## Распределение растений льна по высоте

| <i>Классы (X)</i> | <i>f'</i> | $X_i - \bar{x}$ | <i>t</i> | <i>V</i> | <i>f''</i> |
|-------------------|-----------|-----------------|----------|----------|------------|
| 45-54             | 54        |                 |          |          |            |
| 55-64             | 83        |                 |          |          |            |
| 65-74             | 100       |                 |          |          |            |
| 75-84             | 110       |                 |          |          |            |
| 85-94             | 96        |                 |          |          |            |
| 95-104            | 78        |                 |          |          |            |
| 105-115           | 60        |                 |          |          |            |

6. Заполните табл. 10. Постройте кривую теоретического нормального и эмпирического распределений на основе предложенного примера.

Таблица 10

## Распределение массы плодов груши (кг) на одном дереве

| <i>Классы (X)</i> | <i>f'</i> | $X_i - \bar{x}$ | <i>t</i> | <i>V</i> | <i>f''</i> |
|-------------------|-----------|-----------------|----------|----------|------------|
| 1                 | 14        |                 |          |          |            |
| 2                 | 27        |                 |          |          |            |
| 3                 | 31        |                 |          |          |            |
| 4                 | 34        |                 |          |          |            |
| 5                 | 26        |                 |          |          |            |
| 6                 | 17        |                 |          |          |            |
| 7                 | 13        |                 |          |          |            |

7. Заполните табл. 11. Постройте кривую теоретического нормального и эмпирического распределений.

Таблица 11

## Распределение массы плодов абрикоса с одного дерева

| <i>Классы (X)</i> | <i>f'</i> | $X_i - \bar{x}$ | <i>t</i> | <i>V</i> | <i>f''</i> |
|-------------------|-----------|-----------------|----------|----------|------------|
| 1                 | 110       |                 |          |          |            |
| 2                 | 112       |                 |          |          |            |
| 3                 | 120       |                 |          |          |            |
| 4                 | 130       |                 |          |          |            |
| 5                 | 128       |                 |          |          |            |
| 6                 | 117       |                 |          |          |            |

## Тема № 6:

### **СТАТИСТИЧЕСКАЯ ПРОВЕРКА ГИПОТЕЗ. t–критерий Стьюдента**

#### **Теоретические вопросы**

1. Вычисление t-критерия Стьюдента.
2. Значение показателя.
3. Нулевая гипотеза.
4. Число степеней свободы.
5. Определения табличных значений t–критерия ( $t_{st}$ ).
6. Сравнение t–критерия Стьюдента, вычисленного на основе результатов опыта, и  $t_{st}$ .
7. Уровень значимости.

#### **Методические указания**

##### **Студенту необходимо:**

- усвоить правило вычисления t - критерия Стьюдента.

Статистическая проверка гипотез необходима, чтобы по разности между выборками оценить достоверность их различия. Закон нормального распределения вероятностей проявляется при большом числе наблюдений ( $n > 20-30$ ). Однако во многих случаях объем выборочной совокупности не превышает 20-30 наблюдений.

Достоверность разности средних обычно определяют по t-критерию Стьюдента:

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{S\bar{x}_1^2 - S\bar{x}_2^2}} = \frac{d}{S\bar{x}_d},$$

где  $\bar{x}_1$  и  $\bar{x}_2$  – средние значения сравниваемых выборок;

$S\bar{x}_1$  и  $S\bar{x}_2$  – выборочные ошибки соответствующих средних значений;

$d$  – разность средних значений;

$S\bar{x}_d$  – ошибка разности средних.



Величина t-критерия показывает, во сколько раз разность  $d$  больше разности  $m_d$ . разность считается существенной, если критерий  $t$  равен или превышает принятый в исследовании показатель вероятности. Число степеней свободы  $\nu = n_1 + n_2 - 2$ , где  $n_1$  и  $n_2$  – число определений, лежащих в основе вычисления  $\bar{x}$ . Если  $t_{st} \leq t$ , различия средних считаются достоверными,  $t < t_{st}$  – недостоверными (*приложение 1*). В тех случаях, когда ошибки средних арифметических и разностей между ними вычислены на основании небольшого числа наблюдений ( $n < 20$ ), для определения значения критерия существенности разности  $t$  при данном уровне вероятности следует пользоваться таблицей, составленной для малых выборок Стьюдентом.

### Оборудование

калькулятор.

### Практическая работа

*Решите задачи:*

1. Урожайность одного сорта ячменя составила  $\bar{x}_1 = 25 \pm 0,6$  ц/га, другого  $\bar{x}_2 = 28 \pm 0,5$  ц/га. Повторность для  $\bar{x}_1$  и  $\bar{x}_2$  четырёхкратная. Вычислите t- критерий Стьюдента. Дайте оценку полученным результатам.
2. Сравниваются два сорта пшеницы. Вес первого сорта составил  $\bar{x}_1 = 19 \pm 0,5$  ц/га, второго  $\bar{x}_2 = 18,6 \pm 0,3$  ц/га. Повторность для  $\bar{x}_1$  и  $\bar{x}_2$  четырёхкратная. Вычислите t-критерий Стьюдента. Дайте оценку полученным результатам.
3. Какой сорт огурца следует предпочесть для дальнейшего выращивания в теплице, если известно, что урожайность первого –  $21 \pm 1,2$  кг/м<sup>2</sup>, а второго  $22 \pm 0,8$  кг/м<sup>2</sup>? Повторность для  $\bar{x}_1$  и  $\bar{x}_2$  трёхкратная.

4. Средняя масса плода томата одного сорта составила  $140 \pm 12$  г, второго сорта –  $100 \pm 9$  г. Повторность для  $\bar{x}_1$  и  $\bar{x}_2$  пятикратная. Вычислите t-критерий Стьюдента.
5. Урожайность одного сорта томата в теплице составила  $11 \pm 1$  кг/м<sup>2</sup>, второго –  $15 \pm 0,6$  кг/м<sup>2</sup>. Повторность для  $\bar{x}_1$  и  $\bar{x}_2$  трёхкратная. Вычислите существенность различия между этими двумя сортами.
6. Урожайность дыни двух сравниваемых сортов приблизительно одинакова и составляет  $\sim 173$  ц/га, однако ошибка средней первого сорта составляет 7ц/га, второго – 4,5 ц/га. Повторность для  $\bar{x}_1$  и  $\bar{x}_2$  четырёхкратная. Вычислите t-критерий Стьюдента. Какой сорт следует предпочесть для выращивания?
7. Урожайность пшеницы одного сорта пшеницы  $22,9 \pm 0,4$  ц/га, второго –  $20,1 \pm 0,6$  ц/га. Повторность для  $\bar{x}_1$  и  $\bar{x}_2$  трехкратная. t- критерий Стьюдента.

## Тема № 7:

### **СТАТИСТИЧЕСКАЯ ПРОВЕРКА ГИПОТЕЗ. F - критерий Фишера**

#### **Теоретические вопросы**

1. Вычисление F-критерия Фишера.
2. Значение показателя.
3. Область применения.
4. Нулевая гипотеза.

