

Всеукраїнський щомісячний  
науково-технічний і виробничий  
журнал

Висвітлюються результати теоретичних і  
експериментальних досліджень у галузях:  
 Динаміка та міцність машин  
 Матеріалознавство  
 Математичне моделювання й обчислювальні  
методи  
 Механіка деформівного твердого тіла  
 Захист матеріалів від корозії  
 Конструювання, розрахунок, випробування  
та надійність машин  
 Системи приводів  
 Тертя та зношування в машинах  
 Технологія машинобудування  
 Розрахуваний на викладачів вищих закладів  
освіти, наукових працівників, аспірантів і  
спеціалістів машинобудівної промисловості.

**Редакційна колегія:**

**О. Андрейків**, член-кор. НАН України,  
проф., д. т. н.,  
**М. Бобир**, проф., д. т. н.,  
**Я. Бурак**, член-кор. НАН України,  
проф., д. ф.-м. н.,  
**О. Гачкевич**, проф., д. ф.-м. н.,  
**С. Гутиря**, проф., д. т. н.,  
**I. Дмитрах**, член-кор. НАН України,  
проф., д. т. н.,  
**М. Дмитриченко**, проф., д. т. н.,  
**В. Кир'ян**, член-кор.  
НАН України, проф., д. т. н.,  
**Б. Кіндрацький**, проф., д. т. н.,  
**I. Кузьо**, проф., д. т. н.,  
**Р. Кушнір**, член-кор. НАН України,  
проф., д. ф.-м. н.,  
**В. Малащенко**, проф., д. т. н.,  
**В. Марцинковський**, проф., д. т. н.,  
**В. Осадчук**, проф., д. ф.-м. н.,  
**О. Осташ**, проф., д. т. н.,  
**В. Павлище**, проф., к. т. н.,  
**В. Палаш**, проф., к. т. н.,  
**В. Панасюк**, академік НАН України,  
проф., д. т. н.,  
**В. Похмурський**, член-кор.  
НАН України, проф., д. т. н.,  
**З. Стоцько**, проф., д. т. н.,  
**В. Струтинський**, проф., д. т. н.,  
**Г. Сулим**, проф., д. ф.-м. н.,  
**Г. Тріщ**, доц., к. т. н.,  
**Є. Харченко**, проф., д. т. н.,  
**М. Шульженко**, проф., д. т. н.

Адреса редакції: 79058, м. Львів-58,  
а/с 6758. E-mail: me@in.lviv.ua

Рекомендовано вчену радою ТзОВ  
"КІНПАТРІ ЛТД", прот. №9 від 4.09.09 р.

При повному або частковому  
передруковуванні матеріалів посилання  
на "Машинознавство" є обов'язковим.

© Машинознавство, 2009.

## ЗМІСТ

3. Гачкевич О., Гачкевич М., Ірза Є., Тріщ Б., Козіарська А. Температурні поля і напруження в скляних кусково-однорідних оболонках обертання за однорідного нагрівання зовнішнім середовищем
8. Грабовський А. Комплексне оцінювання пошкоджуваності матеріалу при пружно-пластичному деформуванні
14. Козуб Ю., Козуб Г. Аналіз вільних коливань шаруватих анізотропних конструкцій
17. Скальський В., Лясота І. Застосування явища акустичної емісії для діагностування зварних з'єднань алюмінієвих сплавів (огляд)
23. Кравчишин Т., Погрелюк І. Вплив азотування на зносотривкість двофазних титанових сплавів ВТ6 і ВТ12
26. Книш В., Кузьменко О., Соловей С. Накопичення втомних пошкоджень у таврових зварюваних з'єднаннях у початковому і зміщеному високочастотним проковуванням станах при блоковому навантаженні
31. Дмитриченко М., Мнацаканов Р., Савчук А. Вплив компонентів мастильного матеріалу на формування товщини мастильного шару при коченні (умова чистого кочення)
34. Чабан А., Крижак С., Гошко М. Електромеханічне перетворення енергії в багатомашинних системах з асинхронними електроприводами
39. Мастикаш О. Програмне регулювання процесів виконання різнопорідних заявок на потоковій лінії
44. Криськов О. Методика аналітичного проектування регламентів технологічних процесів виготовлення деталей у машинобудуванні
47. На книжкову полицю
48. Інформація для авторів

The journal is dedicated to the following problems:

Dynamics and strength of machines  
Material science  
Mathematical simulation and calculation methods  
Mechanics of deformable-rigid body  
Corrosion protection of materials  
Design, calculations, testing and reliability of machines  
Drive systems  
Friction and wear in machines  
Manufacturing engineering  
The journal intended for scientists and specialists in mechanical engineering.

