

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

УДК 62-50  
ББК 30.121+38.113  
0-61

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
БУДІВНИЦТВА І АРХІТЕКТУРИ

# ОПР МАТЕРІАЛІВ І ТЕОРІЯ СПОРУД

Науково-технічний збірник

Випуск 83

ЗАСНОВАНИЙ У 1965 р.

КИЇВ 2009

УДК 539.3/6  
ББК 30.121+38.112  
О-61

Відповідальний редактор *В.А. Баженов*, д-р техн. наук  
Заступник відповідального редактора *О.С. Сахаров*, д-р техн. наук  
Відповідальний секретар *О.В. Геращенко*, канд. техн. наук

Редакційна колегія:

*Ю.В. Верюжський*, д-р техн. наук  
*В.В. Гайдайчук*, д-р техн. наук  
*Є.О. Гоцуляк*, д-р техн. наук  
*О.І. Гуляр*, д-р техн. наук

*Є.С. Дехтярюк*, д-р техн. наук  
*Г.В. Ісаханов*, д-р техн. наук  
*П.П. Лізунов*, д-р техн. наук  
*М.О. Шульга*, д-р техн. наук

Рекомендовано до випуску Вченою радою Київського національного університету будівництва і архітектури 31 серпня 2009 року, протокол № 46.

**Опір матеріалів і теорія споруд:** Науково-технічний збірник. – Вип. 83 / Відп. ред. В.А.Баженов. –К.: КНУБА, 2009. – 174 с. – Укр. мовою.

У збірнику наведено статті з результатами досліджень у галузі опору матеріалів, будівельної механіки, теорії пружності і пластичності. Особливу увагу приділено розробці й розвитку методів розрахунку міцності, стійкості, динаміки просторових конструкцій з урахуванням геометричної нелінійності, пластичних властивостей руйнування матеріалів; питанням чисельної реалізації рішень на ЕОМ; дослідженню напружено-деформованого стану тіл складної структури при сталих і змінних у часі навантаженнях, включаючи випадкові впливи.

Призначений для наукових працівників, викладачів, виробників, докторантів, аспірантів та студентів.

Адреса редакційної колегії: КНУБА, Повітрофлотський проспект, 31,  
м. Київ, 03037,  
тел.: (044) 241-5470

УДК 539.3/6  
ББК 30.121+38.112  
О-61

© КНУБА, 2009

## ЗМІСТ

|   |     |
|---|-----|
| <i>Баженов В.А., Пискунов С.О., Остапенко Р.М.</i><br>Дослідження процесу континуального руйнування ротора парової турбіни з дефектом в умовах повзучості . . . . .   | 3   |
| <i>Гоцуляк Є.О., Дехтярюк Є.С., Лук'янченко О.О.</i><br>Визначення областей динамічної нестійкості параметричних коливань гофрованої двотаврової балки . . . . .  | 15  |
| <i>Пискунов С.О., Гуляр О.І., Максим'юк Ю.В.</i><br>Алгоритм розв'язання геометрично нелінійної задачі в'язкопружнопластичного деформування двовимірних тіл . . . . .                                       | 25  |
| <i>Баженов В.А., Шишов О.В.</i><br>Програмне забезпечення для тестування в автономному режимі рівня знань з будівельної механіки . . . . .  | 43  |
| <i>Легостаєв А.Д., Гречух Н.А.</i><br>Колівання пластинчастих конструкцій з урахуванням приспінаних мас, пружних в'язей і вирізів . . . . .   | 51  |
| <i>Соловей М.О., Кривенко О.П., Калашніков О.Б.</i><br>Порівняльний аналіз результатів розрахунків стійкості тонких пружних оболонки . . . . .  | 63  |
| <i>Погорелова О.С., Постнікова Т.Г.</i><br>Вплив кроку інтегрування рівнянь руху віброударної системи на отримання характеристик її динамічної поведінки . . . . .  | 74  |
| <i>Ворона Ю.В., Геращенко О.В.</i><br>Методика розв'язання задачі про гармонічні коливання масивів з тріщинами . . . . .  | 84  |
| <i>Солодей І.І., Вабіщевич М.О., Гуляр О.І., Сахаров О.С.</i><br>Обчислення коефіцієнта інтенсивності напружень в нестационарних задачах динаміки просторових тіл на основі енергетичного підходу . . . . . | 93  |
| <i>Гайдайчук В. І., Носенко В. П., Горбунович І. В.</i><br>Прецесійні резонанси пружного диску з лопатями при складному обертанні . . . . .   | 110 |