#### **Методические указания**

##### **Студенту необходимо:**

- усвоить правило вычисления F - критерия Фишера.

Достоверность различий дисперсий оценивается по  $F$ -критерию Фишера:

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2},$$

где  $s_1^2$  и  $s_2^2$  – дисперсии сравниваемых совокупностей.

В числителе следует ставить большую дисперсию, в результате чего  $F$  всегда равен единице или больше единицы. Чем значительней разница между дисперсиями, тем больше будет и величина  $F$ , и, наоборот, чем меньше окажется расхождение между дисперсиями, тем меньше будет и величина  $F$ . Нулевая гипотеза исходит из признания равенства дисперсий. Если  $F \geq F_{st}$  нулевая гипотеза отвергается, разница между сравниваемыми величинами признается достоверной (*приложение 2*).

Критерии Стьюдента ( $t$ ) и Фишера ( $F$ ) связаны с нормальными формами распределения; их применение имеет ввиду оценку расхождения между генеральными параметрами на основании выборочных показателей сравниваемых совокупностей. Поэтому они называются параметрическими критериями. Их разрешающая мощность велика лишь при условии, что сравниваемые совокупности распределяются по нормальному распределению.

### **Оборудование**

калькулятор.

### **Практическая работа**

*Решите задачи:*

Воспользуйтесь ниже предложенными примерами для вычисления  $F$ -критерия (табл. 12).

Таблица 12

## Примеры для вычисления F-критерия Фишера

| $N_2$<br>$n/n$ | Вариант | $x_i$                             | $\bar{x}$ | $S^2$ | $F$ | $F_{st}$ |
|----------------|---------|-----------------------------------|-----------|-------|-----|----------|
| 1              | $A_1$   | 5; 6; 5; 7; 4; 9; 6; 7            |           |       |     |          |
|                | $B_1$   | 4; 9; 6; 6; 3; 7; 6; 5            |           |       |     |          |
| 2              | $A_2$   | 4,5; 2,8; 5,6; 7,8; 3,9           |           |       |     |          |
|                | $B_2$   | 3,6; 5,4; 5,4; 7,1; 5,0           |           |       |     |          |
| 3              | $A_3$   | 100; 120; 124; 145; 157; 158      |           |       |     |          |
|                | $B_3$   | 96; 97; 109; 111; 135; 123        |           |       |     |          |
| 4              | $A_4$   | 0,1; 0,3; 1,0; 0,4; 0,8; 0,5; 0,5 |           |       |     |          |
|                | $B_4$   | 0,3; 0,3; 1,2; 0,7; 0,6; 0,7; 0,3 |           |       |     |          |
| 5              | $A_5$   | 236; 222; 356; 125; 126; 148      |           |       |     |          |
|                | $B_5$   | 200; 213; 208; 100; 115; 123      |           |       |     |          |

## Тема № 8:

**ОЦЕНКА ЗАКОНОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ.****Критерий  $\chi^2$** **Теоретические вопросы**

1. Вычисление критерия  $\chi^2$  (хи-квадрат).
2.  $\chi^2_{st}$ .
3. Значение показателя.
4. Область применения.
5. Нулевая гипотеза.

**Методические указания****Студенту необходимо:**

- усвоить методику расчета критерия  $\chi^2$ .

Критерий соответствия был предложен К. Пирсоном и применяется во всех случаях, когда необходимо определить степень различия двух сравниваемых рядов распределения –

эмпирического и теоретического или двух эмпирических. Критерий  $\chi^2$  используется для проверки определенной гипотезы, которая считается нулевой ( $H_0$ ). Нулевая гипотеза обозначает, что нет различия между фактическими и теоретическими данными. Значения  $\chi^2$ , не превышающие табличные значения (*приложение 3*), указывают, что нет оснований сомневаться в принятой гипотезе; значения  $\chi^2$ , превышающие определенную табличную величину, указывают на несостоятельность принятой нулевой гипотезы, что вынуждает отбросить первоначальную нулевую гипотезу и выдвинуть новую, которую также надо проверить.

Чтобы проверить нулевую гипотезу, выдвинутую исследователем для объяснения явления, производят выборочное наблюдение. Полученные на основании ее фактические данные сравнивают с теоретическими.

Если фактические и теоретические данные полностью совпадают, то  $\chi^2 = 0$ . Те предельные значения  $\chi^2$ , при которых нулевая гипотеза может быть приемлема с определенным уровнем вероятности находят по специальной таблице значений  $\chi^2$ . Величина «хи-квадрат» рассчитывается по формуле:

$$\chi^2 = \frac{\sum (H - O)^2}{O},$$

где  $H$  – наблюдаемые (эмпирические) частоты;  
 $O$  – ожидаемые (теоретические) частоты.

### **Оборудование**

калькулятор.

### **Практическая работа**

Используйте необходимые показатели, полученные при решении задач 1-7 темы № 4 «**ЗАКОНОМЕРНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ**», для вычисления критерия  $\chi^2$ . Результаты расчета оформите в виде табл. 13. Постройте кривые теоретического и эмпирического распределений.

Таблица 13  
(для задачи № 1)

| $X$      | $f'$ | $X_i - \bar{x}$ | $t$ | $V$ | $f''$ | $f' - f''$ | $(f' - f'')^2$ | $\chi^2$ |
|----------|------|-----------------|-----|-----|-------|------------|----------------|----------|
| ...      |      |                 |     |     |       |            |                |          |
| $\Sigma$ |      |                 |     |     |       |            |                |          |

### Самостоятельная работа студентов

1. История развития биометрии.
2. Этапы планирования эксперимента.
3. Краткосрочные, многолетние и географические опыты.
4. Техника закладки опыта.
5. Особенности методики полевого опыта в овощеводстве.
6. Особенности методики полевого опыта в плодоводстве.
7. Документация результатов исследования.

### Вопросы для самоконтроля студентов

1. Дайте определение терминам: биометрия, научное исследование, варианта, лимиты.
2. Виды биологических признаков. Примеры.
3. Дайте определение терминам: наблюдение, контрольный вариант, частота, выборка.
4. Виды размещения повторностей.
5. Виды размещения вариантов.
6. Дайте определение терминам: эксперимент, схема опыта, делянка, генеральная совокупность.
7. Цель выборочного метода.
8. Виды графического изображения вариационного ряда. Примеры с графическим изображением.
9. Какой ряд называют ранжированным. Примеры.
10. Правила нахождения величины классового интервала.
11. Виды группировки экспериментальных данных.
12. Коэффициент вариации. Значение показателя.
13. Среднее квадратическое отклонение. Значение показателя.

14. Средняя арифметическая. Ошибка средней арифметической. Значение этих показателей.
15. Закономерности в распределении вариант по нормальному закону.
16. Отличия биномиального распределения от нормального распределения варьирующего признака. Пример с графическим изображением.
17. Нормированное отклонение. Формула. Процентный объем каждой части.
18. Доверительная вероятность.
19. Уровень значимости.
20. Статистическая проверка гипотез. t-критерий Стьюдента. Значение показателя.
21. Статистическая проверка гипотез. F-критерий Фишера. Значение показателя.
22. Ассиметрия. Виды ассиметрии. Причины ассиметрических распределений.
23. Эксцесс. Виды эксцесса. Причины эксцессивных распределений.
24. Оценка законов распределения. Критерий  $\chi^2$ .
25. Анализ качественных признаков. Группировка данных. Доля признака при качественной изменчивости.