## EDITORIAL BOARD

**O. Andrejkiv****M. Bobyr****Ja. Burak****S. Gutyrya****I. Dmytrakh****M. Dmytrychenko****O. Hachkevych****V. Kiryan****B. Kindratsky****I. Kuzio****R. Kushnir****V. Malashchenko****V. Marcinkovsky****V. Osadchuk****O. Ostash****V. Pavlyshche****V. Palash****V. Panasyuk****V. Pokchmurskyi****Z. Stocko****V. Strutynsky****G. Sulym****G. Trishch****E. Kharchenko****M. Shulzhenko**

## Editorial office address:

Po.Box 6758, Lviv-58, Ukraine.

Telefax: 380 (32) 231-92-99

E-mail: me@in.lviv.ua

© Mechanical Engineering, 2009.

## CONTENTS

3. *Hachkevych A., Hachkevych M., Irza E., Trich M., Koziarska A.* Temperature fields and stresses in glass piecewise-homogeneous shells of revolution under uniform heating by surroundings
8. *Grabovsky A.* Complex estimation of damageability of material at elasto-plastic deformation
14. *Kozub Yu., Kozub H.* The analysis of free vibration of layered anisotropic construction
17. *Skalsky V., Lyasota I.* Application of the phenomenon of acoustic emission for diagnosis of the aluminium alloys welding joints destruction (review)
23. *Kravchyshyn T., Pohreliuk I.* Influence of nitriding on wearproofness of diphasic titanic alloys of BT6 and BT22
26. *Knyshev V., Kuzmenko O., Solovei S.* Fatigue damage accumulation in T-shaped as-welded and treated by high-frequency mechanical peening joints under variable-amplitude of loading
31. *Dmytrychenko M., Mnatsakanov R., Savchuk A.* Influence of components of lubricating material on forming of thickness of lubricating layer at rolling (condition of clean rolling)
34. *Tchaban A., Krygak S., Hoshko M.* Electromechanics transformation of energy in multimachine systems with asynchronous electrodrives
39. *Mastykash O.* Programmatic regulation of processes of implementation of heterogeneous requests on production line
44. *Kryskov O.* Method of the analytical planning of regulations of technological processes of making of details in machine building
47. *On your bookshelf*
48. *Information for Authors*

## Інформація для авторів

Журнал "Машинознавство" визнаний ВАК України науковим фаховим виданням, в якому можуть публікуватися результати дисертаційних робіт на здобуття наукових ступенів доктора і кандидата технічних наук, а також фізико-математичних наук за спеціальністю "Механіка деформівного твердого тіла".

*Додатки до постанов президії ВАК України № 01-05/9 від 8 вересня 1999 р. та № 1-03/8 від 11 жовтня 2000 р.*

### Як оформити передплату на журнал "МАШИНОЗНАВСТВО"

**A. Через видавця журналу ТзОВ "КІНПАТРІ ЛТД".** Для цього потрібно звернутися до видавця журналу "Машинознавство" письмово (або зателефонувати) з пропозицією оформити передплату журналу на бажаний термін (рік, півріччя тощо). Після такого звернення Ви отримаєте Угоду про передплату журналу і рахунок на оплату замовлення. Журнал можна передплатити на будь-який місяць і довільну кількість примірників.

Адреса видавництва: 79058, м. Львів, а/с 6758. Тел./факс: (032) 231-92-99. E-mail: me@in.lviv.ua.

Автори статей у журналі "Машинознавство" можуть замовити певні номери журналу (де опублікована їхня стаття), звернувшись до видавця з відповідним проханням за наведеною вище адресою.