*Іванченко Г.М., Засць Ю.О.*

Перетворення фронтів розривних хвиль в трансверсально –  
ізотропних середовищах зі змінними параметрами пружності . . . . . 119

*Охтеня І.О., Гоцуляк Є.О., Лук'яненко О.О.*

Дослідження сумісного впливу початкових недосконалостей і  
ексцентриситету на стійкість стержнів відкритого профілю . . . . . 126

*Гончаренко М.В., Гусар П.П.*

Аналіз динамічної реакції пілона при стохастичному вітровому  
навантаженні . . . . . 133

*Дохняк Б.М., Козуб Ю.Г., Львова М.І., Козуб Г.О.*

Чисельне моделювання напружено–деформованого стану стрічково-  
струнних сит інкрементальним методом скінченних елементів . . . . . 140

*Худолій С.М., Гловач Л.В.*

Прямі та обернені задачі деформування пружних стержнів у  
криволінійних каналах . . . . . 147

*Шкриль О.О.*

Визначення коефіцієнтів інтенсивності напружень в хрестоподібних  
зразках при їх одновісному та двовісному розтязі . . . . . 156

*Жупаненко І.В.*

Власні коливання товстої кільцевої пластини . . . . . 165

## ОПІР МАТЕРІАЛІВ І ТЕОРІЯ СПОРУД

Науково-технічний збірник

Випуск 83

Відповідальний редактор В.А.Баженов

Підп. до друку 15.10.09. Формат 60x84 1/16. Папір друк №1.  
Друк офсетний. Умовн. друк. арк. 11.  
Тираж 100. Зам. № 9-1082.

КНУБА

м. Київ, Повітрофлотський пр., 31. 03680.

Віддруковано на ЗАТ "ВІПОЛ"  
03151, Київ, вул. Волинська, 60.

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру  
Серія ДК № 752 від 27.12.2001 р.

УДК 539.375

Б.М. Дохняк, канд. техн. наук

Ю.Г. Козуб, канд. техн. наук

М.І. Львова

Г.О. Козуб, канд. техн. наук

### ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ НАПРУЖЕНО – ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ СТРІЧКОВО-СТРУННИХ СИТ ІНКРЕМЕНТАЛЬНИМ МЕТОДОМ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ

Розглянуто розв'язок динамічної задачі теорії пружності з використанням інкрементального методу скінчених елементів. Виконано розрахунок параметрів жорсткості та власних частот коливань елементу стрічково-струнного сита.

**Вступ.** Сьогодні на металургійних підприємствах, у вугільній та будівельній промисловості використовують грохоти для розділення по фракціям дроблених гірничих порід та вугілля. Для просівання можуть використовуватись металеві або гумові сита. При використанні гумових сит збільшується просівання й поліпшується його якість за рахунок товщини гумових сит [1, 2].

Раніше для виготовлення сит використовувалася дротова суцільна металева сітка, потім струнна, котра набирається з окремих струн. Але в цих випадках спостерігається зниження ефективності просівання, обумовленою здебільшого більшою низьким перетином, що визначається як широкими перемичками між осередками, так і порівняно великою втратою робочої площі за рахунок деталей кріплення і погіршення якості просівання за рахунок товщини сит. Також застосовувалися так звані традиційні конструкції гумових сит, тобто із квадратними отворами без армування, армованих сталевим аркушем або армованих сталевую дротяною сіткою. Однак доцільніше застосовувати резонуючі стрічково-струнні сита, у яких усунуті вище згадані недоліки. Такі стрічково-струнні сита підвищують продуктивність і ефективність просівання й навіть іноді перевершують результати, одержувані при використанні дротових сит. Термін служби резонуючих стрічково-струнних сит досягає до 8000 годин.

**1. Постановка задачі.** Резонуюче стрічково-струнне сито являє собою поверхню, що просіває, та складається з окремих елементів – стрічок-струн з періодичними виступами зубцями з однієї сторони стрічки. Геометричні параметри стрічки-струни показані на рис. 1: довжина 382 мм, розрахункова довжина 370 мм. Стрічки виготовлені з

гуми марки 2959, умовно-рівноважний модуль зсуву  $\mu=0,74$  МПа, коефіцієнт Пуассона  $\nu=0,49$ , щільність  $\rho=1200$  кг/м<sup>3</sup>, [3].

Конструктивні параметри стрічок-струн і її натягування вибираються такими, щоб забезпечувалася близькість частоти основного тону вільних коливань струн до частоти коливань грохоту. Режимні параметри цих сит не виходять за межі параметрів режимів сучасних серійних вібраційних грохотів і забезпечують одержання технологічних показників в області їхніх паспортних характеристик.