## РАЗДЕЛ 2

### Тема № 9-10:

## **КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ АНАЛИЗ**

### **Теоретические вопросы**

1. Корреляция.
2. Значение корреляционного анализа.
3. Виды корреляции по форме.
4. Виды корреляции по направлению.
5. Простая и множественная корреляция.
6. Коэффициент корреляции.
7. Корреляционное отношение.

### **Методические указания**

#### ***Студенту необходимо:***

- решить ниже предложенные простые задачи для освоения методики корреляционного анализа.

Во многих исследованиях важно выяснить, какова зависимость между двумя или несколькими признаками, установить их взаимную связь. Например, существует ли связь между урожаем сахарной свеклы или другим результативным признаком и такими внешними факторами, как количество осадков, температура и влажность воздуха, связан ли урожай с густотой посева, различными физическими и химическими показателями свойств почвы или между этими признаками нет никакой зависимости. Для выяснения этих и подобных им вопросов, часто возникающих в опытной работе, используют статистические методы, которые носят название **корреляции** и **регрессии**.

Корреляционная связь стремится установить, сопутствует или не сопутствует изменению какого-либо признака направленное изменение другого признака. Так, например, известно, что конусовидной форме корней сахарной свеклы сопутствует более высокая сахаристость, вследствие чего отбор сахаристых корней



можно делать по их форме; содержание масла в зернах ячменя и овса уменьшается с увеличением веса зерен.

Коэффициент корреляции  $r$  является одним из распространенных способов измерения степени и направления линейных связей между двумя переменными  $X$  и  $Y$ . Формула коэффициента корреляции имеет следующий вид:

$$r = \frac{\sum (X_i - \bar{x}) \times (Y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (X_i - \bar{x})^2 \times (Y_i - \bar{y})^2}}.$$

Значения коэффициента корреляции лежат в пределах от +1 до -1. При полных связях, когда корреляционная связь превращается в функциональную, значение коэффициента корреляции равно для положительных, или прямых, связей +1,0, для отрицательных, или обратных, связей -1,0. При полном отсутствии корреляционной связи между признаками коэффициент корреляции равен нулю.

Следует отметить, что предельные значения коэффициента корреляции ( $r = +1,0$ ;  $r = 0,0$ ;  $r = -1,0$ ) в практике биологических исследований встречается крайне редко; обычно значения этого показателя находятся между нулем и положительной или отрицательной единицей.

### **Оборудование**

калькулятор.

### **Практическая работа**

*Решите задачи:*

Воспользовавшись ниже предложенными теоретическими данными (табл. 14) вычислите коэффициент прямолинейной корреляции. Результаты оформите в виде табл. 15. Для каждого примера нарисуйте схему корреляционной связи.

Таблица 14

| № n/n |       | Номер пары |      |      |      |
|-------|-------|------------|------|------|------|
|       |       | 1          | 2    | 3    | 4    |
| 1     | $X_1$ | 5          | 6    | 7    | 8    |
|       | $Y_1$ | 5          | 6    | 7    | 8    |
| 2     | $X_2$ | 1          | 2    | 3    | 4    |
|       | $Y_2$ | 10         | 9    | 8    | 7    |
| 3     | $X_3$ | 2,4        | 2,5  | 2,6  | 2,9  |
|       | $Y_3$ | 70         | 73   | 75   | 77   |
| 4     | $X_4$ | 17         | 17,5 | 17,5 | 18   |
|       | $Y_4$ | 12         | 12,8 | 13   | 14,2 |
| 5     | $X_5$ | 40         | 95   | 128  | 144  |
|       | $Y_5$ | 140        | 210  | 244  | 270  |
| 6     | $X_6$ | 0,4        | 0,6  | 0,8  | 1,0  |
|       | $Y_6$ | 0,1        | 0,2  | 0,3  | 0,4  |
| 7     | $X_7$ | 2,2        | 2,1  | 2,0  | 1,9  |
|       | $Y_7$ | 1,3        | 1,4  | 1,5  | 1,6  |

Таблица 15

## Оформление задачи

| № n/n     | $X_i$ | $Y_i$ | $(X_i - \bar{x})$ | $(Y_i - \bar{y})$ | $(X_i - \bar{x})^2$ | $(Y_i - \bar{y})^2$ | $(X_i - \bar{x})^2$<br>$(Y_i - \bar{y})^2$ |
|-----------|-------|-------|-------------------|-------------------|---------------------|---------------------|--|
| ...       | ...   | ...   | ...               | ...               | ...                 | ...                 | ...  |
| $\Sigma$  |       |       |                   |                   |                     |                     |  |
| $\bar{x}$ |       |       |                   |                   |                     |                     |  |

## Тема № 11-12:

### **РЕГРЕССИОННЫЙ АНАЛИЗ** **Теоретические вопросы**

1. Регрессия.
2. Значение регрессионного анализа.
3. Формы регрессии.
4. Простая и множественная регрессия.
5. Особенности эмпирической линии регрессии.
6. Способы выравнивания линии регрессии.
7. Коэффициент регрессии.

### **Методические указания**

#### ***Студенту необходимо:***

- решить ниже предложенные простые задачи для освоения методики регрессионного анализа;
- усвоить методику регрессионного анализа.

Коэффициент корреляции и корреляционное отношение позволяют измерять степень сопряженности между признаками, определять направление и форму существующей между ними связи. Но они не дают представления о том, насколько в среднем может измениться варьирующий признак при изменении на единицу измерения другого, связанного с ним признака.

Функция, позволяющая по величине одного признака ( $X$ ) находить средние (ожидаемые) значения другого признака ( $Y_x$ ), связанного с  $X$  корреляционно, называется *регрессией*. А статистический анализ получил название *регрессионного анализа*.

Термин «регрессия» ввел в биологию Ф. Гальтон, изучавший соотношение между ростом родителей и их детей. Им был установлен так называемый «закон регрессивного наследования», по которому дети очень высоких и очень низких родителей имеют тенденцию отклоняться в своем развитии («регрессировать») в сторону среднего для данной популяции роста.

Регрессионный анализ неотделим от корреляционного анализа. Но, в отличие от последнего, показатели регрессии измеряют

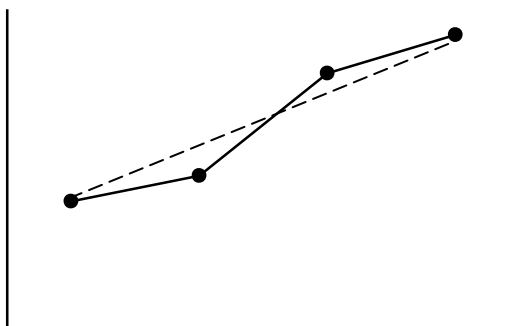
отношения между коррелированными признаками  $X$  и  $Y$  двусторонне, т.е. учитывают изменения  $X$  в зависимости от изменений  $Y$  и, наоборот, изменения  $Y$  от  $X$ .