**B. Через передплатне агентство ТзОВ "НВП "ІДЕЯ".** Умови передплати журналу "Машинознавство" через ТзОВ "НВП "ІДЕЯ" можна отримати за адресою: 83055, м. Донецьк, вул. Артема, 84. Тел. / факс: (0622) 92-20-22; (062) 381-09-32. E-mail: info@idea.donetsk.ua.

**C. Через передплатне агентство ТзОВ "Фірма "Періодика".** Умови передплати журналу "Машинознавство" через ТзОВ "Фірма "Періодика" можна отримати за адресою: 01001, м. Київ, вул. Мала Житомирська, 11, к. 2. Тел. / факс: (044) 228-00-24; 228-61-65. E-mail: alex@periodik.kiev.ua.

### МАШИНОЗНАВСТВО

Головний редактор  
**Богдан Кіндрацький**

Всеукраїнський щомісячний  
науково-технічний і виробничий журнал

Свідоцтво про державну  
реєстрацію — Серія КВ №2474  
від 18.02.1997 р.

Засновник і видавець  
ТзОВ "КІНПАТРІ ЛТД"  
за наукового сприяння

Національного університету "Львівська  
політехніка" і Фізико-механічного інституту  
ім. Г. В. Карпенка НАН України.



79058, м. Львів-58, а/с 6758.  
Тел./факс: (032) 231-92-99  
E-mail: me@in.lviv.ua

Номер набраній і зверстаній  
ТзОВ "КІНПАТРІ ЛТД".

Віддруковано "ВКП — Фірма "ВМС".  
79013, м. Львів, вул. Чупринки, 38.

Підписано до друку 30.09.09.

Формат 60×84/8.

Папір друкарський №1.

Гарнітура Таймс. Друк різографією.

Умов. друк. арк. 7,53. Обл.вид. арк. 8,0.

Наклад 100 прим. Зам. №0066.

жнотоділ засуджені, хіднаніюто чистою і чесною вільною  
відкошівся: наїдом ітілідеою зважоють єдат ітілідео  
бонініде бішідем чистою і чесною вільною. Розглянутоююш  
удало отримати зразок отомогти: О ат З ітілідеою вільною  
-сподіт і чистою і чесною вільною. Бонініде бішідем чистою і чесною  
єдат від очакуванням похідної, навічумоюю фіз. чистою  
діялоюють. Тоді Д. давши отомогти ет тоїніх  
зігнідоюю фіз. зігнідою, зігнідою ізгнідою, зігнідою  
-сподіт і чистою і чесною вільною. Бонініде бішідем, од. атмогтию вільною  
відкошівся: бішідем чистою і чесною. О ат З. згнідою  
бонініде зігнідою, зігнідою, зігнідою, зігнідою, зігнідою  
ітілідеою, зігнідою, зігнідою, зігнідою, зігнідою, зігнідою  
ітілідеою, зігнідою, зігнідою, зігнідою, зігнідою, зігнідою

Ю. Козуб

Доцент, канд. техн. наук

Г. Козуб

Канд. техн. наук

Луганський національний університет  
імені Тараса Шевченка,  
м. Луганськ

УДК 539.3

## АНАЛІЗ ВІЛЬНИХ КОЛІВАНЬ ШАРУВАТИХ АНІЗОТРОПНИХ КОНСТРУКЦІЙ

Розглянуто числовий метод аналізу власних частот коливань шаруватих конструкцій з анізотропними шарами. Для моделювання поведінки конструкції розроблено новий шаруватий скінчений елемент.

шаруватий композит, власна частота коливань, метод скінчених елементів

У сучасних машинобудівних, будівельних аерокосмічних конструкціях все ширше застосовують шаруваті композитні матеріали. Анізотропія фізичних властивостей таких матеріалів дає змогу створювати раціональні конструктивні елементи з прогнозованими технологічними параметрами. Як правило, експлуатаційні режими навантаження таких конструкцій є нестационарними, зокрема циклічними. Проектування шаруватих конструкцій з анізотропними шарами потребує розроблення методів розв'язування задач динамічного деформування композитів.

На сьогоднішній день розроблено достатньо багато аналітичних і наближених методів розрахунку елементів конструкцій у двовимірній постановці. Ці методи можна поділити на такі, що враховують або не враховують зсувні деформації у шарах.