З умов роботи еластомірних елементів сит спочатку моделюється монтажне розтягання стрічки-струни на 20%, яка закріплюється в спеціальних опорах підситника грохоту. Потім прикладається експлуатаційне поверхнєве навантаження інтенсивністю  $q$ , при цьому амплітуда прогину складає порядку 10-20% від висоти конструкції.

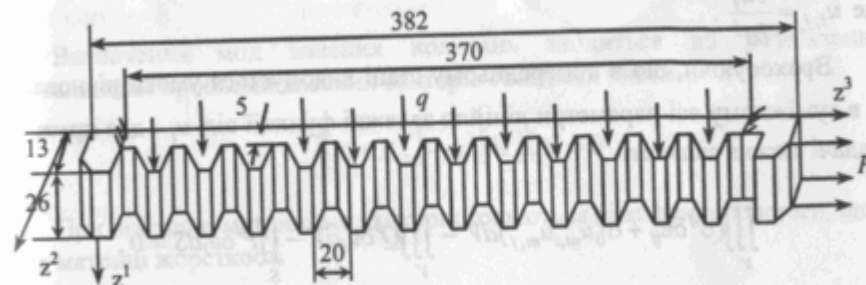


Рис. 1. Стрічка-струна

### 2. Вихідні співвідношення інкрементальної теорії пружності.

Для опису напружено – деформованого стану конструкцій з попередніми напруженнями та переміщеннями використовується інкрементальна тривимірна теорія пружності. Розв'язання задачі будуватиметься на основі використання методу скінчених елементів [4]. Розглядається два рівноважних стани конструкції – попередній, на якому діють напруження  $\sigma_0^j$ , та суміжний з невідомими  $\sigma^j$ . Варіаційна постановка динамічної задачі для пружного тіла з початковими напруженнями із заданими додатковими масовими силами  $Q_i$ , поверхневими силами  $P^j$  і переміщеннями  $u_i$  має вигляд:

$$\int_0^t \left\{ \iiint_V (\sigma^{ij} + \sigma_0^{ij}) \delta(e_{ij} + e_{ij}^0) dV - \delta \iiint_V \frac{1}{2} \rho \dot{u}_m \dot{u}_m dV - \right. \\ \left. - \iiint_V (Q^i + Q_0^i) \delta u_i dV - \iint_S (P^i + P_0^i) \delta u_i dS \right\} dt = 0.$$

Тут індекс (0) відноситься до попереднього стану,  $\dot{u}_i$  – швидкість.

Повний тензор деформації визначається співвідношенням

$$e_{ij} + e_{ij}^0 = \frac{1}{2} [u_{j,i} + u_{i,j}^0 + u_{i,j} + u_{i,j}^0 + (u_{j,i} + u_{j,i}^0)(u_{i,j} + u_{i,j}^0)],$$

$$\text{де } u_{i,j} = \frac{\partial u_i}{\partial z^j}.$$

Враховуючи, що в попередньому стані виконуються умови рівноваги, а в суміжному всі параметри лінійно залежні функції від  $u_i$ , для пружної задачі можна записати

$$\iiint_V (\sigma^{ij} \delta \varepsilon_{ij} + \sigma_0^{ij} u_{m,i} u_{m,j}) dV - \iiint_V Q^i \delta u_i dV - \iint_S P^i \delta u_i dS = 0,$$

$$\text{де } \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} [(\delta_i^m + u_{m,i}) u_{m,j} + (\delta_j^m + u_{m,j}) u_{m,i}].$$

Власні частоти  $\omega$  та форми гармонійних коливань визначаються із рівняння

$$\iiint_V (\sigma^{ij} \delta \varepsilon_{ij} + \sigma_0^{ij} u_{m,i} u_{m,j}) dV - \omega^2 \iiint_V \rho u_m u_m dV = 0.$$

Переміщення попереднього стану  $u_i^0$  вважаються відомими, а в суміжному варіюються величини  $u_i$ . Функціональну залежність переміщень  $u_i$  по об'єму скінченного елемента можна записати через вузлові переміщення  $\Delta_i^k$  і функції форми  $N_k$  у вигляді:

$$u_i = N_k \Delta_i^k.$$

Стационарність повної потенційної енергії приводить до системи лінійних рівнянь пружної задачі

$$[K^{st} + K_0^{st}] \{\Delta_i\} = \{P^s\},$$

де  $[K]$  – матриця жорсткості конструкції,  $[K_0]$  – геометрична, або інкрементальна матриця

$$[K^{st}] = \iiint_V C^{ijkl} \frac{\partial N_i^s}{\partial z^j} \frac{\partial N_k^t}{\partial z^l} dV; [K_0^{st}] = \iiint_V \sigma_0^{ij} \frac{\partial N_p^s}{\partial z^i} \frac{\partial N_p^t}{\partial z^j} dV.$$