При регрессионном анализе, как и при корреляционном, устанавливают:

1. Факт изменчивости данного признака (функция) от изменчивости другого (аргумент) и находят формы зависимости функции от аргумента;
2. Зависимость между функцией и аргументом путем составления ряда регрессии, линии и уравнения регрессии и определения коэффициента регрессии.

По форме регрессия может быть прямолинейной и криволинейной. Под прямолинейной регрессией понимается такая зависимость, когда при любом значении аргумента одинаковые приращения его вызывают одинаковые приращения функции, под криволинейной – когда при одинаковых приращениях аргумента функция имеет неодинаковые приращения. Регрессия называется простой, если изменение функции исследуются в зависимости от одного аргумента  $y = f(x)$ , и множественной, если от двух и более аргументов  $y = f(x, z, v \dots)$ .

Графическое изображение ряда регрессии получило название эмпирической линии регрессии (рис.4). Обычно эмпирические ряды регрессии, изображаемые графически выглядят в системе координат в виде не плавно идущих, а ломанных линия. Причина этого явления заключается в том, что наряду с основными причинами, определяющими главное направление регрессии, на ней сказывается влияние многочисленных второстепенных (случайных) факторов, нарушающий плавный ход линии регрессии. Отсюда возникает необходимость выравнивания эмпирических рядов и линий регрессии.



*Рис.4.* Эмпирическая линия регрессии

Под выравнением подразумевается способ замены ломанной линии регрессии на плавно текущую, сглаженную линию. Существуют разные способы выравнения:

### *1. Графический способ*

Наиболее простой и не требующий вычислительной работы. После того как эмпирический ряд нанесен на график – в виде ломанной линии или в виде отдельных точек, на глаз определяются срединные точки линии регрессии, которые затем соединяются при помощи линейки, в результате чего и получается выровненная линия регрессии

### *2. Способ наименьших квадратов*

Этот способ дает возможность определить такое положение выровненной линии, что квадраты отклонения от нее всех точек эмпирической линии дают наименьшую сумму. При прямолинейной регрессии задача сводится к определению коэффициентов основного уравнения прямой линии:

$$y = a + bx,$$

где  $y$  – функция;  $\bar{x}$  – аргумент;  $a$  и  $b$  – параметры уравнения.

В данном случае задача сводится к определению коэффициентов  $a$  и  $b$  уравнения прямолинейной регрессии, что дает возможность по любому заранее заданному значению аргумента  $x$  рассчитать величину  $y$ .

При определении коэффициентов  $a$  и  $b$  по способу наименьших квадратов нужно составить и решить систему нормальных уравнений:

$$\begin{aligned} \sum y &= an + b \sum x - \text{первое уравнение;} \\ \sum xy &= a \sum x + b \sum x^2 - \text{второе уравнение.} \end{aligned}$$

$n$  – количество вариантов.

Систему уравнений решают обычными алгебраическими приемами. Сначала по исходным данным определяют  $\sum X$ ,  $\sum X^2$ ,  $\sum Y$  и  $\sum XY$ . Подставляя найденные значения сумм в уравнения, определяют коэффициенты  $a$  и  $b$  путем постепенного исключения неизвестных.

Коэффициент корреляции и корреляционное отношение позволяют измерять степень сопряженности между признаками, определять направление и форму существующей между ними связи. Но они не дают представления о том, насколько в среднем может измениться варьирующий признак при изменении на единицу измерения другого, связанного с ним признака. Функция, позволяющая по величине одного признака  $X$  находить средние (ожидаемые) значения другого признака  $Y$ , связанного с  $X$  корреляционно, называется *регрессией*. А статистический анализ получил название *регрессионного анализа*.

Зависимость функции от аргумента при прямолинейной регрессии может быть выражена коэффициентом регрессии. *Коэффициентом прямолинейной регрессии* называется число, показывающее, в каком направлении и на какую величину изменяется один признак (функция) при изменении другого (аргумента) на единицу измерения. Обозначается коэффициент регрессии буквой  $R$ . Поскольку варьирующих величин две, то и регрессия при условно принятой в исследовании двусторонней зависимости может быть двусторонней:  $X$  по  $Y$  и  $Y$  по  $X$ . Поэтому и коэффициентов регрессии также, очевидно, может быть два:  $R_{X/Y}$  и  $R_{Y/X}$ . Вычисляют их по формулам:

$$R_{X/Y} = \frac{\sum (X_i - \bar{x}) \times (Y_i - \bar{y})}{\sum (Y_i - \bar{y})^2}, \quad R_{Y/X} = \frac{\sum (X_i - \bar{x}) \times (Y_i - \bar{y})}{\sum (X_i - \bar{x})^2},$$

где  $\bar{x}$  и  $\bar{y}$  – средние арифметические ряда  $X$  и  $Y$ .

### **Оборудование**

калькулятор.

### **Практическая работа**

Используйте средние показатели, полученные при решении задач 1-5 темы № 8 «КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ АНАЛИЗ», для вычисления коэффициента регрессии  $R_{XY}$  и  $R_{YX}$ .

## **Тема № 13-14:**

### ***ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ***

#### **Теоретические вопросы**

1. Дисперсионный анализ.
2. Значение дисперсионного анализа.
3. Уравнение общей вариации.
4. «Результативные признаки» и «факторы».
5. Критерии определения достоверности оценок.
6. Однофакторный опыт.
7. Многофакторный опыт.

#### **Методические указания**

##### ***Студенту необходимо:***

- решить ниже предложенные простые задачи для освоения методики однофакторного дисперсионного анализа;
- выучить ниже предложенные термины к теме.

Дисперсионный анализ наиболее совершенный современный метод статистической обработки экспериментального материала. Известно, что биологические признаки варьируют под влиянием самых различных причин, включая и те факторы, которые учитываются в эксперименте. Величина общей вариации признака может быть измерена суммой квадратов отклонений отдельных

вариант от средней арифметической всего комплекса наблюдений. Эту величину можно разложить на части или доли, одна из которых отражает влияние на признак учитываемого в опыте фактора (или факторов), а другая определяется влиянием на тот же признак неучитываемых экспериментатором («случайных») причин. Соотношение между этими источниками варьирования выражается уравнением:

$$C_Y = C_V + C_P + C_Z,$$

$C_Y$  – общая вариация признака;  $C_V$  – варьирование вариантов;  $C_P$  – варьирование повторений;  $C_Z$  – сумма квадратов случайного варьирования, характеризует всю массу разнообразия результативного признака, которая возникает вследствие случайных ошибок эксперимента.

Основная задача дисперсионного анализа – определить степени влияния различных факторов в отдельности, а также и суммарного их воздействия на изменчивость изучаемого признака.