Для товстих анізотропних пластин, в яких не можна знехтувати зсувними деформаціями, використовують різні теорії зсувного деформування [1 — 4]. Ці теорії відрізняються одна від одної видом функції, що апроксимує зсувні деформації. Аналітичні розв'язки із застосуванням таких теорій обмежуються елементами конструкцій простої геометричної форми.

Розвиток числових методів аналізу напружено-деформованого стану, зокрема методу скінчених елементів, дає можливість уникнути гіпотез, які спрощують постановку задачі. Застосування методу скінчених елементів (МСЕ) у тривимірній постановці дає можливість сформулювати

задачу й отримати результат на основі просторової теорії пружності. Для дослідження процесів динамічного деформування конструкцій використовують просторово-часові скінченні елементи з незалежною апроксимацією полів переміщень за просторовими координатами і часом [5, 6]. У шаруватих конструкціях, як правило, товщина кожного шару значно менша від розмірів самої конструкції. Скінченноелементне моделювання поведінки таких конструкцій потребує або густої розрахункової сітки, або розроблення нових скінчених елементів, що описують цілій пакет шарів. Основною вимогою при розробленні шаруватих скінчених елементів є забезпечення неперервності функції переміщень і швидкостей на межі поділу шарів.

Метою цієї статті є розроблення ефективної методики дослідження процесів деформування шаруватих конструкцій на основі методу скінчених елементів у тривимірній постановці.

**Постановка і розв'язання задачі.** Рівняння руху деформованої конструкції можна вивести на основі принципу Гамільтона:

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (U - T - W) dt, \quad (1)$$

де  $U$  — енергія деформування;  $T$  — кінетична енергія конструкції;  $W$  — робота зовнішніх сил.

У скінченноелементному формулуванні рівняння динаміки конструкцій мають вигляд

$$[M] \frac{\partial^2}{\partial t^2} \{u\} + [C] \frac{\partial}{\partial t} \{u\} + [K] \{u\} = \{P\}, \quad (2)$$

де  $M$  — матриця мас;  $C$  — матриця демпфування;  $K$  — матриця жорсткості;  $u$  — вектор вузлових переміщень;  $P$  — вектор вузлових сил.

Переміщення в межах скінченного елемента приймають у вигляді розкладу

$$u_k = \{N_i\}^T \{u_k^i\}, \quad (3)$$

де  $u_k^i$  — вузлові переміщення;  $N_i$  — функції форми.

Для апроксимації поля переміщень по об'єму скінченного шаруватого елемента використовують кусково лінійні функції форми [7]

$$N_i(x^1, x^2, x^3) = \frac{1}{4} (1 + x_{(i)}^1 x^1) (1 + x_{(i)}^2 x^2) \phi_i(x^3), \quad (4)$$

де  $x^j$  — місцеві координати скінченного елемента.

Для  $l$ -го шару апроксимація переміщень здійснюється за допомогою функції

$$\psi_{(i)}^{(l)\pm} = \frac{(\pm x^3 \mp x_{(i)}^{3(l)})}{h_l}, \quad (5)$$

де  $h_l$  — товщина  $l$ -го шару.

У межах кожного шару переміщення можна подати у вигляді розкладу за степеневими функціями

$$u_k = \{\psi\}^T \{w_k\}, \quad (6)$$

$$\text{де } \psi^{(pqr)} = \frac{(x^1)^p (x^2)^q (x^3 - x_0^{3(k)})^r}{p! q! r!}.$$

Функції форми та степеневі функції пов'язані співвідношенням

$$\{N\} = [A]\{\psi\}. \quad (7)$$

Компоненти тензора деформацій також можна подати у вигляді розкладу

$$\varepsilon_{ij} = \{e_{ij}\}^T \{\psi_{(ij)}\}, \quad (8)$$

Подамо коефіцієнти розкладу  $e_{ij}$  тензора деформацій  $\varepsilon_{ij}$ , що входять у (8), через коефіцієнти апроксимації переміщень  $w_k$  (6):

$$\{e_{ij}\} = [D_{ij}^k] \{w_k\}. \quad (9)$$

Закон стану шару приймемо лінійним:

$$\sigma^{ij} = C^{ijnm} \varepsilon_{nm}. \quad (10)$$

Матрицю жорсткості скінченного елемента обчислимо для початкового моменту часу за формулою

$$[K] = [A]^T [D_{ij}^s]^T [E^{ijkl}] [D_{kl}^t] [A], \quad (11)$$

де

$$[E^{ijkl}] = \iiint_{V_{CE}} [C^{ijkl}] \{\psi_{(ij)}\} \{\psi_{(kl)}\}^T dv.$$

Матрицю мас обчислимо за формулою

$$[M] = \iiint_{V_{CE}} [A]^T \{\psi\} \rho \{\psi\}^T [A] dv, \quad (12)$$

де  $\rho$  — густина матеріалу.