Визначення мод власних коливань зводиться до розв'язання узагальненої проблеми власних векторів і власних чисел

$$([K + K_0] - \omega^2 [M]) \{\Delta\} = 0.$$

При побудові матриці мас використовуються ті ж функції форми, що і для матриці жорсткості

$$[M] = \iiint_V \rho \{N\} \{N\}^T dV.$$

Для конструкцій, що працюють при динамічних навантаженнях практичну цінність мають нижчі значення власних частот. У випадках, коли матриці жорсткості і мас мають велику розмірність раціонально використовувати наближені методи визначення власних значень. Одним з таких підходів є ітераційний алгоритм [5]:

$$[K + K_0] \{\Delta_{n+1}\} = \lambda [M] \{\Delta_n\}.$$

Вектор початкового наближення  $\Delta_0$  вибирається з урахуванням кінематичних обмежень, накладених на конструкцію.

Мінімальне значення власної частоти визначається по формулі

$$\omega^2 \approx \frac{\{\Delta_n\}^T [K + K_0] \{\Delta_n\}}{\{\Delta_n\}^T [M] \{\Delta_n\}}$$

Використовуючи  $M$ -ортогональність власних векторів, можна скоротити порядок системи рівнянь і визначити наступне власне значення.

В результаті чисельного моделювання поставленої задачі в обчислювальному комплексі «МІРЕЛІА+» [6] отримано наступні результати.

Зусилля попереднього натягування струни становить  $P=75,4$  Н при подовженні на 20%. Розподіл напруження  $\sigma^{33}$  в ослабленому перетині показано на рис. 2. На рис. 3 зображено напружено-деформований стан

ділянки струни у вигляді муарових полос. На рис. 2. показано залежність жорсткості вигину струни сита з поверхневим навантаженням  $q=1,632$  кПа, обчислені по класичній теорії пружності  $C_{(кр)} = 80,4$  Н/м та інкрементальній  $C_{(инн)} = 1048,6$  Н/м.

При заданій інтенсивності розтягування розбіжність в жорсткостях складає 13 разів.

Розподіл напружень  $\sigma^{33}$  по висоті стрічки-струни  $h$  із попереднім напруженням при відносному прогині 15% від висоти конструкції показано на рис. 3. Як видно з графіків, характер розподілу напружень поверхні зі сторони зубців (3) неоднорідний.

Перша власна кругова частота для струни без початкових переміщень складає  $\omega_{(кр)} = 18,57$  с<sup>-1</sup>. Для струни з початковим подовженням 20% нижча кругова частота обчислена по інкрементальній теорії дорівнює  $\omega_{(инн)} = 67,45$  с<sup>-1</sup>.

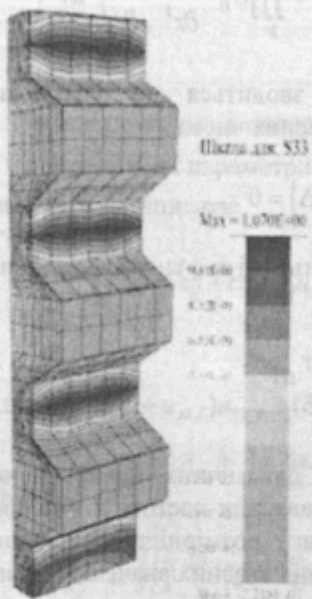


Рис. 2. Напружений стан стрічки-струни

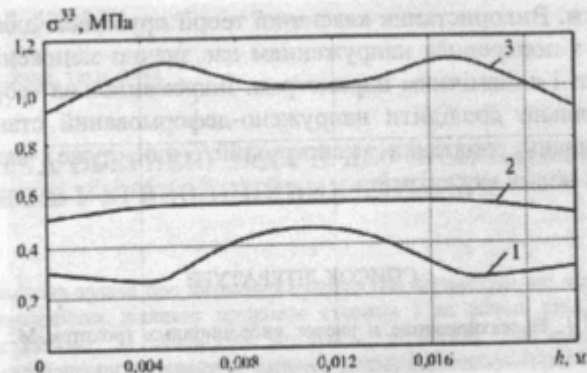


Рис. 3. Розподіл напруг  $\sigma^{33}$  по висоті стрічки-струни  $h$  при розтяганні 20% по товщині: 1 -  $z^2=0$  м; 2 -  $z^2=0,0025$  м; 3 -  $z^2=0,005$  м