Сущность дисперсии сводится к разложению общей дисперсии некоторого комплекса на его составляющие части, из которых и выясняется влияние отдельных факторов на изучаемый признак. О достоверности оценок судят по критерию F-Фишера. Если результаты дисперсионного анализа оказываются статистически достоверными, переходят к оценкам расхождения между групповыми средними (по критерию t-Стьюдента, или критерию F-Фишера), а также и к измерению силы влияния отдельных факторов на изучаемый признак.

Признаки, изменяющиеся под воздействием тех или иных причин, называются *результативными*. А действующие на результативные признаки причины принято называть *факторами*. Например, вес, рост, физическое состояние организма, все это – признаки. А такие средства воздействия, как дозы лекарственных или токсических веществ, доза вносимых удобрений относятся к категории факторов. Факторы делятся на контролируемые в опыте, или организованные, и неорганизованные, или неконтролируемые, действие которых на признак не регулируется.

Если взять отношение частных варьирований, т.е. сумм квадратов, повторений и остатка к сумме квадратов общего



варьирования, то сумма всех отношений (или процентов) будет равна единице, или 100 процентам:

$$\frac{C_V}{C_Y} + \frac{C_P}{C_Y} + \frac{C_Z}{C_Y} = 1,0.$$

Каждое отношение, обозначенное соответственно  $\eta^2_V$ ,  $\eta^2_P$  и  $\eta^2_Z$ , показывает долю участия факторов в общем варьировании результативного признака. Организованных в опыте ( $\eta^2_V = C_V / C_Y$  и  $\eta^2_P = C_P / C_Y$ ) и неорганизованных ( $\eta^2_Z = C_Z / C_Y$ ).

Таким образом, дисперсионный анализ дает возможность получить представление о степени влияния того или иного фактора в общей дисперсии признака, которую принимают за единицу, или 100%, а именно (в %):  $\eta^2_V = C_V / C_Y \times 100$  – влияние вариантов;  $\eta^2_P = C_P / C_Y \times 100$  – влияние повторений;  $\eta^2_Z = C_Z / C_Y \times 100$  – влияние случайных факторов;  $\eta^2_Y = \eta^2_V + \eta^2_P + \eta^2_Z$  – влияние всех факторов.

Сущность дисперсии сводится к разложению общей дисперсии некоторого комплекса на его составляющие части, из которых и выясняется влияние отдельных факторов на изучаемый признак. О достоверности оценок судят по критерию F-Фишера. Если результаты дисперсионного анализа оказываются статистически достоверными, переходят к оценкам расхождения между групповыми средними (по критерию t-Стьюдента, или критерию F-Фишера), а также и к измерению силы влияния отдельных факторов на изучаемый признак.

Признаки, изменяющиеся под воздействием тех или иных причин, называются **результативными**. А действующие на результативные признаки причины принято называть **факторами**. Например, масса, высота растения, все это – признаки. А такие средства воздействия, как доза вносимых удобрений или поливная норма относятся к категории факторов. Факторы делятся на контролируемые в опыте, или организованные, и неорганизованные, или неконтролируемые, действие которых на признак не регулируется.

### Оборудование

калькулятор.

## Практическая работа

Решите задачи:

1. На основе данных табл. 16 вычислите общую вариацию урожайности картофеля (ц/га) ( $C_V$ ).

Таблица 16

Таблица урожайности картофеля

| Вариант    | Повторения |     | $\Sigma V$ | $\bar{x}_V$ |
|------------|------------|-----|------------|-------------|
|            | I          | II  |            |             |
| A          | 180        | 200 |            |             |
| B          | 150        | 170 |            |             |
| $\Sigma P$ |            |     |            |             |
| $X_p$      |            |     |            |             |

2. На основе данных табл. 17 вычислите общую вариацию урожайности дыни (ц/га) ( $C_V$ ).

Таблица 17

Таблица урожайности дыни

| Вариант    | Повторения |       | $\Sigma V$ | $\bar{x}_V$ |
|------------|------------|-------|------------|-------------|
|            | I          | II    |            |             |
| A          | 100        | 124,5 |            |             |
| B          | 140        | 132   |            |             |
| $\Sigma P$ |            |       |            |             |
| $X_p$      |            |       |            |             |

3. На основе данных табл. 18 вычислите общую вариацию урожайности земляники (ц/га) ( $C_V$ ).

Таблица 18

Таблица урожайности земляники

| Вариант    | Повторения |    | $\Sigma V$ | $\bar{x}_V$ |
|------------|------------|----|------------|-------------|
|            | I          | II |            |             |
| A          | 65         | 74 |            |             |
| B          | 84         | 80 |            |             |
| B          | 84         | 92 |            |             |
| $\Sigma P$ |            |    |            |             |
| $X_p$      |            |    |            |             |

4. На основе данных табл. 19 вычислите общую вариацию урожайности огурца (ц/га) ( $C_Y$ ).

Таблица 19

Таблица урожайности огурца

| Вариант     | Повторения |     |     | $\Sigma V$ | $\bar{x}_v$ |
|-------------|------------|-----|-----|------------|-------------|
|             | I          | II  | III |            |             |
| A           | 287        | 340 | 327 |            |             |
| B           | 301        | 362 | 354 |            |             |
| B           | 300        | 320 | 333 |            |             |
| $\Sigma P$  |            |     |     |            |             |
| $\bar{X}_p$ |            |     |     |            |             |

5. На основе данных табл. 20 вычислите общую вариацию урожайности груши в хозяйстве (ц/га).

Таблица 20

Таблица урожайности груши

| Вариант     | Повторения |     |     |     | $\Sigma V$ | $\bar{x}_v$ |
|-------------|------------|-----|-----|-----|------------|-------------|
|             | I          | II  | III | IV  |            |             |
| A           | 110        | 132 | 114 | 128 |            |             |
| B           | 126        | 114 | 120 | 125 |            |             |
| $\Sigma P$  |            |     |     |     |            |             |
| $\bar{X}_p$ |            |     |     |     |            |             |

6. На основе данных табл. 21 вычислите общую вариацию урожайности сладкого перца (ц/га) ( $C_Y$ ).

Таблица 21

Таблица урожайности сладкого перца

| Вариант     | Повторения |     |     |     | $\Sigma V$ | $\bar{x}_v$ |
|-------------|------------|-----|-----|-----|------------|-------------|
|             | I          | II  | III | IV  |            |             |
| A           | 187        | 200 | 157 | 236 |            |             |
| B           | 197        | 223 | 180 | 184 |            |             |
| $\Sigma P$  |            |     |     |     |            |             |
| $\bar{X}_p$ |            |     |     |     |            |             |

7. На основе данных табл. 22 вычислите общую вариацию урожайности огурца в парниках ( $\text{кг/м}^2$ ) ( $C_V$ ).

Таблица 22

Таблица урожайности огурца в парниках

| Вариант     | Повторения |      |      |      |      | $\Sigma V$ | $\bar{x}_V$ |
|-------------|------------|------|------|------|------|------------|-------------|
|             | 1          | 2    | 3    | 4    | 5    |            |             |
| A           | 17,6       | 23,8 | 21   | 16,4 | 22,3 |            |             |
| B           | 20         | 23,4 | 23,1 | 18,9 | 20   |            |             |
| $\Sigma P$  |            |      |      |      |      |            |             |
| $\bar{X}_p$ |            |      |      |      |      |            |             |

### Самостоятельная работа студентов

1. Корреляция качественных признаков.
2. Определение размера выборки при количественной изменчивости.
3. Определение размера выборки при качественной изменчивости.
4. Методы математической статистики в биологии.
5. Предварительная обработка данных. Выпавшие данные.
6. Применение корреляционного анализа на практике.
7. Применение регрессионного анализа на практике.
8. Применение дисперсионного анализа на практике.