Матрицю демпфування обчислимо за формулою

$$[C] = \iiint_{V_{CE}} [A]^T \{\psi\} \mu \{\psi\}^T [A] dv, \quad (13)$$

де  $\mu$  — коефіцієнт в'язкості.

Для розв'язання задач динаміки використовують різні підходи. Одним з них є метод розкладання функції переміщень за гармонійним функціям. У цьому випадку диференціальні рівняння перетворюються на алгебричні рівняння. Власні частоти коливань конструкції можна отримати як розв'язок рівняння

$$([M]\omega^2 + [C]\omega + [K])\{u\} = 0. \quad (14)$$

У більшості випадків впливом демпфування на частоти і форми власних коливань можна знехтувати. Тоді рівняння для обчислення власних частот має вигляд

$$([M]\omega^2 + [K])\{u\} = 0. \quad (15)$$

Для розв'язання повної проблеми власних чисел можна використати різні методи, однак найбільшу практичну цінність мають нижні значення власних частот.

У тих випадках, коли матриця жорсткості має великий порядок, раціональнішим є використання наближених методів обчислення мінімальних власних значень. Одним з таких методів є степеневий алгоритм [8]

$$[K]\{u_{(n+1)}\} = [M]\{u_{(n)}\}. \quad (16)$$

Вектор початкового наближення обирається з врахуванням кінематичних обмежень, що накладено на конструкцію.

Мінімальне власне значення можна отримати завдяки ітераційній процедурі

$$\omega_0^2 \approx \omega_{(n)}^2 = \frac{\{u_{(n)}\}^T [K]\{u_{(n)}\}}{\{u_{(n)}\}^T [M]\{u_{(n)}\}}. \quad (17)$$

При цьому відповідна форма вільних коливань має значення

$$\{u_0\} \approx \{u_{(n)}\}. \quad (18)$$

Використовуючи М-ортогональність власних векторів, можна скоротити порядок системи рівнянь та обчисли наступне власне значення.

*Задача 1.* Розглянемо задачу про власні частоти коливань квадратних багатошарових композитних плит ( $a \times a$ ) в умовах шарнірного спирання. Плита складається з ортогонально армованих шаруватих композитів. Задачу розв'яземо за допущення, що товщина і властивості матеріалу всіх шарів однакові. Фізичні характеристики шарів задовільняють такі співвідношення:

$$G_{12}/E_2 = G_{13}/E_2 = 0,6; G_{23}/E_2 = 0,5; \nu_{12} = \nu_{13} = 0,25.$$

Для порівняння результат обчислення подано у безрозмірній формі

$$\omega = \omega \frac{a^2}{h} \sqrt{\frac{\rho}{E_2}}.$$

У табл. 1 наведено безрозмірну нижню власну частоту  $\omega$  для плити, що складається з чотирьох шарів з ортогональним армуванням і вкладанням  $[0^\circ / 90^\circ / 90^\circ / 0^\circ]$  для різних розмірів та різних співвідношень  $E_1/E_2$ .

Для порівняння наведені результати інших авторів, отримані на основі теорії зсувного деформування для шаруватих пластин.