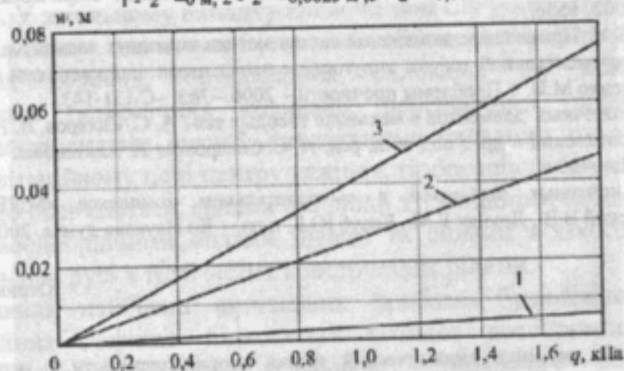


Рис. 4. Залежність прогину  $w$  в центрі струни від навантаження  $q$  при попередньому розтяганні 1 - на 20%; 2 - 10%; 3 - без врахування попереднього напруження

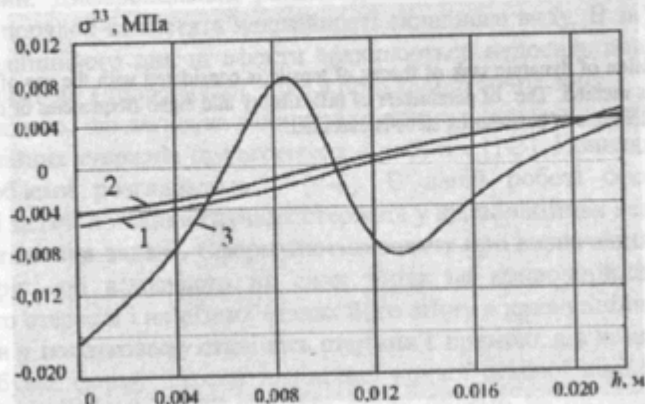


Рис. 5. Розподіл напружень вигину  $\sigma^{33}$  по висоті стрічки-струни  $h$  із попередньою напруженням при прогині 15%: 1 -  $z^2=0$  м; 2 -  $z^2=0,0025$  м; 3 -  $z^2=0,005$  м

**Висновки.** Використання класичної теорії пружності для розрахунку конструкцій з попереднім напруженням дає значно занижені результати по жорсткості і динамічним параметрам. Інкрементальна теорія дозволяє найбільш реально дослідити напружено-деформований стан, частоти і форми коливань подібних конструкцій, що дуже важливо при проектуванні нових механізмів.

#### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Вайсберг Л.А.* Проектирование и расчет вибрационных грохотов.-М.: Недра, 1986. 144с.
2. *Резонирующие ленточно-струйные сита для грохотов / А.Г. Червоненко, Л.А. Вайсберг, О.А. Вальцева и др. // Строительные материалы.-1985. -№2.- с.29-30.*
3. *Метод конечных элементов в механике эластомеров/В.В. Киричевский.-К.: Наук. думка, 2002.-655с.*
4. *Дохняк Б.М.* Применение моментной схемы метода конечных элементов для решения задач инкрементальной теории упругости с начальными напряжениями /Киричевский В.В., Ищенко М.И. // Проблемы прочности.- 2006.- №3. -С.131-143.
5. *Метод конечных элементов в механике твердых тел / А. С. Сахаров, В. Н. Кислюк, В. В. Киричевский и др. ; под общ. ред. А. С. Сахарова и И. Альтенбаха – Киев: Виш. шк., 1982. – 480 с.*
6. *Метод конечных элементов в вычислительном комплексе «МИРЕЛА+». – / Киричевский В.В., Дохняк Б.М., Козуб Ю.Г. и др. – К.: Наукова думка, 2005. – 403 с.*

Отримано 17.06.09

Рассмотрено решение динамической задачи теории упругости с использованием инкрементального метода конечных элементов. Выполнен расчет параметров жесткости и собственных частот колебания предварительно напряженных элементов ленточно-струйного сита.

The decision of dynamic task of theory of tensile is considered with the use of incremental finite elements method. The of parameters of inflexibility and eigen frequencies of oscillation of preliminary elements of band-string sieve is executed.