### Вопросы для самоконтроля

1. Какие связи называют функциональными? Приведите примеры.
2. Дайте определение термину «корреляционная зависимость».
3. Суть корреляционной связи. Приведите примеры.
4. Какая корреляция называется прямой? Чему равен корреляционный коэффициент при прямой корреляции?
5. Какая корреляция называется обратной? Чему равен корреляционный коэффициент при обратной корреляции?
6. Чему равен коэффициент корреляции при полном отсутствии корреляционной связи?
7. Что такое корреляционный коэффициент? Как обозначается этот показатель?

8. Что такое корреляционное отношение? Как обозначается этот показатель?
9. Основное свойство корреляционного отношения.
10. В каких пределах лежат значения коэффициента корреляции?
11. Дайте определение терминам: «регрессия» и «регрессионный анализ».
12. Виды регрессии по форме. Дайте им описание.
13. Как называется графическое изображение ряда регрессии. Дайте схематический рисунок.
14. Значение способов выравнивания ломаных линий регрессии.
15. Основное уравнение прямой линии.
16. Дайте определение термину «коэффициент прямолинейной регрессии».
17. Что показывает коэффициент регрессии?
18. Значение дисперсионного анализа.
19. Основная задача дисперсионного анализа.
20. Каким уравнением выражается соотношение между источниками варьирования в дисперсионном анализе?
21. Какие признаки называются результативными? Приведите примеры.
22. Что такое «факторы»? Приведите примеры.
23. Виды факторов.
24. Виды дисперсионного анализа в зависимости от числа учитываемых факторов. Приведите примеры.
25. По каким критериям можно определить достоверность влияния фактора при дисперсионном анализе?

## СЛОВАРЬ ТЕРМИНОВ

**Биологическая статистика (биометрия)** – научная отрасль на стыке биологии и вариационной статистики, связанная с разработкой и использованием статистических методов в научных исследованиях (как при планировании количественных экспериментов, так и при обработке экспериментальных данных и наблюдений).

**Варианта** – отдельное значение варьирующего признака.

**Вариация** – различие значений какого-либо признака у разных единиц совокупности за один и тот же промежуток времени.

**Вариационный ряд** – это ряд данных, в которых указаны возможные значения варьирующего признака в порядке возрастания или убывания и соответствующие им частоты.

**Вегетационный эксперимент** – исследование, осуществляемое в контролируемых условиях - вегетационных домиках, теплицах, оранжереях, в климатических камерах и других сооружениях с целью установления различий между вариантами опыта и количественной оценки действия и взаимодействия изучаемых факторов, например, на урожай растений и его качество.

**Выборки**, состоящие из 20-30 единиц наблюдения, называют малыми, а выборки большего объёма – большими.

**Выборочная совокупность** – часть объектов, которая попала на проверку.

**Генеральная совокупность** – вся, подлежащая изучению группа объектов.

**Дисперсия** – средняя арифметическая квадратов отклонений отдельных значений варьирующего признака от их среднего значения. Мера разброса значений случайной величины относительно её математического ожидания.

**Дисперсионный анализ** – метод в математической статистике, направленный на поиск зависимостей в экспериментальных данных путём исследования значимости различий в средних значениях. В отличие от t-критерия позволяет сравнивать средние значения трёх и более групп. Разработан Р. Фишером.

**Доверительный интервал** – пределы, в которых находится средняя генеральной совокупности; определяется степенью варьирования экспериментальных данных и уровнем вероятности.

**Качественная изменчивость** – это такое варьирование, когда различия между вариантами выражаются качественными показателями, которые одни варианты имеют, а другие нет.

**Качественная изменчивость** – это такое варьирование, когда различия между вариантами выражаются качественными показателями, которые одни варианты имеют, а другие нет.

**Количественная изменчивость** – это изменчивость, в которой различия между вариантами выражаются количеством, например весом, высотой, урожаем, числом зёрен и т.д.

**Контроль (стандарт)** – вариант, с которым сравнивают опытные варианты.

**Корреляционный анализ** – метод обработки статистических данных, с помощью которого измеряется теснота связи между двумя или более переменными.

**Корреляция** или **корреляционная зависимость** – статистическая взаимосвязь двух или более случайных величин (либо величин, которые можно с некоторой допустимой степенью точности считать таковыми). При этом изменения значений одной или нескольких из этих величин сопутствуют систематическому изменению значений другой или других величин. Такая зависимость обнаруживается только при массовом изучении признака.

**Кривая распределения** – графическое изображение вариационного ряда.

**Лабораторный эксперимент** – исследование, осуществляемое в лабораторной обстановке с целью установления действия и взаимодействия факторов на изучаемые объекты.

**Математическая биология** – это междисциплинарное направление науки, в котором объектом исследования являются биологические системы разного уровня организации, причём цель исследования тесно увязывается с решением некоторых определённых математических задач, составляющих предмет исследования.

**Медиана** – в математической статистике – число, характеризующее выборку; середина вариационного ряда: в обе стороны от медианы располагается одинаковое число вариант.

**Мода** – значение во множестве наблюдений, которое встречается наиболее часто.

**Наблюдение** – это количественная и качественная регистрация интересующих исследователя сторон развития явления, констатация наличия того или иного его состояния, признака или свойства.

**Повторностью** опыта на территории называют число одноименных делянок каждого варианта, а повторностью опыта во времени - число лет испытании.

**Распределение хи-квадрат** – распределение суммы квадратов независимых стандартных нормальных случайных величин.

**Регрессия** – изменение результативного признака, называемого зависимой переменной, или функций  $Y$ , при определённых изменениях факториального признака, называемого независимой переменной, или аргументом  $X$ .

**Среднее арифметическое** – сумма всех чисел, делённая на их количество. Представляет собой обобщённую, абстрактную характеристику всей совокупности (ряда) в целом. В ней снята всякая вариация, устранены все различия отдельных значений. Центр, около которого происходит варьирование изучаемого признака.

**Среднее значение** – некоторое число, заключённое между наименьшим и наибольшим из их значений.

**Среднее квадратическое отклонение** – наиболее распространённый показатель рассеивания значений случайной величины относительно её математического ожидания. Имеет размерность варьирующей величины.

**Стандартная ошибка среднего** (ошибка репрезентативности) – величина, характеризующая стандартное отклонение выборочного среднего, рассчитанное по выборке из генеральной совокупности.