У табл. 2 наведені результати розв'язків для тришарової квадратної плити з вкладанням  $[0^\circ / 90^\circ / 0^\circ]$ . Характеристики матеріалу:

$$E_1/E_2 = 25, G_{12}/E_2 = G_{13}/E_2 = 0,5, \\ G_{23}/E_2 = 0,2, \nu_{12} = \nu_{13} = 0,25.$$

Таблиця 1

Власні частоти квадратних пластин

Метод	$a/h (E_1/E_2 = 40)$				
	4	10	20	50	100
[9]	9,2870	15,1048	17,6470	18,6720	18,8357
[10]	9,1988	15,07221	17,6369	18,6702	18,8352
[11]	9,6414	15,3849	17,7639	18,6944	18,8414
MCE	9,5964	15,6341	17,8321	18,6642	18,8823
	$E_1/E_2 (a/h = 5)$				
	3	10	20	30	40
[9]	6,5146	8,1482	9,4675	10,2733	10,8221
[12]	6,6815	8,2103	9,5603	10,2720	10,7520
[13]	6,5597	8,2718	9,5263	10,2720	10,7897
MCE	6,7213	8,5381	9,6892	10,7312	10,9645

Таблиця 2

Власні частоти квадратних пластин

Метод	$a/h$				
	5	10	20	50	100
[4]	9,090	12,527	14,377	15,081	15,191
[11]	8,414	11,974	14,146	15,036	15,179
MCE	9,156	12,634	14,612	15,423	15,232

**Висновки.** У статті отримано числовий розв'язок задачі власних частот коливання на основі запропонованого просторового скінченного елемента, що моделює поведінку шаруватого композиту. Результати добре узгоджуються з результатами розрахунків за різними теоріями деформування шаруватих плит. При цьому використання запропонованої методики скінченоелементного розв'язування задачі дає змогу уникнути використання різних гіпотез про врахування зсувних деформацій у шарі.

Застосування чисової методики не обмежується формою конструкції і не потребує зменшення розмірності задачі, що свідчить про достатню універсальність запропонованого підходу.

## Література

- Reissner E. The effect of transverse shear deformation on the bending of elastic plates // J. Appl. Mech. — 1945. — Vol. 12. — P. 69—77.
- Lo K.P., Christensen R.M., Wu E.M. A higher order theory of plate deformation. Pt. I: Homogeneous plate // J. Appl. Mech. — 1977. — Vol. 44. — P. 663—668.
- Reddy J.N. A simple higher order theory for laminated composite plates // J. Appl. Mech. — 1984. — Vol. 51. — P. 745—752.
- Khdeir A.A., Reddy J.N. Free vibrations of laminated composite plates using a second-order shear deformation theory // Computers and Structures. — 1999. — Vol. 71. — P. 617—626.
- Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. — М.: Мир, 1975. — 541с.
- Метод конечных элементов в вычислительном комплексе «МИРЕЛА+» / Под общ. ред. Киричевского В.В. — К.: Наук. думка, 2005. — 403 с.
- Толок В., Козуб Г., Грибанов В. Розв'язання задач термо-пружності шаруватих конструкцій у тривимірній постановці // Машинознавство. — 2007. — №1. — С. 3—7.
- Метод конечных элементов в механике твердых тел / Сахаров А.С., Кислоокий В.Н., Киричевский В.В. и др. — К.: Вища школа, 1982. — 480 с.
- Kant T., Swaminathan K. Analytical solutions for free vibration of laminated composite and sandwich plates based on a higher-order refined theory // Composite Structures. — 2001. — Vol. 53. — P. 73—85.
- Matsunaga H. Vibration and stability of cross-ply laminated composite plates according to a global higher-order theory // Composite Structures. — 2000. — Vol. 48. — C. 231—244.
- Акаеви С.С., Танрикулу А.Н. Анализ потeri устойчивости и свободных колебаний пластин из слоистых композитов на основе двух новых теорий гиперболического сдвигового деформирования // Механика композитных материалов. — 2008. — Т. 44, №2. — С. 217—230.
- Noor A.K. Free vibration of multilayered composite plates // A.I.A.A. — 1972. — Vol. 11, No. 7. — P. 1038—1039.
- Phan N.D., Reddy J.N. Analysis of laminated composite plates using a higher-order shear deformation theory // Int. J. Numerical Methods in Engineering. — 1985. — Vol. 21. — P. 2201—2219.

Отримана 20.05.09

Yu. Kozub, H. Kozub

The analysis of free vibration of layered anisotropic construction

Luhansk Taras Shevchenko National University, Luhansk

*The numerical method of analysis of free vibration frequency of laminated construction with anisotropic layers is considered. The new laminated finite element for modeling of behavior of constructions is developed.*