**Статистическая гипотеза** – научное предположение о тех или иных статистических законах распределения рассматриваемых случайных величин, которое может быть проверено на основе



выборки. отсутствии реального различия между фактическими и теоретически ожидаемыми наблюдениями. Эту гипотезу называют **нулевой гипотезой** и обозначают символом *H<sub>0</sub>*. Для проверки статистической нулевой гипотезы (*H<sub>0</sub>*) используют критерии двух видов: **параметрические** и **непараметрические**.

**Параметрическими** называют критерии, которые основаны на предположении, что распределение признака в совокупности имеет нормальное распределение или не сильно отличается от него. Использование **непараметрических критериев** не требует даже приближённого знания закона распределения.

**Схема опыта** – совокупность опытных и контрольных вариантов.

**Частота** – число вариант (случаев), имеющих одинаковые значения.

**Численность ряда** – сумма всех частот, число объектов ряда.

**Число вариантов в схеме любого опыта** – обычно заранее заданная величина, которая определяется его содержанием и задачами.

**Число степеней свободы** (число степеней свободы вариации) – количество свободно варьирующих величин.

**Эксперимент** (активное наблюдение, опыт) – часть более сложного метода исследования. Это такое изучение, при котором исследователь искусственно вызывает явления или изменяет условия так, чтобы лучше выяснить сущность явления, происхождение, причинность и взаимосвязь предметов и явлений.

## ЛИТЕРАТУРА

### Основная:

1. Бейли Н. Статистические методы в биологии / Н. Бейли. – М.: Мир, 1964. – 272с.
2. Доспехов Б.А. Методика полевого опыта (с основами статистической обработки результатов исследования) / Б.А. Доспехов. – М.: Агропромиздат, 1985. – 351с.
3. Лакин Г.Ф. Биометрия / Г.Ф. Лакин. – М.: Высшая школа, 1990. – 352 с.
4. Меркурьева Е.К. Основы биометрии / Е.К. Меркурьева. – Изд. МГУ, 1963. – 354с.
5. Плохинский Н.А. Биометрия / Н.А. Плохинский. – М.: Изд-во МГУ, 1970. – 367с.
6. Урбах В.Ю. Биометрические методы / В.Ю. Урбах. – М.: Наука, 1964. – 416с.

### Дополнительная:

7. Вольф В.Г. Статистическая обработка опытных данных / В.Г. Вольф. – М.: Колос, 1966. – 254 с.
8. Гинзбург Э.Х. Описание наследования количественных признаков / Э.Х. Гинзбург. – Новосибирск: Наука, 1984. – 249 с.
9. Математическая энциклопедия / Гл. редактор И.М. Виноградов. – М.: Изд-во «Советская энциклопедия». — 1987. – 1151с.
10. Рокицкий П.Ф. Введение в статистическую генетику / П.Ф. Рокицкий – Минск: Высшэйшая школа, 1974. – 448с.
11. Соколов И.Д. Введение в биометрию (учебное пособие) / И.Д. Соколов, Е.И. Соколова, Л.П. Трошин, О.М. Колтаков, С.Ю. Наумов, О.М. Медведь. – Краснодар: КубГАУ, 2016. – 245 с.
12. Соколов И.Д., Чеченева Т.М., Соколова О.И. та др. Вступ до біометрії / І.Д. Соколов, Т.М. Чеченева, О.І. Соколова, С.Ю. Наумов, О.А. Мостовой, О.М. Колтаков, П.В. Шеліхов – Луганськ: Елтон-2, 2011. – 189 с.
13. Соколов И.Д. Компьютеризация агрономических и биологических расчётов / И.Д. Соколов, П.В. Шелихов, С.Ю. Наумов, Е.И. Сыч. – Луганск: Элтон-2, 2001. – 133с.

Приложение 1

**СТАНДАРТНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ КРИТЕРИЯ СТЬЮДЕНТА ( $t_{st}$ )  
ДЛЯ ТРЁХ УРОВНЕЙ ЗНАЧИМОСТИ  
(0,05; 0,01; 0,001)**

| $\nu$ | $t_1$ | $t_2$ | $t_3$ | $\nu$  | $t_1$ | $t_2$ | $t_3$ |
|-------|-------|-------|-------|--------|-------|-------|-------|
| 1     | 12,7  | 63,7  | 637,0 | 13     | 2,2   | 3,0   | 4,2   |
| 2     | 4,3   | 9,9   | 31,6  | 14–15  | 2,1   | 3,0   | 4,1   |
| 3     | 3,2   | 5,8   | 12,9  | 16–17  | 2,1   | 2,9   | 4,0   |
| 4     | 2,8   | 4,6   | 8,6   | 18–20  | 2,1   | 2,9   | 3,9   |
| 5     | 2,6   | 4,0   | 6,9   | 21–24  | 2,1   | 2,8   | 3,8   |
| 6     | 2,4   | 3,7   | 6,0   | 25–28  | 2,1   | 2,8   | 3,7   |
| 7     | 2,4   | 3,5   | 5,3   | 29–30  | 2,0   | 2,8   | 3,7   |
| 8     | 2,3   | 3,4   | 5,0   | 31–34  | 2,0   | 2,7   | 3,7   |
| 9     | 2,3   | 3,3   | 4,8   | 35–42  | 2,0   | 2,7   | 3,6   |
| 10    | 2,2   | 3,2   | 4,6   | 43–62  | 2,0   | 2,7   | 3,5   |
| 11    | 2,2   | 3,1   | 4,4   | 63–175 | 2,0   | 2,6   | 3,4   |
| 12    | 2,2   | 3,1   | 4,3   | 176 >  | 2,0   | 2,6   | 3,3   |

Приложение 2

**СТАНДАРТНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ F-КРИТЕРИЯ ФИШЕРА ДЛЯ  
ДВУХ УРОВНЕЙ ЗНАЧИМОСТИ (0,05; 0,01)**

| $v_1 \backslash v_2$ | 1            | 2            | 3            | 5            | 7            | 10           | 15           | 20           | 30           | $\infty$     |
|----------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| 1                    | 4052<br>161  | 4999<br>200  | 5403<br>216  | 5764<br>230  | 5928<br>237  | 6056<br>242  | 6157<br>246  | 6209<br>248  | 6258<br>250  | 6366<br>254  |
| 2                    | 98,5<br>18,5 | 99,0<br>19,0 | 99,2<br>19,2 | 99,3<br>19,3 | 99,4<br>19,4 | 99,4<br>19,4 | 99,4<br>19,4 | 99,4<br>19,4 | 99,5<br>19,5 | 99,5<br>19,5 |
| 3                    | 34,1<br>10,1 | 30,8<br>9,6  | 29,5<br>9,3  | 28,4<br>9,0  | 27,7<br>8,9  | 27,2<br>8,8  | 26,9<br>8,7  | 26,7<br>8,7  | 26,5<br>8,6  | 26,1<br>8,5  |
| 4                    | 21,2<br>7,7  | 18,0<br>6,9  | 16,7<br>6,6  | 15,5<br>6,3  | 15,0<br>6,0  | 14,6<br>5,9  | 14,2<br>5,9  | 14,0<br>5,8  | 13,8<br>5,8  | 13,5<br>5,6  |
| 5                    | 16,3<br>6,6  | 13,3<br>5,8  | 12,1<br>5,4  | 11,0<br>5,0  | 10,5<br>4,9  | 10,0<br>4,7  | 9,7<br>4,6   | 9,6<br>4,6   | 9,4<br>4,5   | 9,0<br>4,4   |
| 7                    | 12,3<br>5,6  | 9,6<br>4,7   | 8,5<br>4,4   | 7,5<br>4,0   | 7,0<br>3,8   | 6,6<br>3,6   | 6,3<br>3,5   | 6,2<br>3,4   | 6,0<br>3,4   | 5,7<br>3,2   |
| 10                   | 10,0<br>5,0  | 7,6<br>4,1   | 6,6<br>3,7   | 5,6<br>3,3   | 5,2<br>3,1   | 4,8<br>3,0   | 4,6<br>2,8   | 4,4<br>2,8   | 4,2<br>2,7   | 3,9<br>2,5   |
| 15                   | 8,7<br>4,5   | 6,4<br>3,7   | 5,4<br>3,3   | 4,6<br>2,9   | 4,1<br>2,7   | 3,8<br>2,5   | 3,5<br>2,4   | 3,4<br>2,3   | 3,2<br>2,2   | 2,9<br>2,1   |
| 20                   | 8,1<br>4,3   | 5,8<br>3,5   | 4,9<br>3,1   | 4,1<br>2,7   | 3,7<br>2,5   | 3,4<br>2,4   | 3,1<br>2,2   | 2,9<br>2,1   | 2,8<br>2,0   | 2,4<br>1,8   |
| 30                   | 7,6<br>4,2   | 5,4<br>3,3   | 4,5<br>2,9   | 3,7<br>2,5   | 3,3<br>2,3   | 3,0<br>2,2   | 2,7<br>2,0   | 2,6<br>1,9   | 2,4<br>1,8   | 2,0<br>1,6   |
| 60                   | 7,1<br>4,0   | 5,0<br>3,2   | 4,1<br>2,8   | 3,3<br>2,4   | 3,0<br>2,2   | 2,6<br>2,0   | 2,4<br>1,8   | 2,2<br>1,8   | 2,0<br>1,6   | 1,6<br>1,4   |
| $\infty$             | 6,6<br>3,8   | 4,6<br>3,0   | 3,8<br>2,6   | 3,0<br>2,2   | 2,6<br>2,0   | 2,3<br>1,8   | 2,0<br>1,7   | 1,9<br>1,6   | 1,7<br>1,5   | 1,0<br>1,0   |
| $v_2 \backslash v_1$ | 1            | 2            | 3            | 5            | 7            | 10           | 15           | 20           | 30           | $\infty$     |

Примечание: данные верхнего ряда цифр соответствуют уровню значимости 0,05; нижнего – 0,01.

**СТАНДАРТНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ  $\chi^2$  ДЛЯ ТРЁХ УРОВНЕЙ  
ЗНАЧИМОСТИ  
(0,05; 0,01; 0,001)**

| $\nu$ | $\chi^2_1$ | $\chi^2_2$ | $\chi^2_3$ | $\nu$ | $\chi^2_1$ | $\chi^2_2$ | $\chi^2_3$ | $\nu$ | $\chi^2_1$ | $\chi^2_2$ | $\chi^2_3$ |
|-------|------------|------------|------------|-------|------------|------------|------------|-------|------------|------------|------------|
| 1     | 3,9        | 6,6        | 10,8       | 18    | 18,9       | 34,8       | 42,3       | 40    | 55,8       | 63,7       | 73,4       |
| 2     | 6,0        | 9,2        | 13,8       | 19    | 30,1       | 36,2       | 43,8       | 42    | 58,1       | 66,2       | 76,1       |
| 3     | 7,8        | 11,3       | 16,3       | 20    | 31,4       | 37,6       | 45,3       | 44    | 60,5       | 68,7       | 78,7       |
| 4     | 9,5        | 13,3       | 18,5       | 21    | 32,7       | 38,9       | 46,8       | 46    | 62,8       | 71,2       | 81,4       |
| 5     | 11,1       | 15,1       | 20,5       | 22    | 33,9       | 40,3       | 48,3       | 48    | 65,2       | 73,7       | 84,0       |
| 6     | 12,6       | 16,8       | 22,5       | 23    | 35,2       | 41,6       | 49,7       | 50    | 67,5       | 76,2       | 86,7       |
| 7     | 14,1       | 18,5       | 24,3       | 24    | 36,4       | 43,0       | 51,2       | 55    | 73,3       | 82,3       | 93,2       |
| 8     | 15,5       | 20,1       | 26,1       | 25    | 37,4       | 44,3       | 51,6       | 60    | 79,1       | 88,4       | 99,6       |
| 9     | 16,9       | 21,7       | 27,9       | 26    | 38,9       | 45,6       | 54,1       | 65    | 84,8       | 94,4       | 106,0      |
| 10    | 18,3       | 23,2       | 29,6       | 27    | 40,1       | 47,0       | 55,5       | 70    | 90,5       | 100,4      | 112,3      |
| 11    | 19,7       | 24,7       | 31,3       | 28    | 41,3       | 48,3       | 56,9       | 75    | 96,2       | 106,4      | 118,5      |
| 12    | 21,0       | 26,2       | 32,9       | 29    | 42,6       | 49,6       | 58,3       | 80    | 101,9      | 112,3      | 124,8      |
| 13    | 22,4       | 27,7       | 34,5       | 30    | 43,8       | 50,9       | 59,7       | 85    | 107,5      | 118,2      | 131,0      |
| 14    | 23,7       | 29,1       | 36,1       | 32    | 46,2       | 53,5       | 62,4       | 90    | 113,1      | 124,1      | 137,1      |
| 15    | 25,0       | 30,6       | 37,7       | 34    | 48,6       | 56,0       | 65,2       | 95    | 118,7      | 130,0      | 143,3      |
| 16    | 26,3       | 32,0       | 39,3       | 36    | 51,0       | 58,6       | 67,9       | 100   | 124,3      | 135,8      | 149,4      |
| 17    | 27,6       | 33,4       | 40,8       | 38    | 53,4       | 61,4       | 70,7       |       |            |            |            |

**ДЛЯ ЗАМЕТОК**

**Учебное издание**

**КРИНИЧНАЯ НАТАЛИЯ ВИКТОРОВНА**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ  
К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ ПО УЧЕБНОМУ КУРСУ  
«МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ  
В БИОЛОГИИ»**

(для студентов очной формы обучения  
по направлению подготовки 06.03.01 «Биология»)

**В авторской редакции**

**Подписано в печать 24.05.2017. Бумага офсетная.  
Гарнитура Times New Roman.  
Печать ризографическая. Формат 60×84/16. Усл. печ. л. 3,60.  
Тираж 100 экз. Заказ № 22.**

***Издатель***

**ГОУ ВПО ЛНР**

**«Луганский национальный университет  
имени Тараса Шевченко»**

**«Книга»**

**ул. Оборонная, 2, г. Луганск, ЛНР, 91011.**

**Т/ф: (0642)58-03-20**

**e-mail: knitaizd@mail.ru**